



تمرین تحویلی ۵

شماره دانشجویی: ۹۷۱۰۰۴۰۵

نام و نام‌خانوداگی: سروش زارع

پرسش ۳

هدفمان این است که مساله را به این شکل مدل کنیم:

$$\begin{aligned} & \text{کمینه کن} \quad c^T f \\ & \text{که} \quad 0 \leq f \\ & \quad \nabla(f)_i = b_i \quad \forall i \in V \end{aligned}$$

که c_e هزینه‌ی کپی گرفتن از یال e می‌باشد. حال سعی می‌کنیم مساله را طوری مدل کنیم که هر یال مجبور باشد حداقل ۱ بار استفاده شود (بدون هزینه)، و سپس به ازای هر استفاده‌ی مجدد، هزینه‌ای اضافه متحمل شود. سعی می‌کنیم این هزینه‌های اضافه را با f مدل کنیم و خود e اولیه را با عوض کردن b_i ها مدل کنیم. برای این کار کفایت برای هر یال uv مقدار $e = uv$ و b_u و b_v را به ترتیب با مقادیر $b_u + 1$ و $b_u - 1$ عوض کنیم. همین کار را به ازای تک تک یال‌ها انجام می‌دهیم و این کار عملاً باعث می‌شود که هر یال حداقل یک بار استفاده شود. برای اینکه در نهایت یک گراف اولیه داشته باشیم، کفایت کاری کنیم که b_i های اولیه (قبل از عوض شدن)، همگی برابر با ۰ باشند (باعث می‌شود درجه‌ی خروجی و ورودی رئوس پس از اضافه شدن یال‌ها برابر باشد). پس کفایت در ابتدا قرار دهیم $b = 0$ و با پیمایش روی یال‌های $e \in E$ ، مقادیر b را آپدیت کنیم. در نهایت اگر مقدار آپدیت شده‌ی b را با b' نشان دهیم، مساله‌ی زیر را حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \text{کمینه کن} \quad c^T f \\ & \text{که} \quad 0 \leq f \\ & \quad \nabla(f)_i = b'_i \quad \forall i \in V \end{aligned}$$

در جواب بهینه‌ی به دست آمده، اگر شار استفاده شده برای یال e برابر با f_e باشد، این مقدار نشان می‌دهد که f_e بار کپی از یال e اضافه شده است (به جز خود e اولیه).