# Séries d'exercices COMPINUITE

4ème info

maths au lycee ali arir

Site Web: http://maths-akir.midiblogs.com/

### **EXERCICE** N°1

Soit a et b deux réels et f la fonction définie sur R par :  $\begin{cases} f(x) = \frac{a-x}{x+1} & \text{si} \quad x \in ]-\infty; -2[\cup]1; +\infty[\\ f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + b & \text{si} \quad x \in [-2;1] \end{cases}$ 

Déterminer les réels a et b pour que f soit continue sur R.

#### **EXERCICE N°2**

Soit f définie par  $f(x) = \frac{ax^2 + (a^2 - 3)x - 3a}{x - 1}$  si  $x \ne 1$  et f(1) = 4a

Déterminer a pour que f soit continue en 1.

# EXERCICE N°3

Soit 
$$f(x) = \frac{-x^2 - 3x - 2}{1 - |x + 1|}$$

1°)Déterminer le domaine de définition de f.

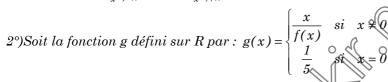
 $2^{\circ}$ ) Ecrire f sans valeur absolue.

 $3^{\circ}$ ) f est-elle continue en -1.

## EXERCICE N°4

Soit la fonction  $f: x \mapsto 3x + 2\sin x$ 

1°)a-Montrer que pour tout x de R:  $3x-2 \le f(x) \le 3x+2$ b-En déduire  $\lim f(x)$  et  $\lim f(x)$ 



a- Montrer que g est continue en 0.

b- Montrer que pour tout  $x \in \left[\frac{2}{3}, +\infty\right[ : \frac{x}{3x+2} : g(x) \le \frac{1}{3} : \frac{x}{3x+2} : \frac{x}$ 

c- En déduire  $\lim g(x)$ . Interprète géométriquement le résultat.

## **EXERCICE N°5**

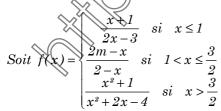
Soit 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1°)Déterminer le domaine de définition de f . 2°)Pour quelle valeur de a, f'est continue en 0 .

3°)Préciser suivant a, l'ensemble de continuité de f

4°)Calculer Lim f(x)Lim(x.f(x)+1-x);  $Lim\sqrt{x.f(x)}$ 

#### EXERCICE Nº6



 $1^{\circ}$ ) Trouver m pour que f soit continue en 1.

2°) Pour la valeur du réel m trouvée. Etudier la continuité da f en  $x_0=3/2$ .



## EXERCICE N°7

$$f(x) = \begin{cases} (1+3a)x^2 - 3x & si \quad x \in \left] -\infty, \frac{1}{2} \right] \\ \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 5x + 2} & si \quad x \in \left[ \frac{1}{2}, 2 \right] \\ \sqrt{4x^2 - 1} - ax - 1 & si \quad x \in \left[ 2, +\infty \right] \end{cases}$$

- 1°) Déterminer le domaine de définition de f.
- 2°) Etudier les limites suivantes :  $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \to \frac{1}{2}} f(x)$  et  $\lim_{x \to 2^-} f(x)$
- 3°)Peut-on déterminer a pour que f soit continue en 2.
- 4°)Préciser suivant a, l'ensemble de continuité de f.

# EXERCICE N°8

- 1°)Démontrer que l'équation :  $x^3 + x 3 = 0$  admet une unique solution  $a \in [1;2]$
- 2°)Utiliser la dichotomie pour donner une valeur approchée par défaut de cette a à 10 ppes.

#### EXERCICE N°9

Montrer que l'équation  $x^3 - 5x^2 + 4x + 7 = 0$  admet au moins une racine réelle. Plus généralement, montrer que toute équation polynomiale de degré impair admet au moins une racine réelle. Qu'en est-il si le degré est pair ?

# **EXERCICE** N°10

On pose pour a réel strictement positif la fonction  $f_a$  définie sur [ Q, a] par

Pour tout 
$$x \in [0,a]$$
,  $f_a(x) = \frac{a-x}{a(a+x)}$ 

- 1°) Montrer que  $f_a$  réalise une bijection de [0;a] sur [0; $\frac{1}{a}$ ] On note  $f_a^{-1}$  sa bijection réciproque.
- $2^{\circ}$ ) Donner le tableau des variations de  $f_a^{-1}$  en précisant les valeurs aux bornes.
- 3°) Montrer que  $f_a^{-1} = f_{\underline{1}}$ .

#### **EXERCICE** N°11

- Soit f la fonction définie sur  $[0,+\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{4x^2 + x} + 2x + 1$
- 1°) Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur  $[0,+\infty[$
- 2°)Montrer que f est une bijection de [0,+\infty sur un intervalle J que l'on précisera.
- 3°)Sur quel ensemble  $f^{-1}$  est-elle continue?
- 4°) Expliciter  $f^{-1}(x)$  pour  $x \in J$
- 5°) Montrer que l'équation f(x) admet une solution unique  $\alpha \in \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

# EXERCICE N°12

Soit 
$$f: x \mapsto f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$$

- 1°)Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de f.
- 2°) Etudier la dérivabilité de f<br/> sur  $D_f$  .
- 3°)Montrer que f'est une bijection de [0,1[ sur un intervalle J que l'on précisera
- 4°) Expliciter  $f^{-1}(x)$  pour  $x \in J$

