

# Fizika 1 - pregled zadataka

7. veljače 2024.

# 1. MATEMATIČKI TEMELJI

**1.1.** Nacrtajte slijedeća tri vektora u  $xy$ -ravnini:  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  i izračunajte računski i grafički:

- Nacrtajte sva tri vektora u  $xy$ -ravnini.
- Koja dva vektora su okomita? Provjerite!
- Izračunajte računski i grafički  $\vec{a} + \vec{b}$ .
- Izračunajte računski i grafički  $\vec{b} - \vec{c}$ .

**1.2.** Zadani su vektori  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$  i  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ . Izračunajte:

- $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- Kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .
- $|\vec{a} \times \vec{b}|$
- $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$
- Izračunajte  $|\vec{c}|$ , gdje je  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$  i usporedite s rezultatom c).
- $\vec{d} = \vec{b} \times \vec{a}$  i usporedite s rezultatom d).

**1.3.** Zadani su vektori  $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$  i  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ . Izračunajte:

- Duljine (iznose) vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .
- $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- Kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .
- $|\vec{a} \times \vec{b}|$
- Vektor  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$
- Izračunajte  $|\vec{c}|$ , gdje je  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$  i usporedite s rezultatom c).
- $\vec{d} = \vec{b} \times \vec{a}$  i usporedite s rezultatom d).

**1.4.** Zadani su vektori  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$  i  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ . Izračunajte:

- duljine (iznose) svakog od njih;
- skalarni produkt  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ;
- kut koji zatvaraju;
- vektorski zbroj  $\vec{a} + \vec{b}$  i razliku  $\vec{a} - \vec{b}$ ;
- vektorski produkt  $\vec{a} \times \vec{b}$ ;
- vektorski produkt  $\vec{b} \times \vec{a}$  i usporedite s rezultatom iz e).

**1.5.** Zadani su vektori  $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$  i  $\vec{b} = -3\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ . Izračunajte kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .

**1.6.** Zadani su vektori  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$  i  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ . Izračunajte:

- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ ;
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  i usporedite s rezultatom iz a);
- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{b}$  i  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}$  te razmislite što znače dobiveni rezultati.

**1.7.** Zadani su vektori  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$  i  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ . Izračunajte  $\vec{a} \cdot [\vec{b} + (\vec{c} \times \vec{a})]$

**1.8.** Zadani su vektori  $\vec{a} = -4\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 7\vec{k}$  i  $\vec{c} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ . Izračunajte  $[(\vec{a} \times \vec{b}) - \vec{c}] \cdot \vec{c}$

**1.9.** Zadani su vektori  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$  i  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ . Izračunajte:

- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ .
- $(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot (\vec{c} \times \vec{b})$ .

**1.10.** Pretvorite mjerene jedinice:

- $0,1746 \text{ rad} = \text{_____}^\circ$
- $18,3 \text{ MJ} = \text{_____ J}$
- $0,016 \text{ kN} = \text{_____ mN}$
- $100 \text{ } \mu\text{g} = \text{_____ kg}$
- $8,2 \text{ kmh}^{-1} = \text{_____ ms}^{-1}$
- $36 \text{ dana} = \text{_____ min}$
- $2 \text{ cm}^2 = \text{_____ m}^2$
- $10 \text{ L} = \text{_____ m}^3$

**1.11.** Pretvorite mjerene jedinice:

- $4,2 \cdot 10^{-8} \text{ m} = \text{_____ nm}$
- $10^{-5} \text{ kg} = \text{_____ g}$
- $23 \text{ dag} = \text{_____ t}$
- $7,5 \text{ ms}^{-1} = \text{_____ kmh}^{-1}$
- $0,072 \text{ kmh}^{-1} = \text{_____ cms}^{-1}$
- $284 \text{ s} = \text{_____ god}$

g)  $0,02 \text{ cm}^2 = \text{_____} \text{ mm}^2$

h)  $15 \text{ cm}^3 = \text{_____} \text{ L}$

**1.12.** Ako automobil ima prosječnu potrošnju 7,5 litara na sto kilometara, a cijena benzina iznosi 1,48 EUR. Koliko centi košta prijeđeni kilometar?

**1.13.** Potrošnja goriva automobila iznosi  $0,051 \frac{\text{l}}{\text{km}}$

a) Kolika je potrošnja goriva izražena u  $\text{cm}^3 \text{m}^{-1}$ ?

b) Ako je u spremniku ostalo 38,25 litara goriva koliko kilometara možemo proći s tim automobilom?

c) Ako je gustoća benzina  $0,8 \text{ gcm}^{-3}$  koliko grama benzina potroši automobil po kilometru?

**1.14.** Ako izgaranjem jedne litre benzina nastaje 2,534 kg  $\text{CO}_2$  koliko je to grama  $\text{CO}_2$  po kilometru ako je prosječna potrošnja automobila iznosi  $7,5 \frac{\text{l}}{100 \text{ km}}$ ?

## 2. KINEMATIKA MATERIJALNE TOČKE

**2.1.** Lopta koje se u početnom trenutku  $t = 0$  nalazi u točki A:  $\vec{r}_A = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$  bačena je vertikalno prema gore brzinom iznosa  $14\text{ms}^{-1}$ . Kolika je udaljenost lopte od ishodišta koordinatnog sustava u trenutku  $t_1 = 1,7$ ? (Otpor zraka se zanemaruje!)

**2.2.** Dvije su lopte bačene istovremeno vertikalno prema gore. Lopta A ima početnu brzinu iznosa  $20\text{ms}^{-1}$ , a lopta B iznosa  $24\text{ms}^{-1}$ . Kolika je razlika njihovih  $z$  koordinata kada je lopta A na maksimalnoj visini, ako su se obje lopte u trenutku izbacivanja nalazile na visini  $z = 0\text{ m}$ ?

**2.3.** Dvije su lopte bačene istovremeno vertikalno prema gore. Lopta A ima početnu brzinu iznosa  $20\text{ms}^{-1}$ , a lopta B iznosa  $24\text{ms}^{-1}$ . U početnom trenutku lopta A se nalazi u točki:  $\vec{r}_A = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k}$ , a lopta B u točki:  $\vec{r}_B = 2\vec{i} - \vec{j} + 0\vec{k}$ . Kolika je razlika njihovih  $z$  koordinata kada je lopta A na maksimalnoj visini?

**2.4.** Gibanje materijalne točke (MT) opisano je vektorom položaja

$$\vec{r}(t) = (v_0 t)\vec{j} + (z_0 - \frac{1}{2}gt^2)\vec{k}.$$

U trenutku  $t = 0\text{ s}$  MT se nalazi na visini  $z_0 = 80\text{ m}$ , a iznos početne brzine je  $v_0 = 30\text{ms}^{-1}$ . Iznos ubrzanja slobodnog pada je  $g = 9,81\text{ms}^{-2}$ , ali radi lakšeg računanja može se uzeti približna vrijednost  $g = 10\text{ms}^{-2}$ .

- Izračunajte položaj MT svakih pola sekunde i skicirajte putanju u  $yz$ -ravnini.
- Odredite vektor trenutne brzine  $\vec{v}(t)$ .
- Izračunajte i skicirajte trenutnu brzinu u trenucima  $t_1 = 1\text{ s}$ ,  $t_2 = 2\text{ s}$ ,  $t_3 = 3\text{ s}$  i  $t_4 = 4\text{ s}$ .
- Odredite trenutno ubrzanje  $\vec{a}(t)$  i skicirajte ga u nekoliko točaka putanje.

**2.5.** Kamen bačen horizontalno pada na tlo poslije pola sekunde na udaljenosti od 5 metara. Pod kojim kutom prema horizontali kamen udara u tlo?

(Otpor zraka se zanemaruje!)

**2.6.** Tijelo je bačeno koso prema gore pod kutom od  $30^\circ$  prema horizontali početnom brzinom iznosa  $20 \text{ ms}^{-1}$  s površine tla. Odredite vektor brzine i izračunajte iznos brzine u trenutku  $t_1 = 0,45 \text{ s}$  (zanemarite otpor zraka).

**2.7.** Tijelo je bačeno koso prema gore pod kutom od  $30^\circ$  prema horizontali početnom brzinom iznosa  $20 \text{ ms}^{-1}$  s visine  $10 \text{ m}$  iznad tla. Izračunajte (zanemarite otpor zraka):

- a) Vrijeme udarca tijela o tlo.
- b) Domet tijela.
- c) Kolika je maksimalna visina koju tijelo postigne tijekom leta?

**2.8.** Terezija je bacila loptu koso prema gore pod kutom od  $\vartheta = 30^\circ$  prema horizontali početnom brzinom iznosa  $v_0 = 20 \text{ ms}^{-1}$  s garaže visine  $z_0 = 10 \text{ m}$  iznad tla. Kolika dugo je trajao let lopte?

**2.9.** Andrija je udario nogometnu loptu tako da je odletjela početnom brzinom iznosa  $20 \text{ ms}^{-1}$  pod kutom od  $\vartheta = 40^\circ$  prema horizontali. Izračunajte koliko daleko od Andrije je lopta pala. (Otpor zraka zanemarite.)

**2.10.** Tijelo je bačeno koso prema gore pod kutom od  $\vartheta = 60^\circ$  prema horizontali početnom brzinom iznosa  $v_0 = 30 \text{ ms}^{-1}$  s površine tla. Odredite vektor položaja u trenutku kada tijelo postigne maksimalnu visinu (zanemarite otpor zraka).

**2.11.** Materijalna točka (MT) giba se u  $xy$ -ravnini tako da joj se vektor položaja mijenja u vremenu prema izrazu

$$\vec{r}(t) = te^{-2t}\vec{i} + \sqrt{t}\vec{j} \text{ [m]}.$$

Izračunajte:

- a) Vektor i iznos trenutne brzine MT u trenutku  $t_1 = 0,3 \text{ s}$ .
- b) Vektor i iznos trenutnog ubrzanja MT u trenutku  $t_1 = 0,3 \text{ s}$ .

**2.12.** Materijalna točka (MT) giba se u  $xy$ -ravnini tako da joj se vektor

položaja mijenja u vremenu prema izrazu

$$\vec{r}(t) = te^{-3t}\vec{i} - \sqrt[3]{t}\vec{j} \text{ [m]}.$$

Koliki je iznos trenutnog ubrzanja materijalne točke u trenutku  $t_1 = 0,15 \text{ s}$ .

**2.13.** Materijalna točka (MT) giba se u xy-ravnini tako da joj se vektor položaja mijenja u vremenu prema izrazu

$$\vec{r}(t) = t \cos(3t)\vec{i} + \sqrt{t}\vec{j} \text{ [m]}.$$

Koliki je iznos trenutnog ubrzanja materijalne točke u trenutku  $t_1 = 0,15 \text{ s}$ ?

**2.14.** Materijalna točka (MT) giba se u prostoru tako da joj se vektor položaja mijenja u vremenu u skladu s relacijom

$$\vec{r}(t) = 6t^4\vec{i} + 4t^2\vec{j} + 3t\vec{k} \text{ [m]}.$$

Izračunajte:

- (a) Vektor položaja MT u  $t = 0,5 \text{ s}$ .
- (b) Trenutnu brzinu i iznos trenutne brzine u  $t = 0,5 \text{ s}$ .
- (c) Trenutno ubrzanje i iznos trenutnog ubrzanja u  $t = 0,5 \text{ s}$ .

**2.15.** Materijalna točka (MT) giba se u xy-ravnini tako da joj se vektor položaja mijenja u vremenu prema izrazu

$$\vec{r}(t) = t^2 \sin(3t)\vec{i} + \sqrt[3]{t}\vec{j} \text{ [m]}.$$

Koliki je iznos trenutnog ubrzanja materijalne točke u trenutku  $t_1 = 0,2 \text{ s}$ ?

**2.16.** Materijalna točka (MT) giba se u xy-ravnini tako da joj se vektor položaja mijenja u vremenu prema izrazu

$$\vec{r}(t) = \sqrt[5]{t}\vec{i} + t^2 \cos(3t)\vec{j} \text{ [m]}.$$

Koliki je iznos trenutnog ubrzanja materijalne točke u trenutku  $t_1 = 0,3 \text{ s}$ ?

**2.17.** Vektor trenutne brzine materijalne točke koja se giba u  $xy$ -ravnini zadan je izrazom

$$\vec{v}(t) = 4t\vec{i} + 3t^2\vec{j} \text{ [ms}^{-1}\text{]}.$$

U trenutku  $t = 0$  s vektor položaja materijalne točke je

$$\vec{r}_0 \equiv \vec{r}(t = 0s) = 2\vec{i} + 3\vec{j} [m].$$

Izračunajte vektor položaja  $\vec{r}(t)$  materijalne točke  $t = 1, 2$  s.

**2.18.** Vektor trenutne brzine materijalne točke koja se giba u  $xy$ -ravnini zadan je izrazom

$$\vec{v}(t) = 4\sqrt[3]{t}\vec{i} + 6e^{-2t}\vec{j} [ms^{-1}].$$

U trenutku  $t = 0$  s vektor položaja materijalne točke je

$$\vec{r}_0 \equiv \vec{r}(t = 0 \text{ s}) = 2\vec{i} - 3\vec{j} [m]$$

Izračunajte vektor položaja  $\vec{r}(t)$  materijalne točke u trenutku  $t_1 = 0, 5$  s.

**2.19.** Vektor trenutne brzine materijalne točke koja se giba u  $xy$ -ravnini zadan je izrazom

$$\vec{v}(t) = 3e^{-3t}\vec{i} + 4\sqrt[4]{t}\vec{j} [ms^{-1}].$$

U trenutku  $t = 0$  vektor položaja materijalne točke je

$$\vec{r}_0 \equiv \vec{r}(t = 0 \text{ s}) = -\vec{i} + 2\vec{j} [m]$$

Izračunajte vektor položaja  $\vec{r}(t)$  materijalne točke u trenutku  $t_1 = 0, 4$  s.

**2.20.** Vektor trenutne brzine materijalne točke koja se giba u  $xy$ -ravnini zadan je izrazom

$$\vec{v}(t) = 4e^{-5t}\vec{i} + 5t^4\vec{j} [ms^{-1}].$$

U trenutku  $t = 0$  vektor položaja materijalne točke je

$$\vec{r}_0 \equiv \vec{r}(t = 0s) = -\vec{i} + 2\vec{j} [m]$$

Izračunajte vektor položaja  $\vec{r}(t)$  materijalne točke u trenutku  $t_1 = 0, 5$  s.

**2.21.** Položaj materijalne točke koja se giba po kružnici polumjera  $R = 2$  m opisuje funkcija

$$s(t) = s_0 + b(1 - e^{-ct}) [m]$$

pri čemu su  $s_0 = 2$  m,  $b = 8$  m i  $c = 0.2s^{-1}$  s.

- a) Izračunajte  $s$  koordinatu i skicirajte položaj materijalne točke na kružnici u trenucima  $t = 0, 3, 6, 9, 30$  s.

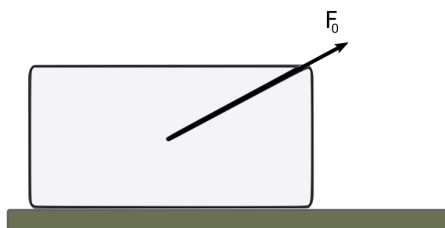


- b) Gdje će se materijalna točka zaustaviti kad  $t \rightarrow \infty$ ?
- c) Izračunajte iznos i skicirajte vektor brzine u trenucima  $t = 3 \text{ s}$  i  $t = 6 \text{ s}$ .

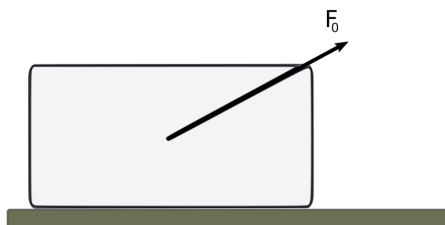
**2.22.** Za gibanje opisano u prethodnom zadatku izračunajte tangencijalno i radijalno ubrzanje te iznos ukupnog ubrzanja  $|\vec{a}(t)|$  materijalne točke u trenucima  $t = 3 \text{ s}$  i  $t = 6 \text{ s}$ .

### 3. DINAMIKA MATERIJALNE TOČKE

**3.1.** Vanjska sila iznosa  $\vec{F}_0 = 18 \text{ N}$  djeluje pod kutom od  $\alpha = 28^\circ$  prema horizontali na blok mase  $m = 3 \text{ kg}$ . Izračunajte iznos ubrzanja kada je kinetičko trenje između bloka i podloge  $\mu_k = 0,4$ .



**3.2.** Vanjska sila iznosa  $\vec{F}_0 = 15 \text{ N}$  djeluje pod kutom od  $\alpha = 23^\circ$  prema horizontali na blok mase  $m = 3 \text{ kg}$ . Izračunajte iznos ubrzanja kada je kinetičko trenje između bloka i podloge  $\mu_k = 0,35$ .



**3.3.** Silom kolikog iznosa treba vući saonice mase  $m = 50 \text{ kg}$  za uže koje s horizontalom zatvara kut  $\alpha = 60^\circ$  da bi se saonice gibale jednoliko po pravcu (tj. stalnom brzinom)? Koeficijent kinetičkog trenja je  $\mu_k = 0,1$ .

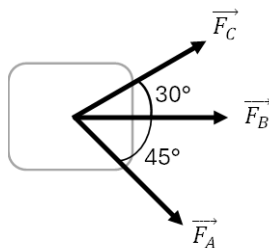
**3.4.** Djed želi vući svoju unučicu na saonicama stalnom brzinom. Masa saonica i unučice je  $22 \text{ kg}$ , uže kojim djed vuče saonice zatvara kut od  $\alpha = 60^\circ$

u odnosu na horizontalu, a koeficijent kinetičkog trenja između leda i saonica je  $\mu_k = 0,15$ . Kolikom silom mora vući djed saonice?

**3.5.** Da bi se vreća puna brašna mase  $m = 40 \text{ kg}$  mogla vući jednoliko po pravcu treba sila iznosa  $F_0 = 183,1 \text{ N}$  koja djeluje pod kutom od  $\alpha = 10^\circ$  prema horizontali. Izračunajte koeficijent kinetičkog trenja  $\mu_k$  između tla i vreće.

**3.6.** Da bi se vreća puna brašna mogla vući konstantnom brzinom treba sila iznosa  $F_0 = 50 \text{ N}$  koja djeluje pod kutom od  $\alpha = 40^\circ$  prema horizontali. Izračunajte masu vreće ako je koeficijent kinetičkog trenja između tla i vreće  $\mu_k = 0,35$ .

**3.7.** Tri osobe žele vući kola mase  $1,2 \text{ tona}$  prema istoku konstantnom brzinom. Osoba  $A$  vuče silom  $F_A$  iznosa  $500 \text{ N}$  u pod kutom  $45^\circ$  (smjer jugoistok), osoba  $B$  vuče u smjeru istoka, a osoba  $C$  pod kutom  $30^\circ$  (smjer sjeveroistok). Koliki je iznos sila kojima vuku osobe  $B$  i  $C$ ? Koeficijent trenja između podloge i kola je  $\mu_k = 0,15$ .

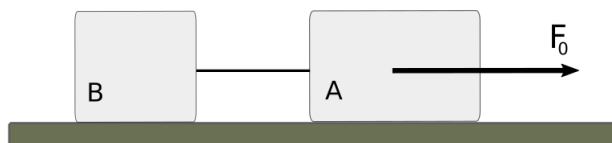


**3.8.** Majka želi vući svoga sina na saonicama stalnom brzinom, pritom želi upotrijebiti najmanju silu. Pod kojim kutem mora majka vući saonice kako bi sila bila najmanja? Koeficijent kinetičkog trenja između leda i saonica je  $\mu_k = 0,15$ .

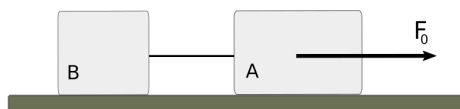
**3.9.** Vanjska sila iznosa  $F_0 = 50 \text{ N}$  djeluje na blok  $A$  mase  $m_A = 5 \text{ kg}$  koji vuče blok  $B$  mase  $m_B = 3 \text{ kg}$  (vidjeti skicu).

a) Izračunajte iznos sile kojom blokovi djeluju jedan na drugoga ako pretpostavimo da nema trenja.

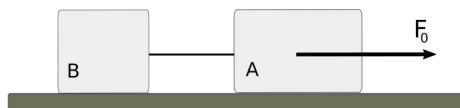
- b) Izračunajte iznos sile kojom blokovi djeluju jedan na drugoga kada je koeficijent kinetičkog trenja između blokova i podloge  $\mu_k = 0,3$ .



**3.10.** Vanjska sila  $F_0$  djeluje na blok A mase  $m_A = 5 \text{ kg}$  koji vuče blok B mase  $m_B = 3 \text{ kg}$  (vidjeti skicu). Ako su sile kojom blokovi djeluju jedan na drugi iznosa  $T = 18,75 \text{ N}$  (sila napetosti užeta) izračunajte iznos sile  $F_0$  kojom je potrebno vući blok A. Koeficijent kinetičkog trenja između blokova i podloge zanemarite.



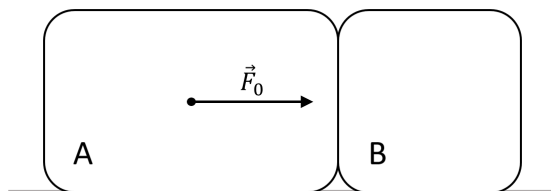
**3.11.** Vanjska sila  $F_0$  djeluje na blok A mase  $m_A = 5 \text{ kg}$  koji vuče blok B mase  $m_B = 3 \text{ kg}$  (vidjeti skicu). Nerastezljiva nit kojom su blokovi spojeni može podnijeti silu napetosti od  $T = 21 \text{ N}$ , a zatim puca. Izračunajte maksimalni iznos sile  $F_0$  kojom možemo vući blok A. Koeficijent kinetičkog trenja između blokova i podloge je  $\mu_k = 0,4$ .



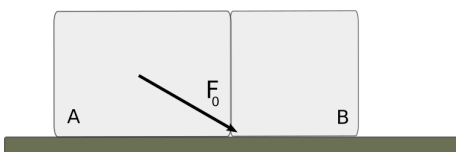
**3.12.** Vanjska sila iznosa  $F_0 = 50 \text{ N}$  djeluje na blok A mase  $m_A = 3 \text{ kg}$  koji gura blok B mase  $m_B = 2 \text{ kg}$  (vidjeti skicu).

- a) Izračunajte iznos sile kojom blokovi djeluju jedan na drugoga ako pretpostavimo da nema trenja.

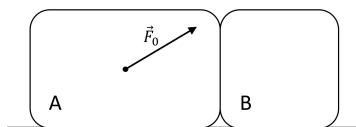
- b) Izračunajte iznos sile kojom blokovi djeluju jedan na drugoga kada je koeficijent kinetičkog trenja između blokova i podloge  $\mu_k = 0,3$ .



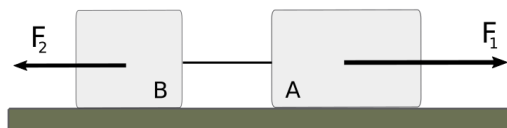
**3.13.** Vanjska sila iznosa  $F_0 = 42 \text{ N}$  djeluje pod kutem od  $\vartheta = 30^\circ$  prema horizontali na blok  $A$  mase  $m_A = 5 \text{ kg}$  koji gura blok  $B$  mase  $m_B = 2 \text{ kg}$  (vidjeti skicu). Izračunajte iznos ubrzanja blokova  $A$  i  $B$  kada je kinetičko trenje između blokova i podloge  $\mu_k = 0,3$ .



**3.14.** Vanjska sila iznosa  $F_0 = 60 \text{ N}$  djeluje pod kutem od  $\vartheta = 30^\circ$  prema horizontali na blok  $A$  mase  $m_A = 8 \text{ kg}$  koji gura blok  $B$  mase  $m_B = 5 \text{ kg}$  (vidjeti skicu). Izračunajte iznos ubrzanja blokova  $A$  i  $B$  kada je kinetičko trenje između blokova i podloge  $\mu_k = 0,2$ .



**3.15.** Vanjska sila iznosa  $F_1 = 25,0 \text{ N}$  djeluje na blok  $A$  mase  $m_A = 3 \text{ kg}$  koji je spojen nerastezljivom niti s blokom  $B$  mase  $m_B = 1 \text{ kg}$  na kojega djeluje sila  $F_2 = 25,0 \text{ N}$  u suprotnom smjeru kao na slici. Izračunajte iznos ubrzanja sustava blokova  $A$  i  $B$  ako zanemarimo kinetičko trenje između blokova i podloge.



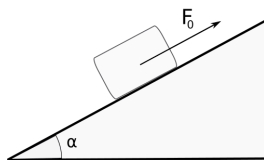
**3.16.** Tijelo klizi po kosini nagiba  $\alpha = 35^\circ$ . Koeficijent kinetičkog trenja između tijela i kosine je  $\mu_k = 0,58$ . Izračunajte iznos ubrzanja tijela.

**3.17.** Iznos ubrzanja tijela koje klizi po kosini nagiba  $30^\circ$  je  $3 \text{ ms}^{-2}$ . Izračunajte koeficijent kinetičkog trenja između tijela i kosine.

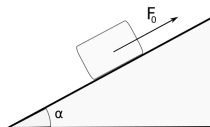
**3.18.** Iznos ubrzanja tijela koje klizi po kosini nagiba  $45^\circ$  je  $5 \text{ ms}^{-2}$ . Izračunajte koeficijent kinetičkog trenja između tijela i kosine.

**3.19.**

Na blok mase  $m = 2 \text{ kg}$  djelujemo silom  $F = 25,0 \text{ N}$  usporedno s nagibom kosine (kao na slici). Ako je kosina nagiba  $\alpha = 39^\circ$ , a koeficijent kinetičkog trenja između bloka i podloge  $\mu_k = 0,25$  koliko je ubrzanje bloka?



**3.20.** Na blok mase  $m = 3 \text{ kg}$  djelujemo silom  $F = 30,0 \text{ N}$  usporedno s nagibom kosine (kao na slici). Ako je kosina nagiba  $\alpha = 29^\circ$ , a koeficijent kinetičkog trenja između bloka i podloge  $\mu_k = 0,25$  koliko je ubrzanje bloka?



**3.21.** Tijelo počne kliziti iz stanja mirovanja na vrhu kosine i poslije 5

sekundi iznos brzine tijela je  $3,6 \text{ ms}^{-1}$ . Koliki je koeficijent kinetičkog trenja ako je kosina pod kutom  $\alpha = 27^\circ$ ?

**3.22.** Tijelo počne kliziti iz stanja mirovanja na vrhu kosine i poslije 3 sekundi iznos brzine tijela je  $3,6 \text{ ms}^{-1}$ . Koliki je koeficijent kinetičkog trenja ako je kosina pod kutom  $\alpha = 27^\circ$ ?

**3.23.** Tijelo koje je mirovalo na vrhu kosine na visini od  $h = 1,5 \text{ m}$  klizne do dna kosine za 2 sekunde. Nagib kosine je  $\alpha = 30^\circ$ . Koliki je koeficijent kinetičkog trenja?

**3.24.** Koliko treba vremena da tijelo koje se u početnom trenutku nalazi u stanju mirovanja na vrhu kosine na visini od  $h = 1,6 \text{ m}$  klizne do dna kosine? Nagib kosine je  $\alpha = 33^\circ$ , a koeficijent kinetičkog trenja je  $\mu_k = 0,3$ .

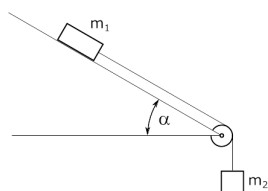
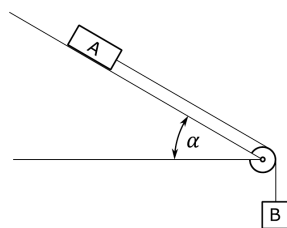
**3.25.** Koliko treba vremena da tijelo koje se u početnom trenutku nalazi u stanju mirovanja na vrhu kosine na visini od  $h = 1,6 \text{ m}$  klizne do dna kosine? Nagib kosine je  $\alpha = 39^\circ$ , a koeficijent kinetičkog trenja je  $\mu_k = 0,3$ .

**3.26.** Iz stanja mirovanja tijelo počinje kliziti po kosini nagiba  $45^\circ$  i poslije prijeđena  $360,4 \text{ mm}$  postigne brzinu od  $2 \text{ ms}^{-1}$ . Koliki je koeficijent kinetičkog trenja između tijela i kosine?

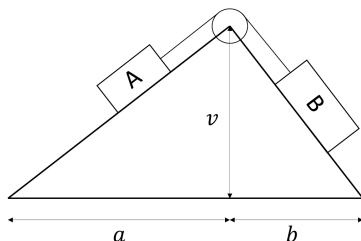
**3.27.** Na slici je sustav od dva utega mase  $m_A = 10 \text{ kg}$  i  $m_B = 5 \text{ kg}$ . Uteg B povezan je tankom nerastezljivom niti s utegom A. Kosina na kojoj se nalazi uteg A nagnuta je pod kutom  $\alpha = 30^\circ$ , a koeficijent kinetičkog trenja između kosine i utega A iznosi  $\mu_k = 0,2$ .

- Skicirajte problem i označite sve sile i smjer gibanja (vektor ubrzanja) cijelog sustava.
- Izračunajte iznos ubrzanja cijelog sustava.
- Izračunajte iznos sile napetosti niti.

**3.28.** Na slici je sustav od dva utega mase  $m_1 = 6 \text{ kg}$  i  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , koji su povezani tankom nerastezljivom niti. Nagib kosine na kojoj se nalazi uteg mase  $m_1$  je  $\alpha = 35^\circ$ , koeficijent kinetičkog trenja između kosine i utega iznosi  $\mu_k = 0,3$ , a trenje na koloturi se zanemaruje. Koliki je iznos sile napetosti niti?



**3.29.** Koeficijent kinetičkog trenja između blokova i podloge je  $\mu_k = 0,2$ , a dimenzije i mase su:  $a = 5\text{ m}$ ,  $b = 3\text{ m}$ ,  $v = 4\text{ m}$ ,  $m_A = 10\text{ kg}$  i  $m_B = 15\text{ kg}$ . Koliki je iznos ubrzanja blokova prikazanih na slici?

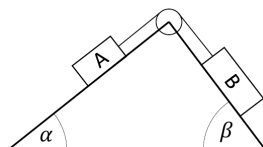
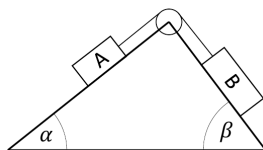


**3.30.** Koliki je iznos ubrzanja blokova vezanih nerastezljivom niti prikazanih na slici? Kutovi su  $\alpha = 40^\circ$  i  $\beta = 50^\circ$ , a mase blokova  $m_A = 4\text{ kg}$  i  $m_B = 6\text{ kg}$ . Trenje se zanemaruje.

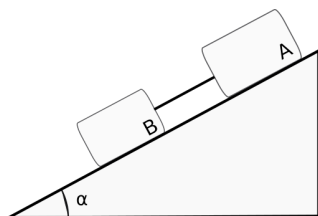
**3.31.** Koliki je iznos ubrzanja blokova vezanih nerastezljivom niti prikazanih na slici? Kutovi su  $\alpha = 40^\circ$  i  $\beta = 50^\circ$ , a mase blokova  $m_A = 3\text{ kg}$  i  $m_B = 7\text{ kg}$ . Trenje se zanemaruje.

**3.32.** Dva bloka mase  $m_A = 10\text{ kg}$  i  $m_B = 8\text{ kg}$  spojena su nerastezljivim užetom i položena na kosinu nagiba  $\alpha = 33^\circ$  kao na slici. Ako je koeficijent kinetičkog trenja između bloka A i kosine je  $\mu_{kA} = 0,4$ , a između bloka B i





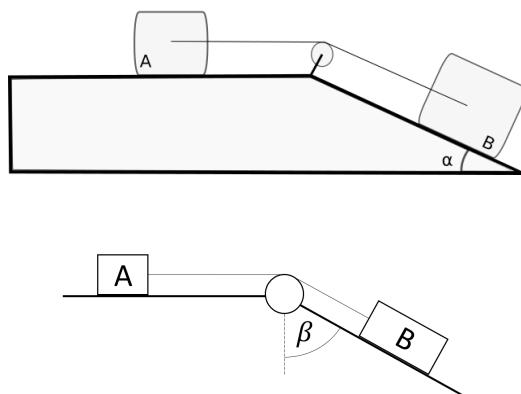
kosine je  $\mu_{kB} = 0,2$  izračunajte iznos ubrzanja cijelog sustava.



**3.33.** Blok  $m_A = 7 \text{ kg}$  položen je na ravni dio klina, a blok  $m_B = 15 \text{ kg}$  položen je na kosi dio klina nagiba  $\alpha = 37^\circ$ .

- Izračunajte iznos akceleracije sustava ako pretpostavimo da nema trenja.
- Izračunajte iznos akceleracije sustava kada je koeficijent kinetičkog trenja između blokova i podloge  $\mu_k = 0,1$ .

**3.34.** Na slici dolje prikazan je sustav od dva bloka mase  $m_A = 3 \text{ kg}$  i  $m_B = 6 \text{ kg}$  koji su povezani tankom nerastezljivom niti. Kut  $\beta = 60^\circ$ , koeficijent kinetičkog trenja između blokova i podloge iznosi  $\mu_k = 0,1$ , a trenje na koloturi se zanemaruje. Koliki je iznos sile napetosti niti?



## 4. ZAKONI OČUVANJA

**4.1.** Materijalna točka pomaknuta je u  $xy$ -ravnini iz točke A čiji je vektor položaja  $\vec{r}_A = \vec{i} + 2\vec{j}$  [m] u točku B kojoj je vektor položaja  $\vec{r}_B = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  [m]. Tijekom pomaka na nju je djelovala stalna sila  $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  [N]. Izračunajte rad sile  $\vec{F}$ .

**4.2.** Materijalna točka mase  $m = 0,5$  kg giba se u  $xy$ -ravnini iz točke A čiji je vektor položaja  $\vec{r}_A = 11\vec{i} - 9\vec{j}$  [m] u točku B kojoj je vektor položaja  $\vec{r}_B = -7\vec{i} + 12\vec{j}$  [m]. Na putanji do točke B na nju djeluje rezultatna sila  $\vec{F}_R = -3\vec{i} + \vec{j}$  [N]. Izračunajte kolika će biti kinetička energija u točki B ako je brzina u točki A bila  $\vec{v}_A = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  [ $ms^{-1}$ ]?

**4.3.** Dječak s mosta visokog 5 m iznad rijeke baci loptu vertikalno u zrak brzinom 11  $kmh^{-1}$ . Na kojoj visini iznad rijeke bi potencijalna energija bila jednaka kinetičkoj, kad bi mogli zanemariti otpor zraka?

**4.4.** Konstanta opruge koja se koristi za ispucavanje kuglice flipera mase 80 grama je 138  $Nm^{-1}$ . Koliko centrimetara treba povući ručicu flipera (tj. stisnuti oprugu) da bi se kuglica ispalila brzinom iznosa 5  $ms^{-1}$ ?

**4.5.** Tijelo mase 10 g nalazi se na vertikalno postavljenoj opruzi u stanju ravnoteže. Konstanta opruge je 100  $Nm^{-1}$  pa se deformacija opruge zbog

težine tijela (oko  $1\text{ mm}$ ) može slobodno zanemariti. Vanjska sila oprugu stisne za  $5\text{ cm}$ . Taj novi položaj tijela uzima se kao početna visina  $h_1 = 0$ . Do koje maksimalne visine  $h_2$  ovako stisnuta opruga može izbaciti tijelo? Otpor zraka se zanemaruje.

**4.6.** Tijelo počinje klizati iz stanja mirovanja na visini od  $0,8\text{ metara}$  na vrhu kosine. Kolika je brzina tijela na dnu kosine ako je nagib kosine  $30^\circ$ , koeficijent kinetičkog trenja  $0,43$ ?

**4.7.** S vrha strme ceste dugačke  $100\text{ m}$ , visinske razlike  $20\text{ m}$ , spuštaju se saonice mase  $5\text{ kg}$ . Izračunajte iznos sile trenja koja se javlja pri spuštanju niz brijeg ako saonice na dnu brijega imaju brzinu  $16\text{ ms}^{-1}$ . Početna brzina saonica je nula.

**4.8.** Iz stanja mirovanja na visini  $h = 0,8\text{ m}$  na vrhu kosine tijelo počinje kliziti niz kosinu te kad dođe do dna kosine nastavi još četiri metra kliziti horizontalno prije nego se zaustavi. Koeficijent kinetičkog trenja  $\mu_k$  između tijela i podloge je isti kad tijelo klizi niz kosinu i horizontalno. Koliki je  $\mu_k$  ako je nagib kosine  $\vartheta = 20^\circ$ ?

**4.9.** Automobil mase  $m = 2000\text{ kg}$  giba se uz kosinu nagiba  $\vartheta = 15^\circ$  stalnom brzinom iznosa  $60\text{ kmh}^{-1}$ . Ukupna sila otpora (trenje kotrljanja i otpor zraka) iznosi  $|\vec{F}_{otp}| = 2000\text{ N}$ , a visina kosine je  $h = 60\text{ m}$ . Izračunajte:

- a) pogonsku silu automobila;
- b) rad pogonske sile od početka do kraja kosine;
- c) snagu automobila.

**4.10.** Kolikom se maksimalnom brzinom izraženom u kilometrima na sat može gibati automobil mase  $1400\text{ kg}$  i snage  $45\text{ kW}$  po cesti na kojoj je koeficijent kinetičkog trenja  $0,08$ ? (Otpor zraka se zanemaruje.)

**4.11.** Ledolomac mase  $6000\text{ tona}$  s ugašenim motorom nalijeće brzinom  $30\text{ kmh}^{-1}$  na santu leda koja se giba brzinom  $2\text{ kmh}^{-1}$  u istom smjeru. Poslije sudara zajedno se kreću brzinom  $5\text{ kmh}^{-1}$ . Kolika je masa sante leda?

**4.12.** Automobil mase  $1500\text{ kg}$  koji se gibao brzinom  $45\text{ kmh}^{-1}$  udario je u kamion mase  $6\text{ tona}$  koji se u istom smjeru gibao brzinom  $18\text{ kmh}^{-1}$ . U trenutku sudara prestali su im raditi motori te su se nastavili zajedno gibati još  $26\text{ metara}$  dok se nisu zaustavili. Koliki je bio iznos sile trenja tijekom zaustavljanja?

**4.13.** Klizač mase  $70\text{ kg}$  koji stoji na ledu odbacuje od sebe u horizontalnom smjeru predmet mase  $3\text{ kg}$  brzinom od  $8\text{ ms}^{-1}$ . Koliko će se klizač pomaknuti, ako je koeficijent kinetičkog trenja između leda i klizaljki  $0,02$ ?

**4.14.** Automobil mase  $1500\text{ kg}$  koji se gibao brzinom  $45\text{ kmh}^{-1}$  udario je u kamion mase  $6\text{ tona}$  koji se u istom smjeru gibao brzinom  $18\text{ kmh}^{-1}$ . U trenutku sudara prestali su im raditi motori te su se nastavili zajedno gibati još  $26\text{ metara}$  dok se nisu zaustavili. Koliki je bio iznos sile trenja tijekom zaustavljanja?

## 5. KRUTO TIJELO

**5.1.** Kotač promjera 40 *cm* vrti se oko nepomične osi tako da se kut zakreta mijenja u vremenu prema sljedećem izrazu:

$$\varphi(t) = 5t + 3t^2 + 4t^4 \text{ [rad]}.$$

Izračunajte:

- a) Kutnu brzinu vrtnje u trenutku  $t = 0,5 \text{ s}$ .
- b) Obodnu brzinu ruba kotača u trenutku  $t = 0,5 \text{ s}$ .
- c) Kutno ubrzanje u trenutku  $t = 0,5 \text{ s}$ .
- d) Koliko okretaja napravi kotač od  $t = 0 \text{ s}$  do  $t = 0,5 \text{ s}$ .

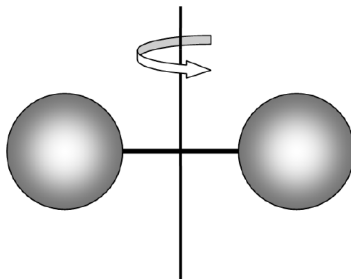
**5.2.** Kotač se vrti oko nepomične osovine tako da mu se kut zakreta mijenja u vremenu prema izrazu

$$\varphi(t) = te^{-0,1t} \text{ [rad]}.$$

Izračunajte:

- a) Kutnu brzinu vrtnje u trenutku  $t = 3 \text{ s}$ .
- b) Kutno ubrzanje u trenutku  $t = 3 \text{ s}$ .

**5.3.** Dvije homogene kugle gustoće  $2700 \text{ kgm}^{-3}$  i polumjera 4 *cm* spojene su štapom zanemarive mase i duljine 10 *cm* (vidi skicu). Koliki je moment susutava oko osi koja prolazi polovištem štapa? Moment tromosti kugle oko osi koja prolazi kroz središte je  $I = \frac{2}{5}MR^2$ .

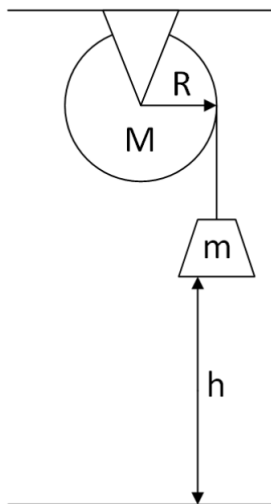


**5.4.** Homogeni aluminijski valjak polumjera 8 i visine 32 *cm* rotira oko osi

koja je paralelna s osi valjka, a prolazi kroz plašt. Odredite kinetičku energiju rotacije ako napravi 105 okretaja u minuti. Gustoća aluminija je  $2,7 \text{ gcm}^{-3}$ .

**5.5.** Koliko okretaja u minuti treba rotirati homogeni mjedeni valjak oko osi koja je paralelna s osi valjka a prolazi kroz plašt, da bi mu kinetička energija rotacije bila  $40 \text{ J}$ ? Visina valjka je  $30 \text{ cm}$ , a polumjer  $10 \text{ cm}$ . Gustoća mjedi je  $8,5 \text{ g/cm}^3$ .

**5.6.** Na valjak polumjera  $R$  i mase  $M$  koji se može rotirati oko horizontalne osi namotana je nit na koju je obješen uteg mase  $m$  (vidi skicu). Kolika će biti kutna brzina valjka u trenutku kad uteg padne s visine  $h$ ?



## 6. GRAVITACIJA

**6.1.** Na pravcu koji povezuje zvijezdu A i zvijezdu B, koja ima pet puta manju masu od zvijezde A, postoji točka u kojoj bi na svemirski brod djelovale po iznosu iste privlačne sile od zvijezde A i od zvijezde B. Na kojoj udaljenosti od zvijezde A je ta točka, ako je udaljenost među zvijezdama  $9,46 \cdot 10^{12} \text{ m}$ ?

**6.2.** Odredite visinu iznad površine Zemlje na kojoj će na astronauta djelovati jakost gravitacijskog polja po iznosu jednaka iznosu ubrzanja  $a = 0,3g$ .

**6.3.** Jakost gravitacijskog polja na površini Marsa je  $3,71 \text{ ms}^{-2}$ . Izračunajte srednju gustoću Marsa pod pretpostavkom da je Mars homogena kugla polumjera  $3389 \text{ km}$ .

**6.4.** Koliki je period satelita koji kruži  $300 \text{ km}$  iznad Zemljine površine?

**6.5.** Umjetni satelit giba se oko Zemlje po kružnoj putanji s periodom vrtnjem  $T = 132 \text{ min}$ . Koliki je polumjer putanje satelita?

**6.6.** Izračunajte period kruženja satelita po kružnoj putanji oko Zemlje, ako je iznos jakosti gravitacijskog polja Zemlje na putanji satelita  $3 \text{ ms}^{-2}$ ?

**6.7.** Izračunajte gravitacijsku potencijalnu energiju  $E_{p,gr}$  i potencijalnu energiju u polju sile teže  $E_{p,G}$  mase  $m = 1 \text{ kg}$  u gravitacijskom polju Zemlje kada se:

- a) masa  $m$  nalazi na površini Zemlje;
- b) masa  $m$  je na visini  $1 \text{ km}$  nad površinom Zemlje;
- c) masa  $m$  je na visini  $1000 \text{ km}$  nad površinom Zemlje;
- d) usporedite rezultate!

**6.8.**

Izračunajte iznos brzine kojom bi predmet pušten iz stanja mirovanja na visini od  $10^4 \text{ km}$  iznad površine Zemlje udario o tlo (kada ne bi bilo

atmosfera)?

**6.9.** Do koje maksimalne visine će se dići metak ispaljen s površine Mjeseca vertikalno u vis brzinom iznosa  $715 \text{ ms}^{-1}$ ? Masa Mjeseca je  $7,34 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ , a polumjer Mjeseca  $1737 \text{ km}$ .

**6.10.** Prema Zemlji se iz velike ("beskonačne") udaljenosti početnom brzinom iznosa  $v_0 = 3 \text{ kms}^{-1}$  duž pravca koji prolazi njezinim središtem giba meteor. Koliki će biti iznos brzine meteora u trenutku kada se meteor nađe na udaljenosti  $r = 6R_Z$  od središta Zemlje? Što se događa s njegovom brzinom u odnosu na početnu? Koji je razlog tome?

**6.11.**

Tijelo je ispaljeno s površine Mjeseca vertikalno u vis brzinom iznosa  $3 \text{ kms}^{-1}$ . Koliki će biti iznos brzine toga tijela kada se ono nađe u „beskonačnosti”? Masa Mjeseca je  $7,34 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ , a polumjer  $1737 \text{ km}$ .

**6.12.**

Izračunajte 2. kozmičku brzinu Merkura pod pretpostavkom da je Merkur homogena kugla polumjera  $2440 \text{ km}$  i srednje gustoće  $5,43 \text{ g/cm}^3$ . Gravitacijska konstanta je  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ .