

Завдання для олімпіади з математики

1. Спростіть вираз:
$$\frac{(a-b)^2 + ab}{(a+b)^2 - ab} : \frac{a^5 + b^5 + a^2b^3 + a^3b^2}{(a^3 + b^3 + a^2b + ab^2)(a^3 - b^3)}.$$
2. Доведіть, що значення виразу $\sqrt{23-8\sqrt{7}} + \sqrt{23+8\sqrt{7}}$ є ціле число.
3. Розв'яжіть рівняння: $\sin 2x - \cos x = 2 \sin x - 1.$
4. Побудуйте графік функції $y = x^2 + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^3} + \dots$, де $x \neq 0$.
5. Розв'яжіть рівняння: $2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x} = 1024$
6. Діагональ правильної призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дорівнює 17 см, а бічне ребро - $\sqrt{161}$ см. Знайдіть площу чотирикутника $AB_1 C_1 D$.