

## Завдання І туру Всеукраїнської олімпіади ХНУРЕ з математики

1. Розв'язати рівняння:

$$\cos 2x + 3 \sin x = 2$$

2. Розв'язати нерівність:

$$(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4(x-4)^5 \leq 0$$

3. Дослідити функцію та побудувати її графік:

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

4. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(y-x) + \log_2 \frac{1}{y} = -2 \\ 2y - x = 5 \end{cases}$$

5. Доведіть тотожність:

$$1 - \sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha = 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

6. Основа піраміди  $MABCD$  - прямокутник  $ABCD$ . Бічна грань  $CMD$  перпендикулярна до площини основи, грані  $AMD$  і  $BMC$  нахилені до площини основи під кутом  $\alpha$ , а грань  $AMB$  - під кутом  $\beta$ . Знайдіть об'єм піраміди, якщо її висота дорівнює  $H$ .