МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра автоматизації та інформаційних систем

Навчальна дисципліна

«ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»

ЗВІТИ З ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

Виконав
студент групи КН-23-1
Полинько І.М.
Перевірила
доцент кафедри АІС
Істоміна Н. М.

Кременчук 2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра автоматизації та інформаційних систем

Навчальна дисципліна

«ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»

ЗВІТ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 1

Виконав
студент групи КН-23-1
Полинько І. М.
Перевірила
доцент кафедри АІС
Істоміна Н. М.

Кременчук 2025

Лабораторна робота № 1

Тема: Двомірна задача лінійного програмування

Мета: набути навички з розв’язування двомірних задач лінійного програмування графічним методом.

Хід роботи

Формальний опис ЗЛП.

Підприємство випускає столи двох моделей: А і В. Для випуску одного столу моделі А потрібно S_A одиниці сировини та T_A одиниці машинного часу. Для випуску одного столу моделі В потрібно S_B одиниці сировини та T_B одиниць машинного часу. Прибуток від реалізації одного столу моделі А складає W_A грошові одиниці, столу моделі В – W_B грошові одиниці. На підприємстві наявні 1700 одиниць сировини та 1600 одиниць машинного часу. Визначити, яким має бути план виробництва, щоб підприємство отримало максимальний прибуток.

Згідно з формальним описом задачі, потрібно виконати таке:

1. Скласти таблицю за даними, наведеним у таблиці 1, яка містить варіанти завдань.

2. Скласти математичну модель ЗЛП.

3. Отримати розв’язок ЗЛП графічним методом.1

4. Обчислити прогнозований прибуток.

5. Обчислити залишки на складах.

6. Проаналізувати отримані результати і зробити рекомендації щодо оптимізації виробництва.

Таблиця 1 – Варіанти завдань

S_A	T_A	S_B	T_B	W_A	W_B
8	16	16	6,4	16	19,2

Завдання 1-2:

$$W = 16x_1 + 19{,}2x_2 \rightarrow max\ , \tag{1}$$

$$\begin{cases} 8x_1 + 16x_2 = 1700 \\ 16x_1 + 6{,}4x_2 = 1600 \end{cases}, \tag{2}$$

$$x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0\ , \tag{3}$$

Якщо $x_1 = 0$, Якщо $x_2 = 0$,

$$\begin{cases} 16x_2 = 1700 \\ 6{,}4x_2 = 1600 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 106{,}25 \\ x_2 = 250 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x_1 = 1700 \\ 16x_1 = 1600 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 212{,}5 \\ x_1 = 100 \end{cases}, \tag{4}$$

$$x_1 = 212.5,\ \ x_2 = 250 \tag{5}$$

Завдання 3:

Розв’яжемо математичну модель графічним методом у середовищі Visio.

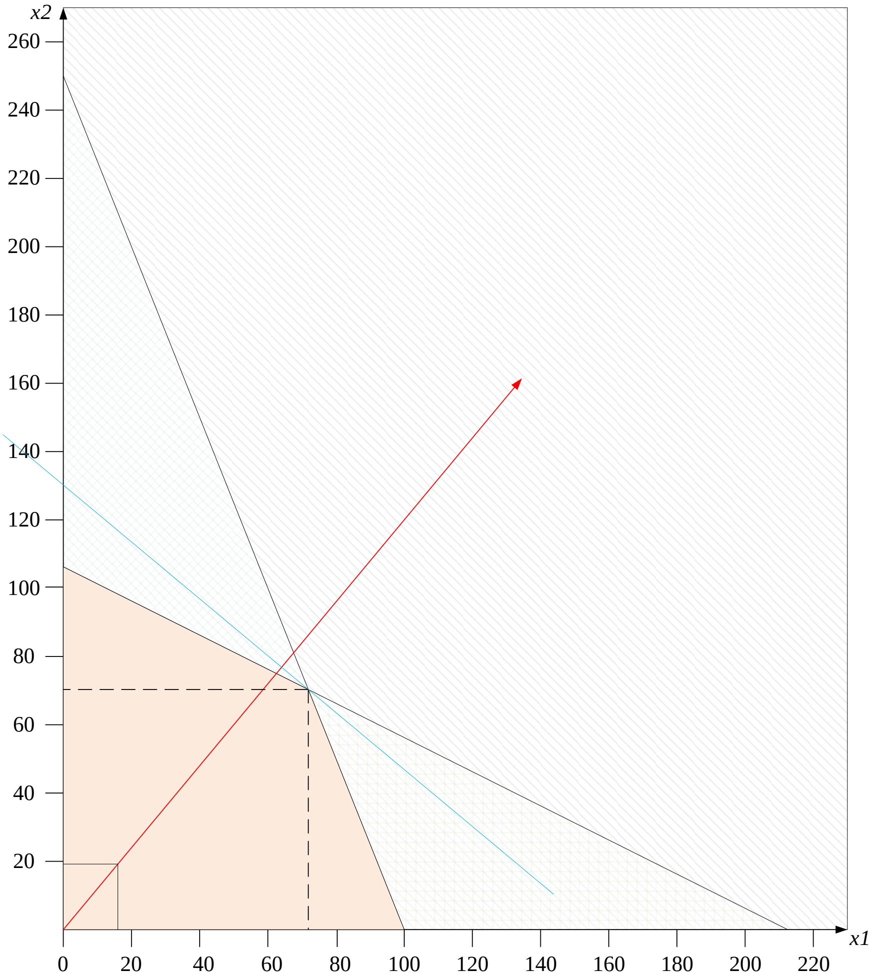

Рисунок 1.1 – Графічне розв’язання математичної моделі

Знаходимо значення для столів моделі А та В.

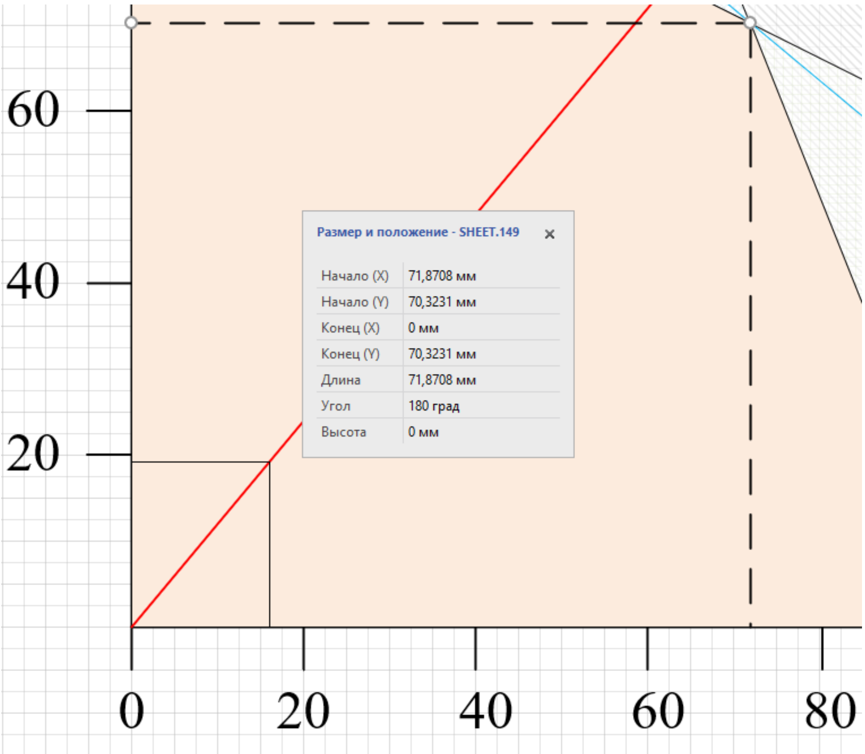

Рисунок 1.2 – Значення x1

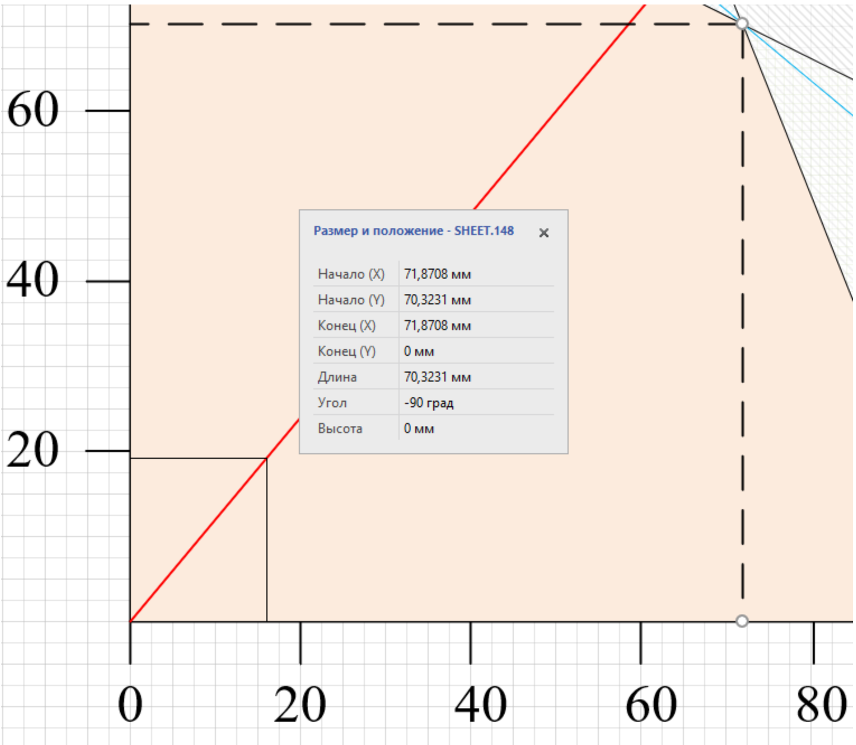

Рисунок 1.3 – Значення x2

Враховуючи округлення кількості столів до цілого: $x_1 = 71$, а $x_2 = 70$.

Завдання 4:

$$W = 16x_1 + 19{,}2x_2 \rightarrow max\text{, а отже:} \quad (6)$$

$$W = 16 \cdot 71 + 19{,}2 \cdot 70 = 2480 \textit{ грош. од.} \quad (7)$$

Завдання 5:

Сировина:

$$8 \cdot 71 + 16 \cdot 70 = 1688\,, \quad (8)$$

$$1700 - 1688 = 12 \text{ (залишок);} \quad (9)$$

Машинний час:

$$16 \cdot 71 + 6{,}4 \cdot 70 = 1584\,, \quad (10)$$

$$1600 - 1584 = 16 \text{ (залишок);} \quad (11)$$

Завдання 6:

1. Ефективне використання ресурсів:

– Обраний план виробництва майже повністю використовує наявні ресурси, що є ефективним.

– Можливість збільшення виробництва: Якщо підприємство має змогу збільшити запаси сировини хоча б на 20 одиниць, можна виготовити більше продукції та підвищити прибуток.

2. Підвищення прибутковості

– Перегляд цін на продукцію: Якщо ринок дозволяє, варто збільшити ціну на столи моделі A або B, оскільки ресурси вже використовуються на межі.

– Аналіз собівартості: Можливо, варто знайти альтернативних постачальників сировини або зменшити витрати на машинний час.

3. Можливість збільшення машинного часу

– Якщо є можливість розширення виробництва (додаткові зміни, нове обладнання), можна підвищити кількість виготовленої продукції та загальний прибуток.

4. Гнучке планування

– Якщо попит на певну модель змінюється, варто адаптувати виробничий план. Наприклад, якщо столи моделі B мають більший попит, можна змінити пропорції виробництва на їхню користь.

Висновок:

На цій лабораторній роботі ми вирішували двомірну задачу лінійного програмування. Розв’язання відбувалося графічним методом за допомогою середовища Microsoft Visio. При розв’язанні задачі я знайшов оптимальний підбір створення столів моделі A та B, при якій підприємству вистачить сировини та часу, а прибуток був максимальним. Загалом, кількість виробництва столів різних моделей майже однакова. Під час виконання роботи я аналізував отримані результати для формування потенціальних рекомендацій щодо покращення процесу виробництва столів на підприємстві.

Контрольні питання:

1. Які задачі називають задачами лінійного програмування?

Задачі лінійного програмування (ЗЛП) – це математичні задачі оптимізації, у яких потрібно знайти екстремум (максимум або мінімум) лінійної цільової функції за умови, що змінні задовольняють системі лінійних рівнянь та/або нерівностей.

2. Що таке цільова функція?

Цільова функція – це математичний вираз, який потрібно максимізувати або мінімізувати у задачі оптимізації (зокрема, в задачах лінійного програмування).

3. Як записуються рівняння обмеження?

Рівняння обмеження в задачах лінійного програмування записуються у вигляді лінійних рівнянь або нерівностей, що описують доступні ресурси, технологічні вимоги або інші обмеження.

Лінійні обмеження мають вигляд:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \tag{12}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 \tag{13}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m \tag{14}$$

4. Які обмеження обов'язково застосовуються до задач оптимального виробництва?

Можна виділити наступні обмеження:

– Обмеження на ресурси (обмеженість сировини, матеріалів, енергії тощо);

– Обмеження на виробничі потужності (час роботи машин, людський ресурс тощо);

– Обмеження на кількість продукції (мінімальне або максимальне виробництво);

– Умови невід'ємності змінних (неможливість виробництва від'ємної кількості товару).

5. Який розв'язок ЗЛП називають оптимальним?

Розв'язок ЗЛП називають оптимальним, якщо при наявних обмеженнях прибуток стає максимальним.

6. Надайте геометричну інтерпретацію ЗЛП.

Задача лінійного програмування з двома змінними (x_1 та x_2) може бути зображена на площині у двовимірному просторі.

– Обмеження задають прямі лінії, які розділяють площину на допустимі та недопустимі області.

– Допустима область — це багатокутник, утворений перетином усіх обмежень (зазвичай — опуклий багатокутник).

Цільова функція має вигляд:

$$W = c_1x_1 + c_2x_2\ , \tag{1}$$

Лінії рівня цільової функції — це прямі, паралельні одна одній, які зсуваються в напрямку зростання прибутку.

Оптимальний розв'язок:

– Точки перетину обмежень дають кандидати на оптимальний розв’язок.

– Обчислюємо значення цільової функції в цих точках.

– Вибираємо точку з максимальним значенням цільової функції (на малюнку вона позначена пунктирними лініями).

7. Яка точка допустимої множини розв’язку називається кутовою?

Кутовою точкою (вершиною) називається точка допустимої області, у якій перетинаються дві або більше граничних прямих, що задають обмеження.

8. Поясніть алгоритм графічного методу розв’язання ЗЛП.

– Складаємо систему рівнянь, що відповідає умовам задачі;

– Усі нерівності системи рівнянь обмежень перетворюємо в рівності;

– Створюємо координатну площину. Будуємо на ній прямі, що відповідають рівнянням обмежень. Нанесені прямі обмежують область існування цільової функції деяким багатокутником;

– Будуємо вектор градієнта;

– Будуємо перпендикуляр до вектора градієнта;

– Переміщуючи перпендикуляр, знаходимо крайню опорну точку; багатокутнику, що обмежує область існування функції.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра автоматизації та інформаційних систем

Навчальна дисципліна

«ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»

ЗВІТ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 2

Виконав
студент групи КН-23-1
Полинько І. М.
Перевірила
доцент кафедри АІС
Істоміна Н. М.

Кременчук 2025

Лабораторна робота № 2

Тема: Задача планування оптимального виробництва

Мета: набути навичок з розв'язування багатомірних задач лінійного програмування симплекс методом.

Хід роботи

Завдання виконується індивідуально, використовується 5 змінних та 5 обмежень. Вихідні змінні можуть набувати від'ємних значень та бути не цілими числами. Порядок роботи такий.

1. На окремому аркуші згенерувати кількісні значення коефіцієнтів обмежень (витрата ресурсів) для всіх змінних за допомогою функції:

$$z_{i,j} = ROUND(RAND() \cdot N \cdot k; 0),$$

та коефіцієнти цільової функції (прибуток від реалізації):

$$r_i = ROUND(RAND() \cdot N \cdot k \cdot 10; 0),$$

де N – номер студента у журналі; k – номер групи (підгрупи).

2. Додати новий аркуш, у якому буде створений опорний план (таблиця з вхідними даними). До цього аркушу скопіювати згенеровані коефіцієнти обмеження коефіцієнтів цільової функції (вставити лише значення, без формул).

3. Ліміти обмежень (запаси) обчислити за такою формулою:

$$Z_1 = N \cdot k \cdot 100,$$

$$Z_2 = N \cdot k \cdot 150,$$

$$Z_3 = N \cdot k \cdot 120,$$

$$Z_4 = N \cdot k \cdot 200,$$

$$Z_5 = N \cdot k \cdot 80.$$

4. Підготувати таблицю з опорними даними та функціями в Excel або Google Spreadsheets. До звіту додати копію опорної таблиці.

5. Запустити надбудову «Розв'язувач (Solver)».

6. У вікні надбудови «Розв'язувач (Solver)» задати цільову функцію; діапазон, що містить вихідні змінні; рівняння обмеження та метод розв'язування.

Цільова функція сягає максимуму.

7. Запустити пошук оптимального розв’язку. До звіту додати таблицю з оптимальним розв’язком.

8. Обчислити залишки за використаними ресурсами.

9. У висновках прокоментувати та проаналізувати отриманий розв’язок.

Завдання 1-8:

Номер студента	16							
Номер групи	1							
	0	0	118	0	89			
	x1	*x2*	*x3*	*x4*	*x5*		Ліміти ресурсів	*Залишки*
Ресурс 1	9	14	3	5	14	1600	1600	0
Ресурс 2	8	13	5	5	4	946	2400	1454
Ресурс 3	2	3	3	7	12	1422	1920	498
Ресурс 4	14	7	2	15	15	1571	3200	1629
Ресурс 5	0	7	7	11	5	1271	1280	9
Цільова функція	6	70	36	52	139	**16619**	max	

Завдання 9:

Висновок:

На цій лабораторній роботі ми розв’язували багатомірну задачу лінійного програмування. Розв’язання відбувалося симплекс методом за допомогою середовища Microsoft Excel та надбудові «Розв’язувач». При розв’язанні задачі я знайшов оптимальний розв’язок, при якому цільова функція дорівнює максимуму. Ресурс 1, Ресурс 3 та Ресурс 5 були використані найбільше, особливо Ресурс 1, тому підприємству є сенс розглянути збільшення запасів першого ресурсу. Ресурс 2 був витрачений менше за інших, тому його ліміт можна зменшити, як і у Ресурс 4. При пошуку максимуму симплекс-методом я отримав значення 16619.

Контрольні питання:

1. Що таке базисні змінні?

Це ті змінні, які на поточному кроці входять у розв’язок системи.

2. Принцип запису цільової функції у симплекс-таблицю:

Записують як останній рядок таблиці, де:

• коефіцієнти — протилежні до коефіцієнтів у функції (мінус перед кожним),

• права частина (вільний член) — нуль.

3. Який метод розв’язання СЛАР використовується в симплекс-методі?

Метод Гауса-Жордана (модифікований Гаус). Використовується для приведення матриці до канонічної форми під час оновлення таблиці.

4. За якою ознакою обирають базисну змінну?

За найбільшим від’ємним коефіцієнтом у останньому рядку (рядку цільової функції).

5. За якою ознакою вибирають базисний рядок обмежень?

Застосовують правило мінімального відношення: ділять праву частину (вільний член) на відповідні додатні елементи стовпця обраної змінної.

6. За якої умови припиняють ітераційний процес у симплекс-методі?

Коли всі коефіцієнти в останньому рядку (рядку цільової функції) — невід’ємні. Це означає, що подальше покращення неможливе, і ми маємо оптимальний розв’язок.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра автоматизації та інформаційних систем

Навчальна дисципліна

«ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»

ЗВІТ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 3

Виконав
студент групи КН-23-1
Полинько І. М.
Перевірила
доцент кафедри АІС
Істоміна Н. М.

Кременчук 2025

Лабораторна робота № 3

Тема: Задача нелінійного програмування

Мета: набути навичок з розв'язування двовимірних задач нелінійного програмування.

Хід роботи

Визначити мінімальне й максимальне значення для функції,

$$f(x) = x_1^2 - kNx_1 + x_2^2$$

у разі обмежень,

$$x_1^2 + x_2^2 \leq N^2,$$

$$x_2 = Nx_1,$$

$$x_1 \geq 0, \qquad x_2 \geq 0.$$

де N – номер студента у журналі успішності; k – коефіцієнт, який задає викладач для кожної групи окремо.

Завдання виконується індивідуально. Порядок роботи такий.

1. Розв'язати ЗНП графічним методом. Отриманий графік з нанесеними розмірами та коментарями подати у звіті.
2. Розв'язати ЗНП за допомогою пакету Mathcad. У звіті навести лістинг розрахунку з коментарями.
3. Провести перевірку отриманих розв'язків.
4. У висновках прокоментувати та проаналізувати отриманий розв'язок.

Завдання 1:

Для розв'язку ЗНП зазначаємо, що $N = 16, k = 1$. Створюємо обмеження у вигляді кола з радіусом 16, а також пряму $x_2 = 16x_1$.

При пошуку мінімуму параметр $h = 0$. В цьому випадку точка знаходиться у межах обмежень та знаходиться на прямій абсцис, маючи координати $(16; 0)$.

Цільова функція мінімуму дорівнює: $16^2 - 1 \cdot 16 * 16 + 0^2 = 0$.

При пошуку максимуму параметр $h = 240$. В цьому випадку точка знаходиться у межах обмежень та знаходиться на прямій $x_2 = 16x_1$, маючи координати $(1; 15)$.

Цільова функція мінімуму дорівнює: $1^2 - 1 \cdot 16 * 1 + 15^2 = 210$.

Усі значення з рухомою комою були округлені до меншого. Графік з розв'язком ЗНП можна побачити на рисунку 3.1.

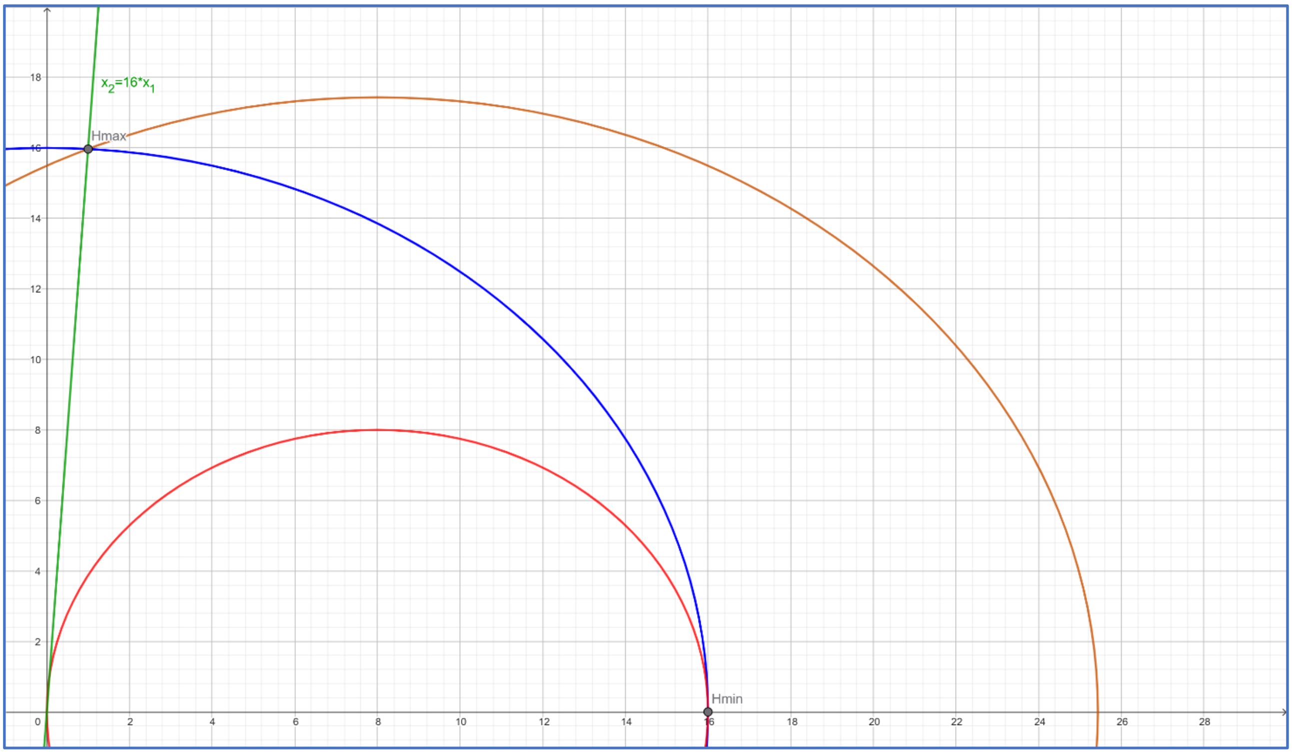

Рисунок 3.1 – Розв'язок ЗНП графічним методом

Завдання 2-3:

В першу чергу необхідно адаптувати математичний опис задачі.

Рівняння обмежень $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ перетворяться на вимоги до побудови графіків у позитивній чверті.

Інші рівняння обмежень потрібно записати як функції від однієї змінної.

Точки екстремумів так само визначаємо за допомогою градієнта цільової функції, що є колом з центром у точці $(0; 0)$. Цільова функція має вигляд:

$$x_1^2 - 1 \cdot 16x_1 + x_2^2 = h,$$

де параметр h – є значенням цільової функції у точках екстремуму, тобто можна виділити h_{min}та h_{max}. Визначаємо h.

Максимальний радіус кола – це крайня точка області існування розв'язків, тобто точка, для якої $x_1 = 1$, $x_2 = 15$. В цій точці ми отримаємо максимальне значення цільової функції.

Мінімальне значення цільової функції буде в точці з координатами (p_1, p_1).

Ми знаємо, що трикутник ABC є прямокутним, AC дорівнює 16, а AB описується рівнянням $g(x_1) = 16x_1$.

Тоді ми можемо знайти кут α за допомогою арктангенсу. Якщо відомо значення α, ми можемо знайти мінімальний радіус.

Для графічного відображення радіусів використаємо рівняння прямої, що проходить через точки з відомими координатами. На рис. 3.2 показаний загальний вигляд такого рівняння, визначення рівнянь максимального і мінімального радіусів, а також графік до розв'язання.

$$g(x_1) := 16 \cdot x_1$$

$$h(x_1, x_2) := x_1^2 - 1 \cdot 16x_1 + x_2^2 \qquad h_{max} := h(1, 15) = 210$$

$$Rmin := 5 \cdot \sin(\mathrm{atan}(15)) = 4.989 \qquad h_{min} := Rmin^2 - 25 = -0.111$$

$$h(x_1) := x_1^2 - 1 \cdot 16x_1 + (16 \cdot x_1)^2$$

$$p := 0 \qquad \text{given} \qquad h(p) = h_{min} \qquad p_1 := \mathrm{find}(p) = 7.922 \times 10^{-3}$$

$$p_2 := g(p_1) = 0.127$$

$$y(kl_1, k2_1, kl_2, k2_2, x) := \frac{k2_2 - k2_1}{kl_2 - kl_1} \cdot x + \frac{kl_2 \cdot k2_1 - kl_1 \cdot k2_2}{kl_2 - kl_1}$$

$$Rmax(x_1) := y(1, 16, 16, 0, x_1)$$

$$Rmin(x_1) := y(7.922 \times 10^{-3}, 0.127, 16, 0, x_1)$$

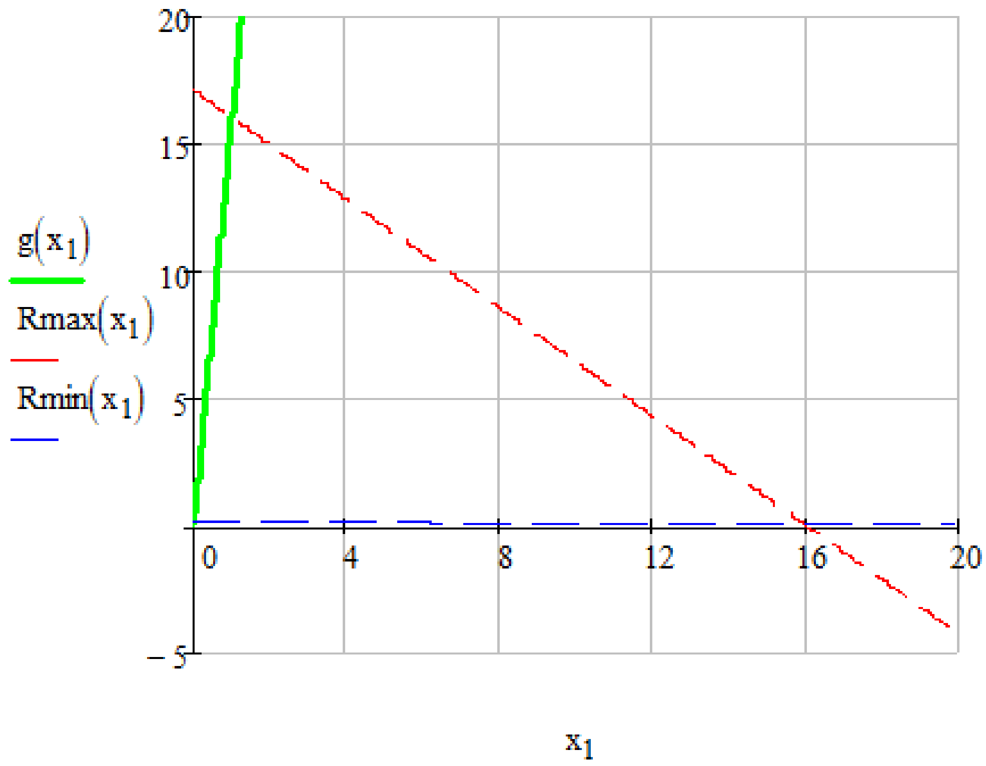

Рисунок 3.2 – Розв’язок ЗНП за допомогою пакету Mathcad

Завдання 4:

Висновок:

На цій лабораторній роботі ми розв’язували задачу нелінійного програмування, набули навички розв’язування задач нелінійного програмування. Розв’язання відбувалося графічним методом за допомогою онлайн програми GeoGebra і за допомогою пакету Mathcad. При розв’язанні задачі я знайшов екстремуми мінімуму та максимуму, при якому цільова функція дорівнює нулю при мінімуму та 210 при максимуму. Результати графічного методу та пакету Mathcad – співпадають.

Контрольні питання:

1. Що таке нелінійне рівняння?

Нелінійне рівняння — це рівняння, у якому змінні входять у степенях, відмінних від першого, або містяться в добутках, тригонометричних, експоненціальних, логарифмічних функціях. Інакше кажучи, графік такого рівняння не є прямою лінією.

2. Як відрізнити задачу нелінійного програмування?

Задача належить до нелінійного програмування, якщо хоча б одна з її складових (цільова функція або хоча б одне обмеження) є нелінійною. Тобто містить нелінійні залежності між змінними.

3. Що таке екстремум?

Екстремум — це найвище або найнижче значення функції в певній області. Якщо функція досягає найбільшого значення — це максимум; найменшого — мінімум.

4. Що таке область існування розв’язку?

Область існування розв’язку (область допустимих розв’язків) — це множина всіх точок (значень змінних), які задовольняють усім обмеженням задачі. Розв’язок задачі повинен належати до цієї області.

5. Поясніть суть аналітичного методу розв’язання задач нелінійного програмування.

Аналітичний метод полягає в знаходженні точок екстремуму функції шляхом обчислення похідних, використання умов першого та другого порядку, методу множників Лагранжа тощо. Метод базується на строгому математичному аналізі функцій.

6. Поясніть суть графічного методу розв’язання задач нелінійного програмування.

Графічний метод — це візуальний підхід, що полягає в побудові області допустимих розв’язків та ізоліній цільової функції на площині. Знаходять точку або точки, в яких ізолінії торкаються межі області, визначаючи тим самим екстремум функції.

7. Поясніть, коли можна використовувати надання задачі нелінійного програмування у вигляді перетину тривимірних поверхонь.

Цей підхід використовують, коли задачі мають три змінні та більше, і графічне представлення в 2D стає недостатнім. Перетин тривимірних поверхонь дозволяє наочно уявити область допустимих розв’язків і поведінку функції у просторі.

8. Як перевірити отримані розв’язки на достовірність?

– Отримані розв’язки перевіряють шляхом: підстановки в усі обмеження (перевірка допустимості),

– обчислення значення цільової функції (перевірка на екстремум),

– аналізу поведінки функції в околі точки, порівняння з результатами чисельних або графічних методів.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра автоматизації та інформаційних систем

Навчальна дисципліна

«ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ»

ЗВІТ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 4

Виконав
студент групи КН-23-1
Полинько І. М.
Перевірила
доцент кафедри АІС
Істоміна Н. М.

Кременчук 2025

Лабораторна робота № 4

Тема: Транспортна задача закріплення постачальників за споживачами

Мета: набути навичок складання опорного плану поставок та отримання оптимального плану різними методами.

Хід роботи

1. Скласти опорний план у таблиці Excel з такими вхідними даними: кількість споживачів – 10; кількість постачальників – 8; наявні запаси на складах, наведені в табл. 4.1; потреби споживачів – у табл. 4.2; коефіцієнти матриці собівартості перевезень обчислюються за допомогою функції:

$$c_{i,j} = ROUND(100 \cdot RAND(); 0)$$

Коефіцієнти матриці собівартості потрібно згенерувати на окремому аркуші, скопіювати й до опорного плану вставити лише згенеровані значення (без формул).

Таблиця 4.1 – Наявні запаси на складах

180	280	220	160	200	150	300	210

Таблиця 4.2 – Потреби споживачів

120	150	230	180	200	120	185	140	160	215

2. На базі опорного плану отримати потенційні плани поставок методами:

– північно-західного кута;

– північно-східного кута;

– південно-західного кута;

– південно-східного кута;

– мінімальної вартості за стовпцем;

– мінімальної вартості за рядком;

– мінімальної вартості за таблицею;

– подвійної переваги;

– Фогеля.

3. Отримані потенційні плани відсортувати від найменших витрат на перевезення до найбільших.

4. Визначити оптимальний план постачання.

Завдання 1:

Генеруємо випадкові числа та створюємо таблицю опорного плану з підрахунком залишків та нестач. Опорний зображений на рисунку 4.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10				
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28				
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10				
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38				
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77				
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22				
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74				
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42				
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46				
11															
12															
13															
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси		
15	S1											180	180		
16	S2											280	280		
17	S3											220	220		
18	S4											160	160	1700	
19	S5											200	200		
20	S6											150	150		
21	S7											300	300		
22	S8											210	210		
23	Нестача	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215				
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215				
25							1700						0		

Рисунок 4.1 – Опорний план транспортної задачі

Завдання 2:

Метод північно-західного кута зображений на рисунку 4.2.

Метод північно-східного кута зображений на рисунку 4.3.

Метод південно-західного кута зображений на рисунку 4.4.

Метод південно-східного кута зображений на рисунку 4.5.

Метод мінімальної вартості за стовпцем зображений на рисунку 4.6.

Метод мінімальної вартості за рядком зображений на рисунку 4.7.

Метод мінімальної вартості за таблицею зображений на рисунку 4.8.

Метод подвійної переваги зображений на рисунку 4.9.

Метод Фогеля зображений на рисунку 4.10.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28			
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10			
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38			
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77			
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22			
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74			
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42			
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46			
11														
12														
13														
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси	
15	S1	120	60									0	180	
16	S2		90	190								0	280	
17	S3			40	180							0	220	
18	S4					160						0	160	1700
19	S5					40	120	40				0	200	
20	S6							145	5			0	150	
21	S7								135	160	5	0	300	
22	S8										210	0	210	
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215			
25		1700											98450	

Рисунок 4.2 - Метод північно-західного кута

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28			
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10			
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38			
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77			
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22			
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74			
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42			
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46			
11														
12														
13														
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси	
15	S1	120	60									0	180	
16	S2		90	190								0	280	
17	S3			40	180							0	220	
18	S4					160						0	160	1700
19	S5					40	120	40				0	200	
20	S6							145	5			0	150	
21	S7								135	160	5	0	300	
22	S8										210	0	210	
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215			
25		1700											98450	

Рисунок 4.3 - Метод північно-східного кута

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28			
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10			
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38			
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77			
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22			
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74			
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42			
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46			
11														
12														
13														
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси	
15	S1										180	0	180	
16	S2								85	160	35	0	280	
17	S3							165	55			0	220	
18	S4					20	120	20				0	160	1700
19	S5				20	180						0	200	
20	S6				150							0	150	
21	S7		60	230	10							0	300	
22	S8	120	90									0	210	
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215			
25		1700											78780	

Рисунок 4.4 - Метод південно-західного кута

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28			
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10			
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38			
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77			
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22			
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74			
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42			
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46			
11														
12														
13														
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси	
15	S1										180	0	180	
16	S2								85	160	35	0	280	
17	S3							165	55			0	220	
18	S4					20	120	20				0	160	1700
19	S5				20	180						0	200	
20	S6				150							0	150	
21	S7		60	230	10							0	300	
22	S8	120	90									0	210	
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215			
25		1700											78780	

Рисунок 4.5 - Метод південно-східного кута

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28			
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10			
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38			
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77			
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22			
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74			
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42			
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46			
11														
12														
13														
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси	
15	S1				180							0	180	
16	S2								140	140		0	280	
17	S3			220								0	220	
18	S4	120	40									0	160	1700
19	S5										200	0	200	
20	S6					150						0	150	
21	S7		110	10		50		95		20	15	0	300	
22	S8						120	90				0	210	
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215			
25		1700											42095	

Рисунок 4.6 - Метод мінімальної вартості за стовпцем

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28			
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10			
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38			
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77			
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22			
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74			
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42			
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46			
11														
12														
13														
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси	
15	S1				180							0	180	
16	S2									160	120	0	280	
17	S3			220								0	220	
18	S4		150					10				0	160	1700
19	S5	95		10							95	0	200	
20	S6					150						0	150	
21	S7	25						135	140			0	300	
22	S8					50	120	40				0	210	
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215			
25		1700											40785	

Рисунок 4.7 - Метод мінімальної вартості за рядком

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1																
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10					1
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28					2
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10					3
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38					5
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77					9
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22					9
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74					10
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42					14
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46					15
11																17
12																18
13																20
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси			21
15	S1				180							0	180			21
16	S2									160	120	0	280			22
17	S3			220								0	220			22
18	S4		150					10				0	160			27
19	S5	95		10							95	0	200	1700		28
20	S6					150						0	150			32
21	S7	25				50	120		105			0	300			33
22	S8							175	35			0	210			34
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					34
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215					37
25		1700											39480			37

Рисунок 4.8 - Метод мінімальної вартості за таблицею

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28			
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10			
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38			
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77			
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22			
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74			
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42			
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46			
11														
12														
13														
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси	
15	S1				180							0	180	
16	S2									160	120	0	280	
17	S3			220								0	220	
18	S4		150					10				0	160	
19	S5	105									95	0	200	1700
20	S6					150						0	150	
21	S7			10		50	100		140			0	300	
22	S8	15					20	175				0	210	
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215			
25		1700											38390	

Рисунок 4.9 - Метод подвійної переваги

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
3	S1	67	91	44	5	15	97	71	37	22	28	10		
4	S2	40	37	58	75	66	85	50	18	9	10	1		
5	S3	95	60	3	88	33	34	43	37	75	38	30		
6	S4	32	2	38	64	76	67	14	46	77	77	12		
7	S5	43	97	27	79	99	49	67	96	44	22	5		
8	S6	38	20	21	34	1	78	41	9	100	74	8		
9	S7	77	48	40	62	97	99	89	44	51	42	2		
10	S8	70	65	46	17	57	48	21	37	74	46	4		
11		6	18	18	12	14	14	7	9	13	12			
12														
13														
14		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Залишки	Запаси	
15	S1				145	35						0	180	1700
16	S2					15			105	160		0	280	
17	S3			220								0	220	
18	S4		150					10				0	160	
19	S5	80					120					0	200	
20	S6					150						0	150	
21	S7	40		10					35		215	0	300	
22	S8				35			175				0	210	
23	Нестача	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
24	Потреби	120	150	230	180	200	120	185	140	160	215			
25		1700											34460	
26														
27														
28		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
29	S1													
30	S2													
31	S3													
32	S4													
33	S5													
34	S6													
35	S7	77		40							42	2		
36	S8													
37		#НОМЕР!		#НОМЕР!							#НОМЕР!			

Рисунок 4.10 – Метод Фогеля

Завдання 3:

Сортування від найменших витрат на перевезення до найбільших:

1) Фогеля – 34460.

2) подвійної переваги – 38390;

3) мінімальної вартості за таблицею – 39480;

4) мінімальної вартості за рядком – 40785;

5) мінімальної вартості за стовпцем – 42095;

6) південно-східного кута – 78780;

7) південно-західного кута – 78780;

8) північно-східного кута – 98450;

9) північно-західного кута – 98450;

Завдання 4:

Найоптимальніший план постачання вийшов за методом Фогеля та дорівнює 34460, що означає найменші витрати при витраті усіх ресурсів.

Висновок:

На цій лабораторній роботі ми розв’язували т**ранспортні задачі закріплення постачальників за споживачами,** набували навичок складання опорного плану поставок та отримання оптимального плану різними методами. Розв’язання відбувалося за допомогою програми Microsoft Excel. При розв’язанні транспортної задачі я отримував все більш оптимальні результати, змінюючи методи розв’язку, а за допомогою методу Фогеля результат став найоптимальнішим, зменшивши витрати майже в три рази, на відміну від методу північно-західного кута.

Контрольні питання:

1. Транспортна задача — це задача оптимізації, метою якої є мінімізація вартості перевезень товарів або ресурсів з кількох постачальників до кількох споживачів за заданими умовами обсягів постачання, попиту та вартості перевезення.

2. Існують такі основні різновиди транспортних задач:

- Типова транспортна задача — коли загальні запаси постачальників рівні загальним потребам споживачів.

- Неповна транспортна задача — коли загальні запаси не дорівнюють загальним потребам (деякі запаси або потреби можуть бути надлишковими чи недостатніми).

- Модифіковані транспортні задачі — задачі, в яких додаються додаткові умови або зміни в структурі перевезень.

3. Задачі на закріплення постачальників за споживачами мають на меті знайти оптимальний розподіл поставок між постачальниками та споживачами з урахуванням обмежень на обсяги постачання, потреби споживачів та вартості перевезень.

4. Опорний план — це початкове розв'язання транспортної задачі, яке задовольняє усі обмеження щодо обсягів постачання та попиту, але не обов'язково є оптимальним. Він містить мінімум заповнених осередків у таблиці, що забезпечує можливість досягнення оптимального розв'язку.

5. Потенційний план — це такий план, в якому для кожного постачальника та споживача визначаються потенціали, що дозволяє розв'язувати задачу без порушення обмежень і створювати опорний план для подальших кроків.

6. Оптимальний план — це план, при якому досягнута мінімальна вартість перевезень при виконанні всіх обмежень (попит, постачання).

7. Цільова функція Т-задачі полягає в мінімізації загальних витрат на перевезення товарів з постачальників до споживачів, яка обчислюється як сума добутків кількості перевезених одиниць товару на відповідну вартість перевезення.

8. Коефіцієнти матриці собівартості перевезень визначаються шляхом вказування вартості перевезення одиниці товару між кожним постачальником і споживачем.

9. Коефіцієнти матриці собівартості перевезень вимірюються у одиницях вартості (наприклад, в грошах за одиницю товару, км або іншій відповідній одиниці).

10. Насичений опорний план — це опорний план, в якому кількість заповнених осередків матриці дорівнює мінімально необхідній для знаходження оптимального розв'язку ($m + n - 1$, де m — кількість постачальників, n — кількість споживачів).

11. Ненасичений опорний план — це план, у якому кількість заповнених осередків менша за мінімально необхідну для оптимального розв'язку.

12. В опорному плані не можуть потреби споживачів перевищувати запаси постачальників, оскільки це суперечить умові задачі (попит не може бути більший за поставку).

13. У опорному плані запаси постачальників можуть перевищувати потреби споживачів. В цьому випадку надлишок може бути перенаправлений на інших споживачів або в іншому вигляді використовуватися.

14. Основні методи розв'язання Т-задачі:

- Метод північно-західного кута.
- Метод мінімальної вартості.
- Метод Фогеля.
- Метод подвійної переваги.
- Алгоритм модифікації опорного плану.

15. Метод північно-західного кута полягає в початковому заповненні матриці перевезень, починаючи з верхнього лівого кута (північно-західний кут), і поступово рухатися до правого нижнього кута, задовольняючи обмеження попиту та постачання.

16. Метод мінімальної вартості — це метод, при якому на кожному кроці обирається осередок матриці з найменшою вартістю перевезення, щоб задовольнити попит та постачання.

17. Метод подвійної переваги полягає в обранні осередків з максимальними різницями між вартостями перевезень для кожного постачальника та споживача, щоб максимізувати знижку або зменшити витрати.

18. Метод Фогеля — це метод, що включає обчислення вартості перевезень з урахуванням «вартісної вигоди» від перевезення кожної одиниці товару між постачальниками і споживачами. Вибір осередків для заповнення базується на максимальних різницях між вартостями перевезень.