МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Навчально-науковий інститут електричної інженерії
та інформаційних технологій

КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

# ЗВІТ

## З ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

## З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

## «WEB-програмування»

Виконав студент групи КН-23-1

Полинько Ігор Миколайович

Перевірив доцент кафедри АІС Бурдільна Є. В.

КРЕМЕНЧУК 2025

## Лабораторна робота № 1

**Тема:** Безперервно-детерміновані моделі

**Мета:** ознайомитися з прикладами безперервно-детермінованих моделей і методами їх побудови та дослідження.

### Виконання завдання лабораторної роботи:

1. У пакеті MathCad побудувати розрахунковий листок для дослідження математичної моделі. Для розв’язання системи диференціальних рівнянь застосувати процедуру rkfixed.
2. Задати значення параметрів моделі у заданих межах
3. Задати початкові умови.
4. Підібрати точніше значення параметрів таким чином, щоб графіки залежностей чисельності популяцій набули вигляду, схожого на приклад з методичних вказівок.
5. Розглянути вплив кожного з параметрів на криві чисельності особин видів хижака і жертви в моделі.
6. Досліджуйте, як впливають на динаміку чисельності видів сплески чисельності хижаків та жертв. Для цього введіть до моделі логічні умови для зміни чисельності залежно від часу.
7. Збережіть файл з розрахунковим листком.
8. Підготуйте звіт про виконану лабораторну роботу.

# Лабораторна робота №1

Тема: Безперервно-детерміновані моделі

Мета: ознайомитися з прикладами безперервно-детермінованих моделей і методами їх побудови та дослідження. 5

## Моделювання процесу взаємодії двох популяцій - хижаків та їх жертв

коефіцієнт народжуваноті жертв $a := 0.29$

коефіцієнт природної смертності жертв $b := 0.000006$

коефіцієнт смертності в результаті зустрічі з хижаком $c := 0.0003$

коефіцієнт народжуваності хижаків $d := 1 \cdot 10^{-5}$

коефіцієнт природної смертності хижаків $e := 0.015$

коефіцієнт поповнення популяції хижаків внаслідок поїдання жертв $f := 1 \cdot 10^{-4}$

**Позначимо компоненти вектору працюючих змінних:**

- жертви, початкова чисельність
- хижаки, початкова чисельність

$$y0 := \begin{pmatrix} 1200 \\ 3200 \end{pmatrix}$$

Формуємо векторну функцію двох аргументів - скалярного аргумента **t** (час) та векторного аргументу **y**

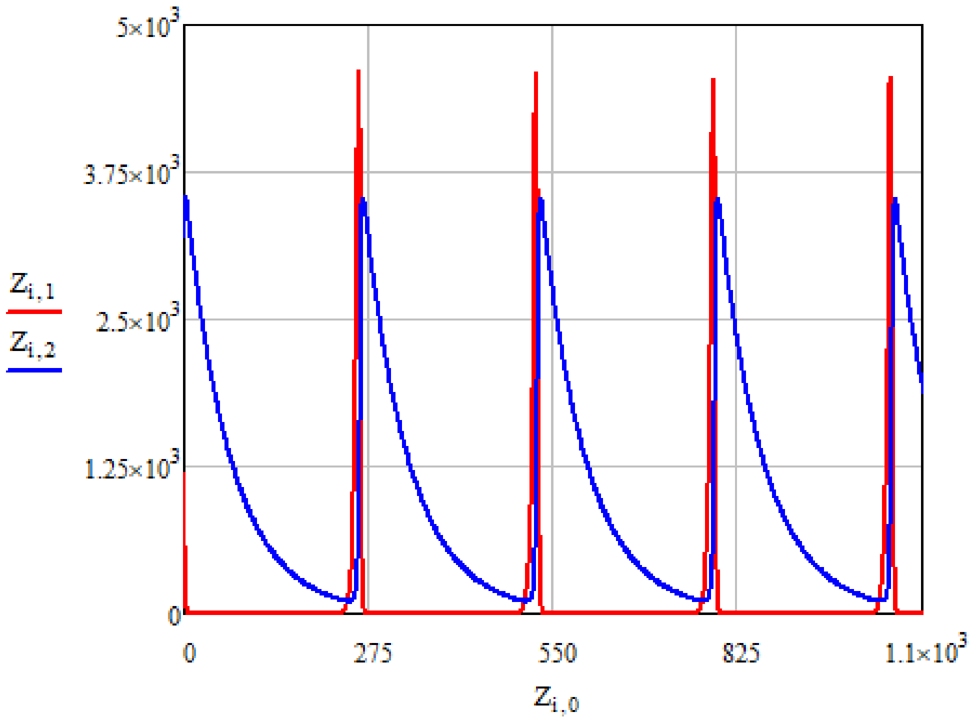
$$D(t,y) := \begin{pmatrix} a \cdot y_0 - b \cdot y_0 - c \cdot y_0 \cdot y_1 \\ d \cdot y_1 - e \cdot y_1 + f \cdot y_0 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

**Викликаємо процедури вирішення ДУ методом Рунге-Кута фіксованим кроком разрахунку:**
y - ім'я вектору працюючих змінних,
t1 - початкове значення на шкалі часу,
t2 - закінчене значення на шкалі часу,
M - кількість точок розрахунку,
D - ім'я векторної функції правих частин ДУ

$t1 := 0 \quad t2 := 1200 \quad M := 1200$

$Z := \mathrm{rkfixed}(y0, t1, t2, M, D)$

$i := 0 .. 1200$




Z =

| | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $1.2\cdot10^{3}$ | $3.2\cdot10^{3}$ |
| 1 | 1 | 591.165 | $3.436\cdot10^{3}$ |
| 2 | 2 | 278.185 | $3.528\cdot10^{3}$ |
| 3 | 3 | 129.07 | $3.544\cdot10^{3}$ |
| 4 | 4 | 59.983 | $3.522\cdot10^{3}$ |
| 5 | 5 | 28.127 | $3.485\cdot10^{3}$ |
| 6 | 6 | 13.352 | $3.44\cdot10^{3}$ |
| 7 | 7 | 6.425 | $3.392\cdot10^{3}$ |
| 8 | 8 | 3.136 | $3.343\cdot10^{3}$ |
| 9 | 9 | 1.553 | $3.294\cdot10^{3}$ |
| 10 | 10 | 0.78 | $3.245\cdot10^{3}$ |
| 11 | 11 | 0.398 | $3.197\cdot10^{3}$ |
| 12 | 12 | 0.205 | $3.149\cdot10^{3}$ |
| 13 | 13 | 0.108 | $3.103\cdot10^{3}$ |
| 14 | 14 | 0.057 | ... |

Висновок:У першій моделі спроба повторити графік з методичної вказівки призвела до отримання класичних коливань популяцій хижаків та жертв. Видно, що чисельність жертв зростає до пікових значень, після чого швидко скорочується через вплив хижаків. Чисельність хижаків слідує за чисельністю жертв із невеликим запізненням.

коефіцієнт народжуваноті жертв $a1 := 0.42$

коефіцієнт природної смертності жертв $b1 := 5 \cdot 10^{-6}$

коефіцієнт смертності в результаті зустрічі з хижаком $c1 := 0.0005$

коефіцієнт народжуваності хижаків $d1 := 1 \cdot 10^{-5}$

коефіцієнт природної смертності хижаків $e1 := 0.015$

коефіцієнт поповнення популяції хижаків внаслідок поїдання жертв $f1 := 1 \cdot 10^{-4}$

$y_0 := 1200$ - хижаки, початкова чисельність

$y_1 := 3200$ - жертви, початкова чисельність

$y := \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix}$ Задамо початкові умови у виді вектору

$$D(t, y) := \begin{pmatrix} a1 \cdot y_0 - b1 \cdot y_0 - c1 \cdot y_0 \cdot y_1 \\ d1 \cdot y_1 - e1 \cdot y_1 + f1 \cdot y_0 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

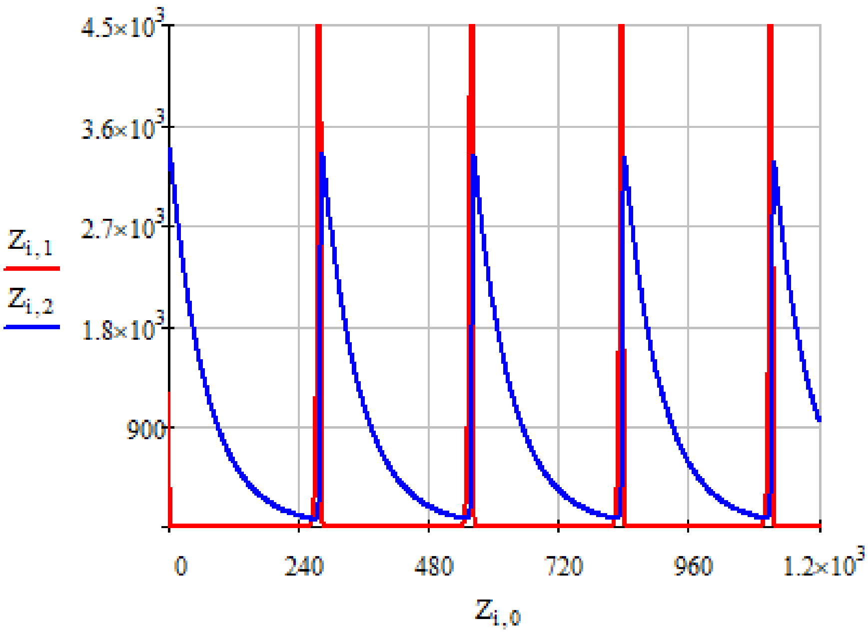
$t1 := 0$

$t2 := 1200$

$M := 1200$

$Z := \mathrm{rkfixed}(y, t1, t2, M, D)$

$i := 0 .. 1200$




Z =

| | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $1.2 \cdot 10^3$ | $3.2 \cdot 10^3$ |
| 1 | 1 | 371.312 | $3.373 \cdot 10^3$ |
| 2 | 2 | 112.262 | $3.391 \cdot 10^3$ |
| 3 | 3 | 34.077 | $3.361 \cdot 10^3$ |
| 4 | 4 | 10.476 | $3.318 \cdot 10^3$ |
| 5 | 5 | 3.272 | $3.27 \cdot 10^3$ |
| 6 | 6 | 1.039 | $3.222 \cdot 10^3$ |
| 7 | 7 | 0.336 | $3.174 \cdot 10^3$ |
| 8 | 8 | 0.111 | $3.127 \cdot 10^3$ |
| 9 | 9 | 0.037 | $3.081 \cdot 10^3$ |
| 10 | 10 | 0.013 | $3.035 \cdot 10^3$ |
| 11 | 11 | $4.413 \cdot 10^{-3}$ | $2.99 \cdot 10^3$ |
| 12 | 12 | $1.566 \cdot 10^{-3}$ | $2.945 \cdot 10^3$ |
| 13 | 13 | $5.661 \cdot 10^{-4}$ | $2.902 \cdot 10^3$ |
| 14 | 14 | $2.086 \cdot 10^{-4}$ | $2.858 \cdot 10^3$ |
| 15 | 15 | $7.831 \cdot 10^{-5}$ | ... |

Висновок:У другій моделі були внесені зміни для збільшення популяції хижаків. Були змінені коефіцієнти народжуваності та смертності жертв, коефіцієнт смертності при зустрічі з хижаком. Графік з показує, що популяція хижаків має набагато більше пікове значення, а все одно сильно залежить від популяції жертв.

коефіцієнт народжуваноті жертв $a2 := 0.29$

коефіцієнт природної смертності жертв $b2 := 0.000006$

коефіцієнт смертності в результаті зустрічі з хижаком $c2 := 0.0002$

коефіцієнт народжуваності хижаків $d2 := 1 \cdot 10^{-2}$

коефіцієнт природної смертності хижаків $e2 := 0.020$

коефіцієнт поповнення популяції хижаків внаслідок поїдання жертв $f2 := 1 \cdot 10^{-4}$

$y0 := 1200$ - хижаки, початкова чисельність

$y1 := 3200$ - жертви, початкова чисельність

$y := \begin{pmatrix} 1200 \\ 3200 \end{pmatrix}$ Задамо початкові умови у виді вектору

$$D(t,y) := \begin{pmatrix} a2 \cdot y_0 - b2 \cdot y_0 - c2 \cdot y_0 \cdot y_1 \\ d2 \cdot y_1 - e2 \cdot y_1 + f2 \cdot y_0 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

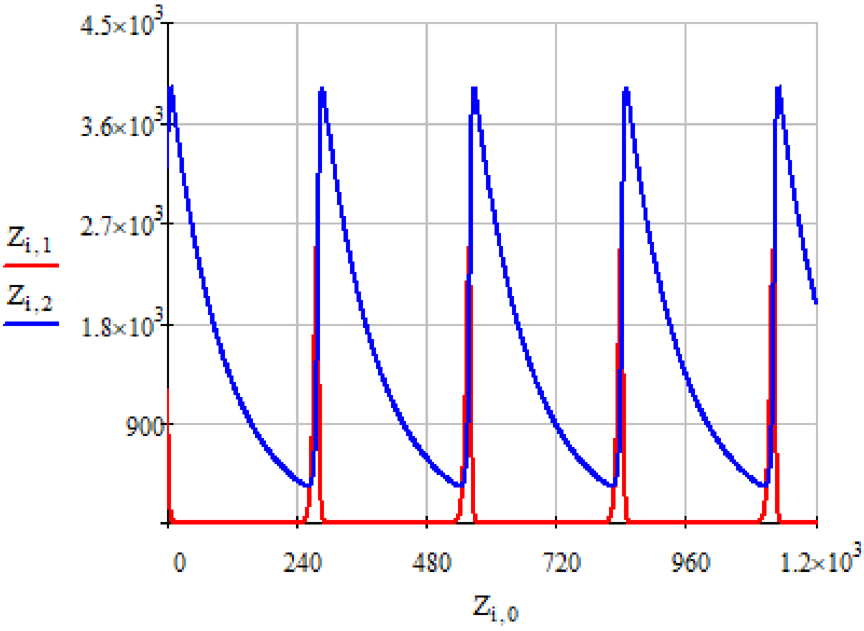
$t1 := 0$

$t2 := 1200$

$M := 1200$

$Z := \mathrm{rkfixed}(y, t1, t2, M, D)$

$i := 0..1200$




Z =

| | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $1.2\cdot10^3$ | $3.2\cdot10^3$ |
| 1 | 1 | 819.101 | $3.502\cdot10^3$ |
| 2 | 2 | 531.609 | $3.707\cdot10^3$ |
| 3 | 3 | 334.071 | $3.829\cdot10^3$ |
| 4 | 4 | 206.147 | $3.893\cdot10^3$ |
| 5 | 5 | 126.132 | $3.918\cdot10^3$ |
| 6 | 6 | 77.003 | $3.917\cdot10^3$ |
| 7 | 7 | 47.089 | $3.902\cdot10^3$ |
| 8 | 8 | 28.913 | $3.878\cdot10^3$ |
| 9 | 9 | 17.849 | $3.848\cdot10^3$ |
| 10 | 10 | 11.089 | $3.815\cdot10^3$ |
| 11 | 11 | 6.935 | $3.78\cdot10^3$ |
| 12 | 12 | 4.368 | $3.745\cdot10^3$ |
| 13 | 13 | 2.771 | $3.709\cdot10^3$ |
| 14 | 14 | 1.77 | $3.673\cdot10^3$ |
| 15 | 15 | 1.139 | ... |

Висновок:У третій моделі були внесені зміни для збільшення популяції жертв. Були змінені коефіцієнти народжуваності та природної смертності хижаків, зменшений коефіцієнт смертності при зустрічі з хижаком, а також знижений коефіцієнт народжуваності хижаків. Ггафік з показує, що популяція хижаків набагато менша у пікових значеннях та здебільшого знаходиться у мінімумі, а популяція жертв не падає так сильно.

коефіцієнт народжуваноті жертв $a3 := 0.095$

коефіцієнт природної смертності жертв $b3 := 0.00006$

коефіцієнт смертності в результаті зустрічі з хижаком $c3 := 0.0002$

коефіцієнт народжуваності хижаків $d3 := 1 \times 10^{-2}$

коефіцієнт природної смертності хижаків $e3 := 0.020$

коефіцієнт поповнення популяції хижаків внаслідок поїдання жертв $f3 := 1 \cdot 10^{-4}$

$y0 := 1200$ - хижаки, початкова чисельність

$y1 := 1200$ - жертви, початкова чисельність

$y := \begin{pmatrix} 1200 \\ 1200 \end{pmatrix}$ Задамо початкові умови у виді вектору

$$D(t,y) := \begin{pmatrix} a3 \cdot y_0 - b3 \cdot y_0 - c3 \cdot y_0 \cdot y_1 \\ d3 \cdot y_1 - e3 \cdot y_1 + f3 \cdot y_0 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

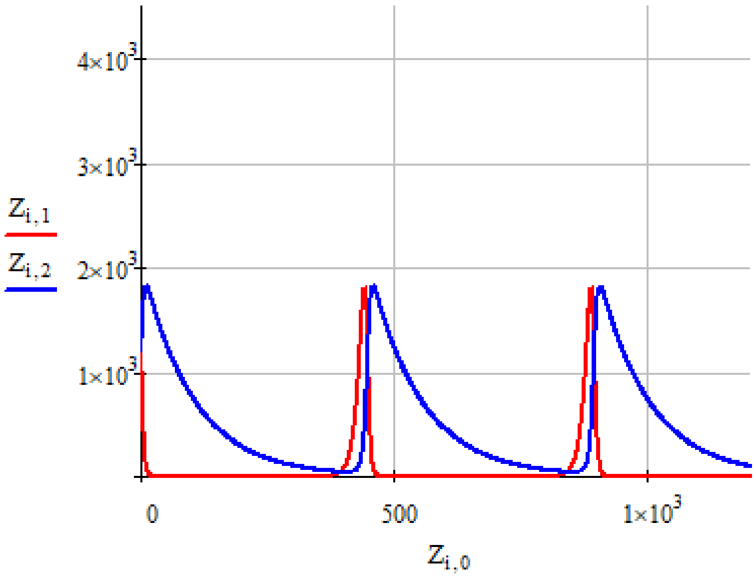
$t1 := 0$

$t2 := 1200$

$M := 1200$

$Z := \mathrm{rkfixed}(y, t1, t2, M, D)$

$i := 0..1200$




Z =

| | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $1.2 \cdot 10^3$ | $1.2 \cdot 10^3$ |
| 1 | 1 | $1.025 \cdot 10^3$ | $1.328 \cdot 10^3$ |
| 2 | 2 | 853.72 | $1.444 \cdot 10^3$ |
| 3 | 3 | 696.042 | $1.545 \cdot 10^3$ |
| 4 | 4 | 557.142 | $1.628 \cdot 10^3$ |
| 5 | 5 | 439.369 | $1.694 \cdot 10^3$ |
| 6 | 6 | 342.521 | $1.743 \cdot 10^3$ |
| 7 | 7 | 264.764 | $1.779 \cdot 10^3$ |
| 8 | 8 | 203.455 | $1.803 \cdot 10^3$ |
| 9 | 9 | 155.755 | $1.817 \cdot 10^3$ |
| 10 | 10 | 118.994 | $1.824 \cdot 10^3$ |
| 11 | 11 | 90.844 | $1.824 \cdot 10^3$ |
| 12 | 12 | 69.375 | $1.821 \cdot 10^3$ |
| 13 | 13 | 53.038 | $1.814 \cdot 10^3$ |
| 14 | 14 | 40.617 | $1.804 \cdot 10^3$ |
| 15 | 15 | 31.171 | ... |

Висновок:У четвертій моделі були внесені зміни для максимального наближення популяції двох видів Були змінені усі коефіцієнти так, щоб наблизити піки популяції один до одного. Гграфік з показує, що популяція хижаків все ще зростає та спадає у швидших темпах, тому досягає піку раніше, ніж жертви.

**Висновок:** на цій лабораторній роботі ми працювали з безперервно-детермінованими моделями, зокрема з моделлю «Хижак-жертва». Ми ознайомитися з прикладами безперервно-детермінованих моделей і методами їх побудови та дослідження, створили декілька сценаріїв моделей з різними коефіцієнтами та описали їх вплив на графіки моделей.

**Контрольні питання:**

**1. Дайте визначення безперервно-детермінованої моделі.**

Безперервно-детермінована модель — це математична модель, що описує зміну стану системи у вигляді диференціальних рівнянь із безперервним часом. Такі моделі використовуються для дослідження процесів, які змінюються плавно без стрибків, а їхній майбутній стан однозначно визначається початковими умовами.

**2. Охарактеризуйте системи, для опису яких використовуються безперервно детерміновані моделі.**

- Відсутність випадкових збурень або дискретних змін.
- Опис процесів через диференціальні рівняння.
- Безперервність часу та параметрів стану системи.

**3. Наведіть приклади безперервно-детермінованих моделей.**

- Модель Лотки-Вольтерри (взаємодія хижаків і жертв).
- Модель Мальтуса (експоненційне зростання популяції).
- Модель Вергуста-Перла (логістичне зростання популяції з урахуванням обмежених ресурсів).
- Рівняння Ньютона-Лейбніца (динаміка механічних систем).
- Модель Лоренца (динаміка турбулентних потоків).

**4. Принципи побудови безперервно-детермінованих моделей.**

- **Формалізація системи** – визначення основних змінних, що описують процес.
- **Вибір рівнянь** – складання диференціальних рівнянь на основі законів природи, економіки чи інших дисциплін.
- **Визначення початкових умов** – встановлення вихідного стану системи.
- **Аналіз та розв’язання рівнянь** – знаходження розв’язку аналітично або чисельними методами (наприклад, методом Рунге-Кутта).
- **Перевірка моделі** – зіставлення результатів із реальними даними або іншими моделями.