

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО  
Навчально-науковий інститут електричної інженерії  
та інформаційних технологій  
КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

ЗВІТ

З ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ  
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
«Моделювання систем»

Виконав студент групи КН-23-1

Полинько Ігор Миколайович

Перевірив доцент кафедри АІС Бурдільна Є. В.

КРЕМЕНЧУК 2025

## Лабораторна робота № 4

**Тема:** Моделювання випадкового процесу на основі дискретного марковського ланцюга

**Мета:** навчитися вирішувати задачі моделювання випадкових подій і випадкових величин за допомогою ланцюгів Маркова.

### Виконання завдання лабораторної роботи:

1. Отримати у викладача варіант завдання.
2. Розробити програму, яка реалізує алгоритм моделювання потоку випадкових подій згідно із завданням на роботу і розраховує дані у форматі табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Покроковий розрахунок ймовірностей станів системи

|             | Стан системи та ймовірність стану |          |       |          |       |          |
|-------------|-----------------------------------|----------|-------|----------|-------|----------|
| Номер кроку | $S_1$                             | $S_1$    | ..... | $S_j$    | ..... | $S_n$    |
| 0           | 1                                 | 0        | 0     | 0        | 0     | 0        |
| 1           | $P_{11}$                          | $P_{12}$ | ..... | $P_{1j}$ | ..... | $P_{1n}$ |
| 2           | $P_{21}$                          | $P_{22}$ | ..... | $P_{2j}$ |       | $P_{2n}$ |
| .....       |                                   |          | ..... | .....    | ..... | .....    |
| k           | $P_{kl}$                          |          | ..... | .....    |       | $P_{kn}$ |
| .....       |                                   |          | ..... | .....    | ..... | .....    |
| L           | $P_{L1}$                          | $P_{L2}$ | ..... | $P_{Ll}$ | ..... | $P_{Ln}$ |

3. Вивести результати обчислень на екранну форму і у файл.
4. Збережіть файл з даними.
5. Підготуйте звіт про виконану лабораторну роботу

Створимо таблицю станів і розрахуємо ймовірність стану за формулою:

$$p_j(k) = \sum_{i=1}^n p_i(k-1)P_{ij} \quad (4.1)$$

| P                                 | p1             | p2             | p3             | p4             | p5             |   |
|-----------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---|
| p1                                | 0,4            | 0,1            | 0,3            | 0,2            | 0              | 1 |
| p2                                | 0              | 0              | 0,1            | 0,4            | 0,5            | 1 |
| p3                                | 0,1            | 0,2            | 0,1            | 0,3            | 0,3            | 1 |
| p4                                | 0,2            | 0,3            | 0              | 0,3            | 0,2            | 1 |
| p5                                | 0,4            | 0,1            | 0,5            | 0              | 0              | 1 |
| Стан системи та ймовірність стану |                |                |                |                |                |   |
| Номер кроку                       | S <sub>1</sub> | S <sub>2</sub> | S <sub>3</sub> | S <sub>4</sub> | S <sub>5</sub> |   |
| 0                                 | 0              | 0              | 0              | 0              | 1              | 1 |
| 1                                 | 0,400          | 0,100          | 0,500          | 0,000          | 0,000          | 1 |
| 2                                 | 0,210          | 0,140          | 0,180          | 0,270          | 0,200          | 1 |
| 3                                 | 0,236          | 0,158          | 0,195          | 0,233          | 0,178          | 1 |
| 4                                 | 0,232          | 0,150          | 0,195          | 0,239          | 0,184          | 1 |
| 5                                 | 0,234          | 0,152          | 0,196          | 0,237          | 0,181          | 1 |
| 6                                 | 0,233          | 0,152          | 0,196          | 0,237          | 0,182          | 1 |
| 7                                 | 0,233          | 0,152          | 0,196          | 0,237          | 0,182          | 1 |
| 8                                 | 0,233          | 0,152          | 0,196          | 0,237          | 0,182          | 1 |
| 9                                 | 0,233          | 0,152          | 0,196          | 0,237          | 0,182          | 1 |
| 10                                | 0,233          | 0,152          | 0,196          | 0,237          | 0,182          | 1 |

Рисунок 4.1 – Стан системи та ймовірність стану

На основі отриманих даних сформуємо графік стану системи та ймовірності стану:



Рисунок 4.2 – Граф стану системи та ймовірності стану

**Висновок:** на цій лабораторній роботі ми моделювали випадкові процеси на основі дискретного марковського ланцюга. Ми навчилися вирішувати задачі моделювання випадкових подій і випадкових величин за допомогою ланцюгів Маркова, створили алгоритм моделювання потоку випадкових подій згідно із завданням на роботу і відобразили стан системи та ймовірність стану у вигляді графіку. В моєму варіанті зміни у станах перестали відбуватися на шостому кроці, при перевірці у десять кроків. Початковим станом був обраний саме стан  $S_3$ .

### **Контрольні питання:**

**1. Дайте визначення ланцюга Маркова і поясніть, чим відрізняються однорідні і неоднорідні ланцюги Маркова.**

Ланцюг Маркова — це стохастичний процес, який описує зміну станів системи у дискретні моменти часу, де ймовірність переходу до наступного стану залежить лише від поточного стану, а не від попередніх (властивість Маркова).

Однорідний ланцюг — перехідні ймовірності не змінюються з часом.

Неоднорідний — ймовірності переходів залежать від номера кроку (часу).

**2. Чим визначаються властивості однорідного ланцюга Маркова?**

Властивості визначаються:

- матрицею перехідних ймовірностей ( $P$ );
- початковим розподілом ймовірностей по станах;
- структурою графа станів (чи можна дістатися з одного стану в інший, чи є цикли тощо).

**3. Сформулюйте теорему про граничні ймовірності.**

Якщо однорідний ланцюг Маркова є незвідним і аперіодичним, то існує граничний розподіл ймовірностей  $\pi$ , до якого сходиться розподіл станів незалежно від початкового стану.

**4. Поясніть, як обчислити ймовірності станів системи на  $k$ -му кроці.**

Вектор ймовірностей станів на  $k$ -му кроці обчислюється як добуток початкового вектора  $\pi^{(0)}$  на матрицю перехідних ймовірностей у ступені  $k$ :

**5. Як, на вашу думку, довідатися значення перехідних ймовірностей для моделювання конкретної системи?**

- Провести статистичний аналіз реальних даних (частот переходів між станами);
- Застосувати експертні оцінки (якщо даних немає, але є фахівці);
- Параметризація моделі — припустити структуру і скоригувати за результатами симуляції.

**6. Як сформулювати умови припинення в циклі моделювання?**

- Досягнуто потрібної кількості кроків/ітерацій;
- Зміни в розподілі ймовірностей менші за задану похибку (наближення до стаціонарного стану);
- Настання конкретної події або умови (наприклад, вихід із системи).

**7. Наведіть приклад дискретної системи і зробіть її опис за допомогою ланцюга Маркова.**

Приклад: Користувач веб-сайту. Стан системи — що він робить.

Стан 1: Головна сторінка

Стан 2: Перегляд товарів

Стан 3: Кошик

Стан 4: Покупка

Стан 5: Вихід з сайту

Матриця переходів:

|   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 0.1 | 0.6 | 0.1 | 0   | 0.2 |
| 2 | 0.1 | 0.2 | 0.5 | 0   | 0.2 |
| 3 | 0   | 0.1 | 0.1 | 0.6 | 0.2 |
| 4 | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   |
| 5 | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   |