# Assignment 3 - Fuzzy and Neuro-Fuzzy Systems

Grupo 1 - Diogo A. Rosário (uc<br/>2023185395), Arthur N. Itacarambi (nº2020115569) Universidade de Coimbra - FCT - Prof. António Dourado Pereira Correia



## 1 Parte A - Fuzzy Control

#### 1.1 Introdução

Nesta seção do relatório, delinearemos o processo de construção dos controladores que incorporam 9, 25 e 49 regras. Destacaremos as etapas cruciais do design, desde a seleção inicial das regras até a sintonização dos parâmetros, proporcionando uma visão abrangente do nosso método de construção.

Além disso, apresentaremos os resultados obtidos. Cada controlador será avaliado com base em métricas específicas, incluindo desempenho tanto em situações com perturbação quanto na ausência desta. Essa análise permitirá uma compreensão aprofundada do impacto das diferentes quantidades de regras na eficácia geral do sistema.

Finalmente, conduziremos uma análise abrangente dos resultados obtidos, considerando especialmente o desempenho dos melhores controladores.

#### 1.2 Criação dos Controladores

Foram desenvolvidos dois tipos de controladores difusos: Mamdani e Sugeno, utilizando as ferramentas disponibilizadas pelo *Matlab (Fuzzy Logic)*. Foram criados controladores com duas diferentes funções de associação: triangular (trimf) e gaussiana (gaussmf). Além disso, é importante salientar que cada controlador possui dois inputs, que correspondem ao erro e à derivada do erro, e um output. Para cada tipo de controlador, foram utilizados três tipos de regras diferentes, conforme representado na tabela abaixo, com 9, 25 e 49 regras distintas.

$e_k$	N	ZE	Р
N	N	N	Z
ZE	N	Z	Р
P	Z	Р	Р

$e_k \setminus$	IND	143	ZL	гэ	гв
NB	NB	NB	NB	NS	ZE
NS	NB	NB	NS	ZE	PS
ZE	NB	NS	ZE	PS	PB
PS	NS	ZE	PS	PB	PB
PB	ZE	PS	PB	PB	PB

(a) Tabela de 9 regras

(b) Tabela de 25 regras

	$e_k$	ŇΒ	NM	NS	ZE	PS	PM	РВ
ļ	NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
	NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZE	PS
	NS	NB	NB	NM	NS	ZE	PS	PM
	ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	РВ
	PS	NM	NS	ZE	PS	PM	PB	РВ
	PM	NS	ZE	PS	PM	РВ	РВ	РВ
	РВ	ZE	PS	PM	PB	PB	PB	PB

(c) Tabela de 49 regras

Figure 1: Tabelas de regras

Estas são as definições das siglas utilizadas para representar diferentes valores nos controladores difusos:

- N = Negativo
- NB = Negativo Grande
- NM = Negativo Médio
- NS = Negativo Pequeno
- $\bullet$  ZE = Zero
- PS = Positivo Pequeno
- PM = Positivo Médio
- PB = Positivo Grande
- P = Positivo

Também é relevante observar que, para todos os controladores, as regras foram ligadas utilizando o operador AND. Por último, como método de defuzzificação, foi adotado o método "centroid" nos controladores do tipo Mamdani e o método "wtaver" nos controladores Sugeno.

#### 1.3 Sistema

$$\frac{5}{s^3 + 5s^2 + 9s + 5}$$

Figure 2: Função de Transferência

O sistema delineado no diagrama a seguir visa observar e avaliar os efeitos das regras mencionadas na seção 1.2 deste relatório sobre diversos tipos de sinais, fazendo uso da função de transferência fornecida. Na parte superior esquerda do diagrama, encontra-se um gerador de sinal capaz de produzir três tipos distintos de sinais: sinusoidal, quadrático e dente de serra. O sinal gerado é então processado na seção central do diagrama e sujeito a avaliação na parte inferior do mesmo.

É crucial observar que, na porção superior direita do diagrama, estão presentes duas perturbações que serão empregadas para verificar se o sistema é capaz de recuperar o sinal após desvios significativos. Este arranjo proporciona uma análise abrangente do desempenho do sistema diante de diferentes tipos de sinais e perturbações, permitindo uma avaliação criteriosa da eficácia das regras mencionadas na seção 1.2 do relatório.

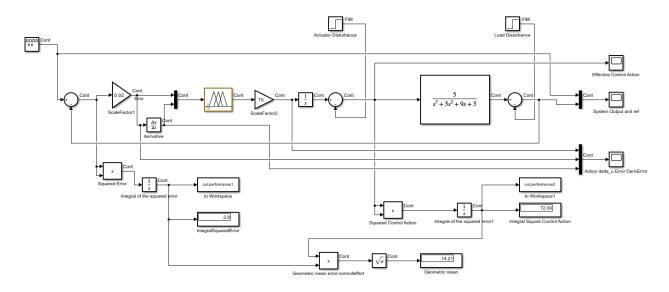


Figure 3: Sistema Fuzzy

## 1.4 Resultados

#### ${\bf 1.4.1} \quad Mamdani$

Mamdani - Wave From SINE										
				Without Pe	rturbance	Perti	Perturbance			
Membership Functions	Nº Rules Sca	Scale Factor 1	Scale Factor 2	Integral Squared Error	Integral Square Control Action	Integral Squared Error	Integral Square Control Action			
	9	0.16	224	3.688	102.4	5.323	101.6			
gaussmf	25	0.02	80	1.956	104.7	3.405	105.1			
	49	0,01	80	0.4528	104.6	2.366	97.57			
	9	0.089	256	1.747	104.3	3.1712	101.5			
trimf	25	0.008	80	0.4141	105	2.449	98.76			
	49	0.005	80	0.8882	104	2.99	97.33			

Figure 4: Resultados dos controladores Mamdani com representação sinusoidal

Mamdani - Wave From SQUARE											
	Without Perturbance				Perturbance						
Membership Functions	Nº Rules	Scale Factor 1	Scale Factor 2	Integral Squared Error	Integral Square Control Action	Integral Squared Error	Integral Square Control Action				
	9	0.02	2000	31.86	186.1	37.8	297.6				
gaussmf	25	0.05	25	24.48	198	26.43	318.4				
	49	0.01	70	24.4	198.1	25.95	317.5				
	9	0.07	100	29.24	191.6	35.47	304.9				
trimf	25	0.01	30	31.63	189.8	35.42	302.5				
	49	0.04	15	25.38	197.4	27.63	315.7				

Figure 5: Resultados dos controladores Mamdani com representação quadrada

Mamdani - Wave From SAWTOOTH										
				Without Pe	rturbance	Perturbance				
Membership Functions	Nº Rules	Scale Factor 1	Scale Factor 2	Integral Squared Error	Integral Square Control Action	Integral Squared Error	Integral Square Control Action			
	9	0.2	55	12.44	29.54	14.35	101.3			
gaussmf	25	0.05	30	8.873	62.04	10.92	81.79			
	49	0,02	30	9.069	58.81	12.36	76.39			
	9	0.2	65	8.096	69.45	9.414	93.14			
trimf	25	0.01	30	11.71	57.59	14.86	78.11			
	49	0,2	6.45	7,487	64,57	10,08	80,08			

Figure 6: Resultados dos controladores Mamdani com representação sawtooth

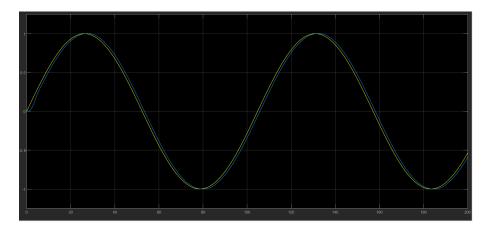


Figure 7: Representação do melhor resultado sinusoidal sem perturbação

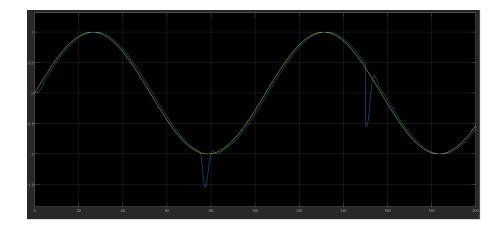


Figure 8: Representação do melhor resultado sinusoidal com perturbação

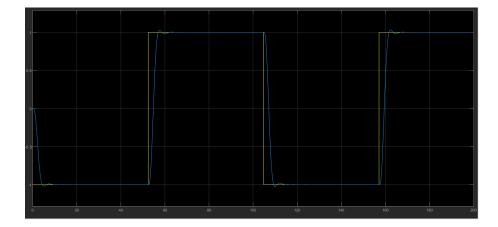


Figure 9: Representação do melhor resultado quadrado sem perturbação

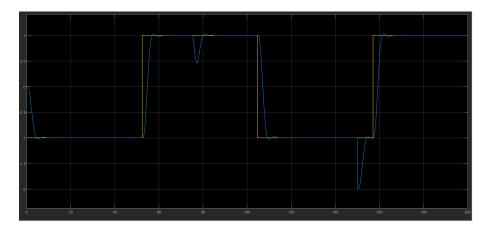


Figure 10: Representação do melhor resultado quadrado com perturbação

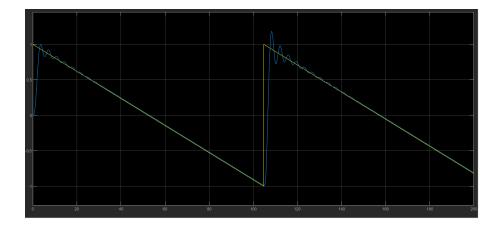


Figure 11: Representação do melhor resultado sawtooth sem perturbação

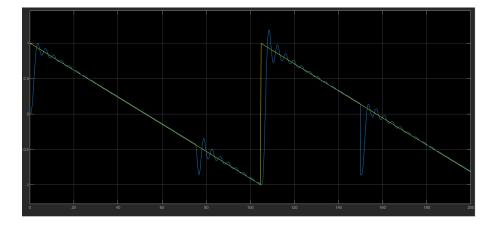


Figure 12: Representação do melhor resultado sawtooth com perturbação

#### 1.4.2 Sugeno

Sugeno - Wave From SINE									
Without Perturbance					Perturbance	Perturbance Perturbance			
Membership Functions	Nº Rules	Scale Factor 1	Scale Factor 2	Integral Squared Error	Integral Square Control Action	Integral Squared Error	Integral Square Control		
				Squared Error	CONTROL ACTION	Squareu Error	Action		
	9	0,08	15	0,7056	104,4	2,77	97,94		
gaussmf	25	0,08	12	0,9772	104,2	3,146	96,33		
	49	0,12	9,4	0,7062	104,3	2,599	98,59		
	9	0,118	9,4	0,282	104,7	2,001	97,5		
trimf	25	0,12	7,98	0,3781	104,7	2,203	97,49		
	49	0,15	6,78	0,3355	104,7	2,118	97,43		

Figure 13: Resultados dos controladores Sugeno com representação sinusoidal

Sugeno - Wave From SQUARE									
				Without	Perturbance	Pertu	rbance		
Membership Functions	Nº Rules	Scale Factor 1	Scale Factor 2	Integral Squared Error	Integral Square Control Action	Integral Squared Error	Integral Square Control		
				Squareu Error	CONTROL ACTION	Squareu Error	Action		
	9	0,07	15	22,63	197,1	25,67	315,6		
gaussmf	25	0,08	9	26,81	194,5	29,68	311,3		
	49	0,11	8,8	20,36	206,3	22,87	327,3		
	9	0,1	8,5	23,47	201,4	25,43	320,7		
trimf	25	0,13	8,12	21,71	203,7	23,73	324,2		
	49	0,15	6,35	23,18	202,1	25,62	321,7		

Figure 14: Resultados dos controladores Sugeno com representação quadrada

Sugeno - Wave From SAWTOOTH										
				Without	Perturbance	Perturbance				
Membership Functions	Nº Rules	Scale Factor 1	Scale Factor 2	Integral Squared Error	Integral Square Control Action	Integral Squared Error	Integral Square Control Action			
	9	0,09	13	8,754	61,02	11,38	77,8			
gaussmf	25	0,1	9,2	8,578	61,47	11	78,88			
	49	0,11	9,1	8,025	63,71	10,25	81,33			
	9	0,09	9,3	8,765	61,97	11,02	78,44			
trimf	25	0,14	7,12	8,298	62,69	10,14	78,9			
	49	0,16	8,65	7,416	64,93	9,143	81,14			

Figure 15: Resultados dos controladores Sugeno com representação sawtooth

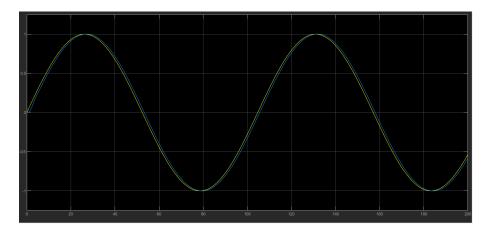


Figure 16: Representação do melhor resultado sinusoidal sem perturbação

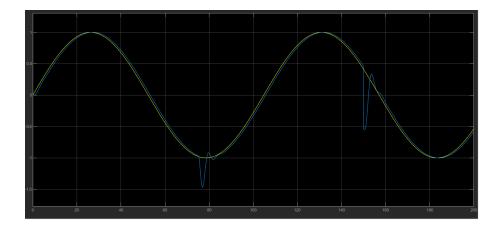


Figure 17: Representação do melhor resultado sinusoidal com perturbação

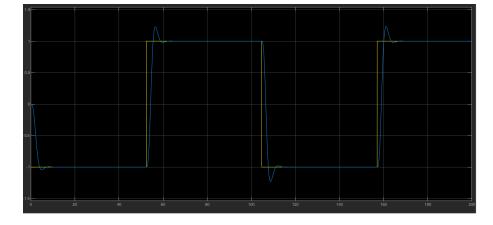


Figure 18: Representação do melhor resultado quadrado sem perturbação

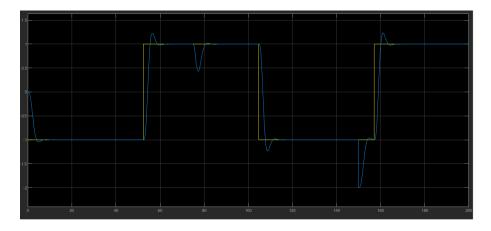


Figure 19: Representação do melhor resultado quadrado com perturbação

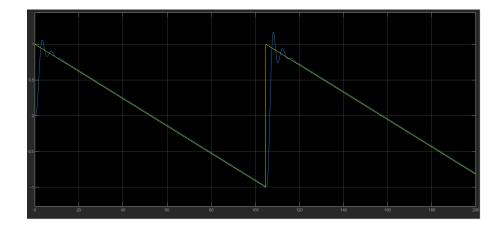


Figure 20: Representação do melhor resultado sawtooth sem perturbação

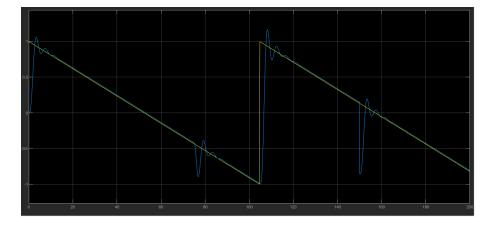


Figure 21: Representação do melhor resultado sawtooth com perturbação

#### 1.5 Conclusões

A avaliação da performance dos nossos controladores baseou-se na consideração dos valores dos integrais quadrados do erro e do desvio da trajetória do gráfico de output em relação à referência. Adicionalmente, realizou-se um equilíbrio entre esses dados e a taxa de esforço do controlador, tendo em conta parâmetros como o máximo da ação do controlador e o integral quadrado da ação de mesmo.

Considerando os controladores Mamdani desenvolvidos, os resultados mais promissores foram obtidos com as seguintes configurações: Mamdani - sinusoidal - trimf 25 regras, Mamdani - quadradática - gaussiano - 49 regras e Mamdani - sawtooth - trimf - 49 regras.

Por outro lado, os resultados mais otimizados dos controladores Sugeno foram os seguintes: Sugeno - sinusoidal - trimf - 9 regras, Sugeno - quadradática - gaussiano - 49 regras e sawtooth - trimf - 49 regras.

Ao compararmos agora o desempenho dos controladores com base na sua membership function, constatamos que, globalmente, as funções gaussiana e triangular exibem uma performance semelhante. Adicionalmente, é digno de nota que o sistema demonstrou eficácia na gestão da perturbação.Para além disso, observamos que a nossa função de transferência apresenta um desempenho superior na manipulação do sinal sinusoidal.

Em contraste, observamos que a nossa função de transferência não conseguiu adaptar-se de forma satisfatória ao sinal quadrático.

## 2 Parte B - Neuro-Fuzzy Systems for modelling dynamic processes

#### 2.1 Introdução

Na segunda parte deste trabalho, o propósito centra-se na aplicação de sistemas Neuro-Fuzzy para modelar sistemas dinâmicos. Nestes sistemas, a saída está frequentemente condicionada a instantes temporais anteriores, isto é, além de depender das entradas no presente, esses sistemas também estão vinculados a entradas e saídas passadas.

Posteriormente, através da utilização de técnicas de agrupamento (clustering), é possível obter as regras.

#### 2.2 Função Discreta

Para a determinação da nossa função discreta, utilizamos a função c2dm do MATLAB, adotando o modelo de discretização "zoh". Inicialmente, procedemos ao cálculo dos zeros da nossa função, os quais foram [-2+i, -2-i, -1+i]. Posteriormente, determinamos o valor do time sample, fixado em 0.1, resultando na seguinte função discreta.

$$\frac{0.0002z^2 + 0.0011z + 0.0003}{z^3 - 2.5261z^2 + 2.1154z - 0.5877}$$

Figure 22: Função Discreta

#### 2.3 Criação do Dataset

Posteriormente, foi desenvolvido um modelo Simulink incorporando a nossa função discreta, com o propósito de gerar valores de entrada de forma aleatória e determinar os correspondentes valores de saída.

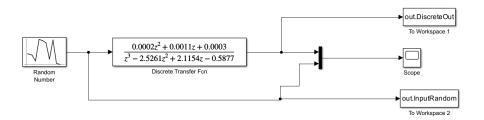


Figure 23: Modelo Simulink

Foram adquiridos valores temporais para cada instante, os quais foram utilizados na construção de uma matriz de 7 colunas. A última coluna dessa matriz representa o nosso alvo (target), enquanto as seis colunas anteriores correspondem às características (features). Por fim, os dados contidos nesta matriz foram divididos em dois grupos distintos: o conjunto de treino, que detém 70% dos dados, e o conjunto de teste, que compreende os restantes 30%.

#### 2.4 Sistema

Por último, procedeu-se à elaboração do diagrama Simulink para a avaliação do desempenho dos sistemas concebidos. Recorreu-se, uma vez mais, às formas de onda fundamentais: senusoidal, quadradática e sawtooth, com uma amplitude de 1 e uma frequência de 1 rad/s. Em simultâneo, procedeu-se à modificação do time sample dos blocos para 0.1 segundos

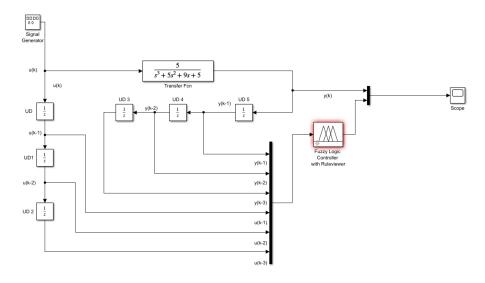


Figure 24: Sistema Simulink

#### 2.5 Regras

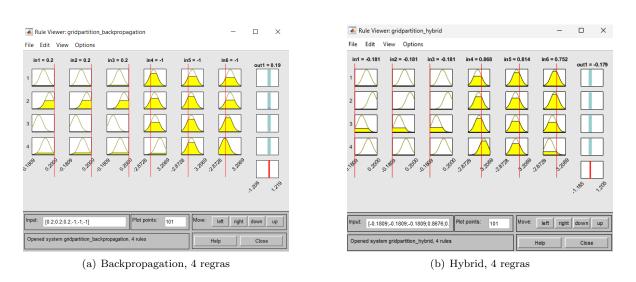


Figure 25: Regras do clustering Gridpartion

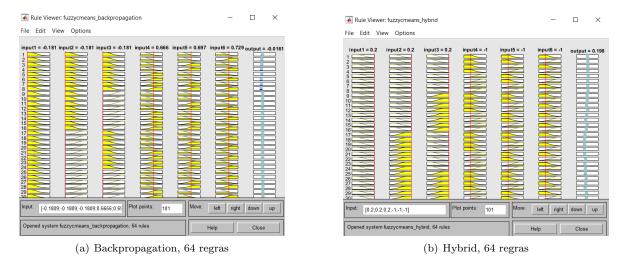


Figure 26: Regras do clustering Fuzzy c-means

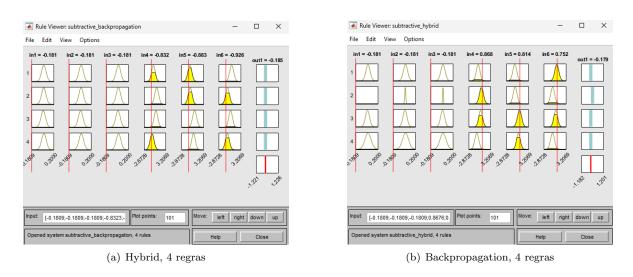


Figure 27: Regras do clustering Subtractive

#### 2.6 Resultados

Procedeu-se, assim, ao cálculo dos resultados, nomeadamente do "Mean Square Error (MSE)" para os distintos controladores concebidos. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Tipo de Clustering	Tipo de Treino	$N^{\underline{o}}$ de Regras	MSE
Gridpartion	Backpropagation	4	8.6763e-05
Gridpartion	Hybrid	4	3.3108e-10
Fuzzy-c-means	Backpropagation	64	0.0108
Fuzzy-c-means	Hybrid	64	0.0067
Substractive	Backpropagation	4	5.2609 e-05
Substractive	Hybrid	4	6.6062e-11

Table 1: MSE dos controladores

#### 2.6.1 Grid-Partion

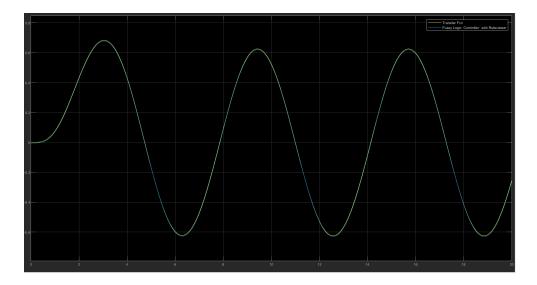


Figure 28: Backpropagation, 4 regras, sinusoidal

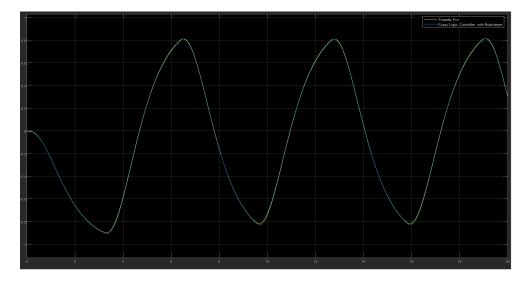


Figure 29: Backpropagation, 4 regras, quadrática

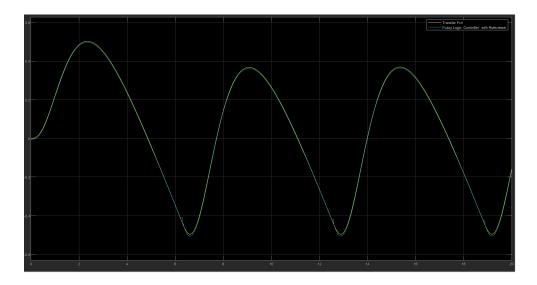


Figure 30: Backpropagation, 4 regras, sawtooth

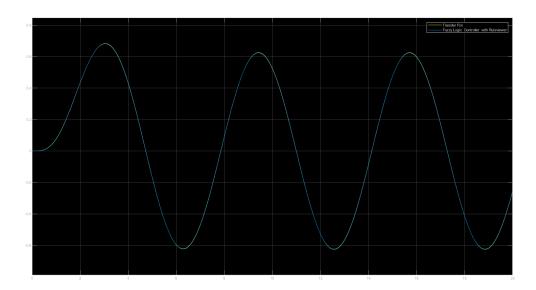


Figure 31: Hybrid, 4 regras, sinusoidal

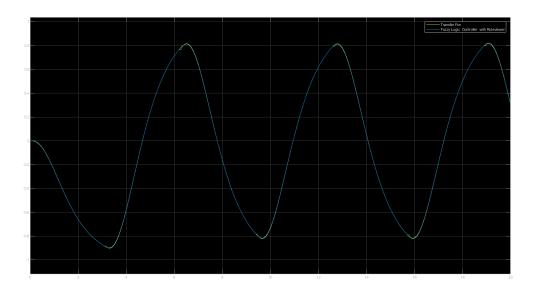


Figure 32: Hybrid, 4 regras, quadrática

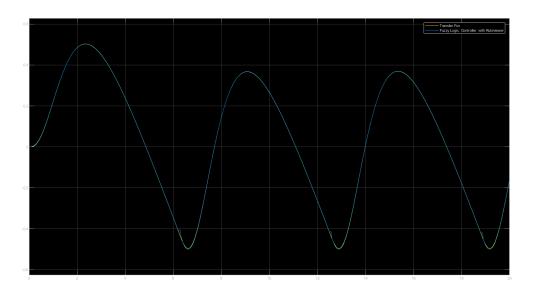


Figure 33: Hybrid, 4 regras, sawtooth

## 2.6.2 Fuzzy c-means

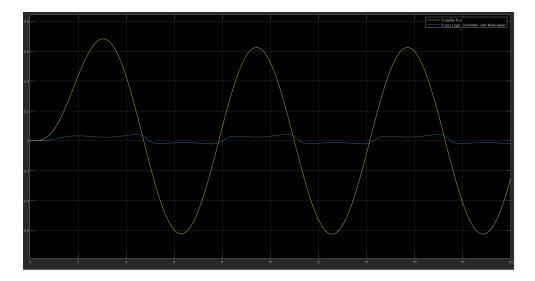


Figure 34: Backpropagation, 64 regras, sinusoidal



Figure 35: Backpropagation, 64 regras, quadrática

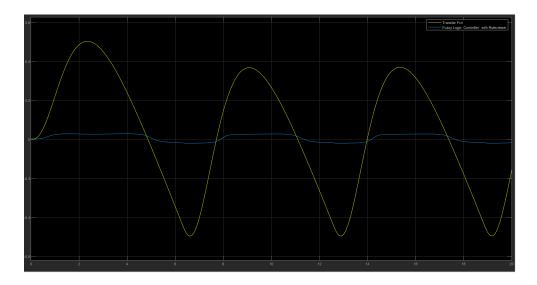


Figure 36: Backpropagation, 64 regras, sawtooth

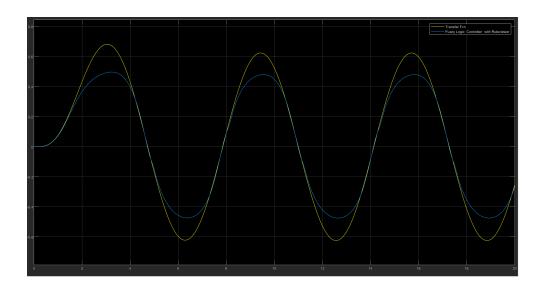


Figure 37: Hybrid, 64 regras, sinusoidal

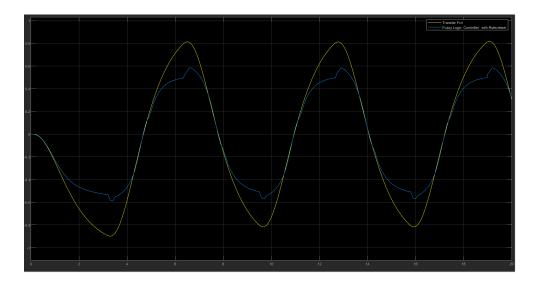


Figure 38: Hybrid, 64 regras, quadrática

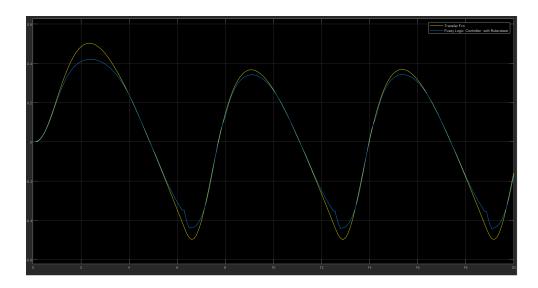


Figure 39: Hybrid, 64 regras, sawtooth

## 2.6.3 Subtractive

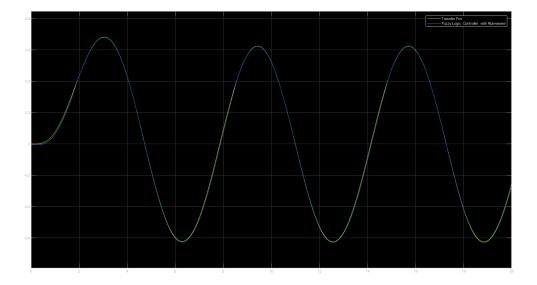


Figure 40: Backpropagation, 4 regras, sinusoidal

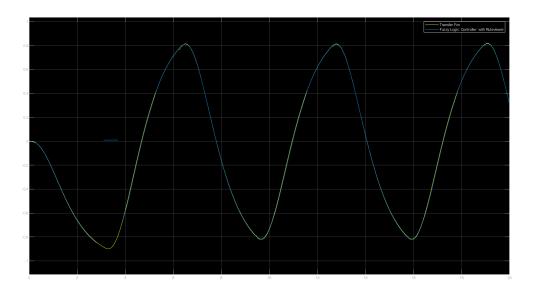


Figure 41: Backpropagation, 4 regras, quadrática

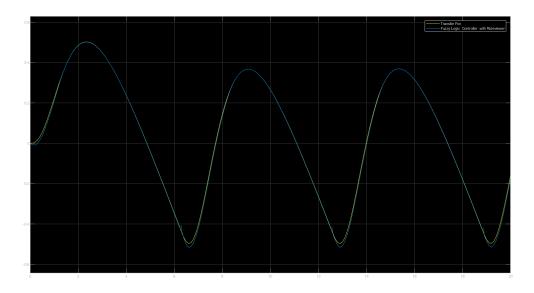


Figure 42: Backpropagation, 4 regras, sawtooth

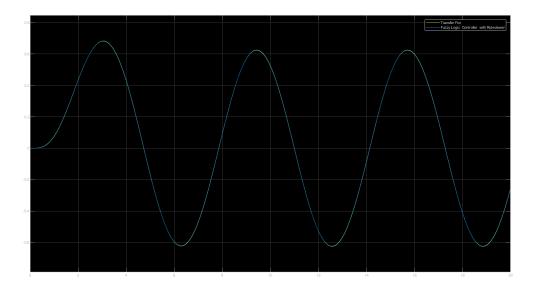


Figure 43: Hybrid, 4 regras, sinusoidal

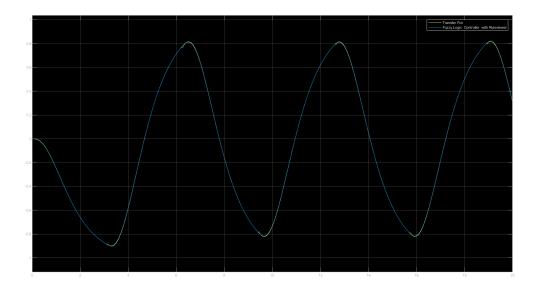


Figure 44: Hybrid, 4 regras, quadrática

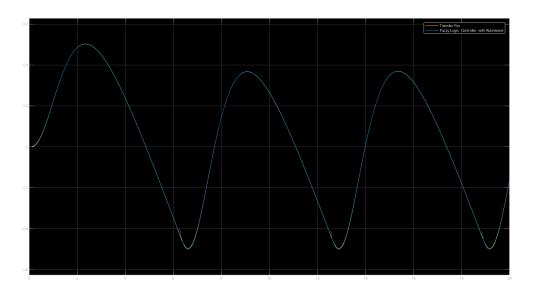


Figure 45: Hybrid, 4 regras, sawtooth

### 2.7 Conclusões

Concluímos, face aos resultados obtidos, que para a nossa função de transferência, os controladores que demonstram resultados muito positivos são aqueles criados utilizando os métodos de *clustering* do tipo *Gridpartition* e *subtractive*. Em contraste, o método de *clustering Fuzzy-c-means* revelou-se relativamente menos eficaz.