任意の時系列 X_t を定常値 $\bar{X}$ とそこからの%乖離 $\hat{X}_t$ に分離する．

$$
\begin{aligned}
& X_t = \bar{X} e^{\hat{X}_t} && (1)\\
\iff \quad & \ln X_t = \ln \bar{X} + \hat{X}_t && (2)\\
\iff \quad & \ln X_t - \ln \bar{X} = \hat{X}_t && (3)\\
\iff \quad & \ln \frac{X_t}{\bar{X}} = \hat{X}_t && (4)
\end{aligned}
$$

以上より，$\hat{X}_t$ は X_t の $\bar{X}$ からの%乖離であることがわかった．また，定常条件は，

$$
\begin{aligned}
\bar{X} &= \bar{X} e^{\hat{X}_{SS}} && (5)\\
\iff e^{\hat{X}_{SS}} &= 1 && (6)\\
\iff \hat{X}_{SS} &= 0 && (7)
\end{aligned}
$$

となる．すなわち定常状態では定常値からの乖離が 0%であることを意味する．
ここで，微分可能な任意の $f(x_t)$ を考える．x_t を $\bar{x}$ 周りで Taylor 展開すると，

$$
f(x_t) = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x_t - \bar{x}) + \frac{f''(\bar{x})}{2!}(x_t - \bar{x})^2 + \cdots \tag{8}
$$

であるが，1 次のオーダーで $f(x_t)$ を $\bar{x}$ 周りで近似すると，

$$
f(x_t) \simeq f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x_t - \bar{x}) \tag{9}
$$

ここで，$f(x_t) = e^{\hat{X}_t}$ とする．このとき $\bar{x} = \hat{X}_{SS} = 0$ である．また，$f'(\hat{X}_{SS}) = e^0 = 1$ である．よって，

$$
e^{\hat{X}_t} \simeq e^0 + e^0(\hat{X}_t - 0) = 1 + \hat{X}_t \tag{10}
$$

ゆえに，X_t は，

$$
X_t = \bar{X} e^{\hat{X}_t} \simeq \bar{X}(1 + \hat{X}_t) \tag{11}
$$

と近似できる．