

**«ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΜΕ ΤΗΝ  
ΧΡΗΣΗ ΔΑΚΤΥΛΩΝ»**

ΔΕΛΗΣ ΣΩΤΗΡΗΣ

Δάσκαλος

## **ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ**

<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>0</b>
<b>A. ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ 1 ΕΩΣ 20.....</b>	<b>1</b>
1. Αρίθμηση δαχτύλων ως το 10 .....	1
2. Η αρίθμηση των δαχτύλων ως το 20.....	1
3. Απεικόνιση των αριθμών ως πλήθος δακτύλων από το 1 ως το 20.....	2
<b>B. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΩΣ ΤΟ 5.....</b>	<b>3</b>
1. Πλήθος δαχτύλων ως το 5 και συμπλήρωμα του 5 .....	3
2. Πρόσθεση ως το 5.....	4
3. Αφαίρεση ως το 5 .....	4
4. Ζευγάρια αριθμών ως το 5 .....	5
<b>Γ. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΩΣ ΤΟ 10 .....</b>	<b>6</b>
1. Πλήθος δαχτύλων ως το 10 και συμπλήρωμα του 10 .....	6
2. Πρόσθεση ως το 10.....	7
3. Πρόσθεση 3 αριθμών ως το 10 .....	8
4. Αφαίρεση ως το 10 .....	9
5. Ζευγάρια αριθμών ως το 10 .....	10
6. Διπλά αθροίσματα ως το 10.....	10
<b>Δ. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΩΣ ΤΟ 20.....</b>	<b>11</b>
1. Πλήθος δαχτύλων ως το 20 και συμπλήρωμα του 20 .....	11
2. Άρτιοι -Περιττοί .....	12
3. Πρόσθεση ως το 20.....	13
Περίπτωση α: Ο πρώτος προσθετέος μεγαλύτερος ή ίσος με το 10.....	13
Περίπτωση β: Ο πρώτος προσθετέος μικρότερος του 10 και το άθροισμα μεγαλύτερο του 10 .....	14
4. Αφαίρεση ως το 20 .....	15
περίπτωση Α: Ο μειωτέος από το 11 ως το 20 και το αποτέλεσμα της αφαίρεσης μεγαλύτερο ή ίσο με το 10 .....	15
περίπτωση Β: Ο μειωτέος μεταξύ 11 και 20 και το αποτέλεσμα της αφαίρεσης μικρότερο του 10 .....	16

5. Πρόσθεση 3 αριθμών ως το 20 .....	16
6. Διπλά αθροίσματα ως το 20.....	18
<b>Ε. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ.....</b>	<b>18</b>
<b>ΣΤ. ΔΙΑΙΡΕΣΗ .....</b>	<b>19</b>
1. Διαίρεση μερισμού.....	19
2. Διαίρεση μέτρησης .....	20
<b>Ζ. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΑΞΕΩΝ .....</b>	<b>21</b>
1. Αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης .....	22
2. Πρόσθεση και αφαίρεση ως αντίστροφες πράξεις .....	23
3. Πολλαπλασιασμός ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση .....	23
4. Αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού .....	24
5. Διαίρεση και πολλαπλασιασμός ως αντίστροφες πράξεις .....	25
6. Πολλαπλάσια του 2,3,4,5,6,7,8,9,10.....	26
<b>Η. ΑΒΑΚΑΣ .....</b>	<b>27</b>
1. Άβακας ως το 100 .....	27
2. Άβακας ως το 1000 .....	28
3. Πρόσθεση με άβακα ως το 100 .....	29
4. Αφαίρεση με άβακα ως το 100.....	30
<b>Θ. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ.....</b>	<b>31</b>
<b>Ι. ΚΑΡΤΕΛΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ .....</b>	<b>37</b>
<b>ΙΑ. ΜΕΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ .....</b>	<b>53</b>

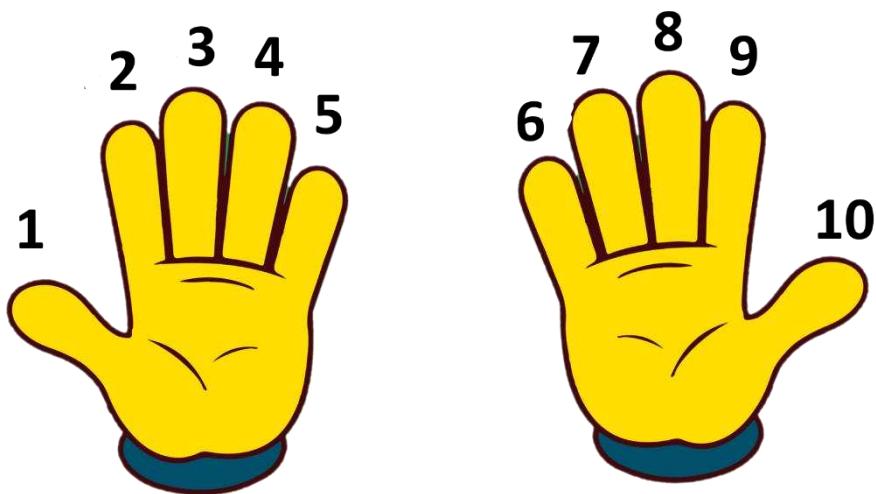
## **ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Η παρούσα εργασία περιγράφει αναλυτικά μία εναλλακτική μέθοδο διδασκαλίας των μαθηματικών της Α Δημοτικού, η οποία βασίζεται αποκλειστικά στην αξιοποίηση των δαχτύλων των χεριών. Αναλυτικότερα, παρουσιάζεται αρχικά η αρίθμηση των δαχτύλων από το 1 έως το 20 και η απεικόνιση των δαχτύλων ως πλήθος. Κατόπιν, αναλύεται η διδασκαλία των αριθμών ως το 5, ως το 10 και ως το 20 (πρόσθεση, αφαίρεση, συμπληρώματα, ζεύγη προσθετέων με αθροίσματα ως το 10). Ακολουθεί η περιγραφή της διδασκαλίας του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, των ιδιοτήτων των τεσσάρων πράξεων, των προβλημάτων και του άβακα. Επιπλέον, παρουσιάζεται το απαιτούμενο εποπτικό υλικό μέσω καρτελών διδασκαλίας και τέλος αναφέρονται τα διαφορετικά υλικοτεχνικά μέσα που μπορούν να αξιοποιηθούν για τη διδασκαλία της μεθόδου.

## A. ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ 1 ΕΩΣ 20

### 1. Αρίθμηση δαχτύλων ως το 10

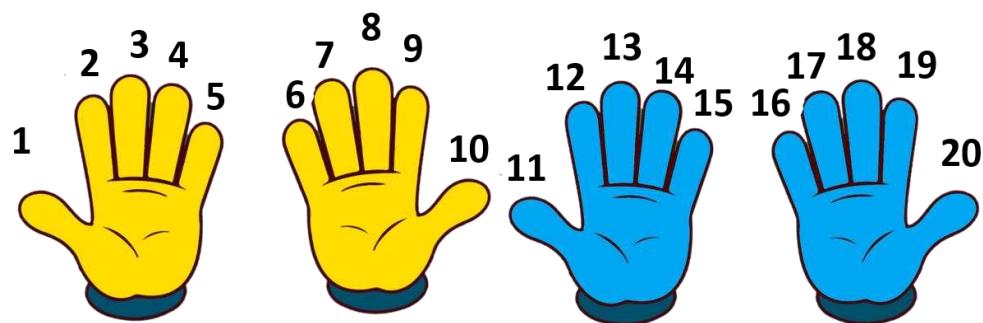
Η αρίθμηση των δαχτύλων ως το 10 γίνεται με βάση την εικόνα που έχουν οι μαθητές αν στρέψουν τις παλάμες τους προς τον εαυτό τους. Το κάθε δάχτυλο αντιστοιχεί σε ένα και μόνο αριθμό. Έτσι, ο αριστερός αντίχειρας αντιστοιχεί στο αριθμό «1», ο αριστερός δείκτης στον αριθμό «2», ο αριστερός μέσος στο αριθμό «3», ο αριστερός παράμεσος στο αριθμό «4», το αριστερό μικρό δάχτυλο αντιστοιχεί στο αριθμό «5», το δεξί μικρό δάχτυλο στο αριθμό «6», ο δεξιός παράμεσος αντιστοιχεί στο αριθμό «7», ο δεξιός μέσος στο αριθμό «8», ο δεξιός δείκτης στο αριθμό «9» και ο δεξιός αντίχειρας στο αριθμό «10».



### 2. Η αρίθμηση των δαχτύλων ως το 20

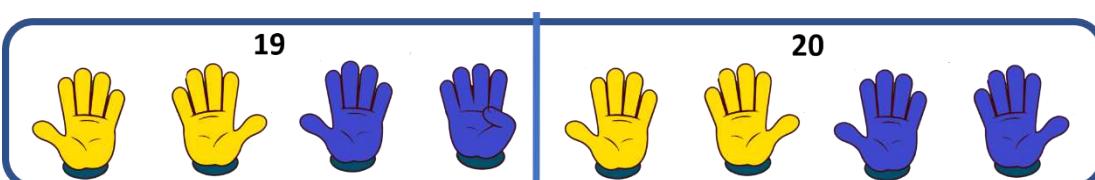
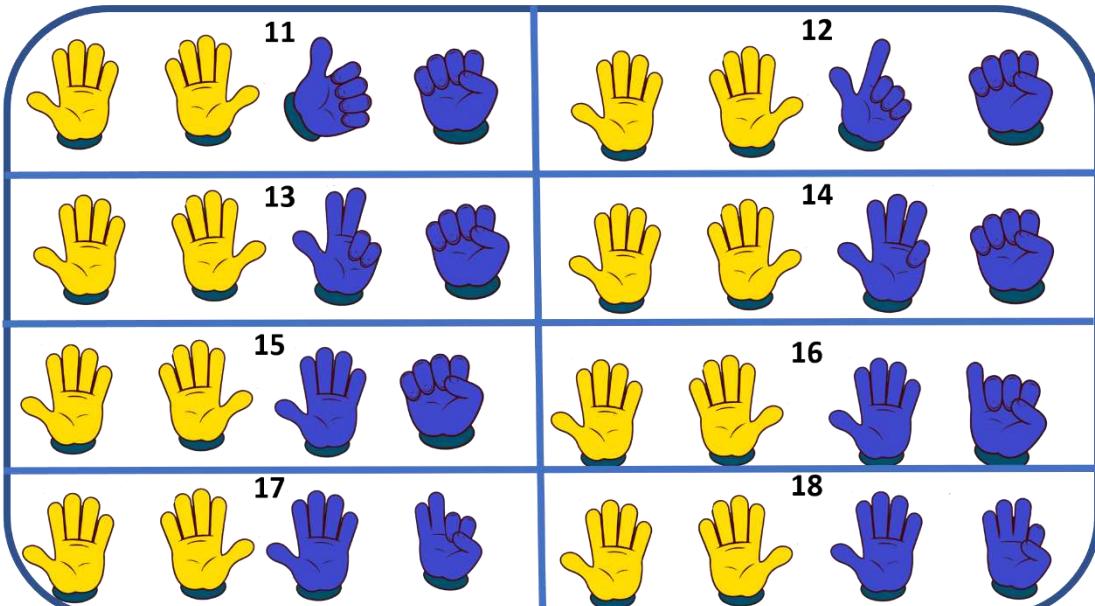
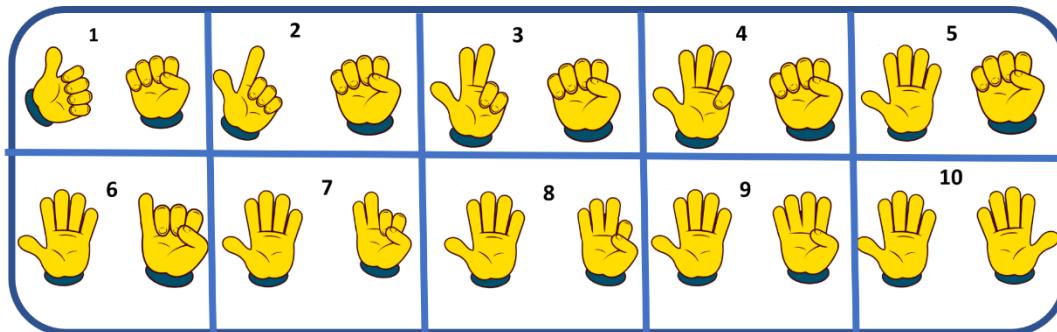
Η αρίθμηση των δαχτύλων ως το 20 γίνεται με παρόμοιο τρόπο με την αρίθμηση ως το 10, δηλαδή με βάση την εικόνα που έχουν οι μαθητές αν στρέψουν τις παλάμες τους προς τον εαυτό τους. Το κάθε δάχτυλο και εδώ αντιστοιχεί σε ένα και μόνο αριθμό. Τα ζεύγη των παλαμών είναι δύο και τα δάχτυλα, ως εκ τούτου, 20. Συνιστάται η χρήση διαφορετικού χρώματος για κάθε ζεύγος. Έτσι, ο αριστερός αντίχειρας του πρώτου ζεύγους αντιστοιχεί στο αριθμό «1», ο αριστερός δείκτης του πρώτου ζεύγους στο αριθμό «2», ο

αριστερός μέσος του πρώτου ζεύγους στο αριθμό «3», ο αριστερός παράμεσος του πρώτου ζεύγους στο αριθμό «4», το αριστερό μικρό δάχτυλο του πρώτου ζεύγους αντιστοιχεί στο αριθμό «5», το δεξί μικρό δάχτυλο στο αριθμό του πρώτου ζεύγους «6», ο δεξιός παράμεσος του πρώτου ζεύγους αντιστοιχεί στο αριθμό «7», ο δεξιός μέσος του πρώτου ζεύγους στο αριθμό «8», ο δεξιός δείκτης του πρώτου ζεύγους στο αριθμό «9», ο δεξιός αντίχειρας του πρώτου ζεύγους στο αριθμό «10», ο αριστερός αντίχειρας του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «11», ο αριστερός δείκτης του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «12», ο αριστερός μέσος του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «13», ο αριστερός παράμεσος του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «14», το αριστερό μικρό δάχτυλο του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «15», το δεξί μικρό δάχτυλο του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «16», ο αριστερός παράμεσος του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «17», ο αριστερός μέσος του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «18», ο αριστερός δείκτης του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «19» και ο αριστερός αντίχειρας του δεύτερου ζεύγους στο αριθμό «20».



### 3. Απεικόνιση των αριθμών ως πλήθος δακτύλων από το 1 ως το 20

Η απεικόνιση των αριθμών ως πλήθος δακτύλων από το 1 ως το 20, γίνεται κατά το πρότυπο της αρίθμησης των δαχτύλων. Για παράδειγμα, ο αριθμός «2» αναπαρίσταται με το σήκωμα του αντίχειρα και του δείκτη του αριστερού χεριού. Παρακάτω δίνονται οι αναπαραστάσεις των αριθμών από το 1 έως το 20.



## B. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΩΣ ΤΟ 5

### 1. Πλήθος δαχτύλων ως το 5 και συμπλήρωμα του 5

2

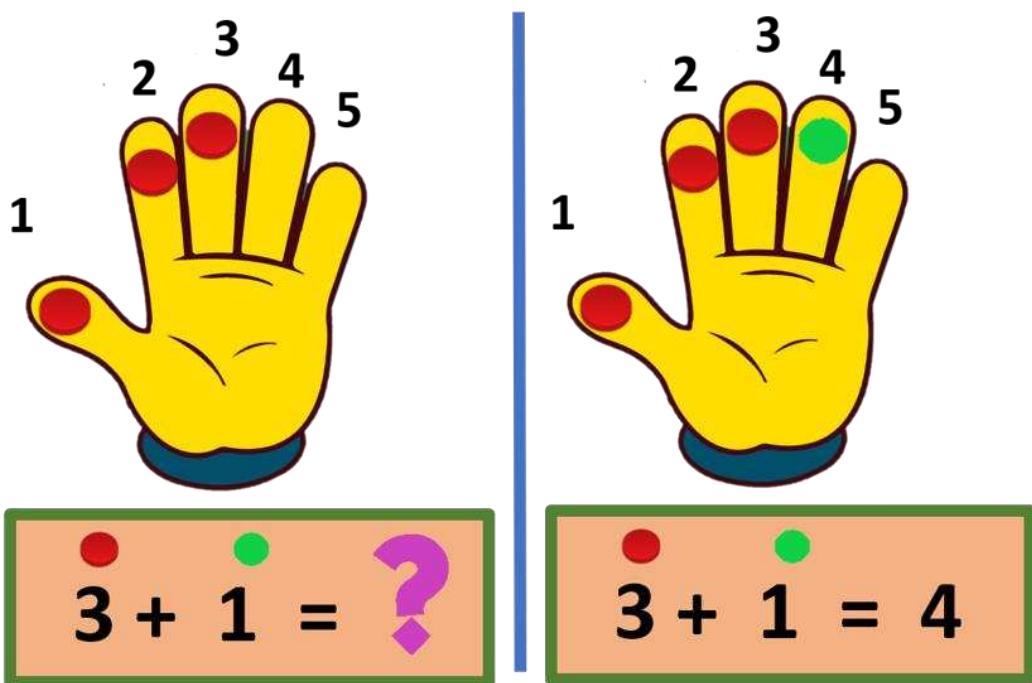


Ο μαθητής, παρατηρεί την εικόνα, η οποία δείχνει 2 σηκωμένα δάχτυλα του αριστερού χεριού. Τα μετράει και βρίσκει ότι είναι 2. Επίσης, μετράει τα 3 «κρυμμένα» δάκτυλα, τα οποία αποτελούν το συμπλήρωμα του 2, για να δημιουργηθεί το 5. Έτσι, 2

$+ 3 = 5$ . Το ίδιο μπορεί να κάνει με τα δικά του δάκτυλα και για κάθε αριθμό ως το 5.

## 2. Πρόσθεση ως το 5

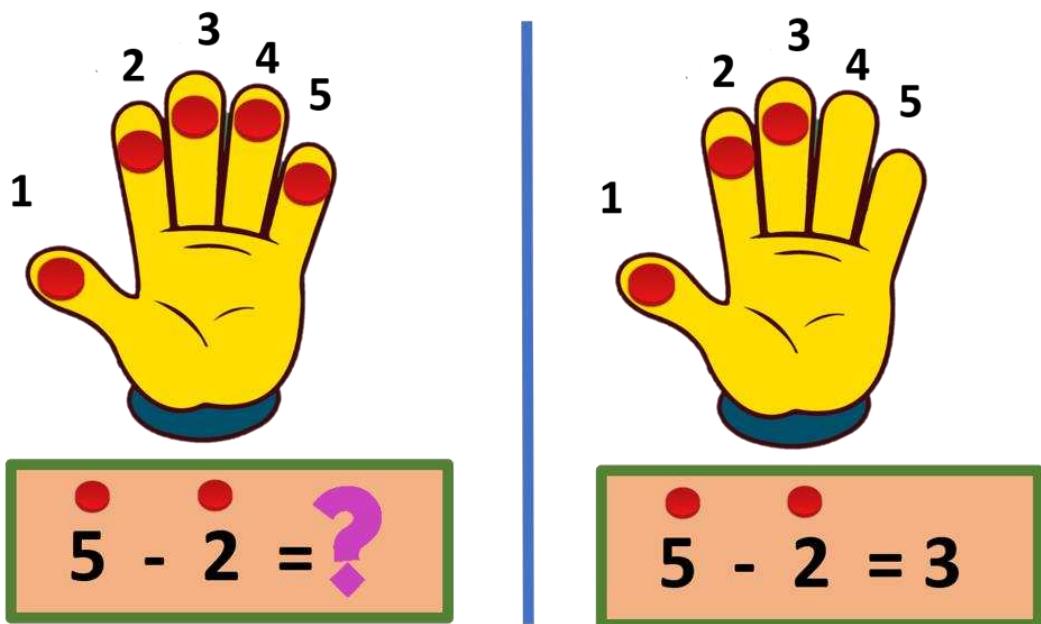
Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια διαδοχικά τόσες πράσινες κουκίδες όσες δείχνει ο δεύτερος προσθετέος. Στη συνέχεια βρίσκει το άθροισμα Για παράδειγμα, για να βρεθεί το άθροισμα  $3 + 1$ , τοποθετούνται 3 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο) στις θέσεις «1», «2» και «3», και 1 πράσινη κουκίδα (που αντιστοιχεί στον δεύτερο προσθετέο) στη θέση «4». Έτσι, προκύπτει ότι  $3 + 1 = 4$ . . Η διαδικασία αυτή δύναται να γίνει και με τη χρήση των δαχτύλων των μαθητών.



## 3. Αφαίρεση ως το 5

Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο μειωτέος , ξεκινώντας με τη σειρά από τον αντίχειρα του αριστερού χεριού. Από αυτές αφαιρεί διαδοχικά από το τέλος όσες κουκίδες δείχνει ο αφαιρετέος. Στη συνέχεια βρίσκει το αποτέλεσμα της αφαίρεσης. Για

παράδειγμα , για να βρεθεί το αποτέλεσμα της αφαίρεσης  $5 - 2$  ,τοποθετούνται 5 κόκκινες κουκίδες και κατόπιν αφαιρούνται διαδοχικά από το τέλος 2 κουκίδες. Έτσι προκύπτει το αποτέλεσμα. Η διαδικασία αυτή δύναται να γίνει και με τη χρήση των δαχτύλων των μαθητών .



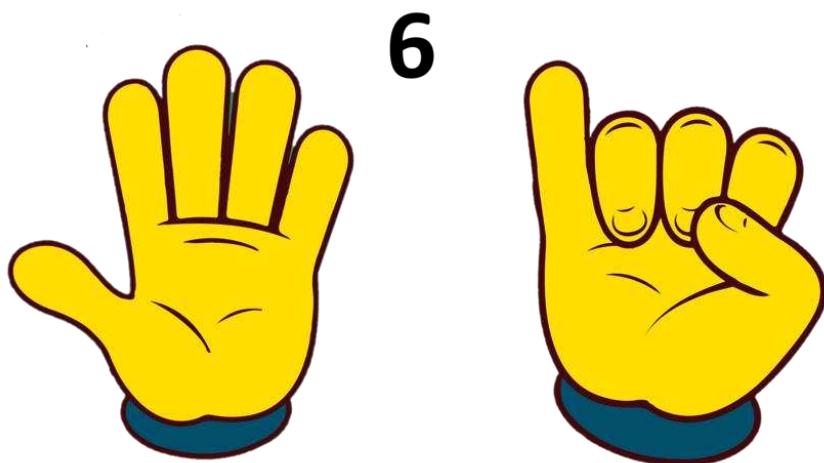
#### 4. Ζευγάρια αριθμών ως το 5

Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες μας δείχνει ο αριθμός του οποίου θέλουμε να βρει τα ζευγάρια. Κατόπιν, μετακινώντας μία ράβδο διαδοχικά μεταξύ των δακτύλων, δημιουργεί όλους τους συνδυασμούς προσθετέων, οι οποίοι έχουν άθροισμα τον αριθμό. Για παράδειγμα, για να βρει όλα τα ζευγάρια αριθμών που έχουν άθροισμα 4, ο μαθητής τοποθετεί την ράβδο έξω και αριστερά της παλάμης και, μετακινώντας την διαδοχικά προς τα δεξιά μεταξύ των δακτύλων, βρίσκει τα ζευγάρια των προσθετέων με άθροισμα 4 ( $0 + 4$  , $1 + 3$ ,  $2 + 2$  ,  $3 + 1$  ,  $4 + 0$  ).



### Γ. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΩΣ ΤΟ 10

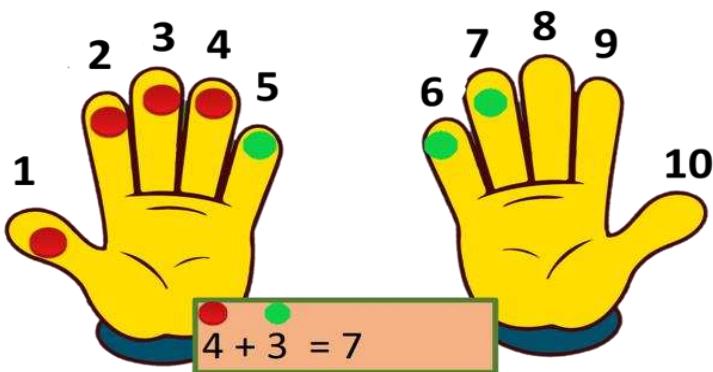
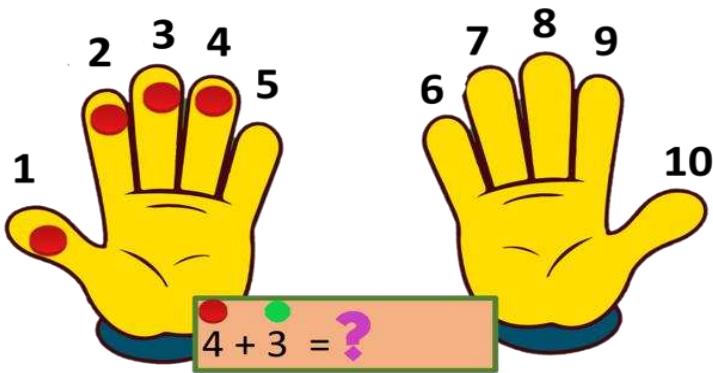
1. Πλήθος δαχτύλων ως το 10 και συμπλήρωμα του 10



Ο μαθητής, παρατηρεί την εικόνα, η οποία δείχνει 6 σηκωμένα δάχτυλα. Τα μετράει και βρίσκει ότι είναι 6. Επίσης, μετράει τα 4 «κρυμμένα» δάκτυλα, τα οποία αποτελούν το συμπλήρωμα του 6, για να δημιουργηθεί το 10. Έτσι,  $6 + 4 = 10$ . Το ίδιο μπορεί να κάνει με τα δικά του δάκτυλα και για κάθε αριθμό ως το 10.

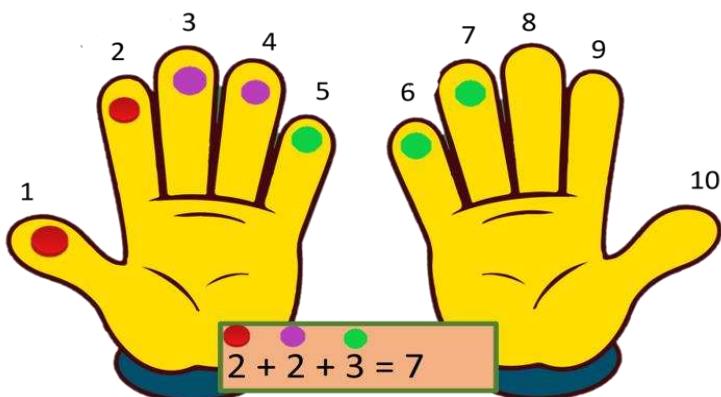
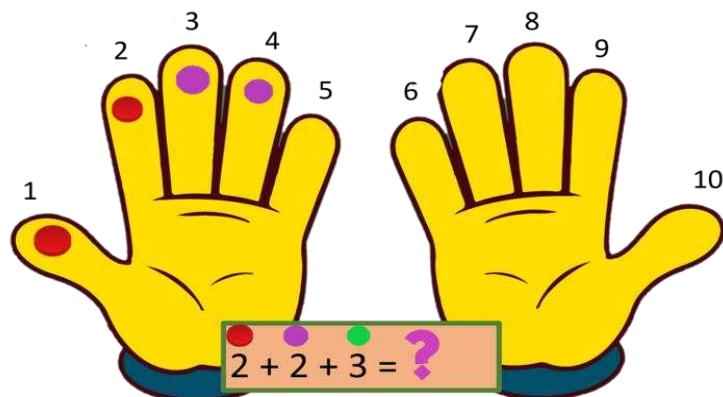
## 2. Πρόσθεση ως το 10

Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια διαδοχικά τόσες πράσινες κουκίδες όσες δείχνει ο δεύτερος προσθετέος,. Στη συνέχεια βρίσκει το άθροισμα. Η διαδικασία αυτή δύναται να γίνει και με τη χρήση των δαχτύλων των μαθητών. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το άθροισμα  $4 + 3$ , τοποθετούνται 4 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο) στις θέσεις «1», «2» «3» και «4», και 3 πράσινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον δεύτερο προσθετέο) στις θέσεις , «5», «6» και «7». Έτσι, προκύπτει ότι  $4 + 3 = 7$ .



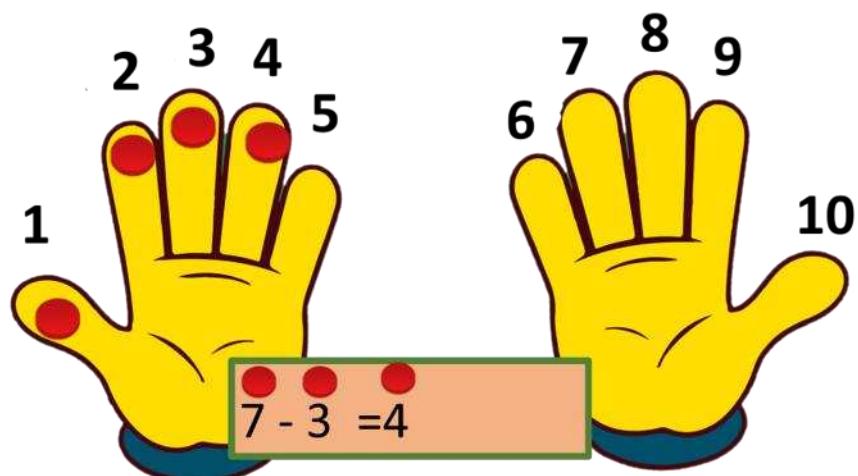
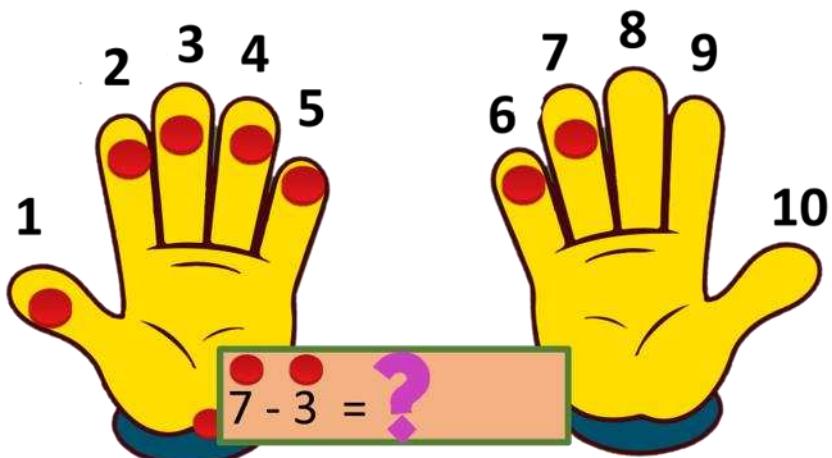
### 3. Πρόσθεση 3 αριθμών ως το 10

Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια, διαδοχικά, τόσες μοβ κουκίδες όσες δείχνει ο δεύτερος προσθετέος. Κατόπιν, τοποθετεί τόσες πράσινες κουκίδες όσες δείχνει ο τρίτος προσθετέος. Στη συνέχεια βρίσκει το άθροισμα. Η διαδικασία αυτή δύναται να γίνει και με τη χρήση των δαχτύλων των μαθητών. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το άθροισμα  $2 + 2 + 3$ , ο μαθητής τοποθετεί 2 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο) στις θέσεις «1» και «2», 2 μοβ κουκίδες στις θέσεις «3» και «4» (που αντιστοιχούν στον δεύτερο προσθετέο) και 3 πράσινες κουκίδες στις θέσεις «5», «6», «7» (που αντιστοιχούν στον τρίτο προσθετέο). Έτσι, προκύπτει ότι  $2 + 2 + 3 = 7$ .



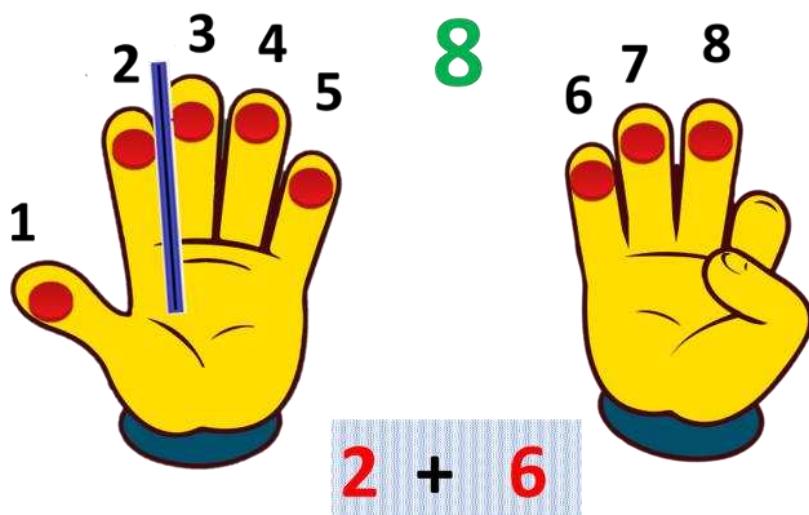
#### 4. Αφαίρεση ως το 10

Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο μειωτέος, ξεκινώντας με τη σειρά από τον αντίχειρα του αριστερού χεριού. Από αυτές αφαιρεί διαδοχικά από το τέλος όσες κουκίδες δείχνει ο αφαιρετέος. Στη συνέχεια, βρίσκει το αποτέλεσμα. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει και με τη χρήση των δαχτύλων των μαθητών. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το αποτέλεσμα της αφαίρεσης  $7 - 3$ , τοποθετούνται 7 κόκκινες κουκίδες και κατόπιν αφαιρούνται διαδοχικά από το τέλος 3 κουκίδες. Έτσι προκύπτει το αποτέλεσμα  $7 - 3 = 4$ .



## 5. Ζευγάρια αριθμών ως το 10

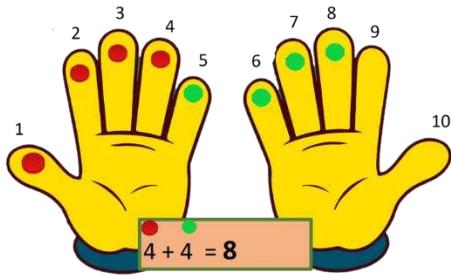
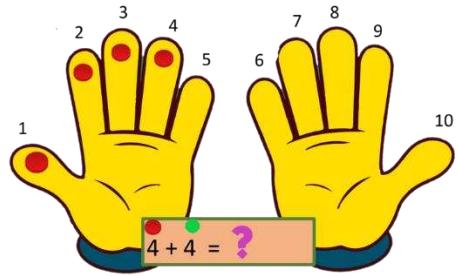
Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες είναι ο αριθμός του οποίου θέλουμε να βρει τα ζευγάρια των προσθετέων. Κατόπιν, μετακινώντας μία ράβδο έξω και αριστερά της αριστερής παλάμης και μετακινώντας την διαδοχικά προς τα δεξιά μεταξύ των δακτύλων, δημιουργεί όλους τους συνδυασμούς προσθετέων, οι οποίοι έχουν άθροισμα τον αριθμό.



Για παράδειγμα , για να βρεθούν όλα τα ζευγάρια αριθμών ,τα οποία έχουν άθροισμα 8, ο μαθητής τοποθετεί την ράβδο έξω και αριστερά της αριστερής παλάμης και μετακινώντας την διαδοχικά προς τα δεξιά μεταξύ των δακτύλων, βρίσκει τα ζευγάρια προσθετέων με άθροισμα 8 (0 +8 ,1 + 7, 2 + 6 , 3 + 5 , 4 + 4, 5 +3 , 6 + 2 , 7 + 1 , 8 + 0 ).

## 6. Διπλά αθροίσματα ως το 10

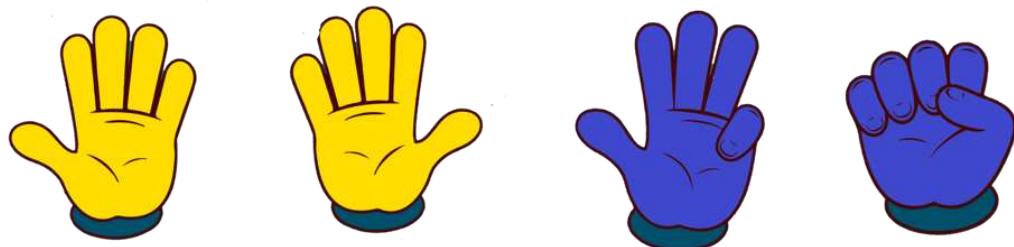
Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια διαδοχικά ίσο αριθμών από πράσινες κουκίδες. Στη συνέχεια βρίσκει το άθροισμα. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το άθροισμα  $4 + 4$ , τοποθετούνται 4 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο) και 4 πράσινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον δεύτερο προσθετέο). Έτσι, προκύπτει ότι  $4 + 4 = 8$ .



#### **Δ. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΩΣ ΤΟ 20**

##### **1. Πλήθος δαχτύλων ως το 20 και συμπλήρωμα του 20**

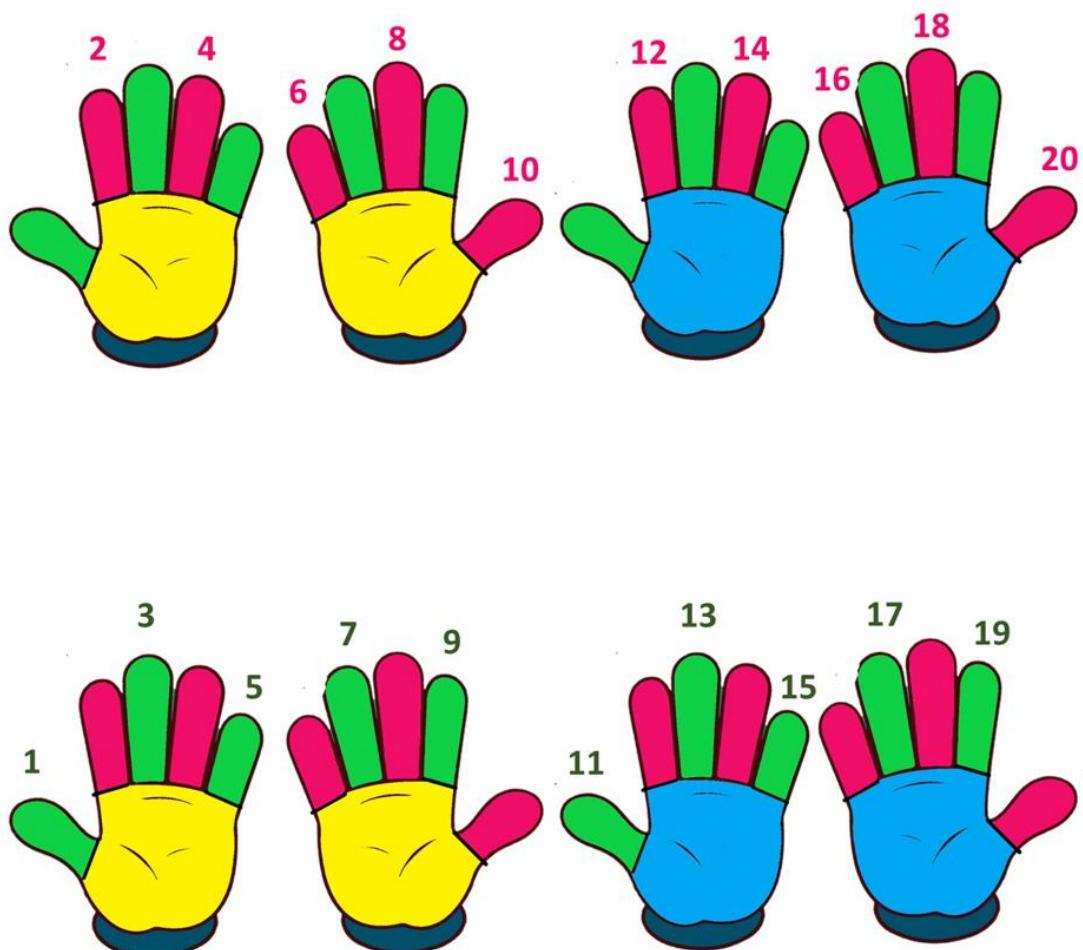
**14**



Ο μαθητής, παρατηρεί την εικόνα, η οποία δείχνει 14 σηκωμένα δάκτυλα. Τα μετράει και βρίσκει ότι είναι 14. Επίσης, μετράει τα 6 «κρυμμένα» δάκτυλα, τα οποία αποτελούν το συμπλήρωμα του 14, για να δημιουργηθεί το 20. Έτσι,  $14 + 6 = 20$ . Το ίδιο μπορεί να κάνει με τα δικά του δάκτυλα και για κάθε αριθμό ως το 20.

## 2. Άρτιοι -Περιπποί

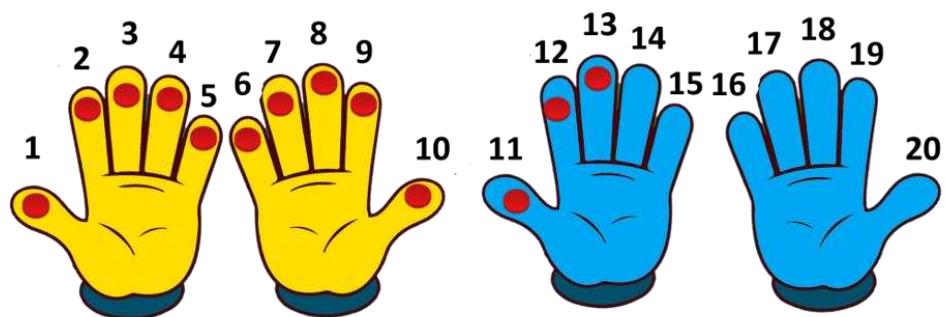
Τα 20 δάκτυλα απεικονίζονται με 2 διαφορετικά χρώματα το ένα χρώμα δείχνει τους περιππούς και το άλλο χρώμα τους άρτιους. Ο μαθητής αριθμεί διαδοχικά τους άρτιους και τους περιππούς αριθμούς ως το 20.



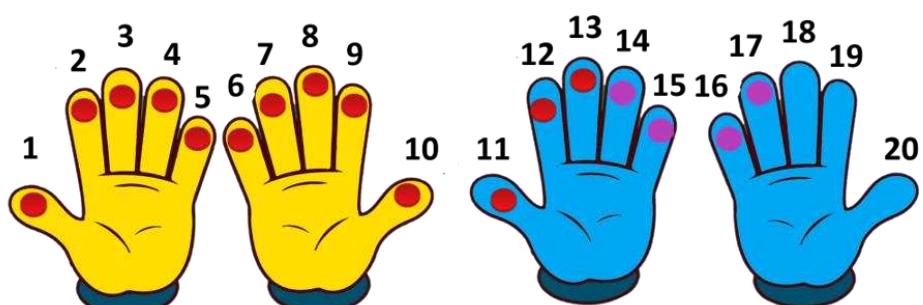
### 3. Πρόσθεση ως το 20

Περίπτωση α: Ο πρώτος προσθετέος μεγαλύτερος ή ίσος με το 10

Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια διαδοχικά τόσες μοβ κουκίδες όσες δείχνει είναι ο δεύτερος προσθετέος. Στη συνέχεια βρίσκει το άθροισμα. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το άθροισμα  $13 + 4$ , τοποθετούνται 13 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο) στις αντίστοιχες θέσεις και 4 μοβ κουκίδες (που αντιστοιχούν στον δεύτερο προσθετέο) στις αντίστοιχες θέσεις. Έτσι, προκύπτει ότι  $13 + 4 = 17$ .



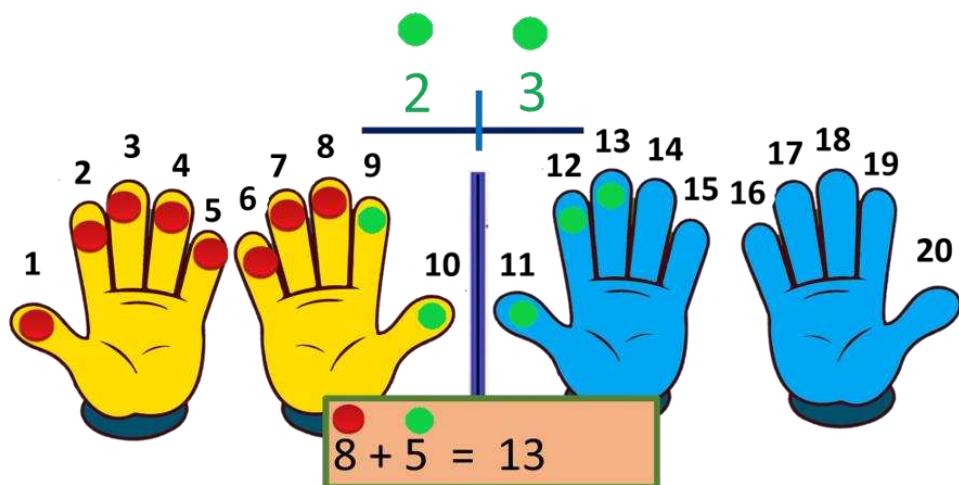
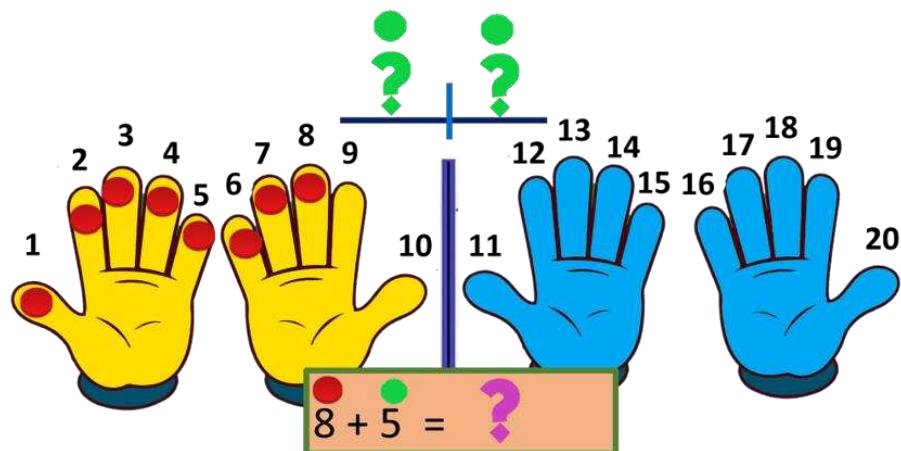
$$13 + 4 = ?$$



$$13 + 4 = 17$$

### Περίπτωση β: Ο πρώτος προσθετέος μικρότερος του 10 και το άθροισμα μεγαλύτερο του 10

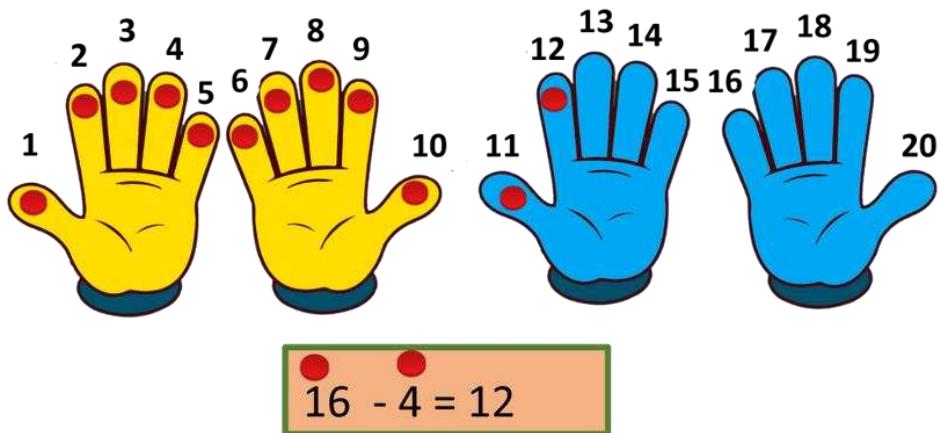
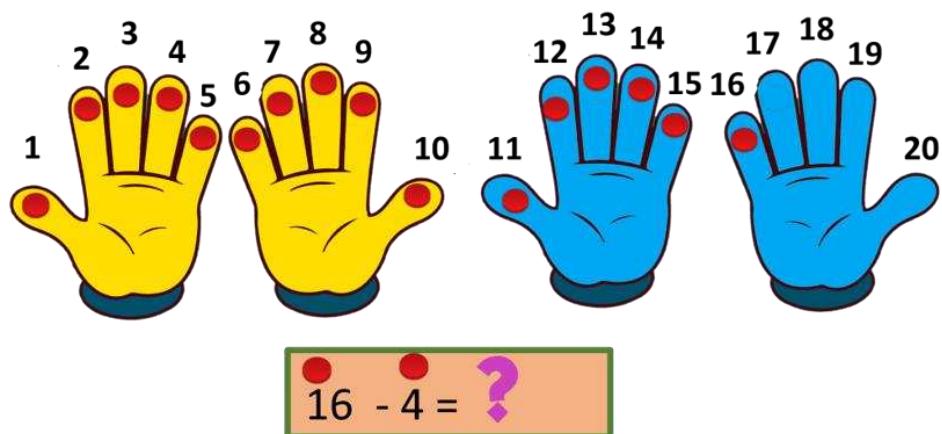
Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια, διαδοχικά, τόσες πράσινες κουκίδες όσες δείχνει ο δεύτερος προσθετέος. Στη συνέχεια, βρίσκει το άθροισμα. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το άθροισμα  $8 + 5$ , ο μαθητής τοποθετεί 8 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο) και 5 πράσινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον δεύτερο προσθετέο) στις αντίστοιχες θέσεις. Το 5 του δεύτερου προσθετέου αναλύεται σε 2 + 3 και σημειώνεται στις κατάλληλες θέσεις. Έτσι, προκύπτει ότι :  $8 + 5 = (8 + 2) + 3 = 10 + 3 = 13$ .



#### 4. Αφαίρεση ως το 20

**περίπτωση Α:** Ο μειωτέος από το 11 ως το 20 και το αποτέλεσμα της αφαίρεσης μεγαλύτερο ή ίσο με το 10

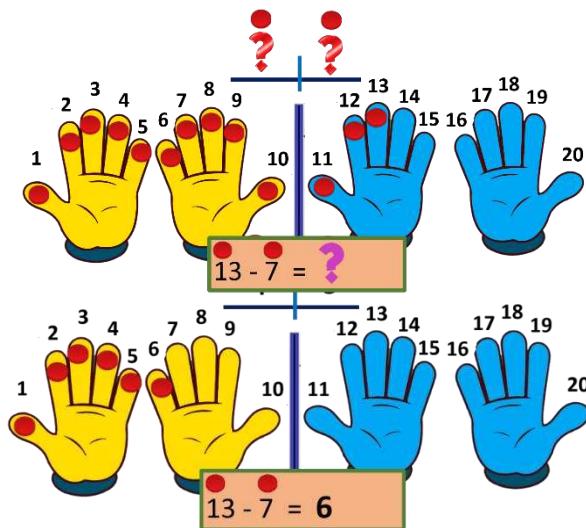
Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο μειωτέος, ξεκινώντας με τη σειρά από τον αντίχειρα του αριστερού χεριού. Από αυτές αφαιρεί διαδοχικά από το τέλος όσες κουκίδες δείχνει ο αφαιρετέος. Στη συνέχεια βρίσκει το αποτέλεσμα. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το αποτέλεσμα της αφαίρεσης  $16 - 4$ , τοποθετούνται 16 κόκκινες κουκίδες και κατόπιν αφαιρούνται διαδοχικά από το τέλος 4 κουκίδες. Έτσι, προκύπτει ότι:  $16 - 4 = 12$ .



## περίπτωση Β: Ο μειωτέος μεταξύ 11 και 20 και το αποτέλεσμα της αφαίρεσης μικρότερο του 10

Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο μειωτέος, ξεκινώντας με τη σειρά από τον αντίχειρα του αριστερού χεριού. Από αυτές αφαιρεί διαδοχικά από το τέλος όσες κουκίδες δείχνει ο αφαιρετέος. Στη συνέχεια βρίσκει το αποτέλεσμα της αφαίρεσης. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το αποτέλεσμα της αφαίρεσης  $13 - 7$ , τοποθετεί 13 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον μειωτέο) στις αντίστοιχες θέσεις και αφαιρεί διαδοχικά 7 κουκκίδες. Το 7 του αφαιρετέου αναλύεται σε  $4 + 3$  και σημειώνεται στις κατάλληλες θέσεις.

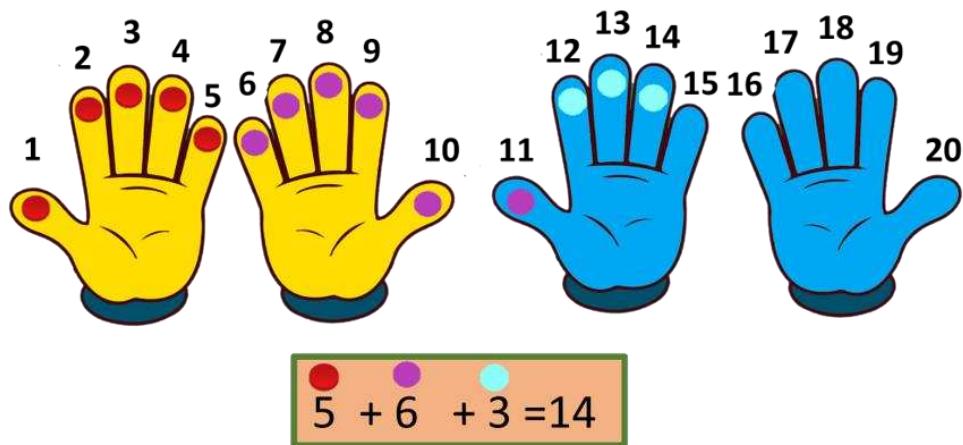
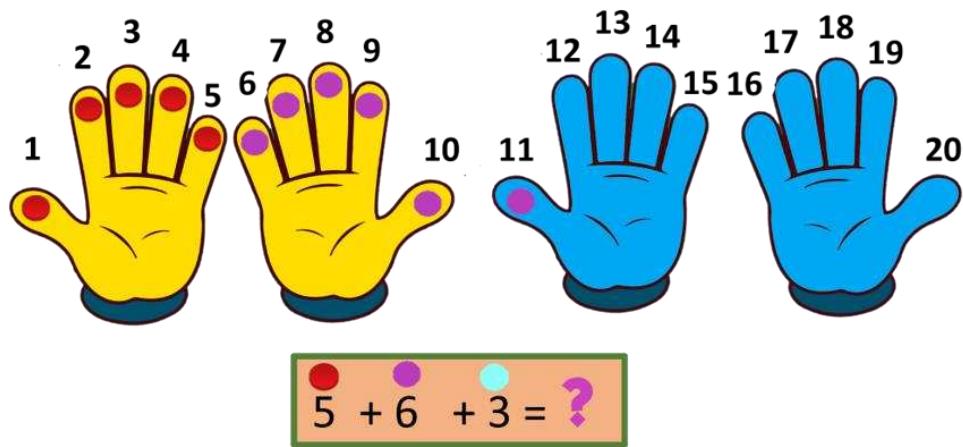
Έτσι, προκύπτει ότι:  $13 - 7 = (13 - 3) - 4 = 6$



## 5. Πρόσθεση 3 αριθμών ως το 20

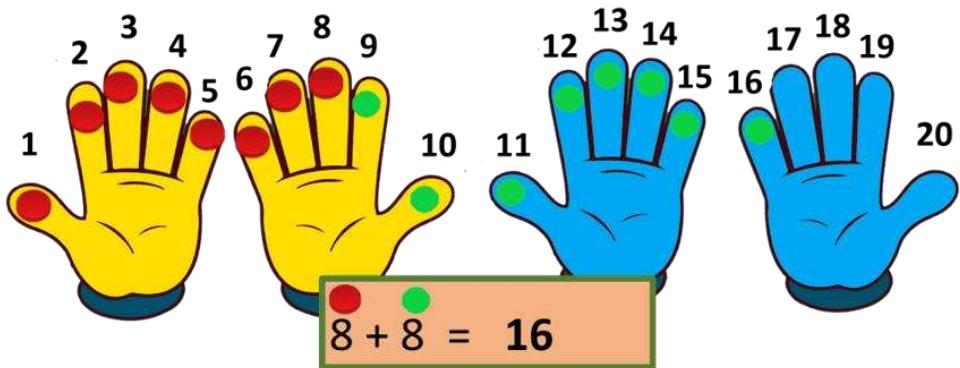
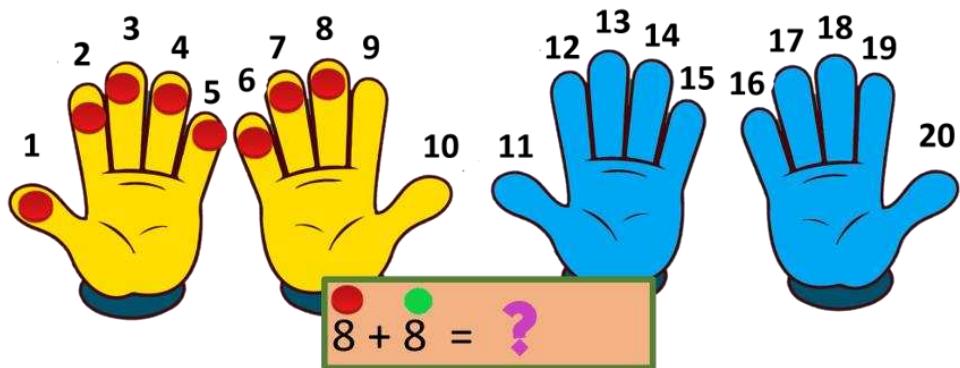
Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» διαδοχικά τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος, τόσες μοβ κουκκίδες όσες δείχνει ο δεύτερος προσθετέος και τόσες πράσινες κουκίδες όσες δείχνει ο τρίτος

προσθετέος. Έτσι, το προκύπτει το άθροισμα. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το άθροισμα  $5 + 6 + 3$ , τοποθετούνται διαδοχικά 5 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο), 6 μοβ κουκκίδες(που αντιστοιχούν στον δεύτερο προσθετέο), και 3 γαλάζιες κουκκίδες (που αντιστοιχούν στον τρίτο προσθετέο). Έτσι, προκύπτει ότι  $5 + 6 + 3 = 14$ .



## 6. Διπλά αθροίσματα ως το 20

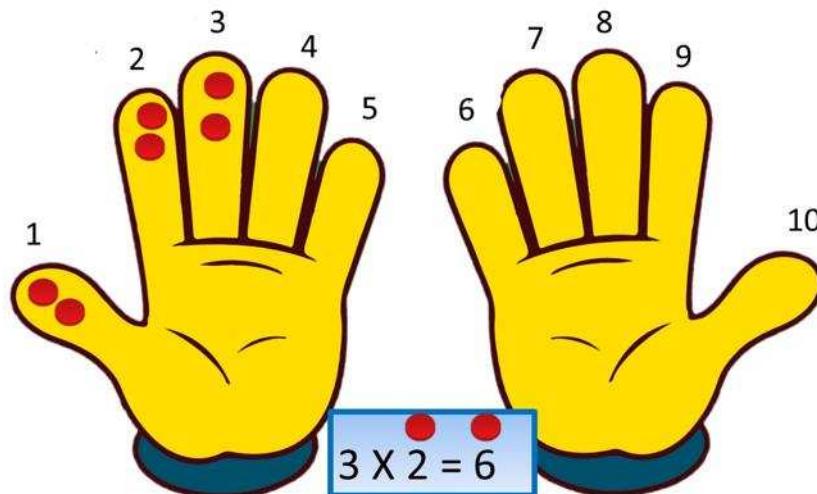
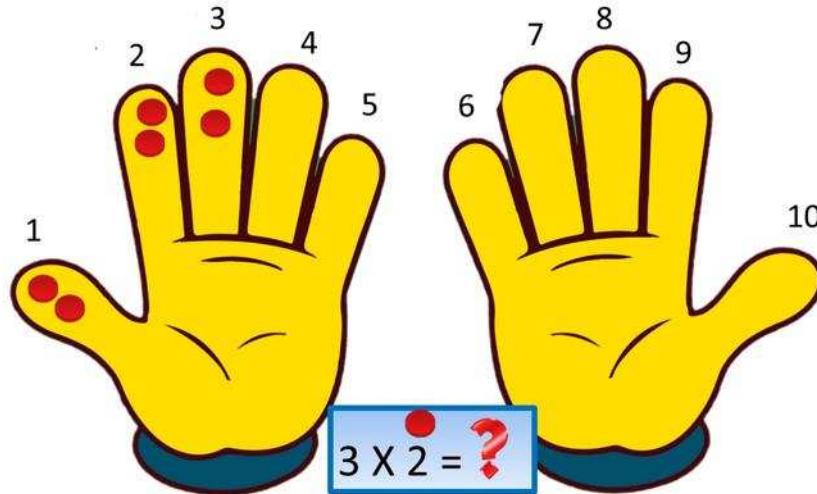
Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια διαδοχικά ίσο αριθμόν από πράσινες κουκίδες. Στη συνέχεια βρίσκει το άθροισμα. Για παράδειγμα, για να βρεθεί το άθροισμα  $8 + 8$ , τοποθετούνται 8 κόκκινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο) και 8 πράσινες κουκίδες (που αντιστοιχούν στον δεύτερο προσθετέο). Έτσι, προκύπτει ότι  $8 + 8 = 16$ .



## Ε. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Ο μαθητής τοποθετεί τόσες κόκκινες κουκίδες στο κάθε «δάχτυλο» όσες δείχνει ο πολλαπλασιαστέος σε τόσα «δάχτυλα» όσα δείχνει ο πολλαπλασιαστής. Αθροίζοντας τις κόκκινες κουκίδες, βρίσκει το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού. Για παράδειγμα, για τον πολλαπλασιασμό  $3 \times 2$ , σε 3

«δάχτυλα» τοποθετεί από 2 κόκκινες κουκίδες και κατόπιν βρίσκει το γινόμενο προσθέτοντας τις κόκκινες κουκίδες.

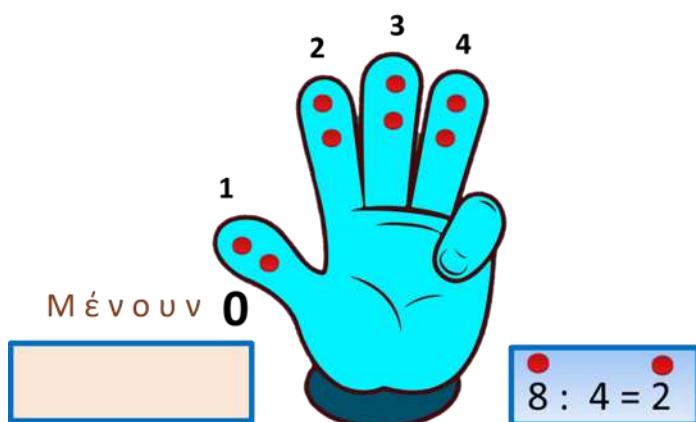
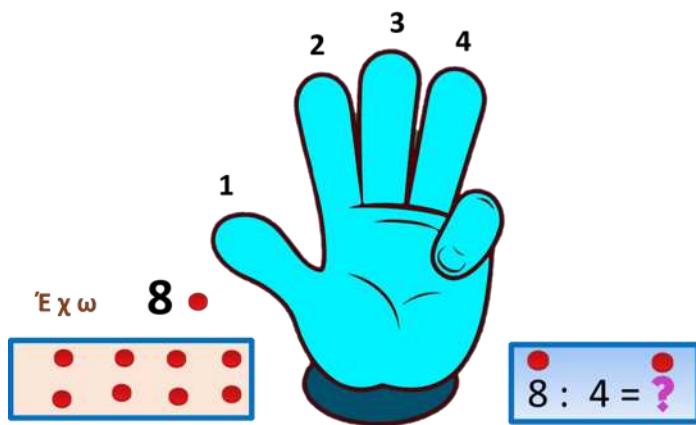


## ΣΤ. ΔΙΑΙΡΕΣΗ

### 1. Διαίρεση μερισμού

Ο μαθητής τοποθετεί διαδοχικά, μία προς μία, όσες κόκκινες κουκίδες δείχνει ο διαιρετέος σε τόσα δάκτυλα όσα δείχνει ο διαιρέτης. Ο αριθμός των κουκίδων κάθε δακτύλου δείχνει το πηλίκο και ο αριθμός των κουκίδων οι οποίες έμειναν δείχνει το υπόλοιπο της διαίρεσης. Για παράδειγμα, οι 8 κουκίδες (διαιρετέος) μοιράζονται στα 4 δάκτυλα (διαιρέτης) μία προς μία

δίκαια. Ο αριθμός «2» των κουκίδων του κάθε δακτύλου δείχνει το πηλίκο και ο αριθμός «0» δείχνει το υπόλοιπο της διαιρεσης. Έτσι, προκύπτει ότι  $8 : 4 = 2$  με υπόλοιπο 0.



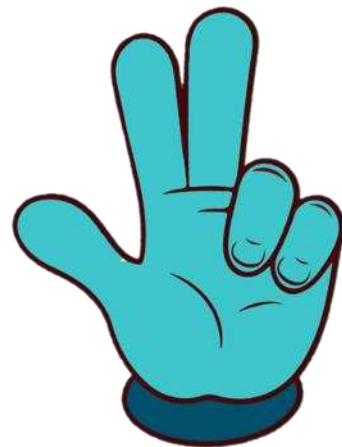
## 2. Διαιρεση μέτρησης

Ο μαθητής χωρίζει τον διαιρετέο ανά δυάδες κουκίδων ή τριάδες κουκίδων ή τετράδες κουκίδων κ.λπ., όπως υποδεικνύει ο διαιρέτης. Κατόπιν, τοποθετεί στα δάχτυλα τις δυάδες κουκίδων ή τριάδες κουκίδων ή τετράδες κουκίδων κ.λπ. που έχουν δημιουργηθεί. Ο αριθμός των δακτύλων δείχνει το

πηλίκο και ο αριθμός των κουκίδων που περίσσεψαν δείχνει το υπόλοιπο. Για παράδειγμα, με διαιρετέο το 15 και διαιρέτη το 5 (πεντάδες), το 3 (αριθμός δακτύλων) δείχνει το πηλίκο και το 0 το υπόλοιπο της διαίρεσης. Έτσι,  $15 : 5 = 3$  και υπόλοιπο 0.

$$15 : \text{○} = ?$$

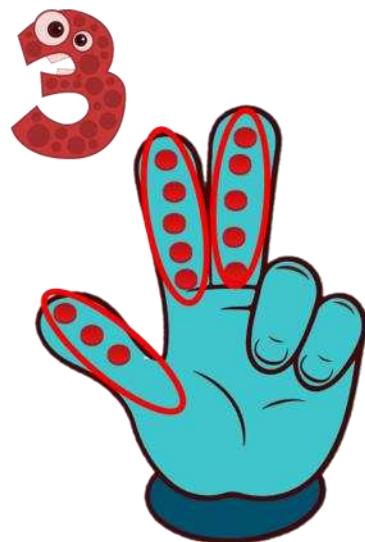
έχω **15** •



$$15 : \text{○} = 3$$

μένουν

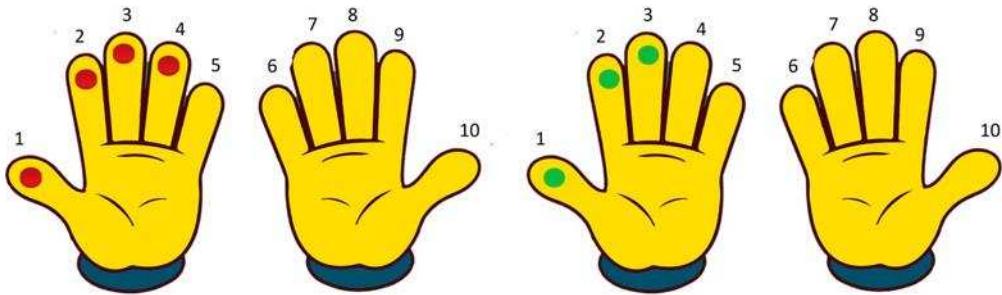
$$\boxed{0}$$



## Z. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΑΞΕΩΝ

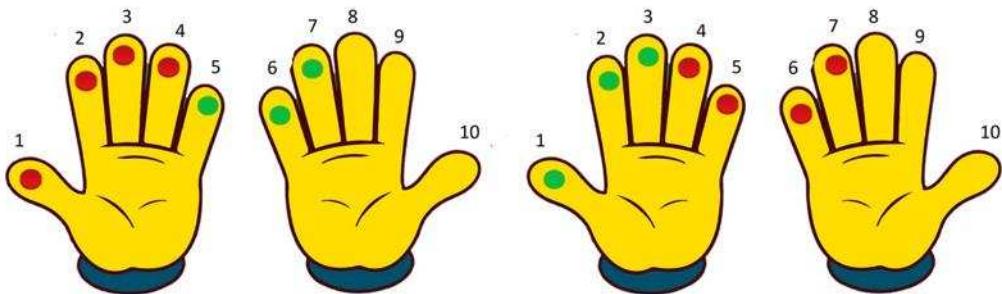
## 1. Αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης

Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια διαδοχικά τόσες πράσινες κουκίδες όσες δείχνει ο δεύτερος προσθετέος. Αλλάζει την σειρά των προσθετέων και κατανοεί ότι το αποτέλεσμα της πρόσθεσης παραμένει το ίδιο. Για παράδειγμα, 4 κόκκινες κουκίδες και 3 πράσινες κουκίδες έχουν άθροισμα 7 κουκίδες. Αλλάζοντας την σειρά των προσθετέων βρίσκει το ίδιο άθροισμα.



$$4 \bullet + 3 \bullet = ?$$

$$3 \bullet + 4 \bullet = ?$$

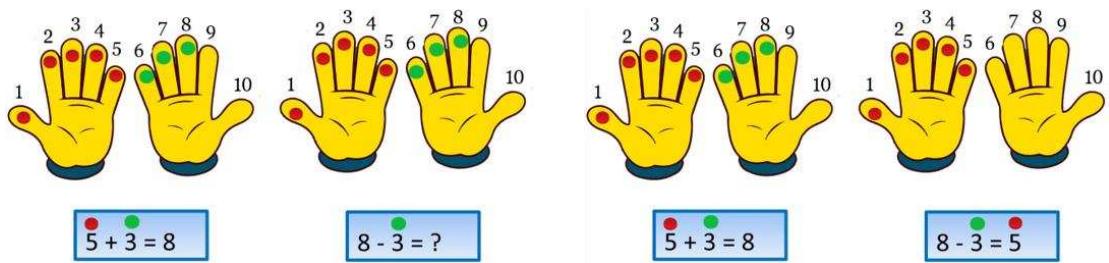


$$4 \bullet + 3 \bullet = 7$$

$$3 \bullet + 4 \bullet = 7$$

## 2. Πρόσθεση και αφαίρεση ως αντίστροφες πράξεις

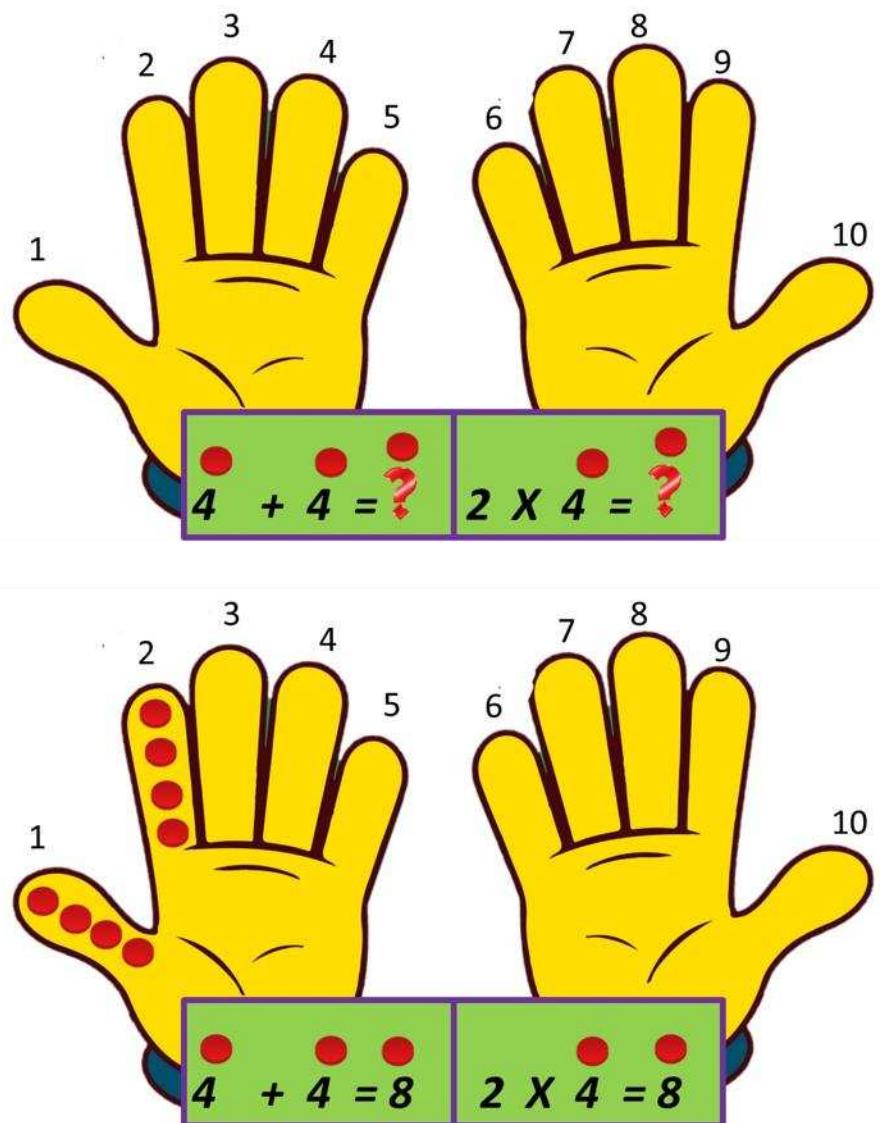
Ο μαθητής τοποθετεί πάνω στα «δάχτυλα» τόσες κόκκινες κουκίδες όσες δείχνει ο πρώτος προσθετέος και στη συνέχεια τοποθετεί, διαδοχικά, τόσες πράσινες κουκίδες όσες δείχνει ο δεύτερος προσθετέος. Κατόπιν, αφαιρεί τις κόκκινες κουκίδες και παρατηρεί ότι έμειναν οι πράσινες κουκκίδες. Το ίδιο επαναλαμβάνει αφαιρώντας τις πράσινες κουκίδες από το άθροισμα και παρατηρεί ότι έμειναν οι κόκκινες κουκίδες. Για παράδειγμα, 5 κόκκινες κουκίδες και 3 πράσινες κουκίδες έχουν άθροισμα 8 κουκίδες. Από τις 8 κουκίδες, αφαιρώντας ο μαθητής τις 5 κόκκινες κουκίδες, μένουν οι 3 πράσινες κουκίδες και από τις 8 κόκκινες κουκίδες, αφαιρώντας τις 3 πράσινες κουκίδες, μένουν 5 κόκκινες κουκίδες.



## 3. Πολλαπλασιασμός ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση

Ο μαθητής τοποθετεί τόσες κόκκινες κουκίδες στο κάθε «δάχτυλο» όσες δείχνει ο κάθε προσθετέος (οι προσθετέοι είναι ίδιοι). Προσθέτοντας τις κόκκινες κουκίδες, βρίσκει το άθροισμα. Το ίδιο αποτέλεσμα βρίσκει αν πολλαπλασιάσει των αριθμό των «δαχτύλων» (πολλαπλασιαστής) επί των

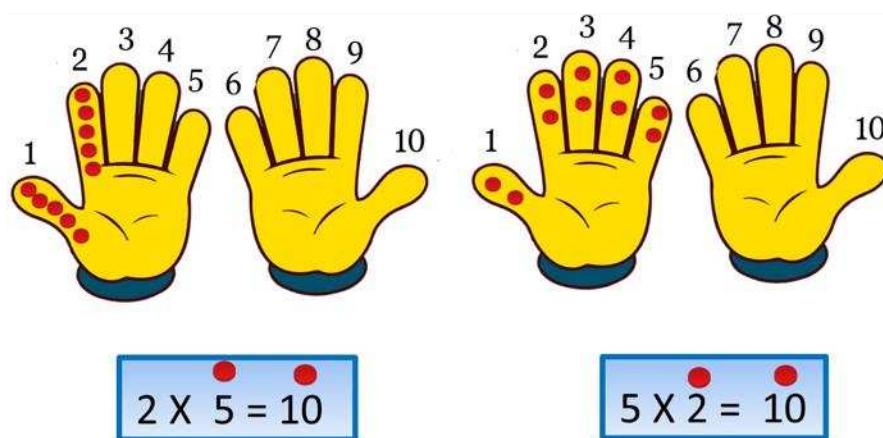
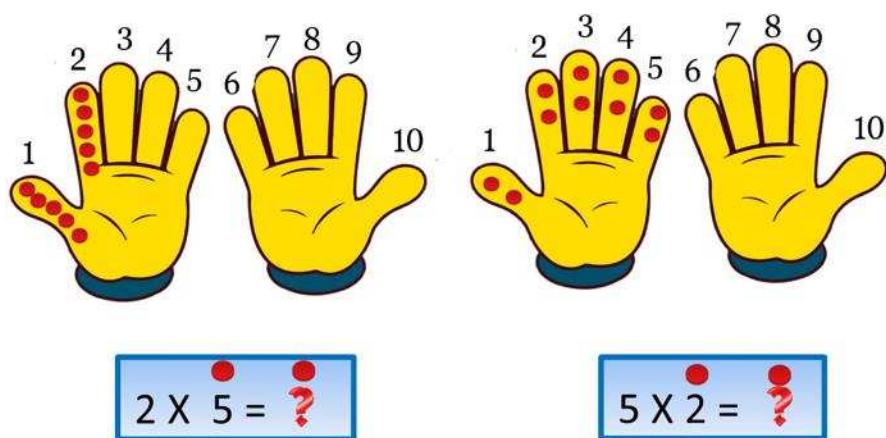
αριθμών των κόκκινων κουκίδων που είναι στο κάθε «δάχτυλο» (πολλαπλασιαστέος). Για παράδειγμα,  $4 + 4$  και  $2 \times 4$  έχουν το ίδιο αποτέλεσμα, τοποθετώντας από 4 κόκκινες κουκίδες σε 2 «δάχτυλα». Έτσι, προκύπτει ότι  $4 + 4 = 8$  και  $2 \times 4 = 8$ .



#### 4. Αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού

Ο μαθητής τοποθετεί τόσες κόκκινες κουκίδες στο κάθε «δάχτυλο», όσες δείχνει ο πολλαπλασιαστέος σε τόσα «δάχτυλα» όσα δείχνει ο πολλαπλασιαστής και βρίσκει το αποτέλεσμα. Σε δεύτερο ζευγάρι χεριών ο

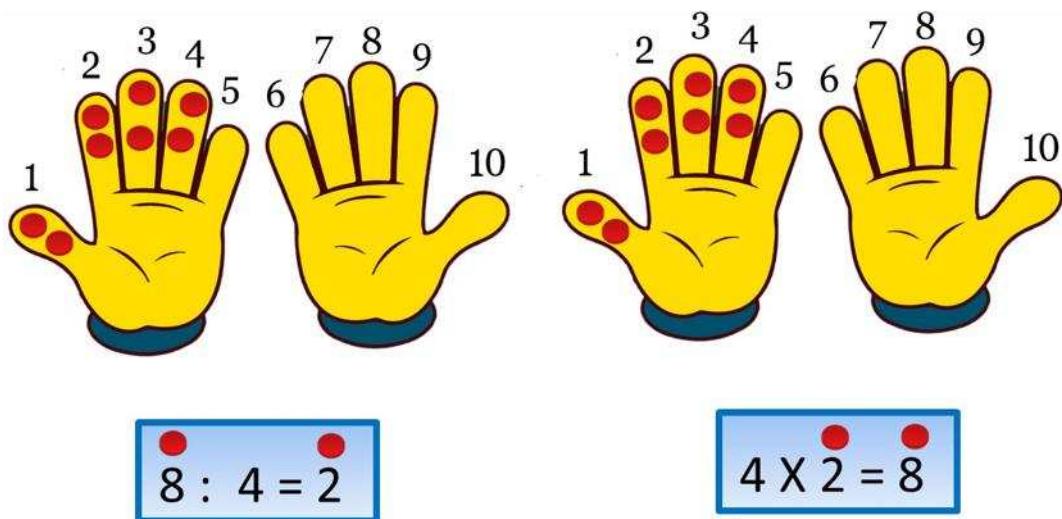
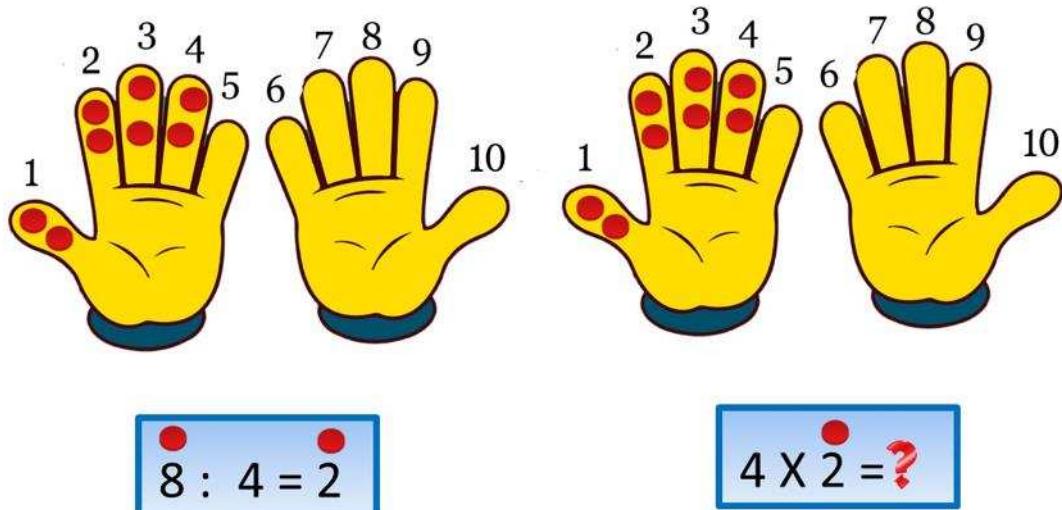
μαθητής κάνει το αντίστροφο. Δηλαδή, αντιστρέφοντας τον πολλαπλασιαστή με τον πολλαπλασιαστέο του πρώτου ζευγαριού χεριών, βρίσκει το ίδιο αποτέλεσμα. Για παράδειγμα, στο πρώτο ζευγάρι χεριών, τοποθετώντας από 5 κόκκινες κουκίδες σε 2 «δάχτυλα», βρίσκει ότι  $2 \times 5 = 10$ . Κατόπιν, τοποθετώντας από 2 κόκκινες κουκίδες σε 5 «δάχτυλα», βρίσκει επίσης ότι  $5 \times 2 = 10$ .



##### **5. Διαίρεση και πολλαπλασιασμός ως αντίστροφες πράξεις .**

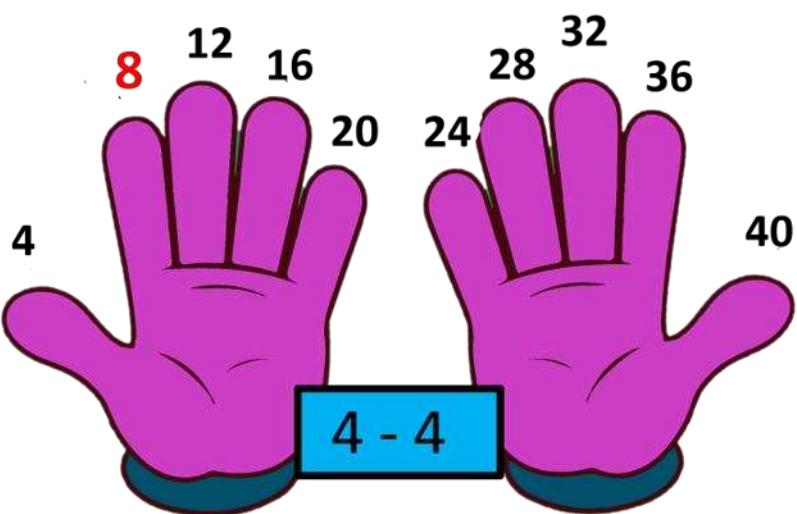
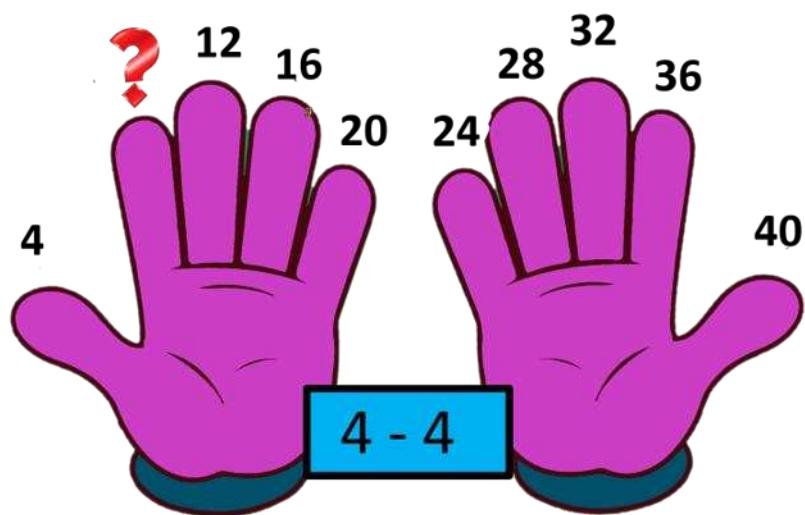
Ο μαθητής, εκτελώντας μία διαίρεση χωρίς υπόλοιπο επί των δακτύλων, παρατηρεί ότι η ίδια εικόνα δείχνει και τον αντίστοιχο πολλαπλασιασμό, ως

αντίστροφη πράξη της διαίρεσης. Για παράδειγμα, στην διαίρεση  $8 : 4 = 2$ , ισχύει ότι  $4 \times 2 = 8$ .



## 6. Πολλαπλάσια του 2,3,4,5,6,7,8,9,10

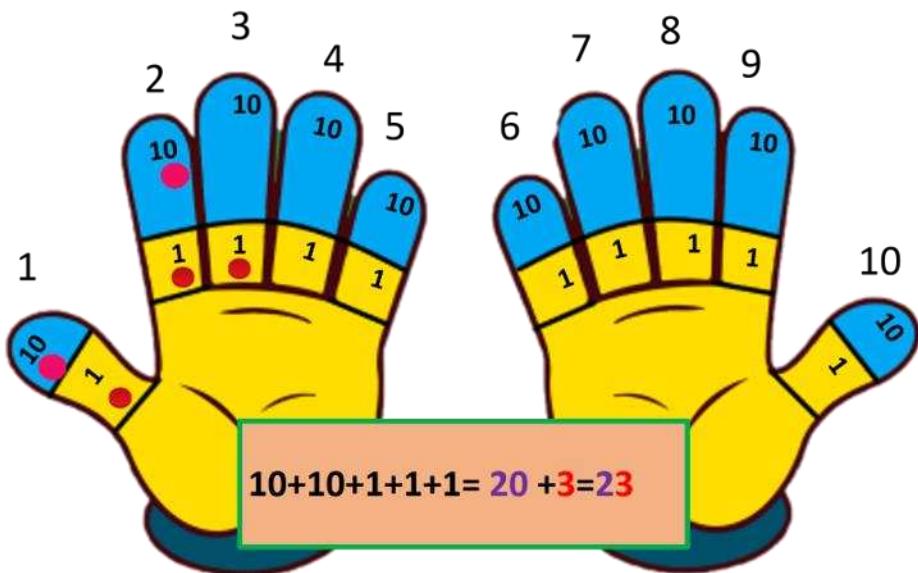
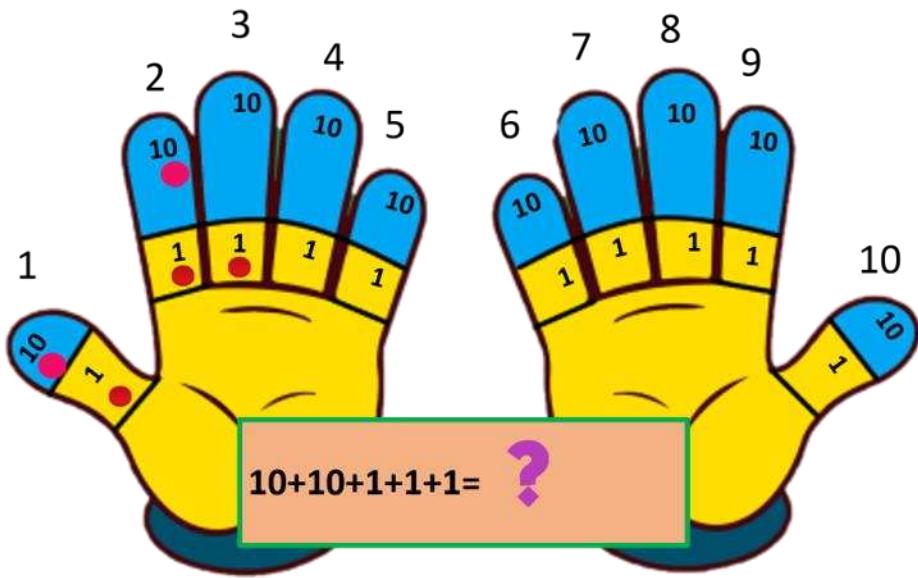
Σε κάθε ένα από τα δέκα δάκτυλα αντιστοιχούμε διαδοχικά τα πολλαπλάσια ενός από τους αριθμούς: 2,3,4,5,6,7,8,9 ή 10. Για παράδειγμα, τα πολλαπλάσια του 4 είναι: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40.



## H. ΑΒΑΚΑΣ

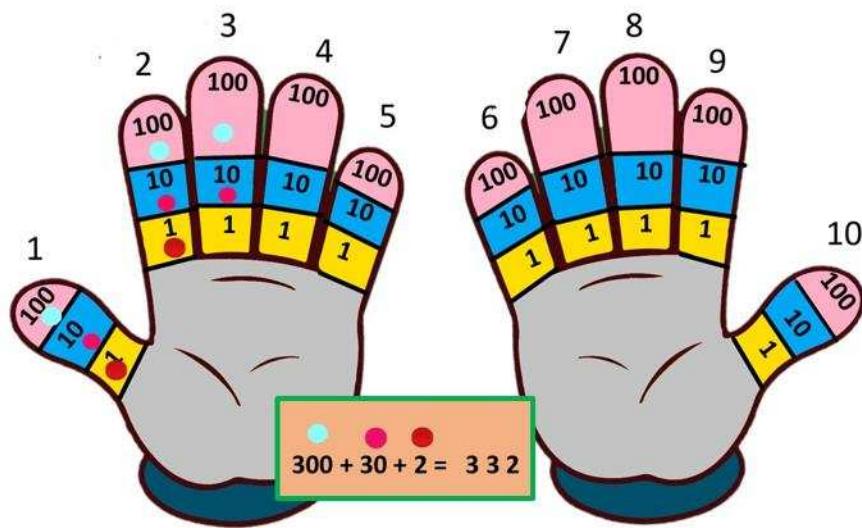
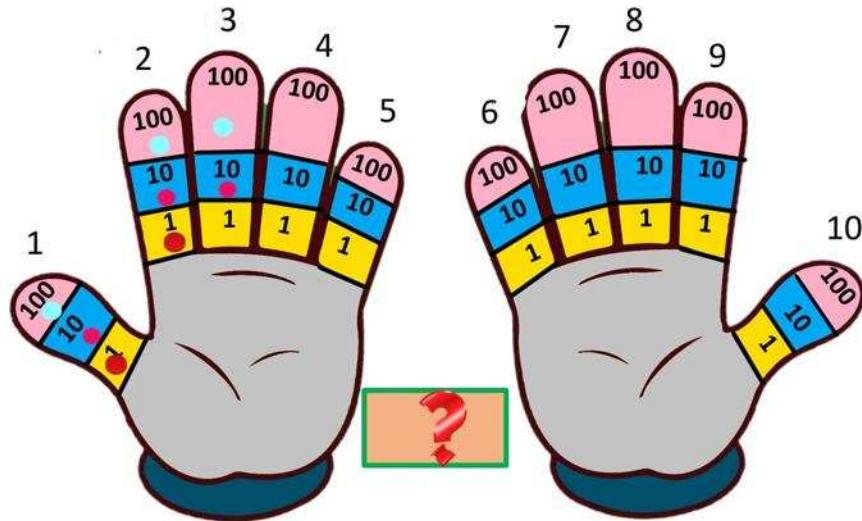
### 1. Αβακας ως το 100

Κάθε ένα από τα 10 δάκτυλα χωρίζονται σε 2 τμήματα με 2 διαφορετικά χρώματα. Οι δεκάδες και οι μονάδες δηλώνονται με διαφορετικό χρώμα. Τοποθετώντας τις κατάλληλες κουκίδες 2 διαφορετικών χρωμάτων πάνω στα αντίστοιχα σημεία, απεικονίζεται ένας αριθμός ως το 100.



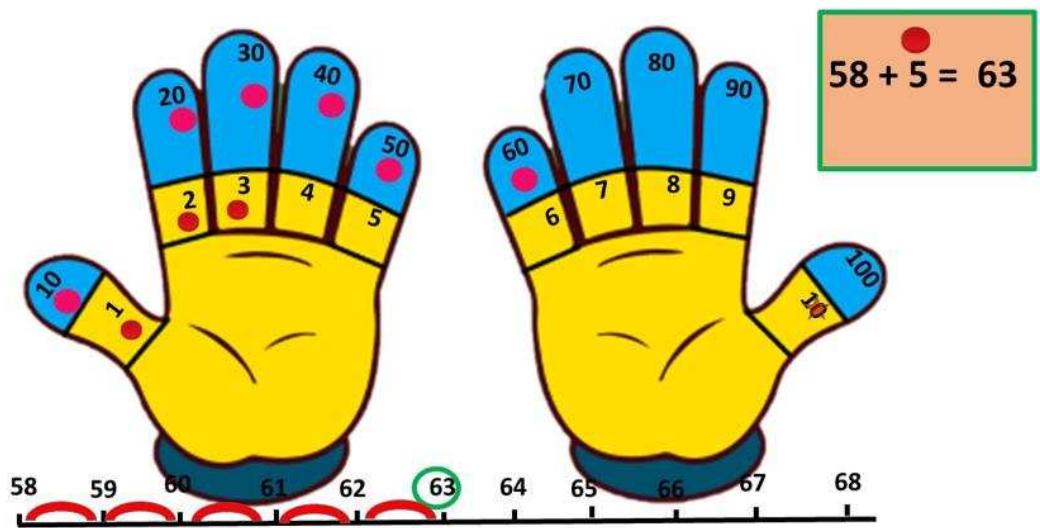
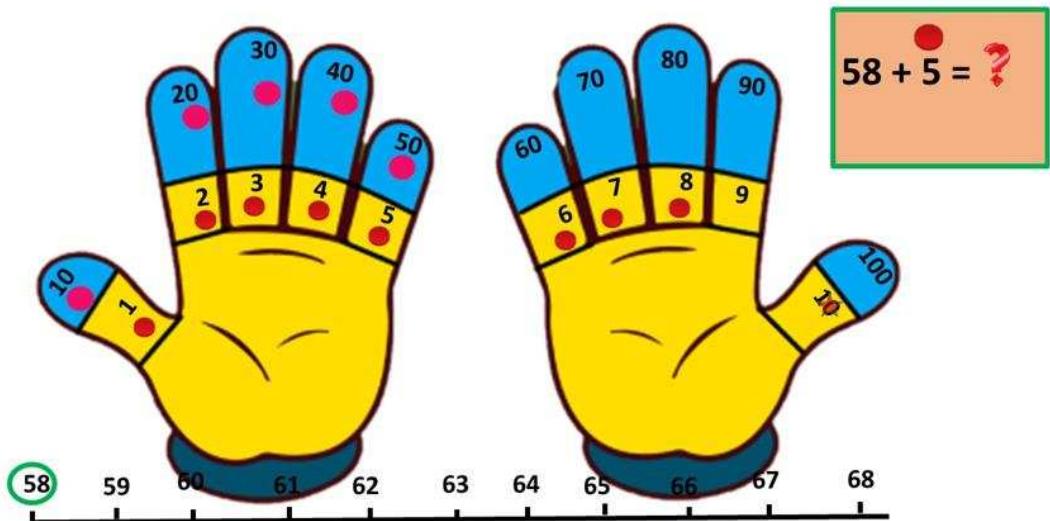
## 2. Άβακας ως το 1000

Όλα τα δάκτυλα χωρίζονται σε 3 τμήματα με 3 διαφορετικά χρώματα .Το κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε μονάδες ή δεκάδες ή εκατοντάδες. Τοποθετώντας κουκίδες 3 διαφορετικών χρωμάτων πάνω στα αντίστοιχα σημεία απεικονίζεται ένας αριθμός ως το 1000.



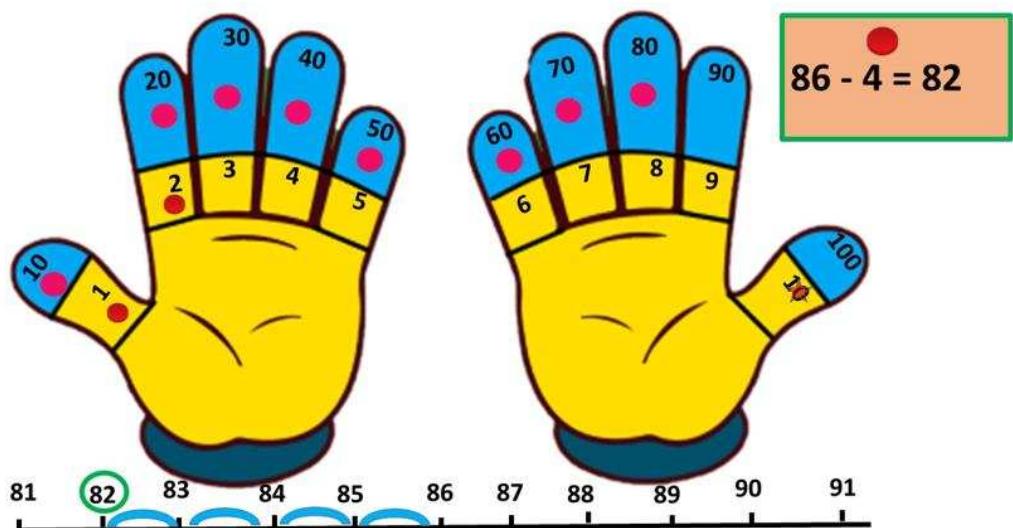
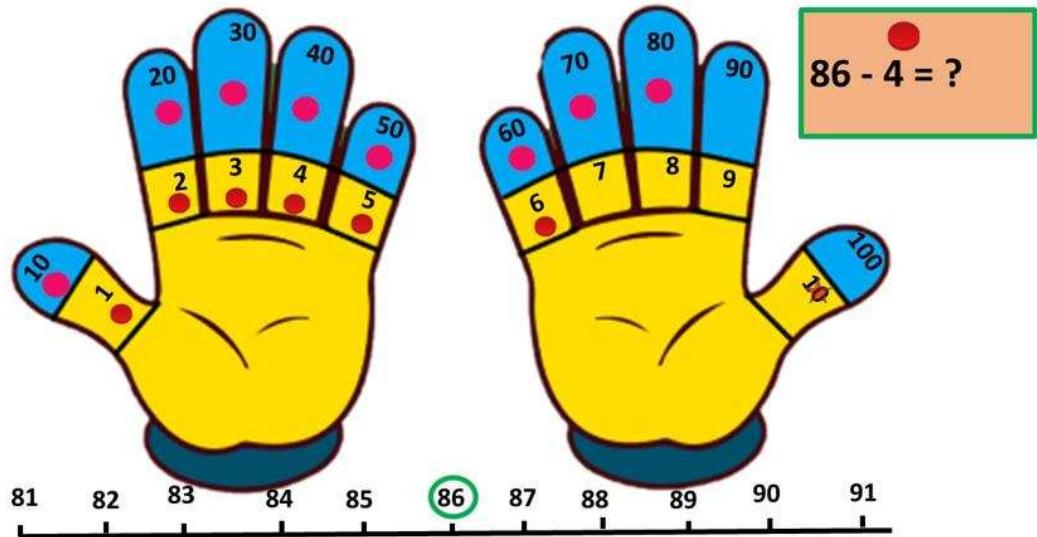
### 3.Πρόσθεση με άβακα ως το 100

Ο μαθητής τοποθετεί τις αντίστοιχες κουκίδες που αντιστοιχούν στον πρώτο προσθετέο και κατόπιν τοποθετεί διαδοχικά τις αντίστοιχες κουκίδες για τον δεύτερο προσθετέο. Κατόπιν, βρίσκει το άθροισμα. Για παράδειγμα  $58 + 5 = 63$ .



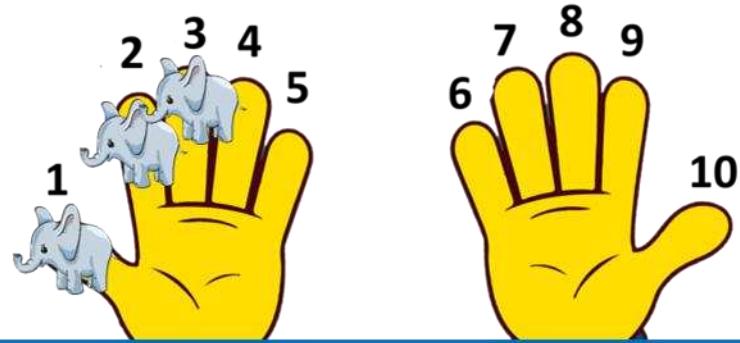
#### 4. Αφαίρεση με άβακα ως το 100

Ο μαθητής τοποθετεί τις κουκίδες που αντιστοιχούν στον μειωτέο και κατόπιν διαδοχικά αφαιρεί όσες κουκίδες αντιστοιχούν στον αφαιρετέο. Ο νέος αριθμός που δημιουργείται αντιστοιχεί στο αποτέλεσμα της αφαίρεσης. Για παράδειγμα  $86 - 4 = 82$ .

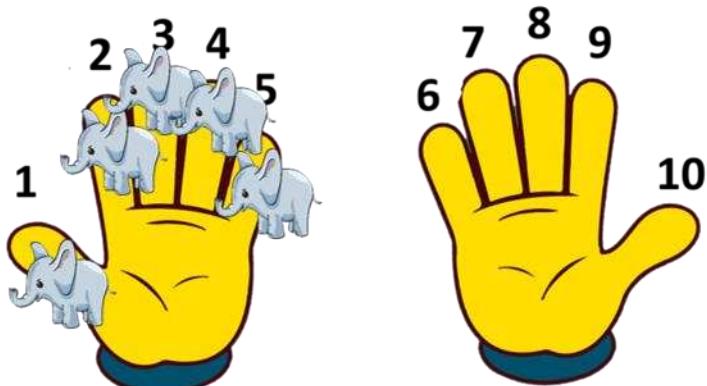


## Θ. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Παραδείγματα προβλημάτων πρόσθεσης

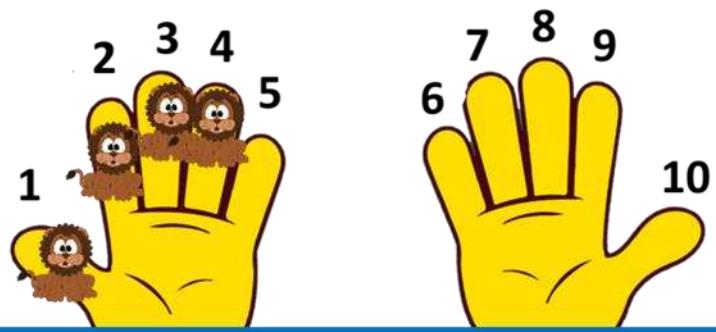


$$3 \text{ elephant} + 2 \text{ elephant} = ?$$

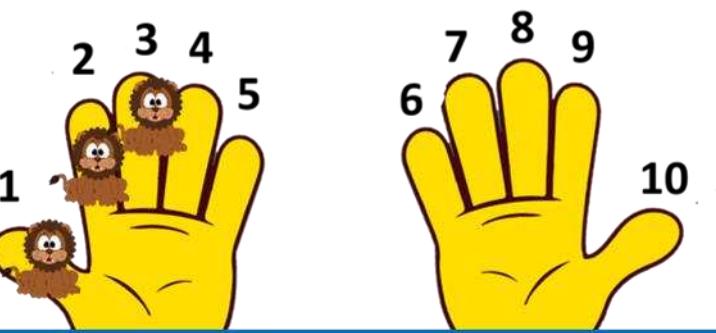


$$3 \text{ elephant} + 2 \text{ elephant} = 5 \text{ elephant}$$

Παραδείγματα προβλημάτων αφαίρεσης

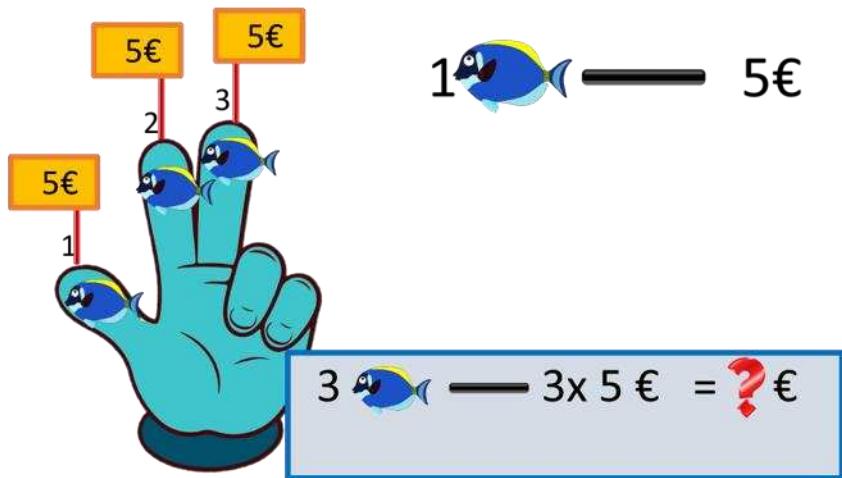
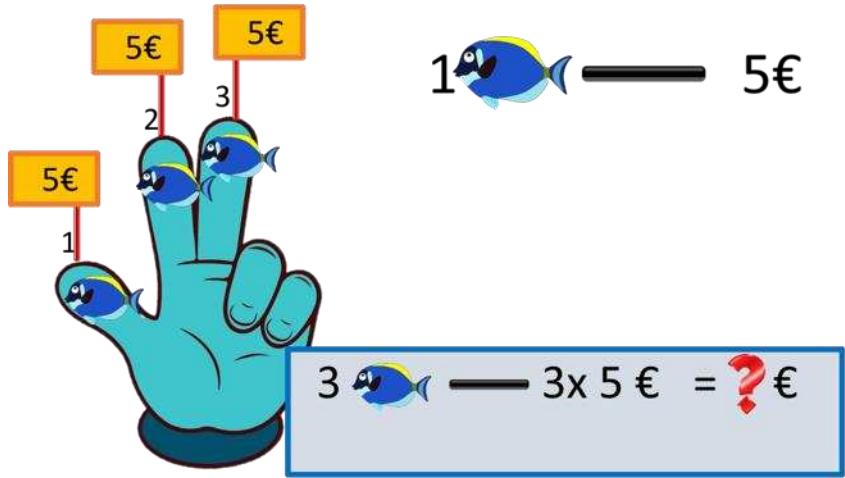


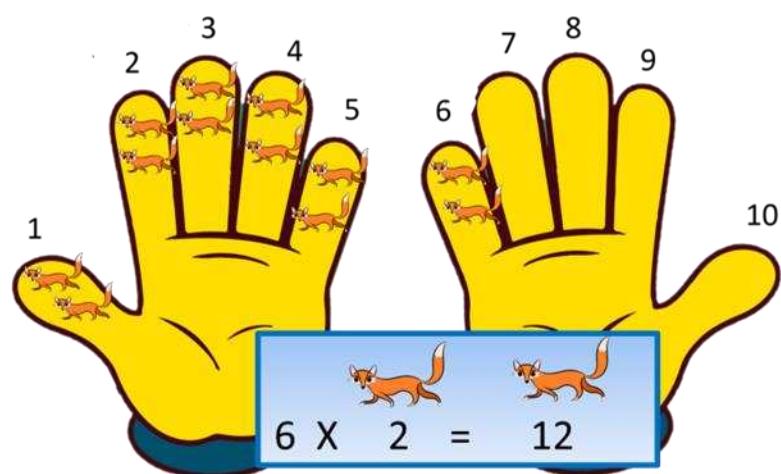
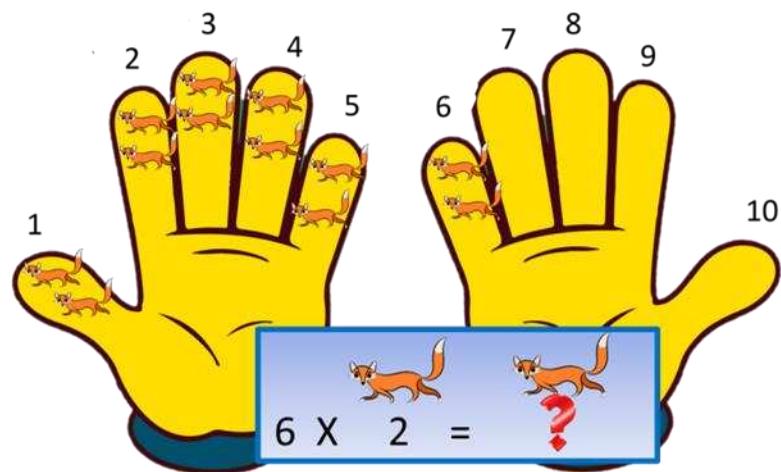
$$4 - 1 = ?$$



$$4 - 1 = 3$$

Παραδείγματα προβλημάτων πολλαπλασιασμού

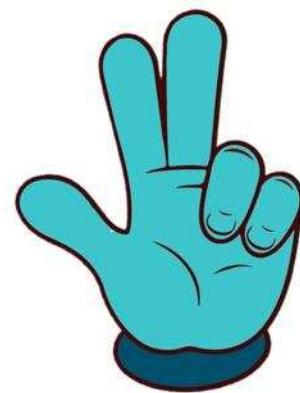




Παραδείγματα προβλημάτων διαίρεσης

$$7 : \text{ } \text{ } = ?$$

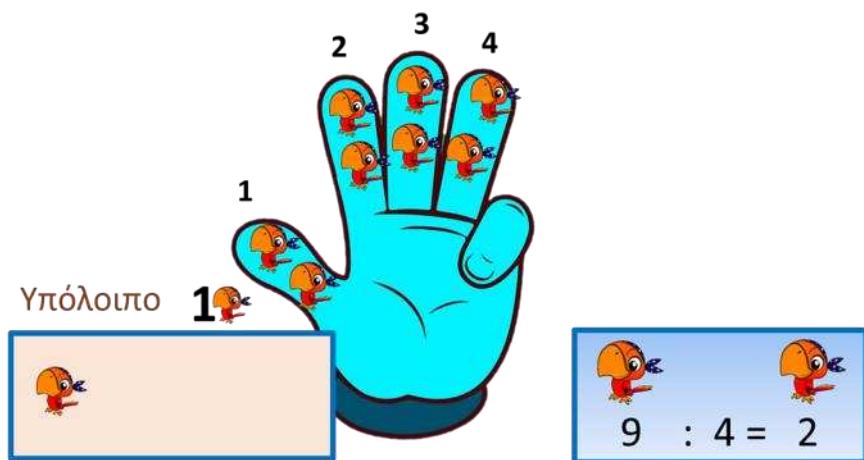
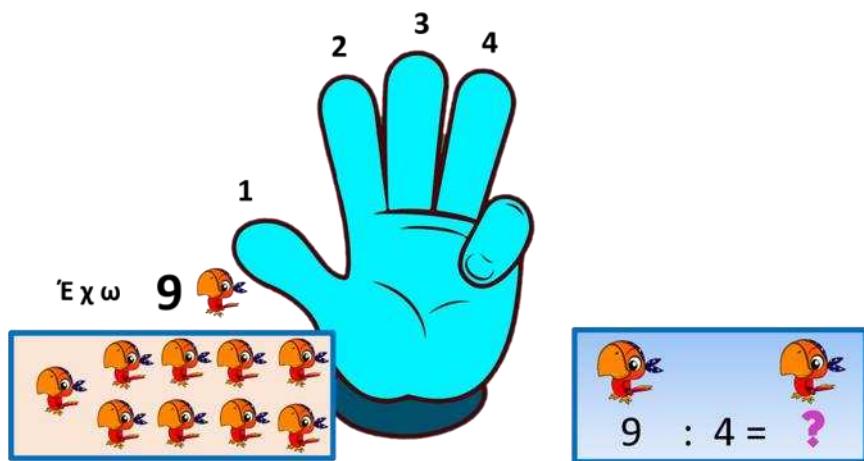
$$7 : \text{ } \text{ } = ?$$



$$7 : \text{ } \text{ } = 3$$

$$1 \text{ } \text{ } \text{ }$$





## I. ΚΑΡΤΕΛΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

**1**



**2**



**3**



4



5



6



7



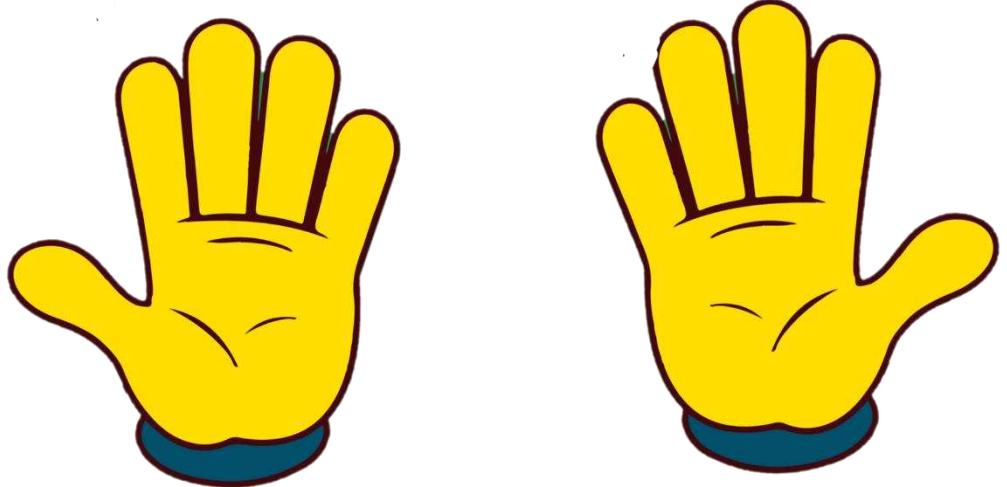
8

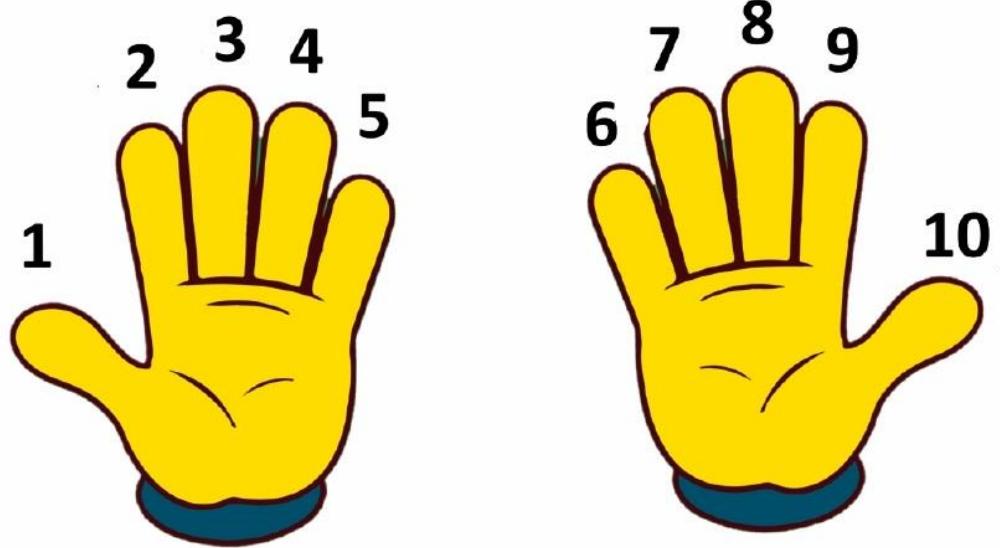


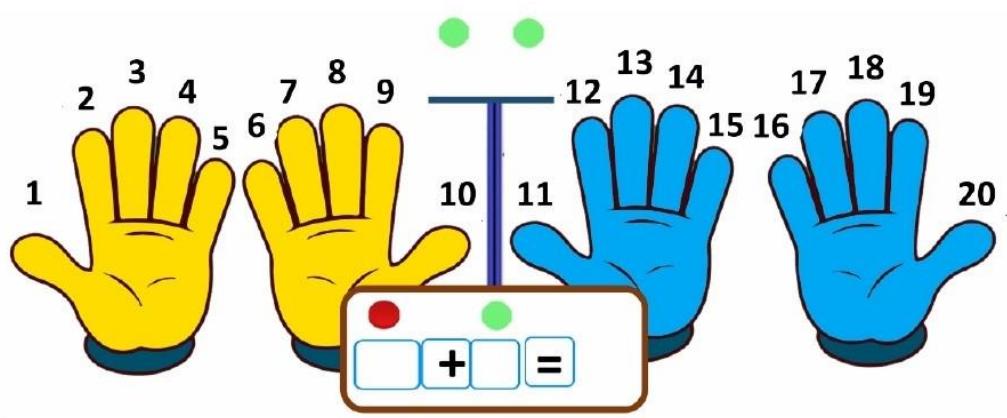
9

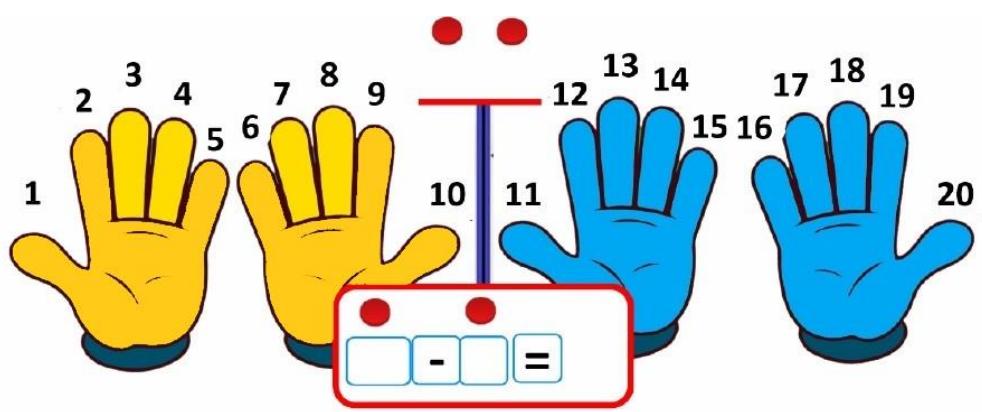


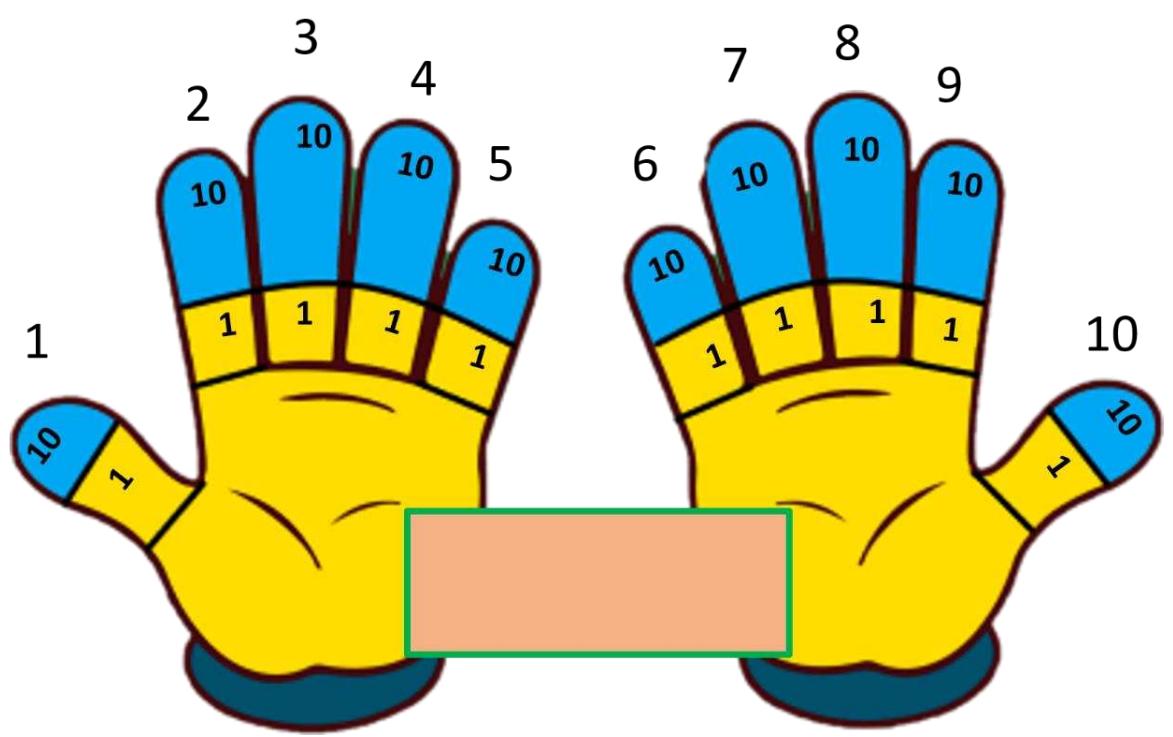
**10**

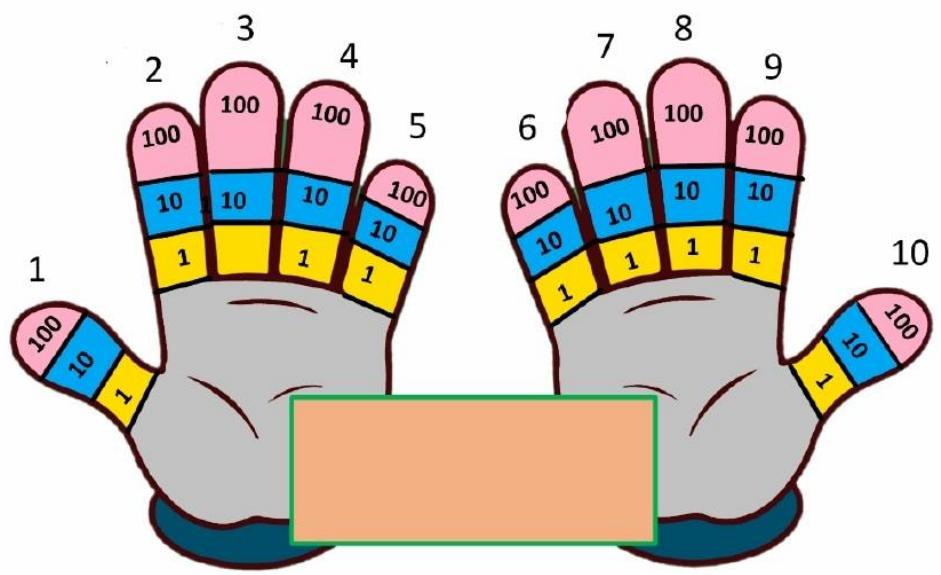












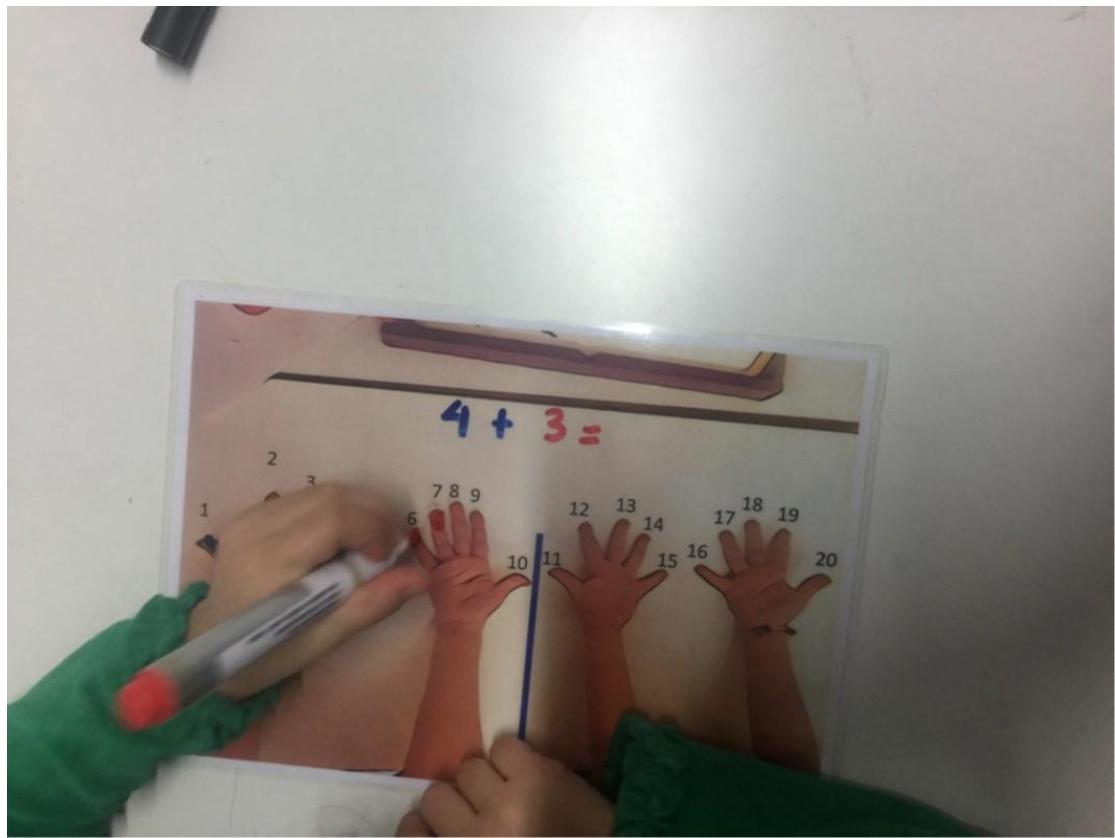
## **ΙΑ. ΜΕΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ**

**Η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί με 3 διαφορετικούς τρόπους**

1. Με τη χρήση πλαστικοποιημένης έγχρωμης φωτοτυπίας A4, 2 ή 3 μαρκαδόρων διαφορετικών χρωμάτων για λευκοπίνακα, ενός σπόγγου για σβήσιμο και ενός μολυβιού ή μικρής βέργας.







2. Με τη χρήση πλαστικοποιημένης έγχρωμης φωτοτυπίας A2, πούλιων 2 ή 3 διαφορετικών χρωμάτων και ενός μολυβιού ή μικρής βέργας.









3. Ως εφαρμογή από την ιστοσελίδα <https://www.firstgradesmath.com/> με την επιλογή στην ελληνική γλώσσα, από τα **windows store** με τον τίτλο **Μαθηματικά Α Δημοτικού - Μέθοδος ALPHA** ( για PC ,LAPTOP όπως και για μέσα στην τάξη με την χρήση προτζέκτορα) και από το play store των android συσκευών με τον τίτλο  
**Μαθηματικά Α Δημοτικού - Μέθοδος ALPHA**