

特異点適合法に基づく S-R-S マニピュレータの逆運動学解法

滝将太 (都市大) 金宮好和 (都市大)

1. 緒言

現在、あらゆる分野でロボットマニピュレータが活躍しているが、その多くは目的に応じて設計され、必要最低限の自由度のみで構築された非冗長マニピュレータである。これに対し、必要な自由度より多くの自由度を持つ冗長マニピュレータは、その余った自由度（冗長自由度）を活用することで、障害物や特異点の回避、可操作性の向上が可能である。このように汎用性が高いため、これまで多くの研究が行われている。一方で、作業空間に対して関節の自由度が多いことにより、手先の位置、姿勢情報から関節変位を一意に得ることができない。そのため、冗長マニピュレータの逆運動学計算には、関節空間を拘束する評価関数を与える必要がある。

このような冗長問題に対する従来手法は大別して、解析的に解を得る方法と数値的に解を得る方法がある。前者は、関節変位空間に定義した評価関数について最適な関節変位を得る方法で、特異点問題の回避や関節可動域を考慮するのに有効である [1][2]。しかし、手先に指令した軌道を正確に追従することが困難である。これは解析的逆運動学解法が関節変位空間に基づくことに由来する。これに対し、後者は、手先速度と関節速度の関係を表すヤコビ行列に対し、局所的な拘束を与えることで関節速度解を得る手法である。速度空間で解を得るため、手先軌道を容易に生成することが可能である。しかし、マニピュレータの機構の特異点が軌道計画に大きな障害となる。

この問題に対する有効なアプローチの一つとして中村らによる特異点低感度運動分解法が挙げられる [3]。この手法により、特異点近傍において関節速度解を得ることができるが、目標軌道に対して追従させることが難しい。Oetomo らは、特異姿勢で表れる零空間ベクトルを利用して、特異点近傍に定めた領域内の追従性を向上させているが、与えられた運動方向に対して正確な追従とはいえない [4]。一方、Nenchev らによって提案された特異点適合法は、特異点やその近傍において正確に追従することが可能である [5]。また、一部の関節の運動を拘束することにより、S-R-S 型冗長マニピュレータの特異点に対しても、その有用性が確認されている。しかしながら、関節の拘束によって作業空間が制限されるため、それを回避するための複雑な冗長運動の制御が新たに必要となる。

本論文では、S-R-S 型 7 自由度冗長マニピュレータの逆運動学解法について、[5] で提案された特異点適合法に、関節速度のユークリッドノルムを最適にする評価関数を与えた新たな手法を提案する。本論文で提案する手法の利点は次のとおりである。

1. 従来の特異点適合法の問題である作業空間の制限が解決され、冗長運動を独立して扱える。

2. 回避できない多重特異点となる特別な場合を除いて、目標の手先位置、姿勢を表現する関節変位を得ることができる。

3. 上記の特別な場合を除き、手先の運動方向を正確に追従することができる。

本論文の構成は以下のとおりである。まず第 2 章で、S-R-S 型マニピュレータの運動学モデルについて述べる。第 3 章で提案する逆運動学解法について定式化し、第 4 章で数値シミュレーションを用いて有用性を検証する。第 5 章で本論文の要約と結論を述べる。

2. S-R-S マニピュレータの運動学と特異点

本論文では、図 1 に示すような 7 自由度マニピュレータについて考える。第 1 関節から第 3 関節で構成される肩部と第 5 関節から第 7 関節で構成される手首部は、それぞれ隣接する関節軸が互いに直交し、それらが一点で交わるため、仮想的な球面関節とみなすことができる。このような冗長マニピュレータは S-R-S マニピュレータと呼ばれている。S-R-S マニピュレータの手先に位置と姿勢を与えて拘束すると、手首の位置は一意に定まる。つまり、手先の運動を手首の運動に帰着して考えることができ、第 1 関節から第 4 関節で手先の位置、残りの関節で姿勢を表す非干渉化が可能である。この機構的性質を利用して、本論文では、与えられた手先の位置と姿勢状態から別々に逆運動学計算を行う。

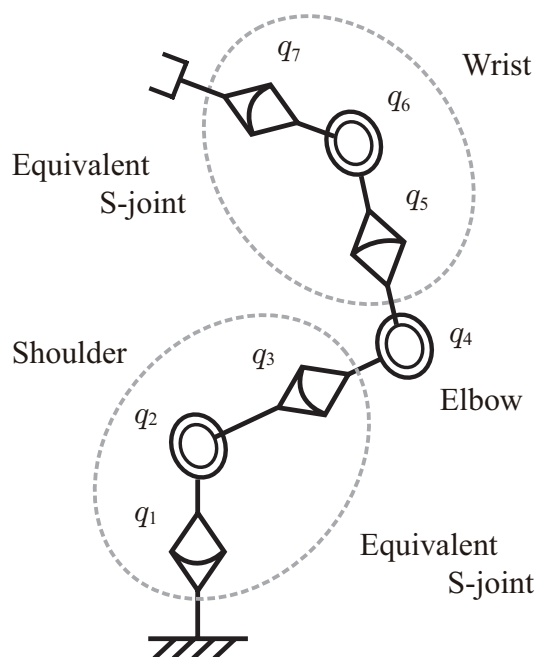


図 1 7 自由度冗長マニピュレータの機構モデル

2.1 手先の位置に関する逆運動学

ここで、肩部球面関節の中心を原点に持つ基準座標系 $\{0\}$ を定義し、 $\{0\}$ から見た手首を指す位置ベクトルを ${}^0_W\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ とする．D-H 表記法に準じて、 ${}^0_W\mathbf{p}$ を関節変数でパラメータ化すると次式となる．

$${}^0_W\mathbf{p} = \begin{bmatrix} {}^0_Wp_x \\ {}^0_Wp_y \\ {}^0_Wp_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1c - d_5S_1S_3S_4 \\ S_1c + d_5C_1S_3S_4 \\ (d_3 + d_5C_4)C_2 - d_5S_2C_3S_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$c = (d_3 + d_5C_4)S_2 + d_5C_2C_3S_4 \quad (2)$$

ただし、 $S_i = \sin q_i$ 、 $C_i = \cos q_i$ ．また、 d_3 、 d_5 はそれぞれ肩から肘、肘から手首のリンクの長さである．式 (1) の両辺を時間で微分して、速度関係を得ると、

$${}^0_W\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}_v \dot{\mathbf{q}}_{se} \quad (3)$$

$$\mathbf{q}_{se} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

となる．式中 $\mathbf{J}_v \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ は手首速度と関節速度の関係をつなぐヤコビ行列である．ここで、 $\|\dot{\mathbf{q}}_{se}\|$ を最小とするように関節速度空間に拘束を与えると、 $\dot{\mathbf{q}}_{se}$ は次式で得られる．

$$\dot{\mathbf{q}}_{se} = \mathbf{J}_v^+ {}^0_W\dot{\mathbf{p}} \quad (5)$$

$$\mathbf{J}_v^+ = \mathbf{J}_v^T \frac{\text{adj}(\mathbf{J}_v \mathbf{J}_v^T)}{\det(\mathbf{J}_v \mathbf{J}_v^T)} \quad (6)$$

\mathbf{J}_v^+ は \mathbf{J}_v の擬似逆行列である．このとき、 $\det(\mathbf{J}_v \mathbf{J}_v^T) = 0$ で特異点となり、関節速度解が定まらない．この場合、 $\det(\mathbf{J}_v \mathbf{J}_v^T) = 0$ を満たすような特異姿勢は次の二つに分類される．

- $S_2 = 0$ かつ $C_3 = 0$
- $S_4 = 0$

前者は、冗長自由度を利用することによって回避可能な特異点である [6]．特に、擬似逆行列では最適化する評価関数の性質から潜在的にこの特異点を回避するため、本論文では考慮しない．一方、後者は肘が伸びきるときに必ず表れる特異点で、避けることができない [6]．この特異点は一般に肘特異点と呼ばれる．

2.2 手先姿勢に関する逆運動学

$\{0\}$ を基準に、 $\dot{\mathbf{q}}_{se}$ の影響による姿勢変化を ${}^0_W\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$ とすると、与えられた手先の指令角速度 ${}^0_E\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$ からの相対的な角速度 ${}^W_E\boldsymbol{\omega} = {}^0_E\boldsymbol{\omega} - {}^0_W\boldsymbol{\omega}$ によって、次式のように関節速度解 $\dot{\mathbf{q}}_w = [\dot{q}_5 \ \dot{q}_6 \ \dot{q}_7]^T$ を得ることができる．

$$\dot{\mathbf{q}}_w = \mathbf{J}_{\omega}^{-1} {}^W_E\boldsymbol{\omega} = \frac{\text{adj} \mathbf{J}_{\omega} {}^W_E\boldsymbol{\omega}}{\det \mathbf{J}_{\omega}} \quad (7)$$

式中、 $\mathbf{J}_{\omega} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は ${}^W_E\boldsymbol{\omega}$ と $\dot{\mathbf{q}}_w$ の関係を表すヤコビ行列である．このとき、 $\det \mathbf{J}_{\omega} = 0$ で特異点となり、特異姿勢は $S_6 = 0$ である．この特異点もまた肘特異点と同様に回避できず、手首特異点と呼ばれる．

3. 特異点適合法による逆運動学解法

3.1 特異方向の一般化

肘特異点について考慮するため、図 2 に示す仮想直動関節と球面関節による運動学的に等価なモデルを導入する．さらに、手首姿勢を表す行列を次のように定義する．

$${}^0_W\mathbf{R} = \mathbf{R}^z(q_1) \mathbf{R}^y(q_2) \mathbf{R}^z(q_3) \mathbf{R}^y(\alpha(q_4)) \quad (8)$$

$$\alpha(q_4) = \text{sgn}(S_4) \cos^{-1} \left(\frac{d_3 + d_5C_4}{r_s} \right) \quad (9)$$

$$r_s = \|{}^0_W\mathbf{p}\| \neq 0 \quad (10)$$

\mathbf{R}^y 、 $\mathbf{R}^z \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ はそれぞれ y 、 z 軸の固有軸回転を表す回転行列である．このように姿勢を定義することで、手首の運動を肩の球面関節を中心とした球面上の運動と直動関節による運動を容易に分解することができる．この性質を利用して、式 (3) の両辺に、 ${}^0_W\mathbf{R}^T$ を左から掛け、次式を得る．

$${}^W\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{R}^T {}^0_W\dot{\mathbf{p}} = {}^0_W\mathbf{R}^T \mathbf{J}_v \dot{\mathbf{q}}_{se} \quad (11)$$

$$\equiv \mathbf{J}_v^{\text{mod}} \dot{\mathbf{q}}_{se} \quad (12)$$

$$\mathbf{J}_v^{\text{mod}} = \begin{bmatrix} r_s S_2 S_3 & & & \\ (d_3 + d_5 C_4) S_2 C_3 + d_5 C_2 S_4 & & & \\ 0 & & & \\ r_s C_3 & 0 & d_5 C_\beta & \\ (d_3 + d_5 C_4) S_3 & d_5 S_4 & 0 & \\ 0 & 0 & -d_5 S_\beta & \end{bmatrix} \quad (13)$$

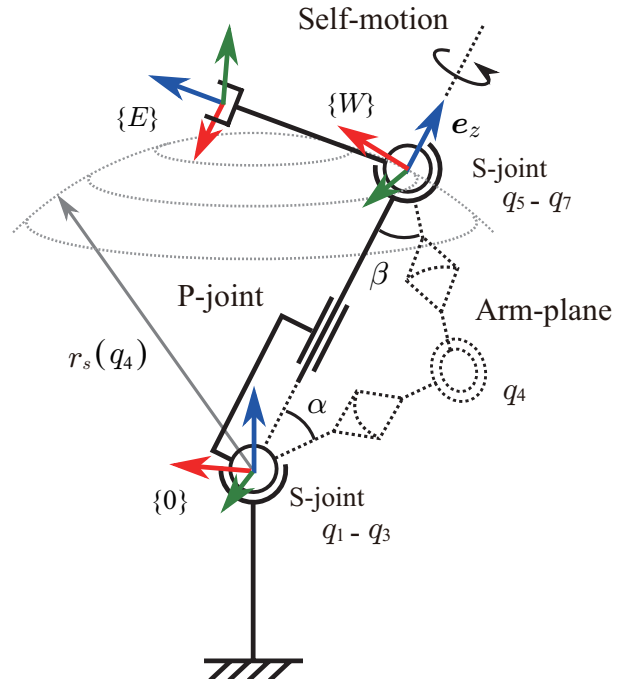


図 2 仮想直動関節による運動学的等価モデル

ここで, S_β , C_β はそれぞれ $\sin \beta$, $\cos \beta$ であり, β は

$$\beta(q_4) = \text{sgn}(S_4) \cos^{-1} \left(\frac{d_3 C_4 + d_5}{r_s} \right) \quad (14)$$

で表される．以上の変換により, 特異方向の大きさを ${}^W \dot{p}$ の z 軸成分に一般化することができる．つまり, ${}^W \dot{p}$ の x, y 軸成分である ${}^W \dot{p}_x, {}^W \dot{p}_y$ からの逆運動学計算は肘特異点が存在しないため, 関節速度解を得ることができる．本論文では, 関節速度のユークリッドノルムを最小とするような評価関数を与えるので,

$$\dot{q}_{se} = [\bar{J}_v^{mod}]^+ \begin{bmatrix} {}^W \dot{p}_x \\ {}^W \dot{p}_y \end{bmatrix} \quad (15)$$

によって解を得る．ただし, $\bar{J}_v^{mod} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ は仮想直動関節による運動を取り除いたヤコビ行列である．

一方, ${}^W \dot{p}_z$ の運動は \bar{J}_v^{mod} の二次元の零空間に定義される．この空間から関節速度のユークリッドノルムを最適化するようなベクトルを選択することは, 冗長運動を表す零空間ベクトルに対して垂直なベクトルを選ぶことと等価である．ここで, 冗長運動を表す関節速度ベクトル n_{sm} は,

$$n_{sm} = \begin{bmatrix} -d_5 C_3 S_4 \\ d_5 S_2 S_3 S_4 \\ c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

である．これにより, ${}^W \dot{p}_z$ 方向の運動を表す n_{sm} に対して垂直な関節速度ベクトルは次式で表される．

$$\dot{q}_{se} = b_z {}^W \dot{p}_z {}^W n_z \quad {}^W n_z \in \text{Ker} \bar{J}_v^{mod} \quad (17)$$

$${}^W n_z = \frac{1}{S_\beta \det(\bar{J}_v^{mod} \bar{J}_v^{modT})} \begin{bmatrix} {}^W n_{z1} \\ {}^W n_{z2} \\ {}^W n_{z3} \\ {}^W n_{z4} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$${}^W n_{z1} = r_s C_\beta S_3 (S_2 + S_\alpha C_\alpha C_2 C_3) \quad (19)$$

$${}^W n_{z2} = r_s C_\beta (2S_\alpha^2 C_2^2 C_3 + S_2^2 C_3 + S_\alpha C_\alpha S_2 C_2 (1 + C_3^2)) \quad (20)$$

$${}^W n_{z3} = r_s C_\beta C_2 S_3 S_\alpha (C_2 C_3 C_\alpha - S_2 S_\alpha) \quad (21)$$

$${}^W n_{z4} = -S_\beta \det(\bar{J}_v^{mod} \bar{J}_v^{modT}) / d_5 \quad (22)$$

式中, b_z は直動関節の運動の大きさを表す係数, S_α , C_α はそれぞれ $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, また, $\det(\bar{J}_v^{mod} \bar{J}_v^{modT})^T$ は

$$\det(\bar{J}_v^{mod} \bar{J}_v^{modT}) = n_{sm}^T n_{sm} = c^2 + d_5^2 S_4^2 (C_3^2 + S_2^2 S_3^2) \quad (23)$$

である．この場合, 肘特異点は $S_\beta = 0$ である．

3.2 特異点適合法の適用

本論文では, S_β を指標として特異点適合法を適用する．特異点適合法は特異点との距離に応じて, 特異方

向の速度の大きさを決定することで, 関節速度を安定的に得る手法である．つまり, b_z に S_β を含ませることで分母の S_β を打ち消して, 逆運動学を計算する．これにより, 肘特異点においても関節速度空間に解が存在する．本論文では, 特異点近傍に特異点領域 β_s を次のように定義し, その領域内で特異点適合法を適用する．

$$\beta^s \equiv \{\varepsilon \geq |S_\beta|\} \quad (24)$$

ε は領域を定義する閾値である．また, 特異点領域の境界で手先速度の大きさを滑らかに補間するため, b_z は次のように与える．

$$b_z = \begin{cases} \sin 2^n \beta, & \text{if } \beta \in \beta^s \\ \text{sgn}(S_\beta), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (25)$$

式 (25) とすることで, 特異点領域内を正弦関数で滑らかに補間することができる．また, 整数 n によって閾値 ε が以下のように定まり,

$$\varepsilon \equiv \sin\left(\frac{\pi}{4n}\right) \quad (26)$$

特異点領域を決定する変数となる．

以上の議論をまとめると手首位置に関する逆運動学計算は次式によって, 関節速度解を得る．

$$\dot{q}_{se} = [\bar{J}_v^{mod}]^+ \begin{bmatrix} {}^W \dot{p}_x \\ {}^W \dot{p}_y \end{bmatrix} + b_z {}^W n_z {}^W \dot{p}_z + b_{sm} n_{sm} \quad (27)$$

b_{sm} は冗長運動の大きさを表す係数である．これにより, 肘特異点を考慮した擬似逆行列に基づく逆運動学計算が可能となり, 冗長運動を独立して利用することができる．さらに, $|b_z|$ を式 (27) の右辺第一項に掛けることで, 特異点やその近傍においても運動の方向を正確に追従することができる．

3.3 冗長自由度を利用した手先姿勢の逆運動学

本論文では, 姿勢の逆運動学計算に対して手首特異点を回避するため, 上記の手首位置に関する冗長自由度を活用する．冗長自由度が手先姿勢に与える影響を考慮すると, 姿勢運動における速度空間の関係は以下の式で表される．

$${}^W_E \omega = J_\omega \dot{q}_w + r_s S_2 b_{sm} e_z = \bar{J}_\omega \dot{q}_w \quad (28)$$

$$\bar{J}_\omega = \begin{bmatrix} S_\beta & -C_\beta S_5 & S_\beta C_6 + C_\beta C_5 S_6 & 0 \\ 0 & C_5 & S_5 S_6 & 0 \\ C_\beta & S_\beta S_5 & C_\beta C_6 - S_\beta C_5 S_6 & r_s S_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{q}_w = [\dot{q}_w \quad b_{sm}]^T$$

\dot{q}_w のユークリッドノルムを最適にするように, \bar{J}_ω の擬似逆行列によって関節速度解を得る．このときの特異点は, $S_2 = 0$ かつ $S_6 = 0$ であるが, 擬似逆行列を用いるため, この特異点を回避するように関節速度を求めることができる．すなわち, この場合の特異点と肘特異点が多重特異点となるような特別な場合を除いて, 姿勢運動を生成することが可能である．

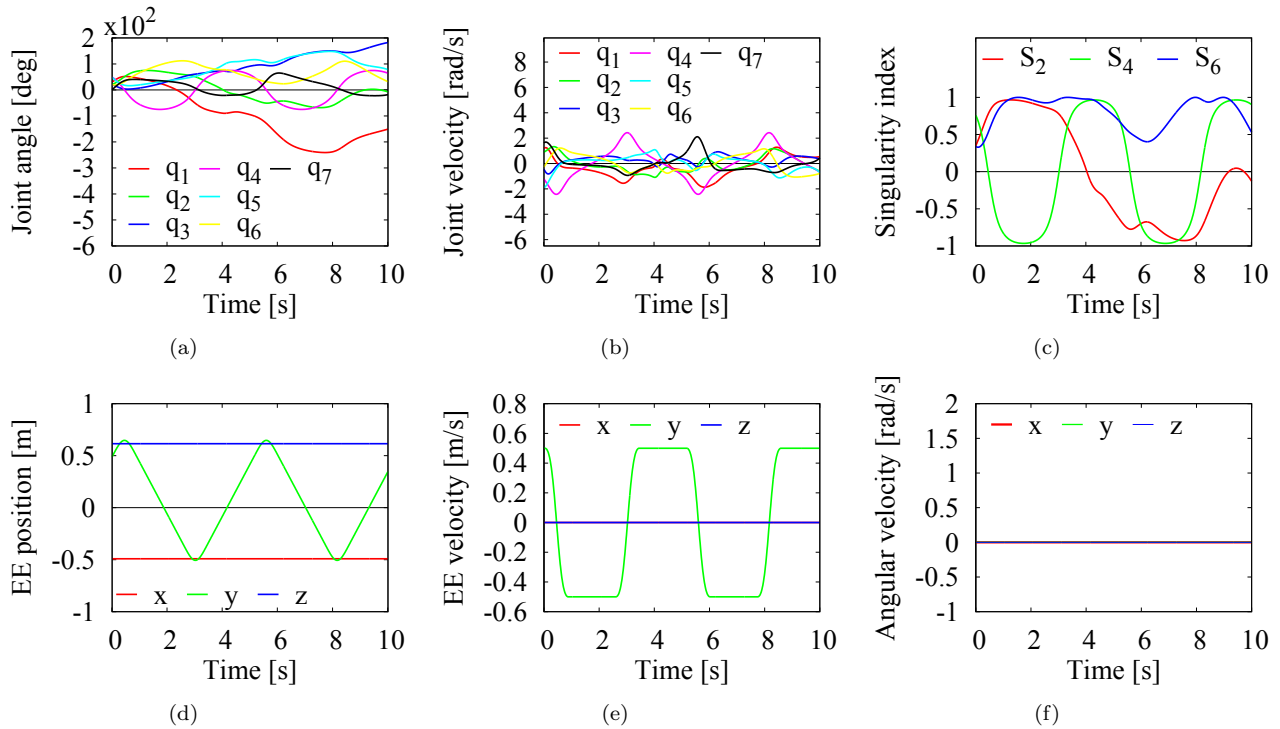


図3 提案した逆運動学解法によるシミュレーション結果

4. 数値シミュレーションによる検証

本論文で提案した逆運動学解法の有用性について検証するための数値シミュレーションを行った。各リンクの長さは $d_3 = 0.5$ m, $d_5 = 0.45$ m および手首から手先の長さは 0.08 m とした。初期姿勢を $q = [30 \ 20 \ 20 \ 50 \ 50 \ 20 \ 0]^T$ deg, 手先の速度指令値 ${}^0_W \dot{p}$ は、基準座標系 $\{0\}$ の y 軸方向に沿って ± 0.5 m/s で肘特異点に達する瞬間に運動方向を反転させるように与えた。また、姿勢運動の指令値 ${}^0_W \omega$ は 0 とし、姿勢を保持する指令とした。特異点領域は $n = 2$ で、閾値は $\varepsilon = 0.38268$ とした。また、特異点領域内で手首速度の x, y 軸成分に係数 $|b_z|$ を掛け、手先運動方向を指令値通りに追従させるように与えた。

シミュレーション結果を図3に示す。示された結果は肘特異点においても関節角速度解を得ることができ、作業空間の外部境界まで手先運動を生成することが確認できた。また、運動方向についても指令通りに追従することが確認できた。

5. 結言

本論文では、S-R-S 冗長マニピュレータの逆運動学解法について特異点適合法による数値的に計算する新たな手法について述べた。本論文で提案した手法を適用することで、肘特異点においても関節変位を安定して得ることが可能であることを示した。これにより、手先の作業空間内部に制限をかけることなく手先の運動生成が可能となった。さらに、指令した運動方向を正確に追従できることを数値シミュレーションにより確認した。

今後の課題は、提案手法を用いて制御系を構築し、実機実験にて実用性の検証を行うことである。

最後に、本研究を進めるのに支援して頂いた東京都市大学大学院の野中謙一郎教授に感謝の意を表したい。

参考文献

- [1] 吉田浩平, 國松禎明, 石飛光章: “仮想リンク機構を用いた逆運動学による肘特異点問題の回避 - PUMA 型ロボットへの適用 -”, Proceedings of the 2013 JSME Conference on Robotics and Mechatronics, 2013.
- [2] M. Shimizu, H. Kakuya, W. Yoon, K. Kitagaki and K. Kosuge: “Analytical inverse kinematics computation for 7-DOF redundant manipulators with joint limits and its application to redundancy resolution,” IEEE Transactions on Robotics, vol. 24, no. 5, pp. 1131–1142, 2008.
- [3] 中村仁彦, 花房秀郎: “関節形ロボットアームの特異点低感度運動分解”, 計測自動制御学会論文集, no. 20, vol. 5, pp. 453–459, 1983.
- [4] D. Oetomo and M. H. Ang Jr: “Singularity-robust algorithm in serial manipulators,” Robots and Computer-Integrated Manufacturing 25, pp. 122–134, 2009.
- [5] D. N. Nenchev, Y. Tsumaki and M. Takahashi: “Singularity-consistent kinematic redundancy resolution for the S-R-S manipulator,” Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 3607–3612, 2004.
- [6] 滝康嘉, 杉本浩一: “冗長マニピュレータの特異姿勢”, 日本機械学会ロボティクスメカトロニクス講演会'03 講演論文集, 2003.