

# 人型ロボットのバランス制御のための CRB レンチコーンを 考慮した擬似逆行列による CRB レンチの分配

梅景正光（東京都市大学） 金宮好和（東京都市大学） 佐藤大祐（東京都市大学）

## 1. 緒言

人型ロボットの摩擦制約の研究として、Hirukawa ら [1] は接触領域の凸包に内接する頂点での多角錐に近似した摩擦円錐をすべて満たすときレンチの拘束条件が満たされるとし、このときのレンチの集合を CWC (Contact Wrench Cone) と定義した。CWC 内に接触レンチが含まれるかを判定するものがある [2]。また、CWC を人型ロボットの重心へと線形変換することで、バランス維持可能な人型ロボットの重心レンチの領域である GIWC (Gravito-Inertial Wrench Cone) を求め、重心軌道生成を行う研究がされている [3]。しかし、この領域を求める計算コストは span ベクトルまたは face ベクトルの数に対して指数関数的に増加するため計算コストを少なくする必要がある。

本稿では、GIWC のように、CWC を人型ロボットのすべての関節が固定されたと仮定した剛体である CRB (Composite Rigid Body) への線形変換により CRB レンチコーンの計算を行う。そして、CRB レンチコーンを考慮した擬似逆行列による CRB レンチの分配を算出する。擬似逆行列によって解析的に計算することで、繰り返し最適化よりも少ない計算コストで CRB レンチの分配が可能になる。この擬似逆行列による CRB レンチの分配により斜面上および多点接触時での人型ロボットのバランス制御を実現する。

## 2. Spatial dynamics 方程式

人型ロボットの重心回りのレンチと接触レンチの関係式は以下ようになる。

$$\dot{L}_C - G_C = F_C = {}^C X_W^T \bar{F}^c \quad (1)$$

$F_C \in \mathbb{R}^6$  を重心にかかるレンチ、 $\dot{L}_C \in \mathbb{R}^6$  を運動量変化率、 $G_C \in \mathbb{R}^6$  を CRB の重力項、 $\bar{F}^c \in \mathbb{R}^c$  を接触レンチ、 ${}^C X_W^T \in \mathbb{R}^{6 \times c}$  接触部から重心までのレンチを写像する行列、 $c$  は接触部の拘束数である。

## 3. 摩擦円錐とコンタクトレンチコーン

クーロンの摩擦モデルに基づいた静摩擦係数  $\mu$  の摩擦円錐を  $m$  面の凸多面錐に近似した摩擦制約を満たす接触力の集合  $FC$  を求める。このとき、 $FC$  は凸多面錐の理論 [4] により凸多面錐の法線ベクトルによる face 形式と稜線ベクトルによる span 形式によって以下のように表される [5]。

$$FC_{k_p} = \{f_{k_p} : u_{k_{p_i}}(\mu)^T f_{k_p} \leq 0, i \in [1, m]\} \quad (2)$$

$$FC_{k_p} = \left\{ \sum_{i=1}^m v_{k_{p_i}}(\mu) \lambda_{k_{p_i}} : \lambda_{k_{p_i}} \geq 0, i \in [1, m] \right\} \quad (3)$$

$k$  は環境との接触部である。 $p$  は接触部の凸包の各頂点、 $u_{p_i} \in \mathbb{R}^3$  は摩擦円錐の超平面に対する法線ベクトル、 $f_p \in \mathbb{R}^3$  は凸包の各頂点での接触力、 $v_{p_i} \in \mathbb{R}^3$  は摩擦円錐の稜線ベクトル、 $\lambda_{p_i}$  は稜線ベクトルの非負の係数、式 (2) は face 形式であり式 (3) は span 形式である。式 (3) を行列の式で表すと次式ようになる。

$$FC_{k_p} = V_{k_p}^{FC} \lambda_{k_p} \quad (4)$$

$$V_{k_p}^{FC} = \begin{bmatrix} \mu \cos \alpha_{k_1} & \cdots & \mu \cos \alpha_{k_p} \\ \mu \sin \alpha_{k_1} & \cdots & \mu \sin \alpha_{k_p} \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \alpha_{k_p} = \frac{2\pi(\rho-1)}{m}$$

$$\lambda_{k_p} = [\lambda_{k_{p_1}} \cdots \lambda_{k_{p_m}}]$$

$\rho$  は頂点の数であり、各接触部の CWC は凸包の各頂点  $p$  の摩擦円錐を接触部  $k$  までの変換行列  $C_k \in \mathbb{R}^{6 \times 3\rho}$  によって次式のように求めることができる [5]。

$$V_k^{CWC} = C_k V_k^{FC} \in \mathbb{R}^{6 \times 4\rho} \quad (5)$$

$$V_k^{FC} = \text{diag}[V_{k_1}^{FC} \cdots V_{k_p}^{FC}] \in \mathbb{R}^{3\rho \times 4\rho}$$

## 4. CRB レンチの分配

### 4.1 CRB レンチコーンの計算

接触数が  $\kappa$  個のとき、拘束数は  $c = 6\kappa$  となる。人型ロボットの CRB レンチコーン  $V^{CRB} \in \mathbb{R}^{6 \times c}$  は各接触部の  $V_k^{CWC}$  より次式のようになる。

$$V^{CRB} = {}^C X_W^T V^{CWC} \quad (6)$$

$$V^{CWC} = \text{diag}[V_1^{CWC} \cdots V_k^{CWC}] \in \mathbb{R}^{c \times \kappa \rho m}$$

ロボットの重心にレンチが加わったとき各接触部間の摩擦制約を満たす接触レンチが存在するとき、次式が成り立つ。

$$V^{CRB} \lambda = F_C \in CRBWC, \lambda \succeq 0 \quad (7)$$

$$\lambda = [\lambda_1 \cdots \lambda_{\kappa \rho m}]$$

式中  $\succeq$  は成分すべての要素が  $\geq$  を満たしていることを表す。CRBWC は CRB レンチコーンの制約を満たす CRB レンチの集合である。

### 4.2 CRB レンチコーンによる分配

具体的な  $F_C$  が与えられたとき、式 (7) より擬似逆行列を用いることで  $\lambda$  は一意に求めることができ、接触レンチは次式のようになる。

$$\lambda = (V^{CRB})^+ F_C \in \mathbb{R}^m \quad (8)$$

$$\bar{F}^c = V^{CWC} \lambda \quad (9)$$

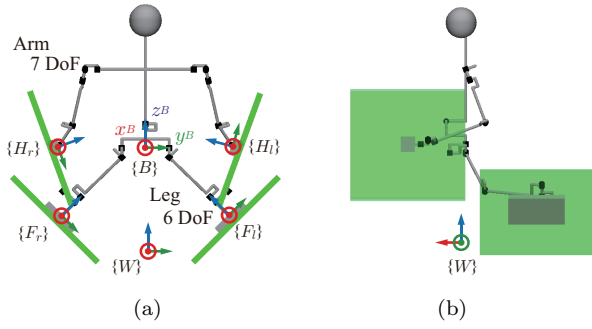


図1 シミュレーションの初期姿勢．

このとき、 $\lambda$  は摩擦制約の安定性を示す指標となる．二つの凸多面錐  $A, B$  の span 形式  $V_A, V_B$  が  $A \cup B = V_A + V_B$  となる必要十分条件は次式のようになる [5]．

$$v_{A_i}(\mu) + v_{B_j}(\mu) \in A \cup B, \quad i, j \in [1, m] \quad (10)$$

ただし、摩擦角と斜面の角度の合計 90 deg が大きいときや重心が両足の指示多角形に含まれるとき、擬似逆行列の分配では  $\lambda$  が負になるこのとき、事前に span ベクトルを CWC から取り除き CRB レンチコーンを計算することで、 $\lambda$  が正にすることが可能である．

## 5. シミュレーション

小型人型ロボット（身長 0.5 m、体重 6 kg）を用いる．図 1 にシミュレーションの初期姿勢を示す．傾斜 45 deg の V 字スロープに両足を傾斜 70 deg の壁に両手をつかせる．拘束条件には両手足を 6 軸拘束  $c = 24$ 、 $k = \{F_e, H_e\}$  とする． $F$  は足先、 $H$  は手先、 $e = \{r, l\}$  であり、 $r, l$  は左右を表す．各接触部の頂点の数を  $\rho = 4$  とした．床面と壁面の摩擦係数は  $\mu = 0.5$  とし、凸多面錐の面の数を  $m = 4$  とする．シミュレーション開始からロボットの重心を高さを一一定にして 1 s 間静止させ、2 s 間に左右方向に 20 mm 移動させ、1 s 間静止させ、2 s 間に前後方向に重心を 10 mm 移動させた．

シミュレーション結果を図 2 に示す．図 2(a), (b), (g) ~ (j) より重心の移動によってモーメントの分配比が変化していることがわかる．図 2(c) ~ (f) より  $z$  軸の力は初期姿勢のとき両手よりも両足に大きく分配されていることがわかる．また、4 点接触での CRB レンチコーンを用いたロボットの重心位置の安定性および接触力の計算には OS は Fedora 13 に RT-Preempt patch を適用し、8 コア Intel®Core™i7-4770 CPU @ 3.40 GHz プロセッサを用いた場合の擬似逆行列の計算時間は 45  $\mu$ s となり、QP を QuadProg++ を用いた式 (7) を目的関数、 $\lambda$  を目的変数として分配した場合の計算時間は 19324  $\mu$ s となり、擬似逆行列を用いたほうが計算コストが小さくなった．QP による計算は摩擦制約に対して安定した分配が行われていることがわかった．

## 6. 結言

ロボットの重心の変化によって、モーメントの分配比は変化し、接触面の傾斜によって力の分配比は異なる．また、重心が両足の指示多角形に含まれる場合などの姿勢では QP による分配は擬似逆行列を用いた分

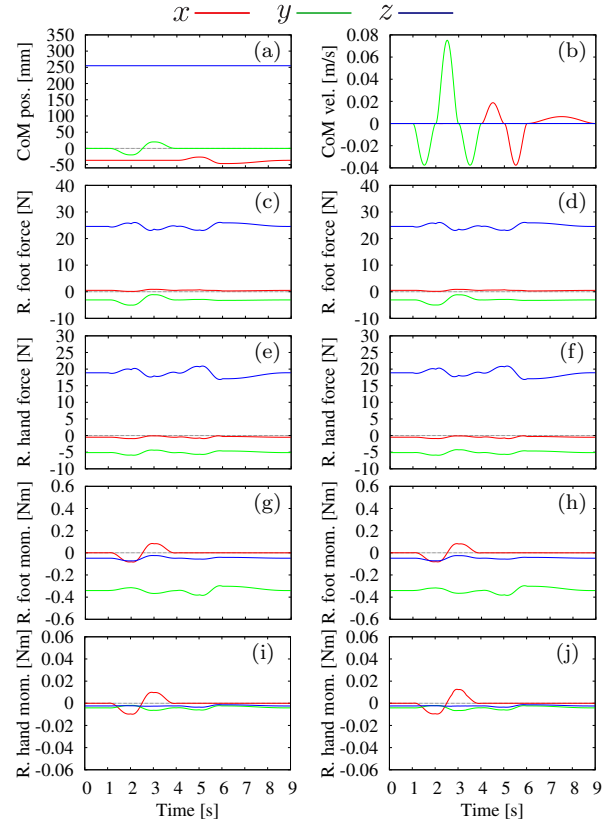


図2 シミュレーション結果: 一列目はロボットの重心，二列目以降の左列は擬似逆行列，右列は QP．

配よりも摩擦制約に対して最適な分配が行える．擬似逆行列により安定した重心の領域を求め、それを用いた分配では、計算コストが QP による計算よりも削減された．

## 参考文献

- [1] Hirohisa Hirukawa, Shizuko Hattori, Shuuji Kajita, Kensuke Harada, Kenji Kaneko, Fumio Kanehiro, Mitsuharu Morisawa, and Shinichiro Nakaoka. A pattern generator of humanoid robots walking on a rough terrain. In *Proc. of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2181–2187, 2007.
- [2] Hirohisa Hirukawa, Shizuko Hattori, Kensuke Harada, Shuuji Kajita, Kenji Kaneko, Fumio Kanehiro, Kiyoshi Fujiwara, and Mitsuharu Morisawa. A universal stability criterion of the foot contact of legged robots adios zmp. In *Proc. of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1976–1983, 2006.
- [3] Stephane Caron, Quang-Cuong Pham, and Yoshihiko Nakamura. Leveraging cone double description for multi-contact stability of humanoids with applications to statics and dynamics. In *Robotics: Science and Systems*, 2015.
- [4] A. J. Goldman and A. W. Tucker. Polyhedral convex cones. *Linear Inequalities and Related Systems, Annals of Math. Studies*, 38:19–39, 1956.
- [5] Shinichi Hirai. *Analysis and planning of manipulation using the theory of polyhedral convex cones*. PhD thesis, Kyoto University, 1991.