

## SC 擬似逆行列による柔軟ベース上冗長マニピュレータのトルク制御

## Singularity-Consistent Pseudoinverse Based Torque Control of a Redundant Manipulator Mounted on a Flexible Base

原 直行 正 金宮 好和 正 佐藤 大祐 (武蔵工大)

Naoyuki Hara, Musashi Institute of Technology, 1-28-1 Tamazutsumi, Setagaya, Tokyo

Yoshikazu Kanamiya, Musashi Institute of Technology

Daisuke Sato, Musashi Institute of Technology

A path tracking control method for a kinematically redundant manipulator mounted on a flexible base in the presence of vibrations is proposed. The method is based on dynamic redundancy resolution making use of a vibration suppression constraint. The method has the advantage that no algorithmic singularities are induced and that in addition, the end-effector path can pass close by kinematic singularities.

**Key Words:** Singularity-Consistent Method, Pseudoinverse Vibration Suppression, Redundant Manipulator Mounted on a Flexible Base.

## 1 緒言

微小重力環境でマクロ・ミニマニピュレータシステム [1] を使用する際、マクロ部の振動問題が考えられる。この問題に対し、我々は運動学的な冗長性をもつ柔軟ベース上のマニピュレータに、“特異点適合法 (Singularity Consistent method: SC 法) [2] に基づいた振動抑制制御 (Singularity-Consistent Vibration Suppression: SCVS)” を適用し解決してきた。同時に、マニピュレータ先端制御において、アルゴリズム的特異点 (Algorithmic Singularity: AS) 問題が確認された [3] が、マニピュレータ先端制御に擬似逆行列を用いる、“擬似逆行列を用いた振動抑制制御 (Pseudoinverse Vibration Suppression: PIVS)” を適用することでその問題を解決してきた [4]。しかし、この手法では擬似逆行列より由来するキネマティック特異点問題が存在する。斉藤らは、このキネマティック特異点問題に対して SC 法を適用した “SC 擬似逆行列” を用いて解決している [5]。我々は、柔軟ベース上の冗長マニピュレータに対し、この SC 擬似逆行列を適用した SC 擬似逆行列を用いた振動抑制制御 (Singularity-Consistent Pseudoinverse: SCPI) について、本論文でシミュレータを用いて示す。

## 2 振動抑制制御

マニピュレータの動作時や外乱によって柔軟ベース部に振動が生じた場合、振動を抑制する制御が必要となる。ここでは、マニピュレータをアクティブダンパのように使用する方法を記述する。まず、柔軟ベース上マニピュレータの運動方程式を示す。

$$\begin{bmatrix} H_b & H_{bm}(q) \\ H_{bm}^T(q) & H_m(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\nu}_b \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_b \nu_b \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_b \Delta \xi \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b(q, \dot{q}) \\ c_m(q, \dot{q}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、ベース部先端の並進速度を  $v_b$ 、姿勢角速度を  $\omega_b$  とし、ツイストを  $\nu_b = [v_b^T \ \omega_b^T]^T$  とする。式中の記

号の意味は、 $q \in \mathbb{R}^n$  は関節角ベクトル、 $H_m \in \mathbb{R}^{n \times k}$  はマニピュレータ慣性行列、 $H_b \in \mathbb{R}^{k \times k}$  はベース部慣性行列、 $H_{bm} \in \mathbb{R}^{k \times n}$  はベース部とマニピュレータの干渉慣性行列、 $c_m \in \mathbb{R}^n$  はマニピュレータ遠心力・コリオリ力項、 $c_b \in \mathbb{R}^k$  はベース部遠心力・コリオリ力項、 $K_b \in \mathbb{R}^{k \times k}$  はベース部剛性行列、 $D_b \in \mathbb{R}^{k \times k}$  はベース部粘性行列、 $\tau \in \mathbb{R}^n$  はマニピュレータの関節トルク、 $\nu_b \in \mathbb{R}^k$  はベース部先端のツイスト、 $\Delta \xi \in \mathbb{R}^k$  はベース部変位である。

行列の表記に使用されている  $n$  は関節角度空間、 $m$  は作業座標空間であり、 $k$  はベース部の自由度である。また、 $k = n - m$  とし、マニピュレータの関節における冗長自由度とする。

式 (1) の柔軟ベース上マニピュレータの方程式より、線形化された柔軟ベース部に関する方程式を示す。

$$H_b \dot{\nu}_b + D_b \nu_b + K_b \Delta \xi = -H_{bm} \ddot{q} \quad (2)$$

式中の  $H_{bm}$  は柔軟ベース部とマニピュレータとの干渉を与える慣性行列であるため、 $\ddot{q}$  を次式のように置くことにより、干渉を利用することができる。つまり、マニピュレータをアクティブダンパとして使用する。詳細は [6] を参照されたい。

$$\ddot{q} = H_{bm}^+ G_b \nu_b \quad (3)$$

$G_b$  はアクティブダンパゲインを意味し、 $H_b$  を含めたものとする。 $H_{bm}^+ \in \mathbb{R}^{n \times k}$  は慣性干渉行列の右擬似逆行列を意味する。 $G_b$  を適切な値にすることにより振動抑制が可能となる。

## 3 特異点適合法に基づく振動抑制制御

## 3.1 制約追加による冗長性の解決

マニピュレータについて、 $n > m$  のとき運動学的な冗長性を有する。我々は、振動抑制制御を制約とし、冗長性を解決している。

冗長マニピュレータ先端の並進速度を  $v_e$ 、姿勢角速度を  $\omega_e$  とし、ツイストを  $\nu_e = [v_e^T \ \omega_e^T]^T \in \mathbb{R}^m$  とすると、

関節角加速度との関係をヤコビ行列  $J(q)$  を用いて以下のよう表せる．

$$\dot{\nu}_e = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} + \dot{\nu}_b \quad (4)$$

ここで，式 (3) は，以下のように表せる．

$$H_{bm}\ddot{q} = G_b\nu_b \quad (5)$$

次に，マニピュレータ先端を加速度制御する式 (4) と振動抑制制御を行う式 (5) を結合すると以下の式が得られる．

$$\begin{bmatrix} \dot{\nu}_e - \dot{\nu}_* \\ G_b\nu_b \end{bmatrix} = J_{vs}\ddot{q} \quad (6)$$

$J_{vs} = \begin{bmatrix} J^T & H_{bm}^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$  であり， $\dot{\nu}_* = \dot{\nu}_b + \dot{J}\dot{q}$  である．式 (6) において， $\det JJ^T = 0$  となる場合，キネマティック特異点となり， $\det J_{vs} = 0$  となる場合，キネマティック特異点を含む新たな制約が影響を与えるアルゴリズム特異点となる．このように，冗長性を解決することにより新たな特異点が存在する．

### 3.2 特異点適合法

この特異点問題に対して，特異点適合法を適用した．式 (6) について，列拡張ヤコビ行列  $\tilde{J}_{vs} \in \mathbb{R}^{n \times (n+2)}$  を用いた同次方程式を求める．

$$\tilde{J}_{vs}\ddot{q} = \begin{bmatrix} J & -\dot{\nu} & 0 \\ H_{bm} & 0 & -G_b\nu_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

式中， $\dot{\nu} = \dot{\nu}_e - \dot{\nu}_*$  である．式 (7) の解は， $\tilde{J}_{vs}$  の零空間の射影行列を用いて次式のようになる．

$$\ddot{q} = \tilde{N}_{vs}\beta_{vs} \quad (8)$$

$$\tilde{N}_{vs} = [\tilde{n}_m \quad \tilde{n}_b] \in \mathbb{R}^{(n+2) \times 2} \quad (9)$$

$$\tilde{n}_m = [\mathbf{n}_{ma}^T \quad \det J_{vs} \quad 0]^T \in \mathbb{R}^{n+2} \quad (10)$$

$$\tilde{n}_b = [\mathbf{n}_{ba}^T \quad 0 \quad \det J_{vs}]^T \in \mathbb{R}^{n+2} \quad (11)$$

であり， $\beta_{vs} = [\beta_m \quad \beta_b]^T$  は任意のベクトルである．よって，式 (8) を展開すると以下のようになる．

$$\ddot{q} = \beta_m \mathbf{n}_{ma}(q, \dot{\nu}) + \beta_b \mathbf{n}_{ba}(q, \nu_b) \quad (12)$$

$$1 = \beta_m \det J_{vs} \quad (13)$$

$$1 = \beta_b \det J_{vs} \quad (14)$$

式中， $\mathbf{n}_{ma}$  は，マニピュレータ先端にベース部に対し無反動な動作をさせ，同時に， $\mathbf{n}_{bv}$  より，冗長性を用いて振動を抑制する．このとき，アルゴリズム特異点により，マニピュレータ先端が逆に動作し，作業範囲を縮小する問題が確認できている [3]．

### 4 SC 擬似逆行列を用いた振動抑制制御

上記の問題に対して，擬似逆行列を用いる．これにより，マニピュレータ先端制御におけるアルゴリズム特異点問題が存在しないため，作業空間が縮小されることがない．しかし，キネマティック特異点問題が存在する．

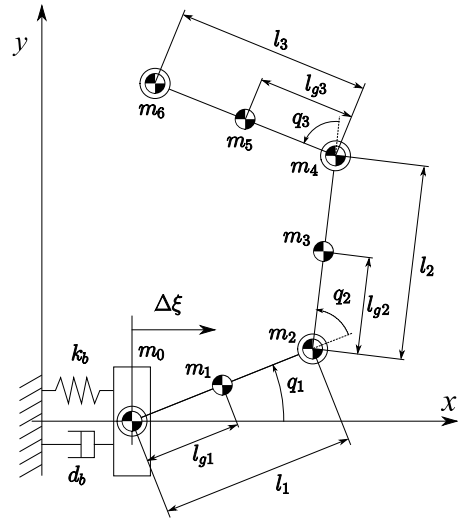


Fig. 1: Simulation model.

冗長マニピュレータの逆運動学は，擬似逆行列  $J^+(q)$  を用いて式 (4) より以下のようになる．

$$\ddot{q} = J^+(\dot{\nu}_e - \dot{\nu}_*) + \ddot{q}_N \quad (15)$$

式中， $\ddot{q}_N$  は任意の  $n$  次元ベクトルであり，冗長自由度  $k$  を用いたセルフモーションを行う項として，零空間の射影行列を用いて以下のように表せる．

$$\ddot{q}_N = N_b(q, \nu_b, a)\beta_a \quad (16)$$

ただし， $N_b \in \mathbb{R}^{n \times k}$  は零空間の射影行列， $\beta_a \in \mathbb{R}^k$  は任意ベクトルである．そこで，式 (15) の擬似逆行列について特異点適合法を適用する．擬似逆行列は，以下のように示すことが可能であり，式中の  $\det JJ^T$  は，

$$J^+ = bJ^T \text{adj}(JJ^T) \quad (17)$$

$$b = \frac{1}{\det(JJ^T)} \quad (18)$$

と置き換えられ，キネマティック特異点付近において  $b$  を一定値とすることで，関節角加速度に対し制限をかけることができる．

## 5 シミュレータへの適用

Fig. 1 にシミュレーションで使用する，柔軟ベース上の冗長 3 リンクマニピュレータのモデルを示す．原点より  $x$  方向 (低剛性方向) にばね・ダンパを配置し柔軟ベースを構築，その端に 3 リンクマニピュレータを配置した．図中，弾性係数  $k_b = 191$  N/m，減衰係数  $d_b = 0.33$  Ns/m である．また， $n = 3$ ， $m = 2$  とし，冗長自由度  $k = 1$  とした．以下にトルク式の導出を示す．

### 5.1 加速度制御式

冗長マニピュレータ先端の並進加速度  $\dot{\nu}_e$  と関節角加速度  $\dot{q}$  の関係は，ヤコビ行列  $J(q)$  を用いて以下のようになる．

$$\dot{\nu}_e = J\dot{q} + \dot{J}\dot{q} + \dot{\nu}_b \quad (19)$$

振動抑制制御の関節角加速度に関する式は，式 (5) より

$$h_{bm}\ddot{q} = g_b\nu_{bx} \quad (20)$$

となる．ここで， $g_b$  はアクティブダンパゲイン， $v_{bx}$  は柔軟ベース部先端の変位を示す．式 (6) を参考に，式 (19) と，(20) を結合することで以下の式を得られる．

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_e - \dot{v}_* \\ g_b v_{bx} \end{bmatrix} = J_{vs} \ddot{q} \quad (21)$$

式中， $\dot{v}_* = \dot{v}_b + \dot{J}\dot{q}$  である．3.2 を参考に， $\tilde{J}_{vs}$  の零空間の射影行列を用いた  $\ddot{q}$  の解は，以下のように求められる．

$$\ddot{q} = \beta_m n_{ma}(q, \dot{v}) + \beta_b n_{ba}(q, v_{bx}) \quad (22)$$

$$1 = \beta_m \det J_{vs} \quad (23)$$

$$1 = \beta_b \det J_{vs} \quad (24)$$

式中， $\dot{v} = \dot{v}_e - \dot{v}_*$  である．式 (22) において，特異点から離れている場合では式 (23)，(24) より  $\beta_m$ ， $\beta_b$  を求める．特異点近傍では， $\beta_m$ ， $\beta_b$  に適切な値を与えることにより，安定した動作が可能となる [7]．ここで，式 (15)，(16) を参考に，式 (19)，(21) を用いて，関節角加速度を求められる．

$$\ddot{q} = J^+(\dot{v}_e - \dot{v}_*) + \beta_b n_{ba} \quad (25)$$

## 5.2 計算トルクコントローラ

柔軟ベース上マニピュレータのトルク式は，運動方程式 (1) より以下のようになる．

$$\tau = H_m(q)\ddot{q} + h_{bm}^T(q)\dot{v}_{bx} + D_m\dot{q} + c_m(q, \dot{q}) \quad (26)$$

求めるトルク制御式は，式 (26) に式 (25) を代入することで，以下の式になる．

$$\tau = H_m J^+(\dot{v}_e - \dot{v}_*) + D_m \dot{q} + c_m + h_{bm}^T \dot{v}_{bx} + \beta_b g_b v_{bx} H_m \tilde{n}_{ba} \quad (27)$$

また， $n_{ba} = \beta_b v_{bx} \tilde{n}_{ba}$  である．

次に，マニピュレータ先端制御を行うため，マニピュレータ先端における目標位置  $p_d$ ，目標速度  $\dot{p}_d$ ，目標加速度  $\ddot{p}_d$  の軌道生成に，五次補間法を用いる．マニピュレータ先端の指令値は，現在のマニピュレータ先端位置  $p$ ，速度  $\dot{p}$  を用いて以下のようになる．

$$\dot{v}_e \equiv \dot{v}_{ref} = \ddot{p}_d + K_v(\dot{p}_d - \dot{p}) + K_p(p_d - p) \quad (28)$$

式中  $K_v = \text{diag}[k_v \ k_v]$ ， $K_p = \text{diag}[k_p \ k_p]$  はフィードバックゲインである．式 (27) に代入することで，マニピュレータの各関節トルク指令値を算出できる．

$$\tau_{ref} = H_m J^+(\dot{v}_{ref} - \dot{v}_*) + D_m \dot{q} + c_m + h_{bm}^T \dot{v}_{bx} + \beta_b g_b v_{bx} H_m \tilde{n}_{ba} \quad (29)$$

Fig. 2 にシミュレータの擬似逆行列を用いた振動抑制制御のブロック線図を示す．

## 5.3 シミュレーション方法

今回，PIVS を用いたシミュレーション (I) と SCPI を用いたシミュレーション (II) を行った．共通の条件として，初期関節角度  $q = [90 \ 0.0 \ -90]^T \text{ deg}$ ， $K_p =$

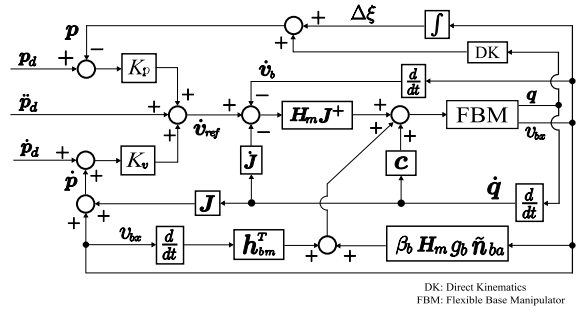


Fig. 2: Vibration suppression control block diagram based on acceleration.

$\text{diag}[200 \ 200] \text{ s}^{-2}$ ， $K_v = \text{diag}[2500 \ 2500] \text{ s}^{-1}$ ，アクティブダンパゲインを  $g_b = 30 \text{ m}^{-1}$  とした．データは，マニピュレータ先端を 9 s の間に半径  $r = 0.1001 \text{ m}$  の円軌道を描かせ，1 s 間静止させた状態を記録した．また，アルゴリズム的特異点を通過する場合，式 (25) より評価関数として用いている  $\det J_{vs}$  の符号が変わるため， $\beta_b = \sigma_b \bar{\beta}_b$  とし  $\bar{\beta}_b$  を正の一定値にし， $\sigma_b = \text{sgn}(\det J_{vs})$  として正負の単位量を示す  $\sigma_b$  を調整した．両シミュレーションとも， $\det J_{vs}$  の値が  $1.5 \times 10^{-4}$  以下となった場合，振動抑制のゲイン定数を  $\bar{\beta}_b = 2.0 \times 10^4$  とし一定の値を用いた．シミュレーション (II) については， $\det J J^T$  の値が  $5.0 \times 10^{-5}$  以下となった場合，ゲイン定数  $b = 2.0 \times 10^4$ ，としている．これにより，それぞれの特異点通過時に安定した動作が可能となる．また，シミュレータには実験機のアクチュエータに存在する粘性摩擦項を模擬し，粘性摩擦行列を  $D_m = \text{diag}[-0.05 \ -0.05 \ -0.05] \text{ kg}\cdot\text{m/s}$  とした．

## 5.4 結果および考察

Fig. 3, 4 にはそれぞれ，(a) 関節角度，(b) 関節角速度，(c) アルゴリズム的特異点，キネマティック特異点を表す行列式の値，(d) マニピュレータ先端の軌道，(e) マニピュレータの先端の位置，(f) 関節角速度を示す．

今回，半径を 0.1 m とした場合に数値誤差によりキネマティック特異点を通過しなかったため，通過させるために 0.1001 m とした．よって，Fig. 3 において，(c) より  $t = 3.24 \text{ s}$  でキネマティック特異点を通過した事を確認できた．これにより (a)，(b) で関節に過大な値が与えられ，シミュレーションが中断した．これより，PIVS はキネマティック特異点を通過不可能であることを確認できた．それに対し，SC 擬似逆行列を用いた場合，Fig. 4 より，安定して動作可能であることを確認できた．次に，シミュレーション (II) について，Fig. 5 に，それぞれ (a) b の値，(b) キネマティック特異点付近でのマニピュレータ先端の y 方向位置，(c) ベース部変位，(d) マニピュレータ先端エラーの結果を示す．(b) より， $t = 3.28 \text{ s}$  付近でキネマティック特異点に近づいていることが確認できた．上記のように，マニピュレータ先端にキネマティック特異点を通過させる軌道を与えたが， $b$  を用いることで関節角加速度に対し制限がかかり，軌道を追従不可能とし，結果，キネマティック特異点を通過させないよう制御した．ここで比較のために，シミュレーション (II) においてキネマティック特異

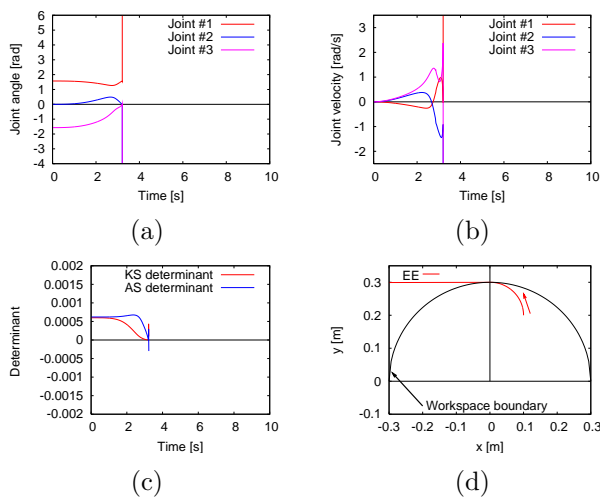


Fig. 3: PIVS control through kinematic singularity

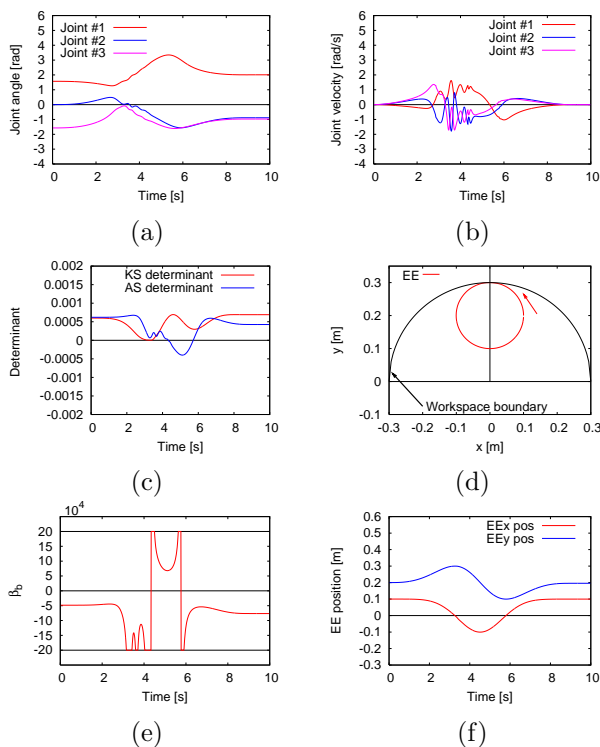


Fig. 4: SCPI control through kinematic singularity ( $b = 2.0 \times 10^4$ )

点付近を通過する際、 $b = 2.0 \times 10^5$  とした場合の結果を Fig. 6 に示した。この結果、(a) で  $b = 2.0 \times 10^4$  の場合よりも、作業範囲限界まで達していることがわかった。よって、この  $b$  の値を無限に大きくすることで、さらにキネマティック特異点へ近づくことが可能である。しかし、 $b$  の値をより大きくすることで、Fig. 5, 6 の (c), (d) より特異点付近で振動が発生し、先端のエラーに影響が出てしまうことがわかった。

## 6 結言

今回、 $b$  を用いてマニピュレータの関節角加速度に制限をかけることで、キネマティック特異点付近を安定して動作可能であることを確認できた。しかし、特異点に近づくほど、振動が発生しやすくなることも確認できた。

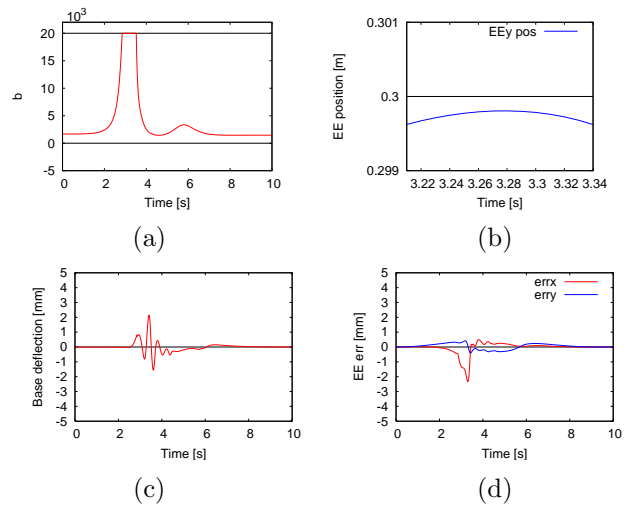


Fig. 5: The detail of simulation with SCPI ( $b = 2.0 \times 10^4$ )

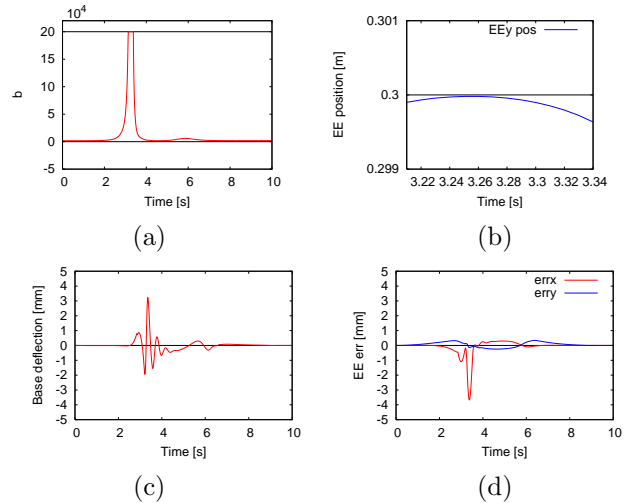


Fig. 6: The detail of simulation with SCPI ( $b = 2.0 \times 10^5$ )

## 文献

- [1] A. Sharon and D. Hardt, "Enhancement of robot accuracy using endpoint feedback and a macro-micro manipulator system," in *the American Control Conf.*, San Diego, 1984, pp. 1836–1842.
- [2] D. N. Nenchev, Y. Tsumaki and M. Uchiyama, "Singularity-consistent parameterization of robot motion and control," *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 19, No. 2, February 2000, pp. 159–182.
- [3] T. Hishinuma and D. N. Nenchev, "Singularity-consistent vibration suppression control with a redundant manipulator mounted on a flexible base," in *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, October 9–15 2006, pp. 3237–3242.
- [4] 深津祐介, 菱沼利光, D. N. ネンチェフ: "擬似逆行列を用いた柔軟ベース上冗長マニピュレータの振動抑制制御", 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'07 講演論文集, 2A1B02, 2007.
- [5] 斉藤光輝, 妻木勇一, 金宮好和 (D. N. Nenchev): "SC 擬似逆行列による冗長マニピュレータの制御", 第 25 回日本ロボット学会学術講演会, 1M14, 2007.
- [6] D. N. Nenchev, K. Yoshida, P. Vichitkulsawat and M. Uchiyama, "Reaction Null-Space control of flexible structure mounted manipulator systems," *IEEE Tran. Robot. Autom.*, Vol. 15, No. 6, Dec. 1999, pp. 1011–1023.
- [7] 妻木勇一, 小寺真司, D. N. Nenchev, 内山勝: "6 自由度マニピュレータの特異点適応遠隔操作", 日本ロボット学会誌, Vol. 16, No. 2, 1998, pp. 195–204.