

分解特異点適合法に基づく特異点領域を考慮した U-R-S 型マニピュレータの動作生成

Enhanced Singularity-Consistent Motion Generation
for U-R-S Type Manipulators Considering the Singular Region

学 宮田 将吾 (都市大) 正 佐藤 大祐 (都市大) 正 金宮 好和 (都市大)

Shogo MIYATA, Tokyo City University, miyata@rls.mse.tcu.ac.jp

Daisuke SATO, Tokyo City University

Yoshikazu KANAMIYA, Tokyo City University

This paper addresses velocity-level inverse kinematics based on the enhanced Singularity-Consistent (eSC) method, aiming at precise path following in the presence of kinematic singularities. In particular, we apply the eSC method to U-R-S type manipulators in order to achieve path tracking through stationary point singularities. In addition, we consider the singular region and propose two types of motion generation of path tracking at regular point singularities. One of them is according to the maximum joint velocities. The other is a method for controlling the dwelling time. The methods are based on a decomposition of a motion (singular direction or non-singular direction). The effectiveness of the proposed methods is illustrated via numerical simulations.

Key Words: Singularity problem, Trajectory generation, Enhanced Singularity-Consistent method

1 緒言

逆運動学解法はロボティクス分野における基本的な計算手法であるが、その計算過程における特異点問題は指令した手先運動を表現する上で障害となる。有効なアプローチの一つとして中村らによる特異点低感度運動分解法が挙げられる [1]。この手法により、特異点近傍においても滑らかな関節速度を得ることができるが、目標軌道に対して追従させることが難しい。

これに対して Nenchev らは特異点適合法による解決を行った [2]。これは先端速度の大きさの拘束により、特異点に達しても関節速度を得る手法である。この手法の特徴は、特異点においても手先の指令方向を正確に追従可能なことである。また、特異点適合法を拡張した分解特異点適合法を提案し、S-R-S 型マニピュレータの特異点適合法により生じる定常特異点 (SPS) およびアルゴリズム特異点を解消した [3]。これにより特異点における接線方向の運動を可能にし、特異点を通過する円軌道を実現した。

本稿ではこの分解特異点適合法を U-R-S 型マニピュレータに適用する。特に [3] に加えて、作業空間内部の特異点を通過する円軌道も可能にした。また、[3] での直線軌道は特異点領域を設け、領域内でのみ特異点適合法を適用しているが、特異点領域を任意に設定できない。そこで本稿では、最大関節速度を考慮した特異点領域の設定および特異点領域に滞在する時間を考慮した軌道生成の 2 種類を提案する。

前者は、過去の研究で遠隔操作において実現している [4]。しかしながら、最大関節速度に達したとき、その関節速度を維持する手法であるため、あらかじめ作業空間に特異点領域を設定することができない。また、関節加速度が過大となり、滑らかな動作とは言えない。したがって、本稿では自動制御を対象とし、あらかじめ作業空間に特異点領域を定義可能であり、関節速度を滑らかに補間する方法を提案する。

後者は、特異点領域に手先が留まる時間に対して厳密な制約がある場合において必要であり、Kieffer らは、2R マニピュレータにのみこれを考慮している [5]。本稿では U-R-S 型マニピュレータにおいてこれを実現する。

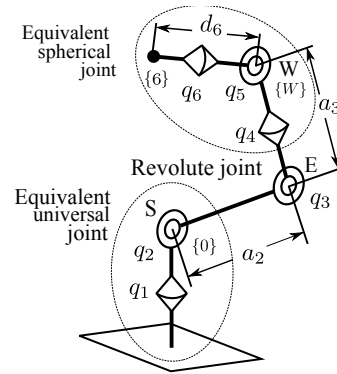


Fig. 1: U-R-S type manipulator model.

2 分解特異点適合法の U-R-S 型マニピュレータへの適用

分解特異点適合法は位置と姿勢の非干渉化が可能なマニピュレータに適用可能なため、本稿では U-R-S 型マニピュレータを対象モデルとする。また、特異点領域の設定は分解特異点適合法の適用による式の簡易化に基づく。

2.1 位置と姿勢の非干渉化

図 1 に示す U-R-S 型マニピュレータは手先の位置と姿勢を拘束すると、手首の位置は一意に定まる。すなわち、手先の運動を手首の運動に帰着して考えることができる。そのため、第一関節から第三関節を位置副鎖、第四関節から第六関節を姿勢副鎖と置くことで、位置と姿勢の非干渉化が可能である。このときの手首速度と手先速度・角速度の関係式は以下となる。

$${}^0\dot{p}_W = {}^0\dot{p}_6 - d_6 {}^0\omega_6 \times {}^0R e_z \quad (1)$$

$$e_z = [0 \ 0 \ 1]^T$$

ただし、 ${}^0\dot{p}_6 \in \mathbb{R}^3$ は手先速度、 ${}^0\omega_6 \in \mathbb{R}^3$ は手先角速度、 ${}^0R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は手先姿勢の回転行列、 ${}^0\dot{p}_W \in \mathbb{R}^3$ は手首速度である。速度関係の逆運動学により以下となる。

$$\dot{q}_p = J_{pv}^{-1}(q_p) {}^0\dot{p}_W = \frac{1}{\det J_{pv}} \text{adj} J_{pv} {}^0\dot{p}_W \quad (2)$$

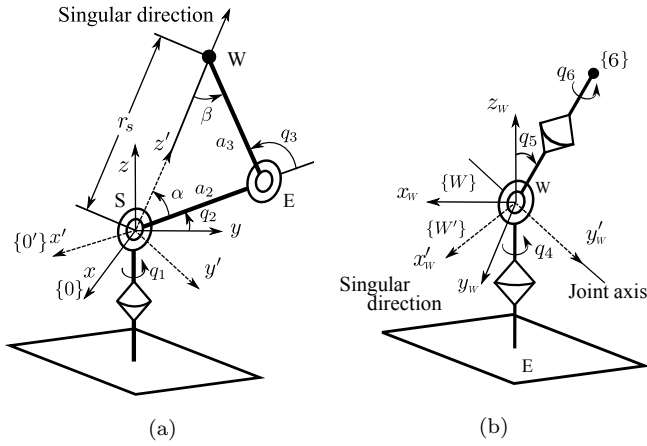


Fig. 2: Definition of decomposition: (a) positioning subchain and (b) orientation subchain.

ただし $q_p = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ であり, q_i は i 番目の関節角度である. 式中, $J_{pv} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は手首速度 ${}^0\dot{p}_W$ と位置副鎖の関節速度 \dot{q}_p の関係を結ぶヤコビ行列である. 手先角速度と姿勢副鎖の角速度の関係は以下となる.

$${}^W\omega_6 = {}^0_W R^T ({}^0\omega_6 - {}^0\omega_W) \quad (3)$$

ただし, ${}^0\omega_W \in \mathbb{R}^3$ は座標系 $\{W\}$ の角速度であり, \dot{q}_p から求まる. 式 (3) から, 残りの関節速度は,

$$\dot{q}_w = J_{ww}^{-1}(q_w) {}^W\omega_6 = \frac{1}{\det J_{ww}} \text{adj} J_{ww} {}^W\omega_6 \quad (4)$$

となる. ただし, $q_w = [q_4 \ q_5 \ q_6]^T$ である. 式中, $J_{ww} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は $\{W\}$ からみた $\{6\}$ の角速度と姿勢副鎖の関節速度 \dot{q}_w の関係を結ぶヤコビ行列である. 式 (2), (4) より, $\det J_{pv} = 0$, $\det J_{ww} = 0$ それぞれにおいて特異点となる.

2.2 分解特異点適合法の適用

分解特異点適合法は特異方向の運動と非特異方向に運動を分解することで, 特異点においても非特異方向の運動を可能にする手法である. これは, 運動を分解することで, 式が各方向ごとに計算可能になり特異点を起因する分母の要素を分子で打ち消すことで実現している.

2.2.1 位置副鎖

図 2 (a) に示す位置副鎖では肘特異点における特異方向と手首の位置ベクトルの方向が一致することから, これを特異方向と定義する. $r_s = \sqrt{a_2^2 + a_3^2 + 2a_2a_3C_3}$ は $\{0\}$ の原点から点 W までの距離, $c = a_2S_2 + a_3S_{23}$ は z 軸と点 W の距離である. また, $\alpha = \text{atan2}(a_3S_3, a_2 + a_3C_3)$, $\beta = \text{atan2}(a_2S_3, a_2C_3 + a_3)$ として定義する. ただし, 簡略化のため $\sin q_i$, $\cos q_i$ は S_i , C_i とし, $\sin(q_i + q_j)$, $\cos(q_i + q_j)$ は S_{ij} , C_{ij} と表記する. 基準座標系 $\{0\}$ を以下の式により修正することで, 特異方向と非特異方向に分解する.

$${}^0_0 R = {}^0_1 R^z(q_1) {}^1_0 R^y(q_2 + \alpha) \quad (5)$$

$\{0'\}$ は変換後の座標系であり, 特異点適合法による関節速度解は以下となる.

$$\begin{aligned} \dot{q}_p &= b_v J_{pv}^{-1} {}^0\dot{p}_W \\ &= b_v \left(\frac{1}{r_s} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} {}^0\dot{p}_{Wx} + \frac{1}{c} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} {}^0\dot{p}_{Wy} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{a_2a_3S_3} \begin{bmatrix} 0 \\ a_3C_\beta \\ -r_s \end{bmatrix} {}^0\dot{p}_{Wz} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

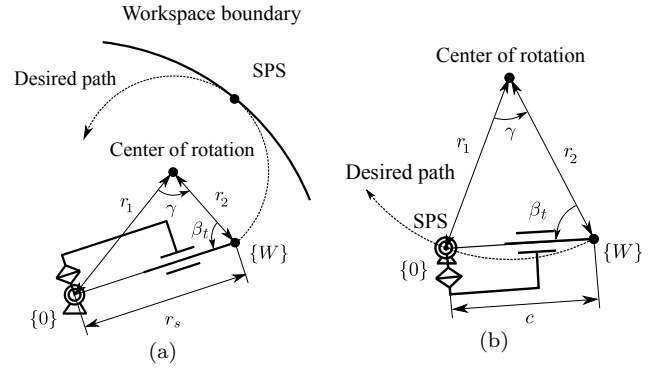


Fig. 3: Geometric parameter to following circular path: (a) elbow singularity and (b) shoulder singularity.

ただし, $C_\beta = \cos \beta$ として簡略化する. 肘特異点 $S_3 = 0$ において, ${}^0\dot{p}_{Wz}$ がかかる項のみ解を持たない. これは特異点においてもその他の ${}^0\dot{p}_{Wx}$, ${}^0\dot{p}_{Wy}$ 方向への運動は可能であることを意味する. 肩特異点 $c = 0$ においては, ${}^0\dot{p}_{Wy}$ が特異方向となる. b_v は特異点適合法による任意のスカラーであり, 特異点を起因する S_3 , c に比例させることで, 特異点においても解を得る. $r_s = 0$ となるのは, $a_2 = a_3$ の場合であり, 幾何学的関係から分母の r_s を打ち消す必要がある. 本稿では $a_2 \neq a_3$ のモデルを対象とするため, 省略する.

2.2.2 姿勢副鎖

図 2 (b) に示した姿勢副鎖では特異方向を q_5 の回転軸と直交する方向に定義する. x'_W 方向が特異方向となるように次式により手首座標系 $\{W\}$ を運動を分解した手首座標系 $\{W'\}$ に修正する. ただし, 本稿では主に位置に関する特異点について説明を行うため, 詳細は省略する.

2.2.3 定常特異点を伴う円軌道

はじめに, 円軌道を表す幾何学的パラメータを図 3 により表す [3]. 図 3 (a) は肘特異点, (b) は肩特異点のためのモデル化である. これは, 簡略化のため特異方向の運動を仮想的な直動関節とみなしている概念図である. ただし, r_1 は回転中心までの距離, r_2 は回転半径, γ は回転角度であり, 運動を分解した座標系では β_t に基づき, 手先速度を決める. 肘特異点を通過する円軌道では, 特異方向の運動は以下となる.

$${}^0\dot{p}_{Wz} = \dot{\gamma} \frac{2a}{r_s} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \quad (7)$$

また $r_1 + r_2 = a_2 + a_3$ となるため余弦定理より,

$$S_3 = \frac{2r_1r_2}{a_2a_3} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{q_3}{2} \quad (8)$$

となる. したがって, 式 (6) において, 分母 S_3 に含まれる $\sin(\gamma/2)$ を分子と打ち消すことで, 特異点を通過できる. この手法は内側の肘特異点にも適用可能であるが, 実際のマニピュレータはリンクが自己干渉するため, 考慮しない.

肩特異点を通過する場合, $r_1 = r_2$ となる性質により, 特異点となる方向の運動および幾何学的関係は以下となる

$${}^0\dot{p}_{Wy} = \dot{\gamma} \sin \frac{\gamma}{2} \quad (9)$$

$$c = 2r_1 \sin \frac{\gamma}{2} \quad (10)$$

同様に, 式 (6) において, 分母 c に含まれる $\sin(\gamma/2)$ を分子と打ち消すことで, 特異点を通過できる.

3 最大関節速度を考慮した特異点領域の設定

本手法では最大関節速度を超えないように、特異点領域の設定および領域内での手先速度の大きさについて示す。

はじめに、肘特異点において最大関節速度を考慮した特異点領域の設定を行う。特異点領域とみなす $|q_3|$ の閾値を q_s^e と定義する。この領域内では $b_v(q_3)$ を S_3 に比例させることで特異点における関節速度の発散を防ぐ。ただし、 $b_v/S_3 = 0$ とすると特異点で停止するため $b_v/S_3 \neq 0$ とする。また、特異点領域は $\sin q_s^e \geq |S_3|$ として定義するため、奇関数とする。本稿では速度の次元を考慮していることより、切り換え時の条件は $b_v(\pm q_s^e) = \pm 1$, $\dot{b}_v(\pm q_s^e) = 0$ とすることで、不連続にならない。以上を満たすように b_v は以下とする。

$$b_v = \begin{cases} \left(3 - \frac{1}{\sin^2 q_s^e} S_3^2\right) \frac{S_3}{2 \sin q_s^e}, & \text{if } |S_3| \leq \sin q_s^e, \\ \text{sgn}(S_3), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (11)$$

また $b_v(q_3)$ の符号は S_3 に依存するため、手先速度の方向は S_3 によって変化する。これにより、特異点において関節速度を止めることなく、手先速度の方向の反転が可能である。これを跳ね返り動作とよぶ。しかしながら、手先角速度も跳ね返り動作を行うことは手先制御の上で問題となる。手首速度は式 (1) を修正して ${}^0\dot{p}_W = {}^0\dot{p}_6 - d_6 b_v {}^0\omega_6 \times {}^0R e_z$ により求める。このとき、 ${}^0\omega_6 = b_v^2 {}^0\omega_6^{des}$ となり、角速度の大きさは修正されるが、方向およびその符号は指令を満たす。

次に最大関節速度に応じて $\sin q_s^e$ を求める方法について示す。関節速度が最大となるのは、特異点において手先速度の指令値が特異方向を向いているときである（ただし、特異点の影響以外で最大関節速度を超えるような手先速度の指令の場合は考慮していない）。したがって、式 (6) の ${}^0\dot{p}_{3x}$ のかかる項のみを考慮し、式 (11) より求めた b_v 、特異点となる $S_3 = 0$ を代入すると以下となる。

$$\dot{q}_p = \frac{3\|{}^0\dot{p}_6\|}{2a_2a_3 \sin q_s^e} \begin{bmatrix} 0 \\ a_3 \\ a_2 + a_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$3\|{}^0\dot{p}_6\|/2a_2a_3 \sin q_s^e > 0$ より、第三関節の関節速度が最大になる。そこで第三関節の最大関節速度の大きさを \dot{q}_3^{max} とおくと、特異点領域は以下により求まる。

$$\sin q_s^e = \frac{3(a_2 + a_3)}{2a_2a_3\dot{q}_3^{max}} \|{}^0\dot{p}_6\| \quad (13)$$

これにより最大関節速度を超えることなく動作可能である。以上をまとめると、式 (13) で特異点領域の閾値、式 (11) で b_v 、式 (6) により関節速度を得る。

肩特異点、手首特異点も同様の条件により求める。しかしながら、この 2 種類の特異点は作業空間の内部にある特異点であり、跳ね返り動作を想定しない。したがって、それぞれ b_v , b_w の絶対値を用いることで、必ず指令した符号を満たすように与える。

上記した手法について、数値シミュレーションにより動作の検証を行う。各リンク長は $a_2 = 0.4$ m, $a_3 = 0.39$ m, $d_6 = 0.118$ m とした。初期の関節角度を $q = [0 \ 30 \ 115 \ 30 - 50 \ 0]^T$ deg とし、手先の速度指令値 ${}^0\dot{p}_6$ は、基準座標系 $\{0\}$ の x 軸方向に沿って ± 0.7 m/s で肘特異点に達する瞬間に運動方向を反転させるように与えた。また、姿勢運動の指令

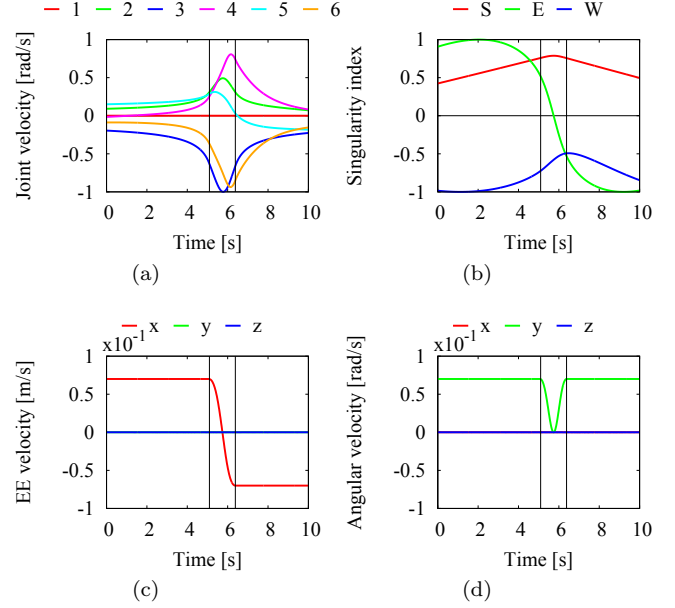


Fig. 4: Motion within the limit of the maximum joint velocity at the elbow singularity.

値 ${}^0\omega_6$ は x 軸周りに 0.7 rad/s とし、姿勢の運動は方向を反転させないように与えた。最大関節速度は 1 rad/s とし、これを超えないように上記の考え方をもとに特異点領域を設定した。

シミュレーション結果を図 4 に示す。(a) は関節速度、(b) は特異点指標、(c) は手先速度、(d) は手先角速度を示している。ただし、特異点指標は肩特異点 (S:c), 肘特異点 (E:S₃), 手首特異点 (W:S₅) を表している。また縦の黒線は肘特異点近傍とみなす特異点領域の境界を示している。

特異点指標において、肘特異点 (E) の正負が反転しており、特異点を通過している。関節速度の最大値が ± 1 rad/s であり、目標を満たしている。また手先速度・手先角速度は縦の黒線の外側（特異点領域以外）において目標値と一致しており、特異点領域においても x 軸方向のみの動作を実現している。

4 特異点領域に滞在する時間を考慮した動作生成

本手法では、図 5 に示すような任意に設定した特異点領域 d_s に手先が滞在する時間 t_s を与えることで、それを満たす軌道生成について議論する。式 (6) を簡単のため $a_2a_3S_3$ をかけることで、以下とする。

$$\dot{q}_p = b_v(t) \left(\frac{a_2a_3S_3}{r_s} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} {}^0\dot{p}_{Wx} + \frac{a_2a_3S_3}{c} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} {}^0\dot{p}_{Wy} + \begin{bmatrix} 0 \\ a_3C_\beta \\ -r_s \end{bmatrix} {}^0\dot{p}_{Wz} \right) \quad (14)$$

ただし、 $a_2a_3S_3$ をかけていることから、 $b_v = 1/(a_2a_3S_3)$ としたとき、目標の速度を実現する。特異点領域に留まる時間を考慮するため、 $b_v(t)$ は時間の関数としている。

ここで、分解特異点適合法により q_3 は特異方向の運動にのみ影響する。そこで、式 (14) における特異方向の q_3 の変化にのみ注目すると以下となる。

$$\frac{d}{dt} q_3(t) = -b_v(t) r_s(q_3) {}^0\dot{p}_{Wz} \quad (15)$$

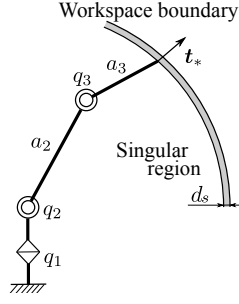


Fig. 5: Definition of the singular region.

特異点適合法では手先速度の大きさは $b_v(t)$ に依存するため、 ${}^0\dot{p}_W$ の与え方はその方向を満たささえすれば良い。したがって、各成分の比を一致させることが重要である。ここでは ${}^0\dot{p}_{Wz} = 1$ とおき、 ${}^0\dot{p}_{Wx}$ 、 ${}^0\dot{p}_{Wy}$ は指令した手先速度の比を満たすように与える。式 (15) に r_s を代入し微分方程式を積分すると以下となる。

$$\int_0^{t_s} b_v(t) dt = I \quad (16)$$

$$I = 2 \int_0^{q_s^e} \frac{1}{\sqrt{(a_2 + a_3)^2 - a_2 a_3 q_3^2}} dq_3 \quad (17)$$

$$q_s^e = \cos^{-1} \frac{d_s^2 + 2a_2 a_3 - 2a_2 d_s - 2a_3 d_s}{2a_2 a_3} \quad (18)$$

ただし、 q_s^e は手先空間における特異点領域であり、関節空間の特異点領域 d_s に対応する。積分区間は時間 $0 \rightarrow t_s$ に対して、関節角度 $-q_s^e \rightarrow q_s^e$ とする。式 (17) は積分計算のためテイラー展開により、 $C_3 \approx 1 - 1/2 q_3^2$ として近似している。特異点領域における q_3 の値が十分に小さいことから二次以降の項は無視した。これを $(a_2 + a_3)/\sqrt{a_2 a_3 \sin q_t} = q_3$ と置いて、置換積分を行うと以下となる。

$$I = \frac{2}{\sqrt{a_2 a_3}} \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{a_2 a_3}}{a_2 + a_3} q_s^e \right) \quad (19)$$

q_s^e は式 (18) より求まるため、特異点領域を設定することで I は既知となる。式 (16) より $b_v(t)$ の積分値が I となるような $b_v(t)$ と与える必要がある。本稿では $b_v(t)$ の積分値を五次の多項式補間により求める。このとき、五次の多項式補間の初期値および終端値は不連続にならないように切り換え時の b_v 、 \dot{b}_v を用いた。

上記した手法について、数値シミュレーションによる動作の検証を行う。初期の関節角度を $q = [10 \ 40 \ 90 \ -70 \ -20 \ 0]^T$ deg、手先の速度指令値 ${}^0\dot{p}_6$ は、基準座標系 $\{0\}$ の x 軸方向に沿って ± 0.6 m/s で肘特異点に達する瞬間に運動方向を反転させるように与えた。また、姿勢運動の指令値 ${}^0\omega_6$ は 0 rad/s とし、姿勢を保持する指令とした。また、特異点領域は $d_s = 0.03$ m とし、この領域に滞在する時間を $t_s = 4$ s とした。

シミュレーション結果を図 6 に示す。(a) は関節速度、(b) は特異点指標、(c) は手先速度、(d) は特異点領域での手先位置のノルムを示している。図 6 (d) より目標の特異点領域 ($d_s = 0.03$ m) に滞在する時間が $t_s = 4$ s であり、目標を達成している。また、関節速度は特異点領域内で小さくなっているが、停止することなく手先速度方向の反転を実現している。本稿では特異点領域以外では一定の速度になるように与え、それを実現している。

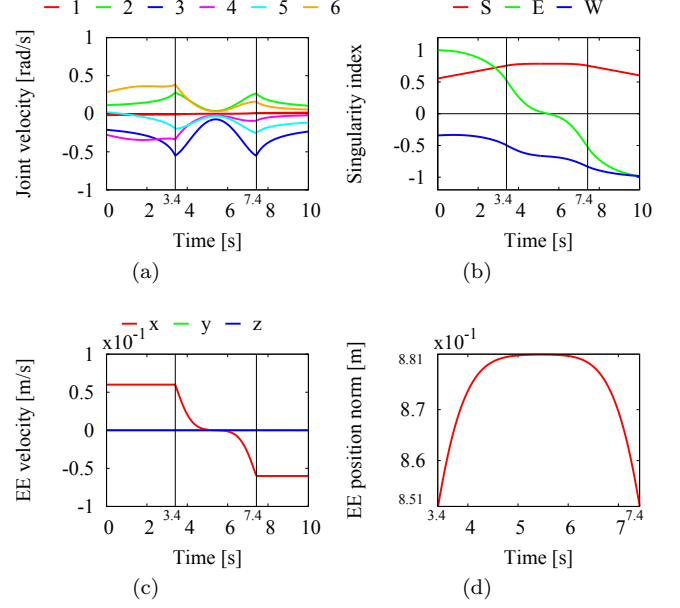


Fig. 6: End-effector dwells for the desired time (4 s) in the desired region (0.03 m).

b_v の切り替えの際、関節速度の変化率が大きくなっている。これは特異点領域を二つ設け、新たに減速する領域も定義すれば、より関節速度を滑らかにすることも可能である。

5 結言

本論文では、U-R-S 型マニピュレータに分解特異点適合法を適用することで、特異点を通過する円軌道を実現した。また、最大関節速度を考慮した特異点領域の設定では手先速度の大きさに応じて、作業空間にあらかじめ領域の設定が可能であり、滑らかな動作を実現した。加えて、特異点領域に滞在する時間を考慮した動作生成を実現した。

これらはタスクに応じて使い分けの必要がある。また、特異点領域の設定は S-R-S 型マニピュレータの肘特異点に対しても適用可能である。今後の課題として、実際のタスクを想定した実験による実用性の検証が挙げられる。

文 献

- [1] 中村, 花房, “関節形ロボットアームの特異点低感度運動分解”, 計測自動制御学会論文集, no. 20, vol. 5, pp. 453–459, 1983.
- [2] D. N. Nenchev, Y. Tsumaki and M. Uchiyama, “Singularity-consistent parameterization of robot motion and control,” *Int. J. of Robot. and Research*, vol. 19, no. 2, pp. 159–182, 2000.
- [3] S. Taki and D. Nenchev, “A novel singularity-consistent inverse kinematics decomposition for S-R-S type manipulators,” in *Proc. Int. Conf. Robot. Autom.*, 2014, pp. 5070–5075.
- [4] Y. Tsumaki, D. N. Nenchev, S. Kotera and M. Uchiyama, “Teleoperation based on the adjoint Jacobian approach,” *IEEE Control Syst. Magazine*, vol. 17, no. 1, pp. 53–62, 1997.
- [5] J. C. Kieffer and A. J. Cahill, “Fast pick and place at robot singularities” *IEEE Int. Conf. on Robot. and Autom.*, 1995, pp. 2236–2241.