

人型ロボットのための二次計画問題における計算コストの評価

白井 智史, 佐藤 大祐, 金宮 好和 (東京都市大学)

Evaluation of the Computational Cost With Constrained Quadratic Programming for Humanoid Robots

Satoshi Shirai, Daisuke Sato and Yoshikazu Kanamiya (TCU)

Abstract : We compare the computational cost with the constrained quadratic programming (QP) method in the mixed approach of sequential optimization for humanoid robots. Moreover, it is possible to employ an iterative (and a non-iterative) approach to optimize the contact wrenches (CW) together with the joint accelerations (JA) appearing in the spatial dynamics equation. The approach that separates the optimization the CWs and the JAs is the sequential optimization.

1. 緒言

人型ロボットが人間の住環境にて作業を遂行するためには、人間や環境との接触によって作用する外乱に対するバランス制御は重要になる。しかし、劣決定系のため接触レンチや関節加速度の解を一意に求めることができない。そのため、繰り返し計算 / 非繰り返し計算を用いた最適化を行う必要がある。

人型ロボットにおいて、最も重要なタスクであるバランス制御に関しては、系全体にかかる合レンチを各接触部へ分配する方法や、バランスを維持するために重心や運動量の制御が重要である。そこで系全体にかかる合レンチの分配において、擬似逆行列による等分配^{1, 2)}, Zero-Moment Point を規範とした分配³⁾, center of pressure (CoP) を足裏支持多角形内に維持する分配⁴⁾ など、非繰り返し計算を用いる手法が採られている。

しかし、各足における片側接触や、滑りを抑制するために摩擦からなる不等式制約を考慮すると、繰り返し計算の方が好ましい。繰り返し計算に関しては、一般的に二次計画問題 (QP) が用いられ、片脚支持における随意運動によるバランス制御⁵⁾, 対称な両脚支持による不随意運動に対するバランス制御⁶⁾, 重心に関する逆運動学を用いた全身協調バランス制御⁷⁾ などが研究されている。さらに、QP を扱う上で課題となる計算コストの増加に対しても、様々なアプローチが研究されている。足首トルクの最小化を行う際、トルクにおける力と位置の関係より、目的関数が非凸関数となるため、計算コストがかかる。そこで、歪対称行列を用いて半正定値計画問題とすることで、計算コストを削減する⁸⁾。また、spatial dynamics (SD) 方程式における最適化問題を分割して、それぞれ最適化している⁹⁾。この手法を逐次最適化とよぶ。

逐次最適化の中でも、繰り返し計算 / 非繰り返し計算を組み合わせた mixed approach を用いる研究では、接触力

の最適化における spatial dynamics (SD) 方程式の最適化¹⁰⁾ や接触レンチの最適化¹¹⁾ などがある。どちらも運動の最適化には、擬似逆行列を用いている。また、逐次最適化に対して、非逐次最適化も研究されている^{12, 13)}。

そこで本稿では、計算コストの削減を目的としているため、最適化問題における計算コストの評価を行う。しかし、研究が進められている最適化問題は煩雑としているため、このままでは評価が行えない。したがってまず、運動量変化率に基づくバランス制御における最適化を体系化する。その上で今回は、SD 方程式の最適化において、計算コストの削減方法について議論し比較および評価する。

2. 最適化の基本構成

空間運動量変化率に基づくバランス制御は、空間運動量変化率を入力とするタスク空間のコントローラで表される^{9, 12)}。ここで、人型ロボットにおけるバランス制御のための制御システムは、繰り返し計算 / 非繰り返し計算を問わず一般的に Fig. 1 に示す基本構成をなす。

2.1 人型ロボットの運動方程式

想定するロボットは、腰部をベース部 (B 部) として、全身で n の関節を有し、 B 部含め計 $n + 6$ の自由度を有する。また、足部と手先部 $e \in \{F, H\}$, 左右 $j \in \{R, L\}$ の各先端部は、拘束座標系 $k \in \{e_j\}$ を有する。

ここで、浮遊ベースの人型ロボットの運動方程式は以下となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbb{M}_B & \mathcal{H}_{B\theta} \\ \mathcal{H}_{B\theta}^T & M_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_B \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_B \\ \mathbf{c}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_B \\ \mathbf{g}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{F}_B^{ext} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{P}_c \\ \mathcal{J}_c^T \end{bmatrix} \bar{\mathbf{F}}^c \quad (1)$$

c, η をそれぞれ先端部の拘束数と非拘束数とすると、 $\mathbb{M}_B \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ は B 部回りの系全体の慣性行列、 $M_\theta \in \mathbb{R}^{n \times n}$ はリンクによる各関節の慣性行列、 $\mathcal{H}_{B\theta} \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ は B 部とリンク部の干渉慣性行列、 $\mathbf{C}_B \in \mathbb{R}^6$ は B 部にかかる系全体の非線形項、 $\mathbf{c}_\theta \in \mathbb{R}^n$ はリンクによる各関節の非線形項、

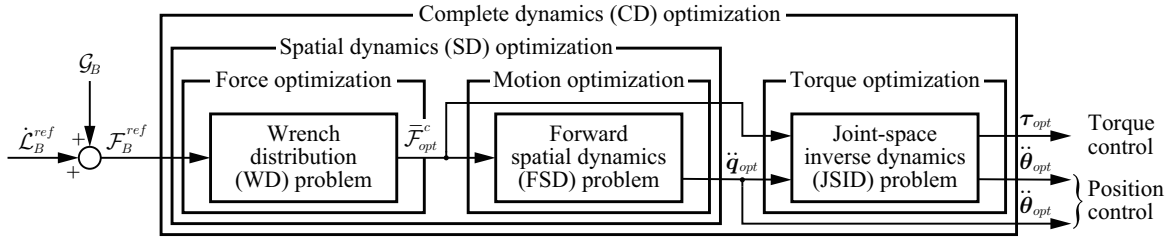


Fig. 1 Generic task-space controller structure for optimization-based balance control. Momentum rate input $\dot{\mathcal{L}}_B^{ref}$ (or alternatively, \mathcal{F}_B^{ref}) is supplied by a stabilizer. The output of the controller can be specified either in terms of joint torque or joint acceleration, suitable for torque or position controlled robots, respectively.

$\mathcal{G}_B \in \mathbb{R}^6$ は B 部にかかる系全体の重力項, $\mathbf{g}_\theta \in \mathbb{R}^n$ はリンクによる各関節の重力項, $\mathcal{V}_B \in \mathbb{R}^6$ は B 部の空間速度, $\mathcal{F}_B^{ext} \in \mathbb{R}^6$ は外乱によって発生した B 部にかかるレンチ, $\theta \in \mathbb{R}^n$ は関節角度, $\tau \in \mathbb{R}^n$ は関節トルク, $\mathcal{P}_c \in \mathbb{R}^{6 \times c}$ は先端部のレンチの拘束方向成分を B 部のレンチへと変換する行列, $\mathcal{J}_c \in \mathbb{R}^{c \times n}$ は B 部から各先端部までの拘束方向成分のヤコビ行列, $\bar{\mathcal{F}}^c \in \mathbb{R}^c$ は先端部の接触方向成分に加わるレンチを表す.

ロボットは接触合レンチによって, 空間運動量を間接的に変化させるため, 関節トルクに直接依存しない SD 方程式を考慮することが重要である. SD 方程式は (1) の上段部分である.

$$\mathcal{P}_c \bar{\mathcal{F}}^c = \dot{\mathcal{L}}_B + \mathcal{G}_B \quad (2)$$

空間運動量変化率 $\dot{\mathcal{L}}_B$ を以下に示す.

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_B &= \mathbb{M}_B \dot{\mathcal{V}}_B + \mathcal{H}_{B\theta} \ddot{\theta} + \dot{\mathbb{M}}_B \mathcal{V}_B + \dot{\mathcal{H}}_{B\theta} \dot{\theta} \\ &= \mathcal{A}_B \ddot{q} + \dot{\mathcal{A}}_B \dot{q} \\ &= \mathcal{A}_B \ddot{q} + \mathcal{C}_B \end{aligned} \quad (3)$$

一般化座標を $q = (\mathcal{X}_B, \theta)$, 一般化速度を $\dot{q} = (\mathcal{V}_B, \dot{\theta})$ とする. $\mathcal{A}_B = [\mathbb{M}_B \ \mathcal{H}_{B\theta}] \in \mathbb{R}^{6 \times (n+6)}$, $\dot{\mathcal{A}}_B \dot{q} = \mathcal{C}_B$ とする.

また, 関節空間の動力学方程式は (1) の下段部分である.

$$\tau = -\mathcal{J}_c^T \bar{\mathcal{F}}^c + \mathcal{H}_{B\theta}^T \dot{\mathcal{V}}_B + \mathcal{M}_\theta \ddot{\theta} + \mathcal{C}_\theta + \mathbf{g}_\theta \quad (4)$$

2.2 最適化に基づくバランス制御の流れ

空間運動量変化率指令値 $\dot{\mathcal{L}}_B^{ref}$ に重力項 \mathcal{G}_B を加えた, B 部の合レンチ指令値 $\mathcal{F}_B^{ref} \in \mathbb{R}^6$ をバランス制御のための入力とする. ここで, 許容できない大きさの目標値が空間運動量変化率に入ってしまうと, 解が出ない問題がある. よって, 接触レンチの最適解から許容できる空間運動量変化率を算出して対処している⁹⁾.

合レンチの分配 (WD) 問題において, SD 方程式は B 部における合レンチの関係式とも言えるため, (2) の逆問題を解くことで, 接触レンチ $\bar{\mathcal{F}}^c$ を得る. また, SD 方程式に基づく最適化 (FSD) 問題において, 空間運動量変化率指令値

は $\dot{\mathcal{L}}_B^{ref} = \mathcal{A}_B \ddot{q}^{ref} + \mathcal{C}_B$ と表されるため, これを (3) に代入して一般化加速度指令値 \ddot{q}^{ref} を得る.

位置制御のロボットであれば, ここまでで指令値は算出される. 一方で, トルク制御のロボットであれば, 関節トルク指令値を算出するために, (4) より関節空間の逆動力学 (JSID) を解く必要がある. JSID の最適化においては, 関節トルクの最適化から一般化加速度指令値が求められる.

以上を踏まえて, Fig. 1 の各ブロックを説明する. 力の最適化では, (2) より接触レンチを求めるために WD 問題を解く. 運動の最適化では, (3) より FSD 問題を解く. また, 力/運動の最適化をまとめると SD の最適化となる. 一方で, トルクの最適化では, (4) より JSID 問題を解く. 以上の最適化をまとめると, (1) を用いた complete dynamics (CD) の最適化となる.

3. バランス制御における制約と逐次最適化 / 非逐次最適化

3.1 最適化問題と制約

力と運動の領域 (\mathcal{F}, \mathcal{M}) について制約付き最適化問題を解かなければならないことは明白である. また, 最適化問題をまとめる際, どの手法 (繰り返し / 非繰り返し計算 / mixed approach) を用いるか考慮する必要がある. さらに, \mathcal{F}, \mathcal{M} それぞれにおける等式 / 不等式制約を踏まえて, 最適化問題は組み立てられる.

3.1.1 摩擦を考慮した不等式制約

摩擦円錐の条件を以下に示す.

$$\sqrt{(f_{k_x}^c)^2 + (f_{k_y}^c)^2} \leq \mu f_{k_z}^c, \quad f_{k_z}^c \geq 0 \quad (5)$$

μ は摩擦係数, f_k^c, m_k^c はそれぞれ接触力 f_k^c , 接触モーメント m_k^c の成分であり, $\mathcal{F}_k^c = [(f_k^c)^T (m_k^c)^T]^T$ である.

しかし, 不等式制約として摩擦円錐を考慮すると, 二次錐計画問題となって計算コストが増加してしまうため, 線形化し, 摩擦多角錐として不等式制約を設ける¹⁴⁾.

$$\mathcal{C}_{poly} f^c \leq 0 \quad (6)$$

$\mathcal{C}_{poly} \in \mathbb{R}^{p \times c_f}$ は摩擦多角錐を表す行列, p は摩擦多角錐

Table. 1 Equality-type constraints. \mathcal{F} and \mathcal{M} are force and motion domain respectively.

| Name | Notation | Equation |
|--------------------------------|--|--|
| Equation of motion | \mathcal{F}_{EoM} | (1) |
| Closed-chain | \mathcal{M}_{CC} | (10) |
| SD tracking | \mathcal{F}_{SD} | $\mathcal{P}_c \bar{\mathcal{F}}^c = \mathcal{F}_B^{ref}$ |
| Spatial momentum rate tracking | \mathcal{F}_{SM} or \mathcal{M}_{SM} | $\dot{\mathcal{L}}_B = \dot{\mathcal{L}}_B^{ref}$ |
| Angular momentum min. | \mathcal{F}_{AM} | $\mathbf{l}_B = \mathbf{0}$ |
| CoP tracking | \mathcal{F}_{CoP} | (7) |
| End-link motion tracking | \mathcal{M}_{EL} | $\mathcal{J}_m \ddot{\boldsymbol{\theta}} = (\dot{\mathcal{V}}^m)^{ref}$ |
| Contact wrench tracking | \mathcal{F}_{CW} | $\bar{\mathcal{F}}^c = (\bar{\mathcal{F}}^c)^{ref}$ |
| Joint torque tracking | \mathcal{F}_{JT} | $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}^{ref}$ |
| Joint acceleration tracking | \mathcal{M}_{JA} | $\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}^{ref}$ |
| Posture tracking | \mathcal{M}_{PT} | $\mathbf{q} = \mathbf{q}^{ref}$ |

Table. 2 Inequality-type constraints. \mathcal{F} and \mathcal{M} are force and motion domain respectively.

| Name | Notation | Equation |
|---|---------------------|---|
| Point-contact friction cone | \mathcal{F}_{FC} | (5) |
| Plane-contact with torsional (yaw) friction | \mathcal{F}_{FT} | (5) and $ m_{k_z}^c \leq \gamma f_{k_z}^c$ |
| CoP-in-BoS | \mathcal{F}_{BoS} | $\mathbf{B}_s \mathbf{r}_P \leq \mathbf{c}$ |
| Torque limits | \mathcal{F}_{TL} | $\ \boldsymbol{\tau}\ \leq \boldsymbol{\tau}^{\max}$ |
| Joint acceleration limits | \mathcal{M}_{AL} | $\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}\ \leq \ddot{\boldsymbol{\theta}}^{\max}$ |

の稜線の数である．

3.1.2 CoP 制御のための等式制約

各足の CoP とモーメントの関係を以下に示す¹²⁾．

$$\mathbf{r}_{P_j} = \mathcal{P}_{P_j} \bar{\mathbf{m}}_j^c \quad (7)$$

$\mathbf{r}_P = \text{diag}(\mathbf{r}_{P_R}, \mathbf{r}_{P_L})$ は各足の CoP, $\mathcal{P}_P = \text{diag}(\mathcal{P}_{P_R}, \mathcal{P}_{P_L}) \in \mathbb{R}^{4 \times c_m}$ は各足のモーメントを各足の CoP に変換する行列を表す． c_m は c におけるモーメントの数である．

3.1.3 閉ループ連鎖を考慮した運動拘束

各四肢と環境との拘束条件を以下に示す．

$$\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (8)$$

$$\mathbf{J}_m \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathcal{V}}^m \quad (9)$$

$\mathcal{V}^m \in \mathbb{R}^\eta$ は空間速度の非拘束方向成分であり, $\mathbf{J}_c \equiv [\mathcal{P}_c^T \mathcal{J}_c] \in \mathbb{R}^{c \times (n+6)}$, $\mathbf{J}_m \equiv [\mathcal{P}_m^T \mathcal{J}_m] \in \mathbb{R}^{\eta \times (n+6)}$ であり, $\mathcal{P}_m \in \mathbb{R}^{6 \times \eta}$ は先端部のレンチの非拘束方向成分を B 部のレンチへと変換する行列, $\mathcal{J}_m \in \mathbb{R}^{\eta \times n}$ は B 部から各先端部までの非拘束方向成分のヤコビ行列である．拘束方向と非拘束方向は直交している．

続いて, (8)(9) を時間微分し, 速度変位の式を得る．

$$\mathbf{J}_c \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (10)$$

$$\mathbf{J}_m \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_m \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathcal{V}}^m \quad (11)$$

非拘束方向の速度変位 $\dot{\mathcal{V}}^m$ において, 加速度指令値 $(\dot{\mathcal{V}}^m)^{ref}$ を与えることで先端部の運動制御を行う．

3.1.4 一般的な等式制約と不等式制約

以上を踏まえて, 頻繁に使われる等式 / 不等式制約を Table 1, Table 2 に示す．なお, 不等式制約は繰り返し計算の場合にのみ用いられる．表中, \mathbf{l}_B は B 部回りの角運動量, \mathbf{B}_s は CoP を支持多角形に変換する行列である．

また, 最適化問題は矛盾した制約条件があると解がなくなってしまう．この問題に対しては, 等式制約を目的関数にして制約を緩和することで解決する．

3.2 非繰り返し計算による最適化

SD 方程式は, B 部におけるレンチの関係式とも言えるため, 接触レンチは (2) の逆問題を解くことで得られる．

$$\bar{\mathcal{F}}^c = \mathcal{P}_c^\# (\dot{\mathcal{L}}_B^{ref} + \mathcal{G}_B) + \mathbf{N}(\mathcal{P}_c) \bar{\mathcal{F}}_a^c \quad (12)$$

$\mathbf{N}(\circ)$ は行列の零空間への射影行列, $(\circ)^\#$ は一般化逆行列を表す．しかし, (12) は劣決定系のため, 本節では非繰り返し計算である DCM 擬似逆行列を用いて接触レンチを求めたが, 不等式制約を考慮すると繰り返し計算の方が好ましい．繰り返し計算では, CoP の制御や接触レンチの最小化も加えて立式することができ, その結果, 合レンチ指令値と接触レンチから求まる合レンチとの差が最小化される．

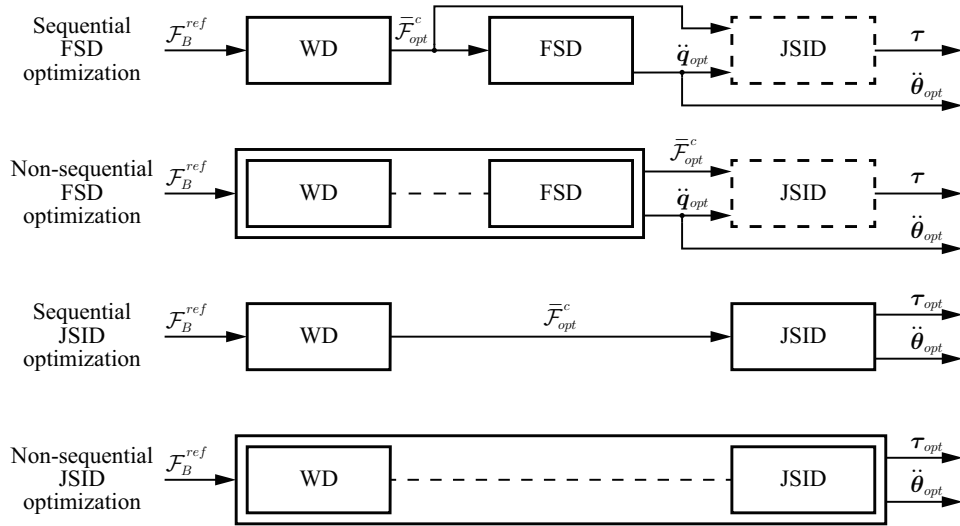


Fig. 2 Sequential/non-sequential optimization structures for practical use.

なお本稿の非繰り返し計算では、一般化逆行列 $\mathcal{P}_c^\#$ の代わりに DCM 擬似逆行列 \mathcal{P}_c^{-W} を用いる¹⁵⁾。その上で、第一項でバランス制御を行い、第二項は用いない。

また、想定し得る B 部の合レンチと、接触力による B 部の合レンチとの誤差 $\Delta \mathcal{F}_B \in \mathbb{R}^6$ が 0 となると、 B 部における能動的な運動に対して追従安定性を得るため、(3) より求められる次式で補償する。

$$\mathcal{A}_B \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathcal{A}}_B \dot{\mathbf{q}} = \Delta \mathcal{F}_B \quad (13)$$

$\Delta \mathcal{F}_B \equiv \dot{\mathcal{L}}_B^{ref} + \mathcal{G}_B - \mathcal{P}_c \bar{\mathcal{F}}_{opt}^c$ とする。

ここで運動制御において、足部の拘束方向成分を用いたバランス制御、手先部の非拘束方向成分を用いた先端部の運動制御、冗長自由度による self-motion の抑制の順で優先度をつける。以上の優先度を満たすように、(13) より一般化加速度指令値を得る。

$$\ddot{\mathbf{q}}^{ref} = \bar{\mathcal{A}}_B^+ (\Delta \bar{\mathcal{F}}_B - \dot{\bar{\mathcal{A}}}_B \dot{\mathbf{q}}) + \mathcal{N}(\mathcal{A}_B) \ddot{\mathbf{q}}_a^{ref} \quad (14)$$

(\circ)⁺ は擬似逆行列、 $\bar{\mathcal{A}}_B \equiv [\mathcal{A}_B^T \mathcal{J}_c^T]^T$ 、 $\Delta \bar{\mathcal{F}}_B \equiv [\Delta \mathcal{F}_B^T \ 0_n^T]^T$ を表す。なお、零空間の指令値 $\ddot{\mathbf{q}}_a^{ref}$ で self-motion の抑制が可能だが、冗長自由度が高い場合は繰り返し計算のほうが好ましい。

3.3 逐次最適化 / 非逐次最適化に基づく最適化の構成

最適化は逐次最適化とそうでない最適化とで大きく分けられる。逐次最適化とは、最適化問題を分割してそれぞれ最適化する手法である。繰り返し計算のみを用いた場合、非繰り返し計算のみを用いた場合に加えて、それぞれを組み合わせる mixed approach がある。

現在、重みの調整については経験則で行うしかないので、目的関数を増やして重みも増やすことは極力避けたい。逐次最適化の利点として、最適化問題を分割することで最適

変数を削減できるため、計算コストが削減されるという点が挙げられる。加えて、目的関数が分割されるため、調整する重みの数も減らすことができる。また、mixed approach を用いることで、さらに計算時間の削減が図れる。

ここで、Fig. 1 のシステムにおいて、逐次最適化に関して詳細な構成を Fig. 2 に示す。上から、逐次最適化を用いる FSD の最適化、逐次最適化を用いない FSD の最適化、逐次最適化を用いる JSID の最適化、逐次最適化を用いない JSID の最適化を表す。FSD の最適化ではどちらも、関節トルク指令値は一意に求まる。したがって最適化を行う必要がないため、JSID は点線のブロックで表す。JSID の最適化ではどちらも、WD の最適解を用いて、(4) より関節加速度指令値および関節トルク指令値が算出されるため、FSD が省略される。ここで、逐次最適化を用いない JSID の最適化では、一つの最適化としてまとめる分、計算時間がかかってしまうことが問題点である。

以上より、位置制御のロボットであれば逐次最適化、トルク制御のロボットであれば JSID の最適化が好ましい。

3.4 逐次最適化による計算コストの削減

ここで、SD 方程式における接触レンチと運動の項が共存するという問題に対処する。並びに、WD 問題における零空間を打ち消すことで、解の領域を削減する。まず、SD 方程式 (2) に (3)(12) を代入する。

$$\mathcal{A}_B \ddot{\mathbf{q}} + \mathcal{C}_B + \mathcal{G}_B = \mathcal{P}_c \mathcal{P}_c^\# (\dot{\mathcal{L}}_B^{ref} + \mathcal{G}_B) + \mathcal{P}_c \mathcal{N}(\mathcal{P}_c) \bar{\mathcal{F}}_a^c$$

さらに、 $\mathcal{P}_c \mathcal{P}_c^\# = \mathbf{E}$ 、 $\mathcal{P}_c \mathcal{N}(\mathcal{P}_c) = \mathbf{0}$ より、以下に示すように簡略化することができる。

$$\mathcal{A}_B (\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}^{ref}) = \mathbf{0} \quad (15)$$

この結果，入力 $\dot{\mathcal{L}}_B^{ref}$ が feasible input であるという条件下で，WD と FSD は非干渉化される．そのため，逐次最適化を行うことが可能となる．したがって今回は，特殊なケース $\mathcal{F}_B^{ref} \in \mathcal{C}$ であるとして，feasible input を前提とする． \mathcal{C} は全ての等式 / 不等式制約を表す．

4. 制約付き二次計画問題

本章では，繰り返し計算として本稿で用いる制約付き二次計画問題について述べる．

4.1 接触レンチの制約付き二次計画問題

最適変数を接触部に加わる接触レンチ $\bar{\mathcal{F}}^c$ とし，足首関節への負荷集中の回避を目的とするため \mathcal{F}_{CW} を目的関数として与える．また (7) より，CoP は力とモーメントの関係であるため，WD を行うために， \mathcal{F}_{CoP} を目的関数として与える．加えて， \mathcal{F}_{SD} を等式制約， \mathcal{F}_{FC} を不等式制約とする．接触レンチの最適解を得る QP を以下に示す．

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathcal{F}}^c} \quad & c_c + c_{CoP} \\ \text{s.t.} \quad & (2) \text{ and } (6) \end{aligned} \quad (16)$$

目的関数である (16) は以下のように定義される．なお， $c_{CoP} = c_{CoP_R} + c_{CoP_L}$ とする．

$$\begin{aligned} c_c &= \frac{1}{2} (\bar{\mathcal{F}}^c)^T \mathcal{J}_c \mathbf{W}_c \mathcal{J}_c^T \bar{\mathcal{F}}^c \\ c_{CoP_k} &= \frac{1}{2} \mathbf{e}_{P_k}^T \mathbf{W}_{P_k} \mathbf{e}_{P_k} \\ \mathbf{e}_{P_k} &\equiv \mathcal{P}_{P_k} \bar{\mathbf{m}}_k^c - \mathbf{r}_{P_k}^{des} \in \mathbb{R}^2 \end{aligned}$$

\mathbf{W}_c ， \mathbf{W}_{P_k} はそれぞれ目的関数 c_c ， c_{CoP_k} の重みである．

4.2 一般化加速度の制約付き二次計画問題

最適変数を一般化加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ とし， \mathcal{M}_{SD} では運動量変化率に基づくバランス制御を行い， \mathcal{M}_{JA} では関節加速度の減少と共に，腕部に冗長性を持つため self-motion の抑制を目的としている．また， \mathcal{M}_{CC} ， \mathcal{M}_{EL} を等式制約に設定する．一般化加速度の最適解を求める QP を以下に示す．

$$\begin{aligned} \min_{\ddot{\mathbf{q}}} \quad & c_{SD} + c_{JA} \\ \text{s.t.} \quad & (10) \text{ and } (11) \end{aligned} \quad (17)$$

目的関数である (17) は以下の通りとなる．

$$\begin{aligned} c_{SD} &= \frac{1}{2} (\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}^{ref})^T \mathcal{A}_B^T \mathbf{W}_{SD} \mathcal{A}_B (\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}^{ref}) \\ c_{JA} &= \frac{1}{2} \ddot{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{W}_{\theta} \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned}$$

\mathbf{W}_{SD} ， \mathbf{W}_{θ} はそれぞれ目的関数 c_{SD} ， c_{JA} の重みである．

5. 数値実験

5.1 方法と条件

プログラムは C++ を用いて作成する．QP ソルバに QuadProg++ を用いる．また，実時間の計測には，Intel

Core i7 3.40 GHz CPU と 8 GB RAM を搭載し，RT PREEMPT Patch を当てた PC を用いる．制御周期は 10 ms とする．今回使用した制御モデルを Fig. 3 (a) に示す．各脚部 6 自由度，各腕部 4 自由度の人型ロボットモデルを使用し，拘束数は各足 6 自由度，非拘束数は各手先 3 自由度とする．全高 500 mm，足首間 78 mm，総質量 6 kg であり，初期姿勢を Fig. 3 (b) に示す．各最適化における目的関数の重みは， $\mathbf{W}_c = 4.0 \times 10^{-4} \mathbf{E}_c$ ， $\mathbf{W}_{P_k} = \mathbf{E}_2$ ， $\mathbf{W}_{SD} = \mathbf{E}_6$ ， $\mathbf{W}_{\theta} = \mathbf{E}_n$ とする．なお， $\mathbf{E}_o \in \mathbb{R}^{o \times o}$ は単位行列を表す．運動量変化率指令値は重心の目標位置を DCM の目標値として与え，角運動量変化率指令値は B 部の姿勢は初期姿勢を維持させるように与える．また，両手先の位置は初期位置を維持させる．目標動作として，2 s 間で $\mathbf{r}_C^{des} = [0, 35, 0]^T$ mm 移動させ，その姿勢を維持させる．

5.2 結果と考察

Table 3 に計算結果を示す．力 / 運動の最適化をそれぞれ FO/MO とする．上から，どちらも非繰り返し計算を用いる場合，FO に繰り返し計算を用いる mixed approach の場合，MO に繰り返し計算を用いる mixed approach の場合，どちらも繰り返し計算を用いる場合，逐次最適化を用いない SD 方程式の最適化の場合とする．計 5 種の最適化の計算結果を比較する．

まず，一行目の場合では，どちらも μs のオーダーで計算された．繰り返し計算を用いないためであるが，適した重み付けが行われないとタスクが実行されない場合があるため，何らかの条件を考慮した重み付けを行う必要がある．今回，FO では DCM 擬似逆行列を，MO では擬似逆行列を用いたため，摩擦を考慮するなど，よりタスクに適した重み付けを行う必要がある．

次に，二行目の場合，MO は μs のオーダーで計算されたが，FO は非繰り返し計算に比べて 30 倍遅い．

次に，三行目の場合，どちらも非繰り返し計算用いた場

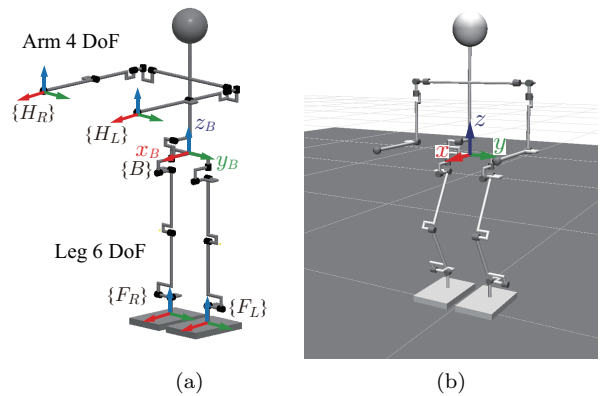


Fig. 3 Simulation model: (a) coordinates of the model and (b) initial posture.

Table. 3 Real time of the simulation with optimization.

| | | | Force optimization (FO) | | Motion optimization (MO) | | All (FO + MO) | |
|-------------------------------------|-----|-----|-------------------------|-----------------|--------------------------|-----------------|----------------|-----------------|
| | FO | MO | Max [μ s] | Ave. [μ s] | Max [μ s] | Ave. [μ s] | Max [μ s] | Ave. [μ s] |
| Iterative optimization (sequential) | no | no | 1.62 | 1.19 | 2.12 | 1.88 | 3.74 | 3.07 |
| | yes | no | 48.9 | 42.4 | 2.08 | 1.89 | 51.0 | 44.3 |
| | no | yes | 1.62 | 1.22 | 216 | 181 | 218 | 182 |
| | yes | yes | 48.9 | 41.5 | 212 | 182 | 261 | 224 |
| Non-sequential | | | - | - | - | - | 431 | 406 |

合よりも約 2 倍遅いが，十分に実時間で解を求めることができる計算時間である．

最後に，四行目の場合では，合計で最大 261 μ s，平均 224 μ s かかった．しかし，五行目の逐次最適化を行わない SD 方程式の最適化と比べて，約 2 倍速く解を求めることができる．よって，FO と MO を分けて逐次最適化を行うことで，計算時間が削減されることがわかる．

6. 結言と今後の課題

本稿では，まず，運動量変化率に基づくバランス制御における最適化を体系化し，評価ができるようにした．さらに，SD 方程式において接触レンチと運動を非干渉化し，逐次最適化を用いられるようにした．その上で，SD 方程式の最適化において，逐次最適化を用いて計算時間を実時間で比較した．合レンチの分配手法と計算時間を考慮すると，FO に関しては摩擦を考慮する QP を解く繰り返し計算を用い，MO に関しては非繰り返し計算を用いる mixed approach が，より望ましい組み合わせであることがわかった．

今後の課題として，JSID の最適化を交えて計算時間の比較を行っていないため，計算時間の比較および評価を行う必要がある．また，閉ループ連鎖を考慮しているため，その特長である独立した閉ループ連鎖を考慮して，最適変数を削減し，計算時間への影響を評価する．

参考文献

- 1) S.-H. Hyon, J. G. Hale, and G. Cheng: "Full-body compliant human-humanoid interaction: Balancing in the presence of unknown external forces," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 23, no. 5, pp. 884–898, Oct., 2007.
- 2) S.-H. Hyon: "Compliant terrain adaptation for biped humanoids without measuring ground surface and contact forces," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 25, no. 1, pp. 171–178, Feb., 2009.
- 3) S. Kajita, M. Morisawa, K. Miura, *et al.*: "Biped walking stabilization based on linear inverted pendulum tracking," in *2010 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Syst.*, vol. 2, Oct 2010, pp. 4489–4496.
- 4) Y. Lee, S. Hwang and J. Park: "Balancing of humanoid robot using contact force/moment control by task-oriented whole body control framework," *Autonomous Robots*, vol. 40, no. 3, pp. 457–472, 2016.
- 5) S. Kagami, F. Kanehiro, Y. Tamiya, *et al.*: "Autobalancer: An online dynamic balance compensation scheme for humanoid robots," in *Algorithmic and Computational Robotics: New Directions: the Fourth Workshop on the Algorithmic Found. of Robotics*, B. R. Donald, K. M. Lynch, and D. Rus, Eds. A K Peters, Ltd., 2001, pp. 329–339.
- 6) S. Kudoh, T. Komura and K. Ikeuchi: "The dynamic postural adjustment with the quadratic programming method," in *Proc. of 2002 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Syst.*, vol. 3, Oct 2002, pp. 2563–2568.
- 7) T. Sugihara and Y. Nakamura: "Whole-body cooperative balancing of humanoid robot using COG jacobian," in *Proc. of 2002 IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Syst.*, vol. 3, May 2002, pp. 2575 – 2580.
- 8) P. M. Wensing, G. Bin Hammam, B. Dariush *et al.*: "Optimizing foot centers of pressure through force distribution in a humanoid robot," *Int. J. of Humanoid Robotics*, vol. 10, no. 03, p. 1350027, 2013.
- 9) S. H. Lee and A. Goswami: "A momentum-based balance controller for humanoid robots on non-level and non-stationary ground," *Autonomous Robots*, vol. 33, no. 4, pp. 399–414, 2012.
- 10) Y. Zheng and K. Yamane: "Human motion tracking control with strict contact force constraints for floating-base humanoid robots," in *Proc. of 2013 13th IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots (Humanoids)*, Oct 2013, pp. 34–41.
- 11) B. Henze, A. Dietrich and C. Ott: "An approach to combine balancing with hierarchical whole-body control for legged humanoid robots," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 1, no. 2, pp. 700–707, July 2016.
- 12) G. Wiedebach, S. Bertrand, T. Wu *et al.*: "Walking on partial footholds including line contacts with the humanoid robot atlas," in *Proc. of 2016 IEEE-RAS 16th Int. Conf. on Humanoid Robots (Humanoids)*, Nov 2016, pp. 1312–1319.
- 13) A. Herzog, L. Righetti, F. Grimmering *et al.*: "Balancing experiments on a torque-controlled humanoid with hierarchical inverse dynamics," in *Proc. of 2014 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Syst.*, Sept 2014, pp. 981–988.
- 14) T. Bretl and S. Lall: "A fast and adaptive test of static equilibrium for legged robots," in *Proc. of 2006 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, May 2006, pp. 1109–1116.
- 15) 細川雅弘，白井智史，金宮好和，佐藤大祐："DCM 擬似逆行列によるレンチの分配法-未知の外乱に対する Lift-Leg Strategy の実現-"，第 35 回日本ロボット学会学術講演会論文集，2L1-05, 2017.