# Natural Motion を用いた軌道追従制御の有用性

Path Tracking Efficiency Under Natural Motion

半田 陽一 (都市大) 正 金宮 好和 (都市大) 正 佐藤 大祐 (都市大)

> Yoichi HANDA, Tokyo City University, handa@rls.mse.tcu.ac.jp Yoshikazu KANAMIYA (D. N. Nenchev), Tokyo City University Daisuke SATO, Tokyo City University

Quite often the end link of a robotic limb is constrained to move along a prespecified path in workspace while the speed along the path may be freely chosen. For example, trapezoidal speed profiles are quite common in practice. Other alternatives include speed profiles for minimum-time path tracking and the recently proposed "natural motion" [1]. The aim of this work is to highlight the efficiency of naturalmotion path tracking when compared to constant-speed path tracking. This is done first via simulations, with a six-DOF manipulator. From the results it becomes apparent that natural-motion path tracking outperforms constant-speed path tracking in terms of peak joint speed, peak joint torque and total mechanical power, ensuring thereby a higher average tracking speed. The results are also confirmed via experiments with a real PA-10 manipulator, with the third joint locked.

Key Words: Natural Motion, Kinematic Singularity, Kinematics, Path Tracking Control

## 緒言

現在,多関節マニピュレータは人間よりも高速に正確な動 きができるなどの理由により,多くの分野で活躍している. 一般的にマニピュレータの制御を行う場合は,マニピュレー タ先端の軌道を設定し,逆運動学を用い制御を行う.制御を 行う際の軌道を追従する速度は自由に設定できるが,多く の場合,追従速度を一定にするような制御を行う,しかし, 先端の制御を行った状態でキネマティック特異点付近を通 過すると,関節角速度が過大となり,キネマティック特異点 になるとマニピュレータは暴走する.そこで金宮らは,追 従速度をヤコビ行列の行列式に比例させる Natural Motion (NM) を用いることで, キネマティック特異点付近において も関節角速度が過大にならず,さらにキネマティック特異点 上を通過できる方法を提案している [1].また,最近になり この方法を用いることで,キネマティック特異点付近での 急激な関節トルク値の変化も緩和されることが確認された [2]. そこで,本論文では NM を用いた運動学による制御を 三菱重工業株式会社製 PA-10 の第3 関節を固定し6 自由度 マニピュレータとして用い,追従速度を一定とした等速軌道 追従制御との比較を行い, NM の有用性を示す.

## 2 Natural Motion [1]

作業空間をm次元,関節空間をn次元とすると,先端 の速度  $oldsymbol{
u} \in \Re^m$  と関節の角速度  $\dot{q} \in \Re^n$  はヤコビ行列  $J(q) \in \Re^{m \times n}$  を用いて式 (1) のように表せる.

$$\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{q}} \tag{1}$$

式(1)を以下に書き換える.

$$J\dot{q} - \nu = \mathbf{0} \in \Re^m \tag{2}$$

さらに , u の方向を表す  $t_*(q_*)$  と , 大きさを表す  $\dot{q}_*$  を用い て $u = t_* \dot{q}_*$ と表すと,以下の同次方程式として表せる.

$$\begin{bmatrix} J & -t_* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{q}_* \end{bmatrix} = 0 \tag{3}$$

 $ar{m{J}}(ar{m{q}}) = [m{J} \ -m{t}_*]$  を列拡張ヤコビ行列とし, $ar{m{q}} = [ar{m{q}}^T \ \dot{q}_*]^T$ とする.非冗長 (m=n) の時, $ar{m{q}}$  の解を  $ar{m{J}}$  の零空間ベクト ルに基づき同次方程式を解くと式(4)になる.

$$\dot{\bar{q}} = b\bar{n}(\bar{q}) \tag{4}$$

b は任意のスカラー量で, $ar{n} \in \ker ar{J} \subset \Re^{n+1}$  であり,式 (5)のように求められる [3].

$$\bar{\boldsymbol{n}} = [ C_1 \ C_2 \ \cdots \ C_{n+1} ]^T \tag{5}$$

式中  $C_i = (-1)^{i+1} {
m det} ar{J}_i$  であり, $ar{J}_i$  は $ar{J}$  の第i 列目を取 り除いた行列である.さらに,式(5)を以下のように定義

$$\bar{\boldsymbol{n}} \equiv [\boldsymbol{n}^T(\bar{\boldsymbol{q}}) \ \det \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})]^T$$
 (6)

式中  $n(ar{q}) \equiv [ ext{adj} m{J}] m{t}_* \ [4]$  とする.式(4), (6) より,以下の 式を得る.

$$\dot{q} = bn \tag{7}$$

$$\dot{q} = bn \tag{7}$$

$$\dot{q}_* = b \det J \tag{8}$$

式 (8) の b を一定値とすることで NM となり , 軌道の追従 速度をヤコビ行列の行列式に比例させることができる.ま た,等速軌道追従制御を行う場合は,bに $1/\det J$ をかける ことにより,先端の速度 $\dot{q}_*$ を一定値として制御することが できる.

## 3 PA-10 を用いた円軌道追従制御

実験には三菱重工業株式会社製 PA-10 を用いた. NM と 等速軌道追従制御を行った場合との特異点付近での各関節 の安定性について比較を行うため,キネマティック特異点付 近でそれぞれの制御法を用い,円軌道追従制御を行った.

#### 3.1 目標軌道の生成

図 1 に PA-10 の関節と目標円軌道を示す.また,マニ ピュレータのベース座標系  $O_0x_0y_0z_0$  とし , 円軌道の基準座

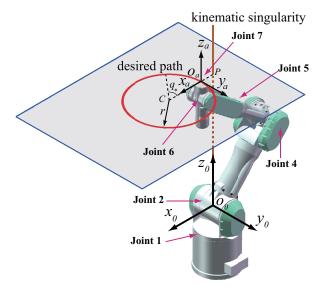


Fig. 1: 6R manipulator tracking a circular path. This is actually a model of a seven-DOF manipulator with one joint locked (Joint 3, not shown).

標系を  $O_ax_ay_az_a$  とした.また, $C=(x_c,\ y_c,\ z_c)$  は円軌道の中心とし,P は円軌道平面でのキネマティック特異点の位置を示す.目標先端位置  $x_d$  は円軌道の半径を r とすると,式 (9) になる.

$$\mathbf{x}_d = \begin{bmatrix} x_c + r \cos q_* \\ y_c + r \sin q_* \\ z_c \end{bmatrix}$$
 (9)

また , 式 (9) から R をベース座標系から円軌道座標系への回転行列とすると ,  $\nu$  の並進方向成分  $t_{v*}$  は式 (10) になる .

$$\boldsymbol{t}_{v*} = r\boldsymbol{R} \begin{bmatrix} -\sin q_* \\ \cos q_* \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

ただし ,  ${
m NM}$  を用いた時  $\dot{q}_*$  が関節角度により変化するので ,  $q_*$  は未知となる . そこで , 先端の単位方向ベクトル  $t_*$  を求めるために ,  $\dot{q}_*$  を積分し  $q_*$  を求めた . 式 (9) , (10) より , 先端の目標並進速度  $v_r$  は式 (11) になる .

$$\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{t}_{v*} \dot{q}_* + K_p (\boldsymbol{x}_a - \boldsymbol{x}_d) \tag{11}$$

 $x_a$  は現在の先端位置, $K_p$  は位置のフィードバックゲイン.また,目標先端速度の回転成分  $\omega_r$  は  $0\in \Re^3$  とし,初期姿勢を保った.

## 4 円軌道追従シミュレーションと実験

以上の制御法を用いキネマティック特異点付近で円軌道追従制御を行った.円の中心は先端の初期位置から円軌道の座標系  $x_a$  方向に -r の位置,ただし,r=0.2 m, $K_p=15$  s $^{-1}$  とした.また,実験時の PA $^{-1}$ 0 の初期角度を P からの距離が  $x_a$  方向に -0.07 m となるよう  $\begin{bmatrix} 15.0 & -37.0 & 0.0 & 80.0 & 15.0 & -45.0 & -15.0 \end{bmatrix}$  deg とした.ただし,PA $^{-1}$ 0 は第 3 関節を使わず 6 自由度マニピュレータとして用いた.動作時間は 60 秒間とし,制御開

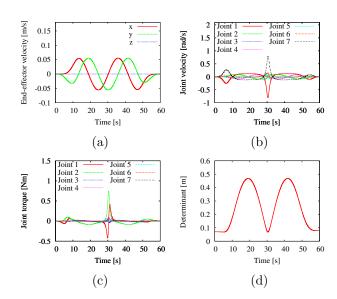


Fig. 2: Constant-speed (CS) path tracking simulation.

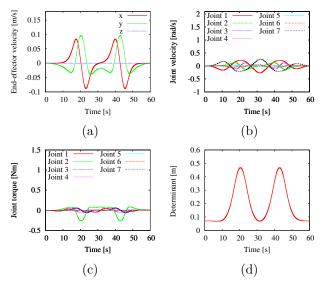


Fig. 3: Natural motion (NM) path tracking simulation. 始時,終了時の15秒間は関節速度に五次補間法を用い,速度の加減速を行っている.以上の条件で,4種類のシミュレーションと2種類の実験を行い比較した.

**4.1** シミュレーションによる比較 シミュレーションの内容については以下に示す

ullet CS-1 先端並進速度を  $\dot{q}_*=0.279~\mathrm{rad/s}$  とし,等速軌道追従制御を行った.

- NM-1  $b = 1.36 \; \mathrm{rad/s} \; \mathrm{m}^{-1} \; とし \; , \mathrm{CS-1} \; と同一の先端移動距離$ で NM を用い制御した .
- NM-2
   b = 4.11 rad/s m<sup>-1</sup> とし, CS-1 と同一の最高関節速度で NM を用い制御した。
- ullet NM-3  $b=2.33~{
  m rad/s~m^{-1}}$  とし,CS-1 と同一の最高関節トルク値で NM を用い制御した.

シミュレーション時,理論的なトルク値を知るため逆動力学による計算も行い,仕事についても比較を行った.逆動力学で用いた慣性行列は文献 [5] の値を用いた.また,重力項,摩擦項は加えていない.

図 2 にシミュレーション時の CS-1 の結果を示し , 図 3 に シミュレーション時の NM-1 の結果を示す .

(a) は先端の速度, (b) は各関節の角速度, (c) は逆動力学 から計算したトルク値, (d) は行列式の値を示す.(a), (d) から, キネマティック特異点付近において NM では先端の 動きが遅くなり、キネマティック特異点から離れると加速す ることが確認された.等速軌道追従制御ではキネマティッ ク特異点付近においても変化は見られない.また,(b),(c), (d) からキネマティック特異点付近において,等速軌道追従 制御では関節速度、トルク値が大きく変化しているのに対 し, NM では変化が少ないことが確認できた.また,表1に それぞれの条件での先端の移動距離,最高関節速度,最高関 節トルク,仕事を示す.表1のCS-1とNM-1を比較する と,最高関節速度と最高関節トルクは NM-1 は CS-1 の約 1/3 倍になっており, 仕事も約 1/2 倍になっている. CS-1と NM-2 を比較すると, NM-2 は CS-1 に比べ, 先端の移 動距離は約3倍になった. CS-1と NM-3を比較すると, NM-3 は CS-1 に比べ, 先端の移動距離は約 1.7 倍になった のに対し,最高関節速度は約3/5倍になった.

### 4.2 実機実験

実際に実験機 PA-10 を用い CS-1, NM-1 と同一の条件で実験を行った. ただし, PA-10 は速度制御で制御した.

図 4 に実験機を用いた時の CS-1 の結果,図 5 に実験機を用いた時の NM-1 の結果を示す.(a) に関節角速度を示し,(b) に PA-10 の電流値より求めた関節トルク値を示す.ただし,実験結果の関節トルク値は三菱重工から提供されているリンク毎の重心の位置と質量のデータを用い重力項を取り除いた値を示す.(a) を見ると,実験時においてもキネマティック特異点付近において,NM を用いると CS に比べ最高関節速度が約 1/3 倍になっていることがわかる.また,(b) の関節トルク値は,シミュレーション時ほど制御法による違いは見られなかったが,第 1 関節のトルク値のみ比較したものを図 6 に示すと,第 1 関節ではキネマティック特異点付近において制御法による違いがみられ,NM を用いた方が CS よりも安定していることがわかる.

	CS-1	NM-1	NM-2	NM-3
Distance [m]	2.51	2.51	7.63	4.18
Peak joint				
speed [rad/s]	0.803	0.268	0.803	0.460
Peak joint				
torque [Nm]	0.750	0.258	2.269	0.750
Total mechanical				
power [W]	486.7	222.8	5939.3	1100.2

Table 1: Path-tracking cases.

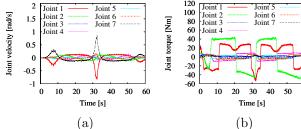


Fig. 4: Constant-speed (CS) path tracking experiment.

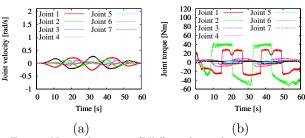


Fig. 5: Natural motion (NM) path tracking experiment.

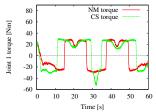


Fig. 6: Joint 1 torque comparison from experiment.

### 5 結言と今後の課題

PA-10 を 6 自由度マニピュレータとして用い,シミュレーションと実験において NM で円軌道追従制御させ,等速軌道追従制御との比較を行った.NM では等速軌道追従制御に比べ,関節速度の急変がなく,より最高関節速度や最高関節トルクが減少し,さらに仕事も減少することが確認できた.同じ最高関節速度,最高関節トルクの時でも,先端の移動距離が伸びていることから,NM を用いた制御の方が等速軌道追従制御に比べ,同じ作業空間において,多くの作業ができることが確認でき,さらに簡単に実行でき特異点も通過できることが確認でき,さらに簡単に実行でき特異点も通過できることから,NM の有用性が確認された.今後は,PA-10 の電流値より求めたトルク値では,理論的に求めたトルク値に比べ大きな違いは見られなかったので,PA-10 の正確な動的モデルを作成し得られた運動方程式よりトルクによる制御を行い比較する.

### 文 献

- [1] D. N. Nenchev, "Natural motion and singularity-consistent inversion of robot manipulators," in *Advances in Robot Control*, Springer Berlin Heidelberg, pp. 9–33, 2007.
- [2] Y. Kanamiya, "Natural self motion of a robotics limb with single degree-of-redundancy," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Kobe, Japan, May. 12-17, pp. 2925–2930, 2009.
- [3] J. Baillieul, "Kinematic programming alternatives for redundant manipulators," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, St. Louis, USA, Mar. 25–28 pp. 722–728, 1985.
- [4] Y. Tsumaki, D. Nenchev, S. Kotera and M. Uchiyama, "Teleoperation Based on the Adjoint Jacobian Approach," in *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 17, No. 1, pp. 53–62, 1997.
- [5] 宋薇, 見浪護, 青柳誠司, "クォータニオンを用いたフィードフォワードオンラインポーズ遺伝的認識法",日本ロボット学会誌,pp. 55-64, 2010.