

Model Optimisasi

Masalah *Supplier Selection, Order Allocation*, dan Pemasangan Bahan Baku dengan Produk

Mohammad Rizka Fadhli

18 August 2022

Flow Pengadaan dan Penggunaan Bahan Baku

Timeline Raw Material Procurement

The horizontal line indicates the week.

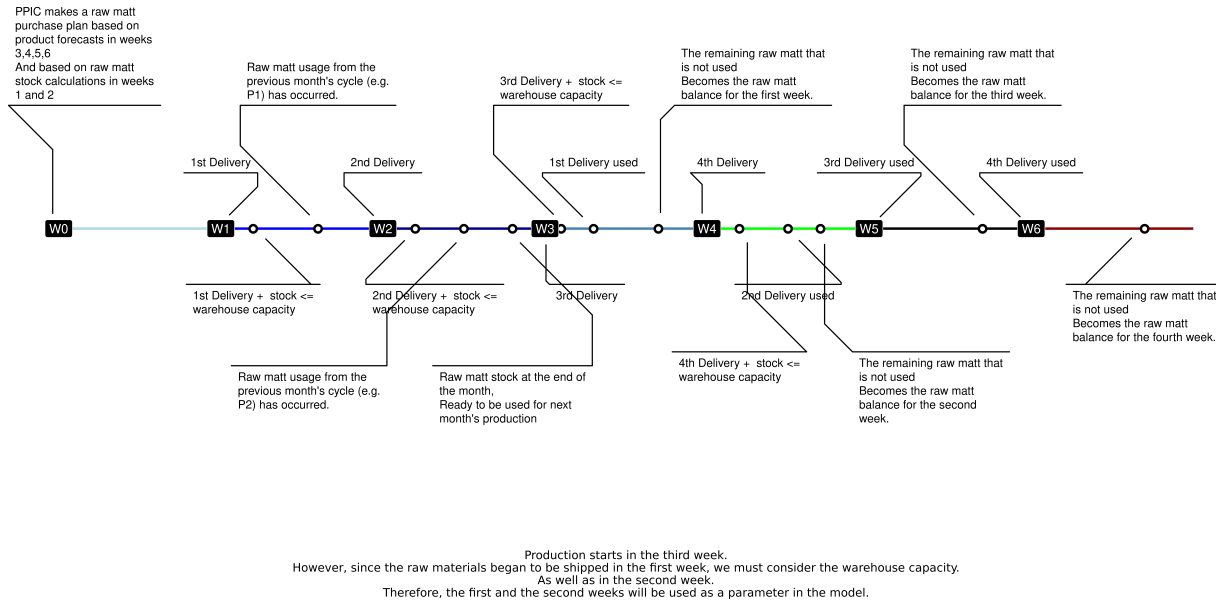


Figure 1: Flow Pengadaan dan Penggunaan Bahan Baku

Parameter-parameter yang terlibat

Notasikan:

- $M = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ sebagai himpunan semua minggu.
- $P = P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup P_4 \cup P_5 \cup P_6$ sebagai himpunan produk yang diproduksi per minggu.
 - \hat{P} sebagai himpunan produk yang bisa diproduksi dengan minimal 2 jenis gula.
 - \dot{P} sebagai himpunan produk yang hanya bisa diproduksi dengan satu jenis gula saja.
- $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sebagai himpunan bahan baku gula.

- D sebagai kebutuhan bahan baku gula (*demand*) di bulan perencanaan, yaitu: *week* 3 - 6.
- $maxcap$ sebagai kapasitas gudang bahan baku.
- $\forall i \in P_j, g_{kij}$ adalah kebutuhan bahan baku gula k (dalam kg) dari produk i pada *week* j .
- $\forall k \in G, Q_k$ adalah total proporsi portofolio bahan baku gula k yang ditetapkan dalam setahun (dalam kg).
- $\forall k \in G, c_k$ adalah harga bahan baku gula k per ton.
- $\forall k \in G, o_k$ adalah *minimum order quantity* dari bahan baku gula k .
- $\forall k \in G, \hat{d}_{k2}$ adalah total bahan baku k yang dibutuhkan pada *week* 2.
- $\forall k \in G, Z_{k1}$ adalah stok level bahan baku k di gudang pada akhir *week* 1.

Variabel Keputusan

Variabel I

Definisikan $\forall k \in G, x_k$ adalah banyaknya bahan baku k yang dibeli.

Berdasarkan informasi sebelumnya, kita ketahui bahwa x_k bernilai bulat positif dan harus lebih besar atau sama dengan nilai o_k . Kemudian tidak ada kewajiban untuk membeli bahan baku dari seluruh *supplier*.

Maka kita bisa tuliskan:

$$x_k = \begin{cases} \geq o_k & \text{atau} \\ 0 \end{cases}$$

$$0 \leq x_k \leq o_k.$$

Variabel II

Definisikan: \hat{x}_{kj} sebagai banyaknya pengiriman bahan baku gula jenis k di awal *week* j .

Variabel III

Definisikan a_{kij} sebuah bilangan biner:

$$a_{kij} = \begin{cases} 1, & \text{gula } k \text{ digunakan pada produk } i \text{ pada week } j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Variabel IV

Definisikan: b_{kij} sebagai proporsi penggunaan bahan baku k dari seluruh kebutuhan bahan baku untuk produk i di *week* j , $\forall j \in M \setminus \{1\}, \forall k \in G$.

Variabel V

Definisikan: z_{kj} sebagai stok level bahan baku k di akhir *week* j .

Kendala Optimisasi

Kendala I

Kita definisikan y_k sebagai penghubung nilai diskontinu dari variabel x_k :

$$y_k = \begin{cases} 1, & x_k = 0 \\ 0, & o_k \leq x_k \leq maxcap \end{cases}$$

$$\forall j \in M \setminus \{1, 6\}, \forall i \in P_j, \forall k \in G,$$

Sehingga kendala I menjadi penghubung antara variabel keputusan biner, integer, atau kontinu yang berkaitan:

$$\begin{aligned} \forall k \in G, & \\ & x_k \leq Dy_k \\ & x_k \geq \epsilon y_k \\ \forall j \in M \setminus \{1, 2\}, \forall i \in P_j, \forall k \in G, & \\ & b_{kij} \leq a_{kij} \\ & b_{kij} \geq \mu a_{kij} \end{aligned}$$

untuk suatu nilai ϵ dan μ yang kecil.

Kendala II

Kendala II dibuat agar total bahan baku yang dipesan tidak kurang dari total *demand* di bulan perencanaan dan tidak melebihi *maxcap*

$$D \leq \sum_{k \in G} x_k \leq maxcap$$

Kendala III

Kendala III mengatur hubungan antara total pembelian bahan baku dan pengiriman setiap minggu.

$$\begin{aligned} \forall k \in G, \\ x_k = \sum_{j \in \hat{M}} \hat{x}_{kj} \end{aligned}$$

Kendala IV

Kendala IV berfungsi untuk menjaga komposisi bahan baku yang diinginkan.

$$\begin{aligned} \forall j \in M \setminus \{1, 2\}, \forall i \in \hat{P}_j, \\ \sum_{k \in G} a_{kij} \geq 2 \\ \sum_{k \in G} b_{kij} = 1 \\ \forall j \in M \setminus \{1, 2\}, \forall i \in \dot{P}_j, \\ \sum_{k \in G} a_{kij} = 1 \\ \sum_{k \in G} b_{kij} = 1 \end{aligned}$$

Kendala V

Kendala V berfungsi untuk menjaga stok level sesaat setelah pengiriman bahan baku agar tidak melebihi kapasitas gudang.

$$\begin{aligned} \sum_{k \in G} (Z_{k1} + \hat{x}_{k1} - \hat{d}_{k2} + z_{kj}) &= maxcap \\ \forall j \in M \setminus \{1, 2\} \\ \sum_{k \in G} (z_{k(j-1)} + \hat{x}_{k(j-1)}) - \sum_{i \in P_j} b_{kij} g_{kij} + z_{kj} &= maxcap \end{aligned}$$

Kendala VI

Kendala VI menjaga agar pembelian bahan baku tidak melebihi proporsi portofolio yang sudah ditetapkan dalam setahun.

$$\forall j : x_k \leq Q_k$$

Fungsi Objektif

Permasalahan yang dihadapi adalah pemilihan *supplier* dan bahan baku sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \min \sum_{k \in G} c_k x_k \\ \text{s.t constraints and} \\ x_k = 0 \text{ atau } 0_k \leq x_k \leq maxcap, x_k \in \mathbb{Z}^+ \\ y_k \in \{0, 1\}, \hat{x}_{jk} \geq 0, a_{ijk} \in \{0, 1\} \\ 0 \leq b_{ijk} \leq 1 \\ 0 \leq z_{jk} \leq maxcap \end{aligned}$$