

PR IV Pengantar Sains Komputasi

20921004 - Mohammad Rizka Fadhli

10 November 2022

TUGAS

Hitunglah nilai π menggunakan simulasi Monte Carlo!

Jawab

Catatan

Pada tugas ini, saya menggunakan bahasa pemrograman **R**. Saya akan lampirkan pula baris *codes* untuk melakukan semua simulasi Monte Carlo.

Menghitung π

Untuk menghitung π menggunakan simulasi Monte Carlo, saya menggunakan prinsip *accept-reject* pada lingkaran dengan $r = 1$.

Misalkan saya memiliki lingkaran sebagai berikut:

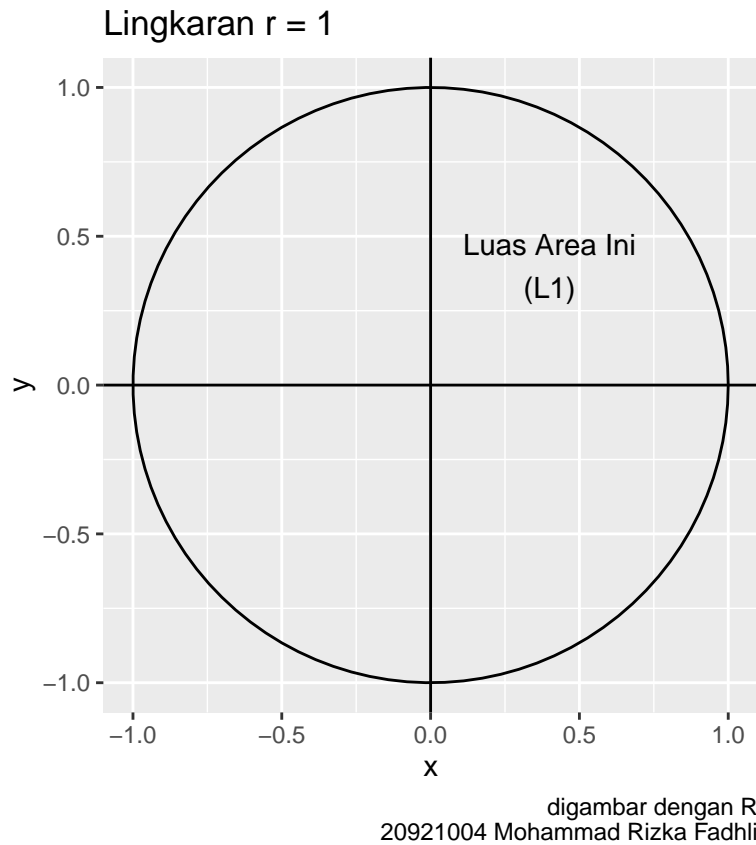


Figure 1: Lingkaran dengan $r=1$

Dari gambar di atas, luas area pada x di range $[0, 1]$ saya tuliskan sebagai berikut:

$$L1 = \frac{1}{4} \times L_{\text{lingkaran}} = \frac{1}{4} \pi r^2$$

$$L1 = \frac{1}{4} \pi (1^2) = \frac{\pi}{4}$$

Berdasarkan informasi di atas, kunci untuk mencari nilai π adalah dengan menghitung $L1$.

Untuk menghitung $L1$ saya melakukan *generating random dots* di area $x \in [0, 1]$ dan $y \in [0, 1]$. Setiap titik yang memenuhi persyaratan $x^2 + y^2 \leq 1$ akan saya tandai sebagai **accept** dan diluar itu akan saya tandai sebagai **reject**.

Perhatikan grafik di bawah ini:

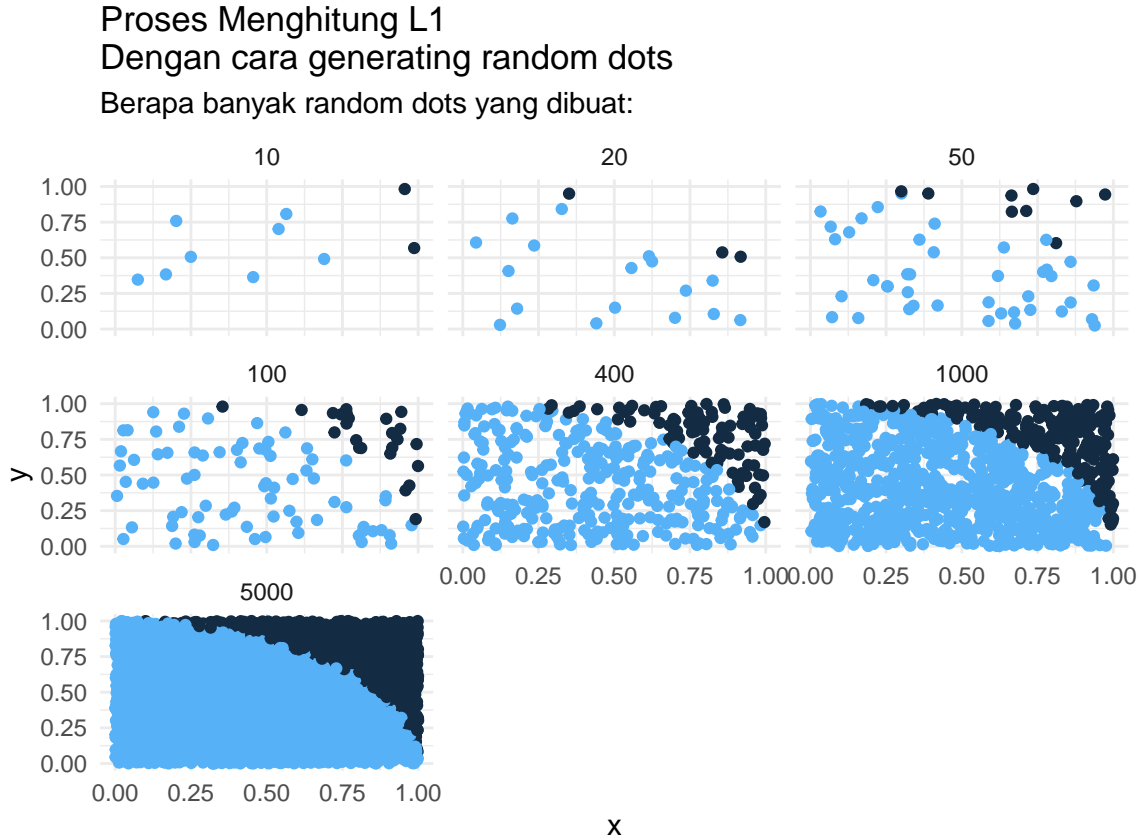


Figure 2: Ilustrasi proses generating random dots

Jika dilihat dari grafik di atas, semakin banyak *dots* yang saya buat, semakin banyak area $L1$ yang ter-*cover*. Akibatnya semakin akurat saya menghitung $L1$.

Luas $L1$ dapat saya tuliskan sebagai:

$$L1 \approx \frac{\text{count}(\text{dots}_{\text{accept}})}{\text{count}(\text{all.dots})}$$

Lalu: $\pi = 4 \times L1$

Berikut algoritma yang saya gunakan untuk melakukan simulasi *generating random dots* dengan berbagai nilai n .

```
hitung_pi = function(n){
  # proses generating random dot di sb x
  x = runif(n)
  # proses generating random dot di sb y
  y = runif(n)
  data = data.frame(x,y)
  data =
    data %>%
    distinct() %>%
    mutate(jatuh = x^2 + y^2,
           # proses accept dan reject
           ket = ifelse(jatuh <= 1, 1,0))
  # menghitung nilai pi
  return(4 * sum(data$ket)/length(data$ket))
}
```

Untuk melihat akurasi perhitungan, saya akan bandingkan hasil simulasi dengan nilai π *default* dari **R** yakni $\pi = 3.1415927$.

Berikut adalah proses *run* dan hasilnya:

```
# saatnya simulasi
simulasi = data.frame(
  n = c(100,200,500,900,
        1000,2000,5000,
        10000,50000,100000,500000,
        1000000),
  pi = 0
)
simulasi$pi_simulasi = sapply(simulasi$n,hitung_pi)
simulasi$`beda dengan pi R` = pi - simulasi$pi_simulasi
simulasi %>%
  knitr::kable(caption = "Nilai Pi Hasil Simulasi dengan Berbagai Nilai n")
```

Table 1: Nilai Pi Hasil Simulasi dengan Berbagai Nilai n

n	pi	pi_simulasi	beda dengan pi R
1e+02	0	3.000000	0.1415927
2e+02	0	2.940000	0.2015927
5e+02	0	2.992000	0.1495927
9e+02	0	3.133333	0.0082593
1e+03	0	3.032000	0.1095927
2e+03	0	3.134000	0.0075927
5e+03	0	3.130400	0.0111927
1e+04	0	3.168000	-0.0264073
5e+04	0	3.152640	-0.0110473
1e+05	0	3.132120	0.0094727
5e+05	0	3.146992	-0.0053993
1e+06	0	3.141756	-0.0001633

Agar hasilnya lebih akurat, proses di atas saya akan ulang 5 kali dan saya akan hitung nilai *expected* dari rata-rata nilai π hasil simulasi.

Table 2: Nilai Pi Hasil Simulasi dengan Berbagai Nilai n

n	s1	s2	s3	s4	s5	pi_simulasi	beda dengan pi R
1e+02	3.200000	3.040000	3.240000	2.880000	3.320000	3.136000	0.0055927
2e+02	3.020000	3.280000	3.080000	3.100000	3.360000	3.168000	-0.0264073
5e+02	3.080000	3.104000	3.088000	3.080000	3.096000	3.089600	0.0519927
9e+02	3.191111	3.271111	3.066667	3.008889	3.146667	3.136889	0.0047038
1e+03	3.184000	3.164000	3.152000	3.124000	3.120000	3.148800	-0.0072073
2e+03	3.146000	3.136000	3.126000	3.112000	3.138000	3.131600	0.0099927
5e+03	3.145600	3.136800	3.136800	3.152000	3.144800	3.143200	-0.0016073
1e+04	3.158800	3.146000	3.118800	3.156000	3.124000	3.140720	0.0008727
5e+04	3.135120	3.134560	3.139520	3.135760	3.131600	3.135312	0.0062807
1e+05	3.143280	3.144480	3.142320	3.133920	3.135920	3.139984	0.0016087
5e+05	3.140088	3.143936	3.141288	3.143840	3.139792	3.141789	-0.0001961
1e+06	3.141684	3.140404	3.141404	3.142576	3.139496	3.141113	0.0004799