

SPIRAL OPTIMIZATION ALGORITHM

Tugas Kuliah
SK5001 Analisis Numerik Lanjut

Mohammad Rizka Fadhli
NIM: 20921004

16 October 2021

PENDAHULUAN

Bahasa yang Digunakan

Saya membuat program *spiral optimization algorithm* menggunakan bahasa **R** yang bisa dieksekusi pada versi minimal 3.5.3.

Spiral Optimization Algorithm

Spiral Optimization Algorithm adalah salah satu metode *meta heuristic* yang digunakan untuk mencari minimum global dari suatu sistem persamaan.

Algoritmanya mudah dipahami dan intuitif tanpa harus memiliki latar keilmuan tertentu. Proses kerjanya adalah dengan melakukan *random number generating* pada suatu selang dan melakukan rotasi sekaligus kontraksi dengan titik paling minimum pada setiap iterasi sebagai pusatnya.

Berikut adalah algoritmanya:

INPUT

```
m >= 2 # jumlah titik
theta # sudut rotasi (0 <= theta <= 2pi)
r      # kontraksi
k_max  # iterasi maksimum
```

PROCESS

```
1 generate m buah titik secara acak
  x_i

2 initial condition
  k = 0 # untuk keperluan iterasi

3 cari x_* yang memenuhi
  min(f(x_*))

4 lakukan rotasi dan kontraksi semua x_i
  x_* sebagai pusat rotasi
  k = k + 1

5 ulangi proses 3 dan 4
```

```
6 hentikan proses saat k = k_max
  output x_*
```

Berdasarkan algoritma di atas, salah satu proses yang penting adalah melakukan **rotasi** dan **konstraksi** terhadap semua titik yang telah di-*generate*.

Agar memudahkan, saya akan memberikan ilustrasi geometri beserta operasi matriks aljabar terkait kedua hal tersebut.

Penjelasan Geometri

Operasi Matriks Rotasi

Misalkan saya memiliki titik $x \in \mathbb{R}^2$. Untuk melakukan rotasi sebesar θ , kita bisa menggunakan suatu matriks $A_{2 \times 2}$ berisi fungsi-fungsi trigonometri sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Berdasarkan operasi matriks di atas, kita bisa membuat **program** di **R** dengan beberapa modifikasi. Sebagai contoh, saya akan membuat program yang bertujuan untuk melakukan rotasi suatu titik $x \in \mathbb{R}$ sebanyak n kali:

```
# function mulai dari sini
rotasi_kan = function(x0,rot){
  # menghitung theta
  theta = 2*pi/rot

  # definisi matriks rotasi
  A = matrix(c(cos(theta),-sin(theta),
               sin(theta),cos(theta)),
             ncol = 2,byrow = T)

  # bikin template
  temp = vector("list")
  temp[[1]] = x0

  # proses rotasi
  for(i in 2:rot){
    xk = A %*% x0
    temp[[i]] = xk
    x0 = xk
  }

  # bikin template data frame
  final = data.frame(x = rep(NA,rot),
                    y = rep(NA,rot))

  # gabung data dari list
  for(i in 1:rot){
    tempura = temp[[i]]
    final$x[i] = tempura[1]
    final$y[i] = tempura[2]
  }

  # bikin plot
```

```

plot =
  ggplot() +
  geom_point(aes(x,y),data = final) +
  geom_point(aes(x[1],y[1]),
             data = final,
             color = "red") +
  coord_equal() +
  labs(title = "titik merah adalah titik initial")

# enrich
panah = data.frame(
  x_start = final$x[1:(rot-1)],
  x_end = final$x[2:rot],
  y_start = final$y[1:(rot-1)],
  y_end = final$y[2:rot]
)

plot =
  plot +
  geom_segment(aes(x = x_start,
                  xend = x_end,
                  y = y_start,
                  yend = y_end),
              data = panah,
              arrow = arrow(length = unit(.3,"cm")))
)

# definisi output
list("Grafik" = plot,
     "Data" = final)
}

```

Mari kita uji coba dengan titik sembarang berikut ini:

```

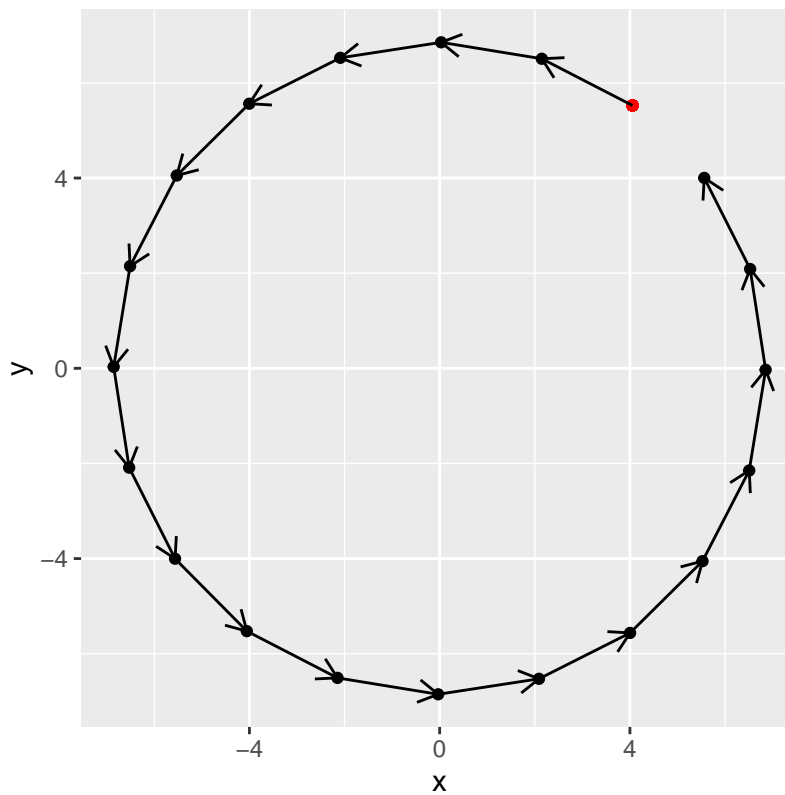
# uji coba
rot = 20 # berapa banyak rotasi
x0 = rand_titik(0,10) # generate random titik

rotasi_kan(x0,rot)

## $Grafik

```

titik merah adalah titik initial



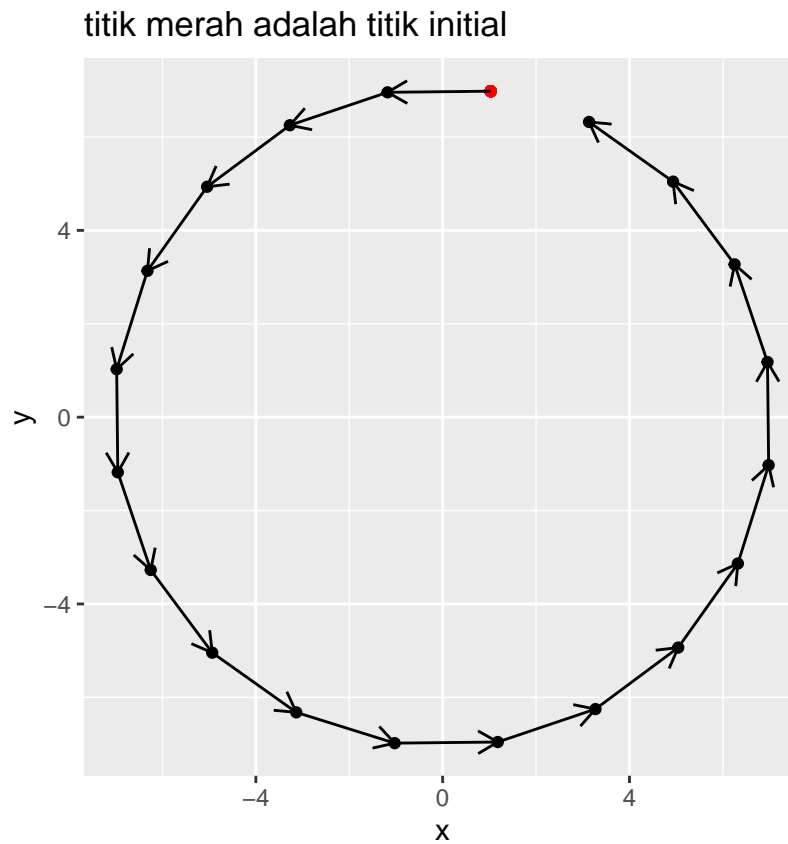
```
##
## $Data
##      x      y
## 1  4.05376  5.52590
## 2  2.14776  6.50812
## 3  0.03152  6.85328
## 4 -2.08780  6.52760
## 5 -4.00276  5.56295
## 6 -5.52590  4.05376
## 7 -6.50812  2.14776
## 8 -6.85328  0.03152
## 9 -6.52760 -2.08780
## 10 -5.56295 -4.00276
## 11 -4.05376 -5.52590
## 12 -2.14776 -6.50812
## 13 -0.03152 -6.85328
## 14  2.08780 -6.52760
## 15  4.00276 -5.56295
## 16  5.52590 -4.05376
## 17  6.50812 -2.14776
## 18  6.85328 -0.03152
## 19  6.52760  2.08780
## 20  5.56295  4.00276
```

Kita coba kembali dengan titik sembarang lainnya berikut ini:

```
# uji coba
rot = 20 # berapa banyak rotasi
x0 = rand_titik(0,10) # generate random titik

rotasi_kan(x0,rot)
```

```
## $Grafik
```



```
##
## $Data
##      x      y
## 1  1.027 6.981
## 2 -1.180 6.956
## 3 -3.272 6.251
## 4 -5.044 4.934
## 5 -6.322 3.134
## 6 -6.981 1.027
## 7 -6.956 -1.180
## 8 -6.251 -3.272
## 9 -4.934 -5.044
## 10 -3.134 -6.322
## 11 -1.027 -6.981
## 12  1.180 -6.956
## 13  3.272 -6.251
## 14  5.044 -4.934
## 15  6.322 -3.134
```

##	16	6.981	-1.027
##	17	6.956	1.180
##	18	6.251	3.272
##	19	4.934	5.044
##	20	3.134	6.322

Operasi Matriks Rotasi dan Kontraksi

SOAL 1

Tentukanlah akar-akar sistem persamaan berikut dengan **SOA**. Buatlah terlebih dahulu *contour plot*-nya:

$$f_1(x_1, x_2) = \cos(2x_1) - \cos(2x_2) - 0.4 = 0$$

$$f_2(x_1, x_2) = 2(x_2 - x_1) + \sin(x_2) - \sin(x_1) - 1.2 = 0$$

dengan $-10 \leq x_1, x_2 \leq 10$

JAWAB

Contour Plot

SOAL 2

Tentukanlah akar-akar sistem persamaan berikut dengan **SOA**. Buatlah terlebih dahulu *contour plot*-nya:

$$f_1(x_1, x_2) = \sin(x_1) \cos(x_2) + 2 \cos(x_1) \sin(x_2) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2) = \cos(x_1) \sin(x_2) + 2 \sin(x_1) \cos(x_2) = 0$$

dengan $0 \leq x_1, x_2 \leq 2\pi$