

SPIRAL OPTIMIZATION ALGORITHM

Tugas Kuliah
SK5001 Analisis Numerik Lanjut

Mohammad Rizka Fadhli
NIM: 20921004

16 October 2021

PENDAHULUAN

Bahasa yang Digunakan

Saya membuat program *spiral optimization algorithm* menggunakan bahasa **R** yang bisa dieksekusi pada versi minimal 3.5.3.

Spiral Optimization Algorithm

Spiral Optimization Algorithm adalah salah satu metode *meta heuristic* yang digunakan untuk mencari minimum global dari suatu sistem persamaan.

Algoritmanya mudah dipahami dan intuitif tanpa harus memiliki latar keilmuan tertentu. Proses kerjanya adalah dengan melakukan *random number generating* pada suatu selang dan melakukan rotasi sekaligus kontraksi dengan titik paling minimum pada setiap iterasi sebagai pusatnya.

Berikut adalah algoritmanya:

INPUT

```
m >= 2 # jumlah titik
theta # sudut rotasi (0 <= theta <= 2pi)
r      # kontraksi
k_max  # iterasi maksimum
```

PROCESS

```
1 generate m buah titik secara acak
  x_i

2 initial condition
  k = 0 # untuk keperluan iterasi

3 cari x_* yang memenuhi
  min(f(x_*))

4 lakukan rotasi dan kontraksi semua x_i
  x_* sebagai pusat rotasi
  k = k + 1

5 ulangi proses 3 dan 4
```

```
6 hentikan proses saat k = k_max
  output x_*
```

Berdasarkan algoritma di atas, salah satu proses yang penting adalah melakukan **rotasi** dan **konstraksi** terhadap semua titik yang telah di-*generate*.

Agar memudahkan, saya akan memberikan ilustrasi geometri beserta operasi matriks aljabar terkait kedua hal tersebut.

Penjelasan Geometri

Operasi Matriks Rotasi

Misalkan saya memiliki titik $x \in \mathbb{R}^2$. Untuk melakukan rotasi sebesar θ , saya bisa menggunakan suatu matriks $A_{2 \times 2}$ berisi fungsi-fungsi trigonometri sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Berdasarkan operasi matriks di atas, saya membuat **program** di **R** dengan beberapa modifikasi. Sebagai contoh, saya akan membuat program yang bertujuan untuk melakukan rotasi suatu titik $x \in \mathbb{R}$ sebanyak n kali:

```
# mendefinisikan program
rotasi_kan = function(x0,rot){
  # menghitung theta
  theta = 2*pi/rot

  # definisi matriks rotasi
  A = matrix(c(cos(theta),-sin(theta),
               sin(theta),cos(theta)),
             ncol = 2,byrow = T)

  # membuat template
  temp = vector("list")
  temp[[1]] = x0

  # proses rotasi
  for(i in 2:rot){
    xk = A %*% x0
    temp[[i]] = xk
    x0 = xk
  }

  # membuat template data frame
  final = data.frame(x = rep(NA,rot),
                    y = rep(NA,rot))

  # gabung data dari list
  for(i in 1:rot){
    tempura = temp[[i]]
    final$x[i] = tempura[1]
    final$y[i] = tempura[2]
  }

  # membuat plot
```

```

plot =
  ggplot() +
    geom_point(aes(x,y),data = final) +
    geom_point(aes(x[1],y[1]),
               data = final,
               color = "red") +
    coord_equal() +
    labs(title = "titik merah adalah titik initial")

# enrich dengan garis panah
panah = data.frame(
  x_start = final$x[1:(rot-1)],
  x_end = final$x[2:rot],
  y_start = final$y[1:(rot-1)],
  y_end = final$y[2:rot]
)

# menambahkan garis panah ke plot
plot =
  plot +
    geom_segment(aes(x = x_start,
                     xend = x_end,
                     y = y_start,
                     yend = y_end),
                 data = panah,
                 arrow = arrow(length = unit(.3,"cm")))
)

# menyiapkan output
list("Grafik rotasi" = plot,
     "Titik-titik rotasi" = final)
}

```

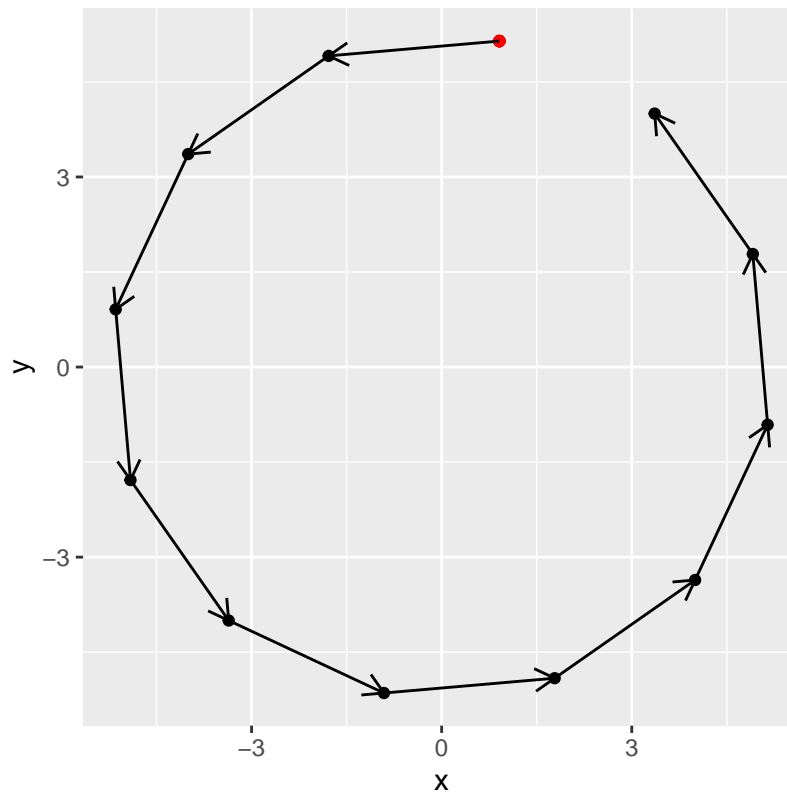
Berikut adalah uji coba dengan titik sembarang berikut ini:

```
# uji coba
rot = 12 # berapa banyak rotasi
x0 = rand_titik(0,10) # generate random titik

rotasi_kan(x0,rot)
```

```
## $`Grafik rotasi`
```

titik merah adalah titik initial



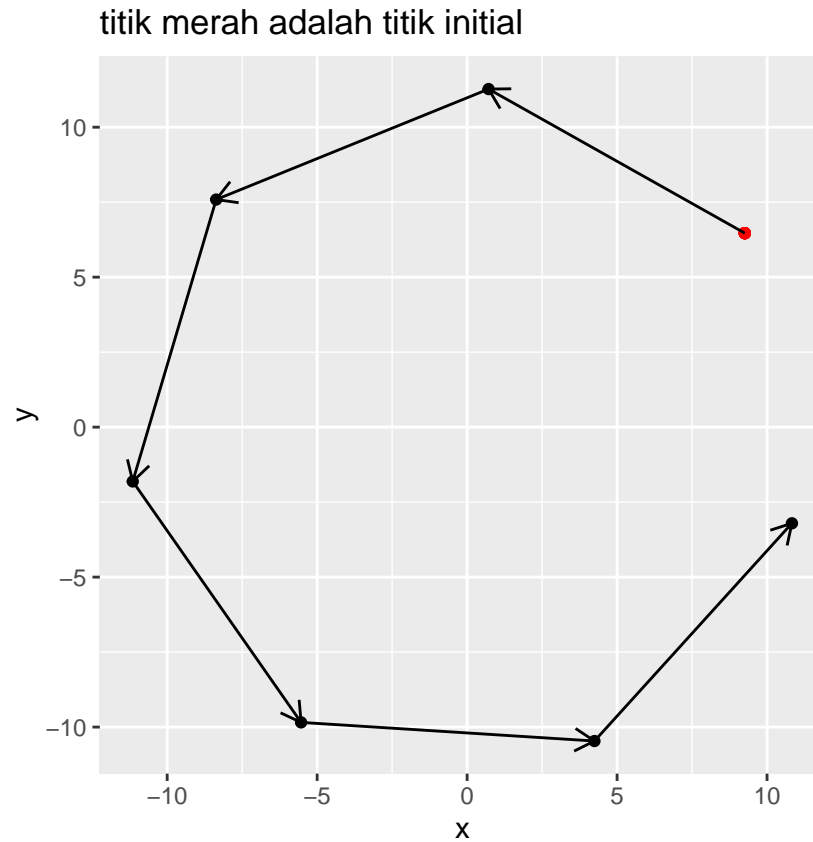
```
##
## $`Titik-titik rotasi`
##      x      y
## 1  0.9108  5.1447
## 2 -1.7836  4.9109
## 3 -4.0000  3.3611
## 4 -5.1447  0.9108
## 5 -4.9109 -1.7836
## 6 -3.3611 -4.0000
## 7 -0.9108 -5.1447
## 8  1.7836 -4.9109
## 9  4.0000 -3.3611
## 10 5.1447 -0.9108
## 11 4.9109  1.7836
## 12 3.3611  4.0000
```

Uji coba kembali dengan titik sembarang lainnya berikut ini:

```
# uji coba
rot = 7 # berapa banyak rotasi
x0 = rand_titik(0,10) # generate random titik

rotasi_kan(x0,rot)
```

```
## $`Grafik rotasi`
```



```
##
## $`Titik-titik rotasi`
##      x      y
## 1  9.2587  6.468
## 2  0.7158 11.271
## 3 -8.3661  7.587
## 4 -11.1482 -1.810
## 5 -5.5355 -9.845
## 6  4.2456 -10.466
## 7 10.8296 -3.206
```

Operasi Matriks Rotasi dan Kontraksi

Jika pada sebelumnya saya **hanya melakukan rotasi**, kali ini saya akan memodifikasi operasi matriks agar melakukan rotasi dan kontraksi secara bersamaan. Untuk melakukan hal tersebut, saya akan definisikan $r, 0 < r < 1$ dan melakukan operasi matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Oleh karena itu saya akan modifikasi program **R** sebelumnya menjadi sebagai berikut:

```
# mendefinisikan program
rotasi_konstraksi_kan = function(x0,rot,r){
  # menghitung theta
  theta = 2*pi/rot

  # definisi matriks rotasi
  A = matrix(c(cos(theta),-sin(theta),
               sin(theta),cos(theta)),
             ncol = 2,byrow = T)

  # membuat template
  temp = vector("list")
  temp[[1]] = x0

  # proses rotasi dan kontraksi
  for(i in 2:rot){
    xk = A %*% x0
    xk = r * xk
    temp[[i]] = xk
    x0 = xk
  }

  # membuat template data frame
  final = data.frame(x = rep(NA,rot),
                    y = rep(NA,rot))

  # gabung data dari list
  for(i in 1:rot){
    tempura = temp[[i]]
    final$x[i] = tempura[1]
    final$y[i] = tempura[2]
  }

  # membuat plot
  plot =
    ggplot() +
    geom_point(aes(x,y),data = final) +
    geom_point(aes(x[1],y[1]),
              data = final,
              color = "red") +
    coord_equal() +
    labs(title = "titik merah adalah titik initial")

  # enrich dengan garis panah
```

```

panah = data.frame(
  x_start = final$x[1:(rot-1)],
  x_end = final$x[2:rot],
  y_start = final$y[1:(rot-1)],
  y_end = final$y[2:rot]
)
# menambahkan garis panah ke plot
plot =
  plot +
  geom_segment(aes(x = x_start,
                   xend = x_end,
                   y = y_start,
                   yend = y_end),
               data = panah,
               arrow = arrow(length = unit(.3,"cm")))
)

# menyiapkan output
list("Grafik rotasi" = plot,
     "Titik-titik rotasi" = final)
}

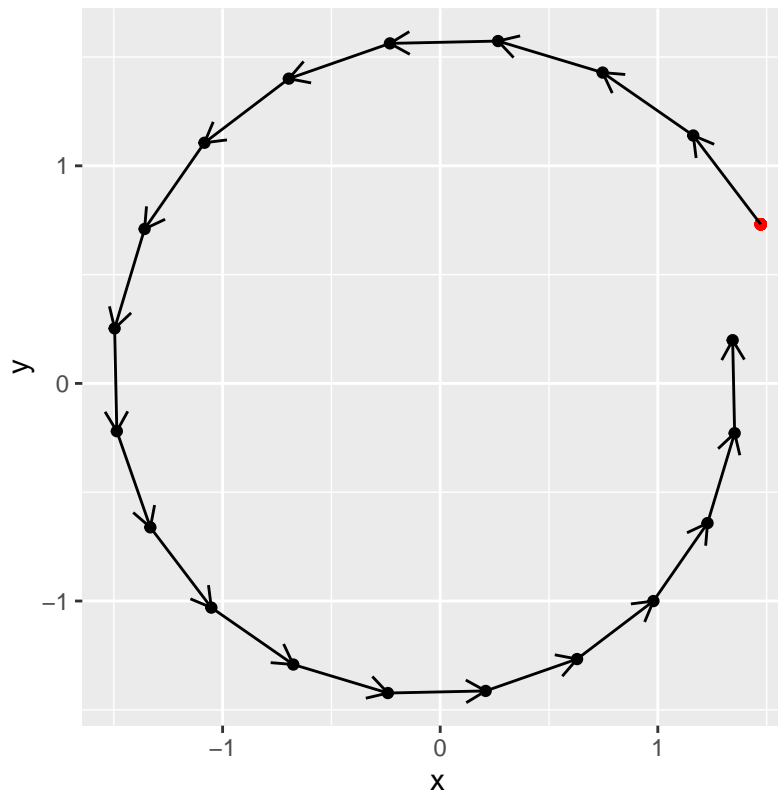
```

Saya akan uji coba untuk sembarang titik berikut ini:

```
# uji coba
rot = 20 # berapa banyak rotasi
x0 = rand_titik(0,4) # generate random titik
r = .99
rotasi_konstraksi_kan(x0,rot,r)
```

```
## $`Grafik rotasi`
```

titik merah adalah titik initial



```
##
## $`Titik-titik rotasi`
##      x      y
## 1  1.4729  0.7314
## 2  1.1630  1.1393
## 3  0.7465  1.4285
## 4  0.2659  1.5733
## 5 -0.2310  1.5627
## 6 -0.6956  1.4007
## 7 -1.0834  1.1060
## 8 -1.3584  0.7099
## 9 -1.4962  0.2528
## 10 -1.4861 -0.2197
## 11 -1.3320 -0.6615
## 12 -1.0518 -1.0303
## 13 -0.6751 -1.2919
## 14 -0.2404 -1.4229
```

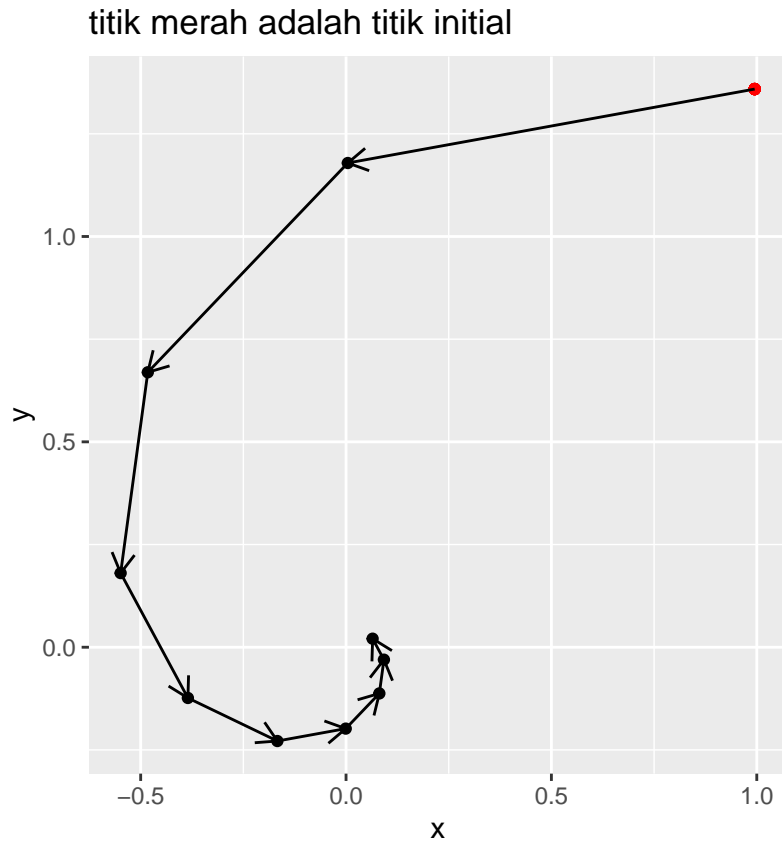


```
## 15  0.2089 -1.4133
## 16  0.6291 -1.2667
## 17  0.9798 -1.0002
## 18  1.2286 -0.6420
## 19  1.3531 -0.2286
## 20  1.3440  0.1987
```

Saya akan uji coba kembali untuk sembarang titik lainnya berikut ini:

```
# uji coba
rot = 10 # berapa banyak rotasi
x0 = rand_titik(0,4) # generate random titik
r = .7
rotasi_konstraksi_kan(x0,rot,r)
```

```
## $`Grafik rotasi`
```



```
##
## $`Titik-titik rotasi`
##      x      y
## 1  0.9949000  1.35893
## 2  0.0042928  1.17893
## 3 -0.4826389  0.66941
## 4 -0.5487517  0.18051
## 5 -0.3850362 -0.12356
## 6 -0.1672128 -0.22840
## 7 -0.0007215 -0.19814
## 8  0.0811171 -0.11251
## 9  0.0922287 -0.03034
## 10 0.0647130  0.02077
```

Program *Spiral Optimization Algorithm*

Berbekal program yang telah dituliskan di bagian sebelumnya, kita akan sempurnakan program untuk melakukan *spiral optimization* sebagai berikut

SOAL 1

Tentukanlah akar-akar sistem persamaan berikut dengan **SOA**. Buatlah terlebih dahulu *contour plot*-nya:

$$f_1(x_1, x_2) = \cos(2x_1) - \cos(2x_2) - 0.4 = 0$$

$$f_2(x_1, x_2) = 2(x_2 - x_1) + \sin(x_2) - \sin(x_1) - 1.2 = 0$$

dengan $-10 \leq x_1, x_2 \leq 10$

JAWAB

Contour Plot

SOAL 2

Tentukanlah akar-akar sistem persamaan berikut dengan **SOA**. Buatlah terlebih dahulu *contour plot*-nya:

$$f_1(x_1, x_2) = \sin(x_1) \cos(x_2) + 2 \cos(x_1) \sin(x_2) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2) = \cos(x_1) \sin(x_2) + 2 \sin(x_1) \cos(x_2) = 0$$

dengan $0 \leq x_1, x_2 \leq 2\pi$