Sharing Pemodelan Matematika dan Optimisasi

Intro to Operation Research

Ikang Fadhli

Market Research Nutrifood

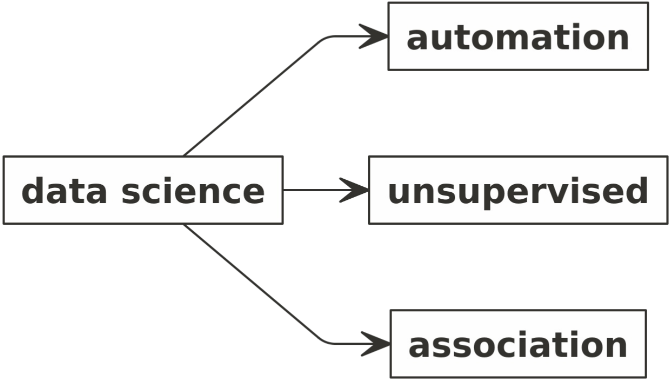
24 January 2022

CERITA DULU YA

Mid-2020


DETECTION
BIG DATA
COMPUTING
INFORMATION TECHNOLOGY
SOCIAL MEDIA
PROMOTION
MODELS
E-MARKETING COMMUNICATION
WWW
SERVICES
CONTENT
PROCESSING
MULTIMEDIA NETWORK
PROJECTS
CONSUMER
SOFTWARE
BRANDING
COMPUTER
CONSUMER
DEMAND
MARKETS
PREDICTIVE
ORGANIZATION
CODING
WEB MARKETING
PLANNING
PROGRAM
ANALYTICS
EVENTS
PROGRAMMING
DATA MINING
DATA SCIENCE
INFORMATION
MACHINE LEARNING
VISION
ENGINEERING
RESEARCH
PROBABILITY
KDD
WEB DEV
WEB SERVICES
PROJECTS
BIG
SERVICE
COMPUTING
STRATEGY
WORLDWIDE
MATHS PATTERN
DATA
VISUALIZATION
DATA
BIG
ENGINEERING
NETWORK
SOLUTIONS
PLANNING
MOBILE
PRO
CODING
PRICING
SOCIAL
MEDIA
SEGMENTATION
STATISTICS
INFORMATION
SOCIAL NETWORKS
TARGET
DIGITAL

Data Science is Not About Prediction!



Sampai Suatu Ketika

Portofolio Diskon Produk

Tercatat ada ribuan *listed products* dari berbagai *sellers*. Dengan *budget* sebesar Rp200 juta, produk mana saja yang pantas diberikan tambahan diskon? Berapa besar total *expected profit* yang akan didapatkan?

Table 1: Contoh Data Budget vs Expected Profit

produk	budget	expected_profit
a	34rb	97rb
b	43rb	24rb
c	90rb	18rb
d	55rb	67rb

Solving the Problem

Simulasi

Karena saya lebih familiar membuat algoritma simulasi, maka saya mencari solusi dengan cara simulasi, yakni menghitung secara *random* semua kejadian yang muncul.

Binary Programming

Rekan-rekan mahasiswa menyelesaikan masalah tersebut dengan cara memodelkan permasalahan tersebut sebagai *binary linear programming*.

$$\max \sigma profit_i \times p_i, p_i \in [0, 1], i \in 1, 2, 3, .., n$$

dengan dibatasi $\sigma budget_i \times p_i \leq 200jt$.

Pros vs Cons

Simulasi

Pros: mudah membuat algoritmanya. *Cons*: butuh waktu > 45 menit untuk menghasilkan solusi paling optimal.

Binary Programming

Pros: *runtime* algoritmanya < 5 detik. *Cons*: butuh *knowledge* untuk membuat model matematikanya.

Follow Up

Mohammad Rizka Fadhli ▸ Rumah Kedua
December 20, 2020 ·

Singkat cerita, saya dan bbrp teman sdg memberikan kompetisi data sains berhadiah utk mahasiswa mggunakan data real dr salah satu marketplace.

Tujuannya itu memilih produk mana saja yang harus diberikan promo dr 7000an data produk agar profitnya maksimal.

Utk menyelesaikannya bisa dg brbagai macam cara. Tp yg jelas skill utk menyelesaikan linear programming mnjadi skill dasar yg harus dimiliki tim analytics di marketplace sedangkan skill tsb jarang bgt dipakai di FMCG kek Nutrifood (cc: **Scasia Fortunata Halim Karen Puspasari**)

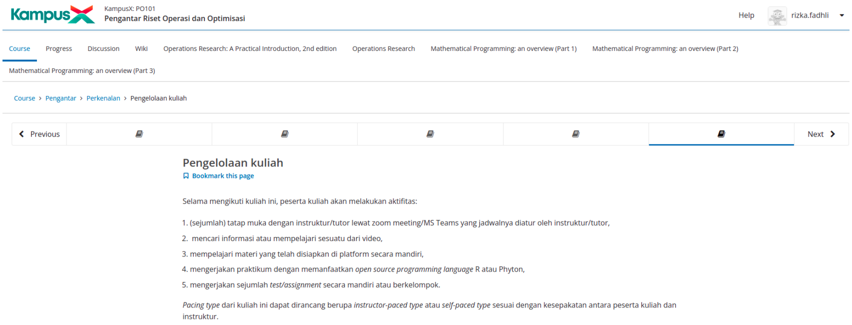
Cekidot tulisannya di:
https://ikanx101.com/blog/binary-marketplace/

Btw, tim ecomm pake pernah analisa yg mirip2 gini juga gak **Ignasius Dwi Sagita Christy**?

IKANX101.COM
Product Portofolio Management: Produk Mana Saja yang Harus Diberi Promo? Sebuah Cerita Optimasi di R
Prolog

11 · 6 Comments · Seen by 167

Akhirnya Berlanjut ke



KampusX: PO101
Pengantar Riset Operasi dan Optimisasi

Help rizka.fadhli

Course Progress Discussion Wiki Operations Research: A Practical Introduction, 2nd edition Operations Research Mathematical Programming: an overview (Part 1) Mathematical Programming: an overview (Part 2) Mathematical Programming: an overview (Part 3)

Course > Pengantar > Perkenalan > Pengelolaan kuliah

Previous Next

Pengelolaan kuliah

Bookmark this page

Selama mengikuti kuliah ini, peserta kuliah akan melakukan aktifitas:

1. (sejumlah) tatap muka dengan instruktur/tutor lewat zoom meeting/MS Teams yang jadwalnya diatur oleh instruktur/tutor,
2. mencari informasi atau mempelajari sesuatu dari video,
3. mempelajari materi yang telah disiapkan di platform secara mandiri,
4. mengerjakan praktikum dengan memanfaatkan *open source programming language* R atau Phyton,
5. mengerjakan sejumlah *test/assignment* secara mandiri atau berkelompok.

Pacing type dari kuliah ini dapat dirancang berupa *instructor-paced type* atau *self-paced type* sesuai dengan kesepakatan antara peserta kuliah dan instruktur.

LATAR BELAKANG

Real World Problem

Dalam pekerjaan sehari-hari, kita seringkali berhadapan dengan permasalahan.

Maksimalkan! Minimalkan!

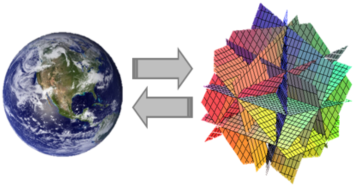
Apalagi permasalahan yang dihadapi berkaitan dengan *maximize* atau *minimize*!

Multiple Way

Tentunya ada banyak cara untuk menyelesaikannya.

Science menawarkan salah satu cara untuk menyelesaikan *real world problem* melalui *mathematical modelling*.

Remember This!

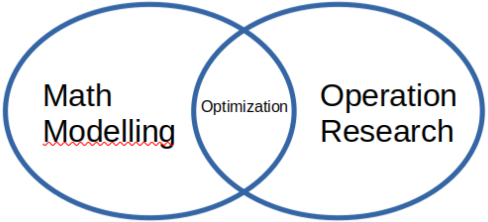


Nate Silver

A model is a tool to help us understand the complexities of the universe, and never a substitute for the universe itself.

PEMODELAN MATEMATIKA, OPTIMISASI, DAN RISET OPERASI

Hubungan Ketiganya



Definisi

Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika adalah mendeskripsikan suatu sistem dalam konsep dan bahasa matematika.

Riset Operasi

Riset operasi adalah metode antar disiplin ilmu yang digunakan untuk menganalisa masalah nyata dan membuat keputusan untuk kegiatan operasional organisasi atau perusahaan[1].

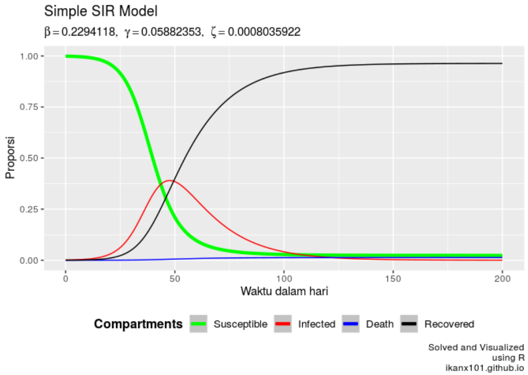
Optimisasi

Optimisasi adalah **proses mencari nilai yang optimal** dari suatu masalah tertentu.

[1] Pengantar Riset Operasi dan Optimisasi, KampusX: PO101

Pemodelan Matematika

(Hampir) semua permasalahan bisa dibuatkan model matematikanya. Namun tidak semua permasalahan atau model tersebut merupakan optimisasi. Contohnya adalah **SIR Model** untuk memodelkan penyebaran penyakit.



Riset Operasi I

Riset Operasi II

Riset operasi dimulai pada era Perang Dunia II. Oleh karena peperangan, diperlukan suatu cara yang efektif untuk mengalokasikan *resources* yang ada sehingga pihak militer Inggris dan Amerika Serikat mengumpulkan ilmuwan-ilmuwan untuk mencari pendekatan yang saintifik dalam memecahkan masalah(Hillier and Lieberman 2001).

Riset Operasi III

Pada tahun 1940, sekelompok *researchers* yang dipimpin oleh **PMS Blackett** dari ***the University of Manchester*** melakukan studi tentang **Sistem Radar Baru Anti Pesawat Terbang**. Kelompok *researchers* ini sering dijuluki sebagai **Kelompok Sirkus Blackett** (*Blackett's circus*). Julukan ini terjadi karena keberagaman latar belakang disiplin ilmu para *researchers* tersebut. Mereka terdiri dari disiplin ilmu fisiologi, matematika, astronomi, tentara, surveyor, dan fisika. Pada 1941, kelompok ini terlibat dalam penelitian radar deteksi kapal selam dan pesawat terbang. *Blackett* kemudian memimpin *Naval Operational Research* pada Angkatan Laut Kerajaan Inggris Raya. Prinsip-prinsip ilmiah yang digunakan untuk mengambil keputusan dalam suatu operasi dinamai sebagai **Riset Operasi**(Parmono 2007).

Riset Operasi IV

Saat Amerika Serikat mulai terlibat pada Perang Dunia II, prinsip riset operasi juga digunakan untuk berbagai operasi militer mereka. Kelompok riset operasi AS bertugas untuk menganalisis serangan udara dan laut tentara NAZI Jerman.

Selepas Perang Dunia II, penerapan riset operasi dinilai bisa diperluas ke dunia ekonomi, bisnis,*engineering*, dan sosial. Riset operasi banyak berkaitan dengan berbagai disiplin ilmu seperti matematika, statistika, *computer science*, dan lainnya. Tidak jarang beberapa pihak menganggap riset operasi itu *overlapping* dengan disiplin-disiplin ilmu tersebut.

Riset Operasi V

Oleh karena tujuan utama dari aplikasi riset operasi adalah tercapainya **hasil yang optimal** dari semua kemungkinan perencanaan yang dibuat. Maka **pemodelan matematika dan optimisasi** bisa dikatakan sebagai disiplin utama dari riset operasi.

Optimisasi I

Notasi matematikanya dapat ditulis sebagai berikut:

Misalkan suatu fungsi f yang memetakan dari himpunan A ke bilangan *real*.

$$f : A \to \mathbb{R}$$

Cari suatu nilai $x_0 \in A$ sedemikian sehingga:

- $f(x_0) \leq f(x), \forall x \in A$ untuk proses **minimalisasi**.
- $f(x_0) \geq f(x), \forall x \in A$ untuk proses **maksimalisasi**.

Optimisasi II

Pierre De Fermat dan **Joseph-Louis Lagrange** adalah orang-orang yang pertama kali menemukan formula kalkulus untuk mencari nilai optimal. Sementara **Isaac Newton** dan **Johann C. F.Gauss** mengusulkan metode iteratif untuk mencari nilai optimal[2].

Salah satu bentuk optimisasi yakni *linear programming* dimulai oleh **Leonid Kantorovich** pada 1939. **Metode Simplex** merupakan salah satu metode penyelesaian optimisasi yang terkenal, pertama kali diperkenalkan pada 1947 oleh **George Dantzig** sementara di tahun yang sama *Theory of Duality* diperkenalkan oleh **John von Neumann**.

[2] https://empowerops.com/en/blogs/2018/12/6/brief-history-of-optimization

Bahasan dalam Optimisasi

Bahasan dalam optimisasi dapat dikategorikan menjadi:

- Pemodelan masalah nyata menjadi masalah optimisasi.
- Pembahasan karakteristik dari masalah optimisasi dan keberadaan solusi dari masalah optimisasi tersebut.
- Pengembangan dan penggunaan algoritma serta analisis numerik untuk mencari solusi dari masalah tersebut.

Masalah Optimisasi I

Masalah optimisasi adalah masalah matematika yang mewakili masalah nyata (*real*). Dari ekspresi matematika tersebut, ada beberapa hal yang perlu diketahui[3], yakni:

1. **Variabel** adalah suatu simbol yang memiliki banyak nilai dan nilainya ingin kita ketahui. Setiap nilai yang mungkin dari suatu variabel muncul akibat suatu kondisi tertentu di sistem.
2. **Parameter** di suatu model matematika adalah suatu konstanta yang menggambarkan suatu karakteristik dari sistem yang sedang diteliti. Parameter bersifat *fixed* atau *given*.
3. ***Constraints*** (atau kendala) adalah kondisi atau batasan yang harus dipenuhi. Kendala-kendala ini dapat dituliskan menjadi suatu persamaan atau pertaksamaan. Suatu masalah optimisasi dapat memiliki hanya satu kendala atau banyak kendala.

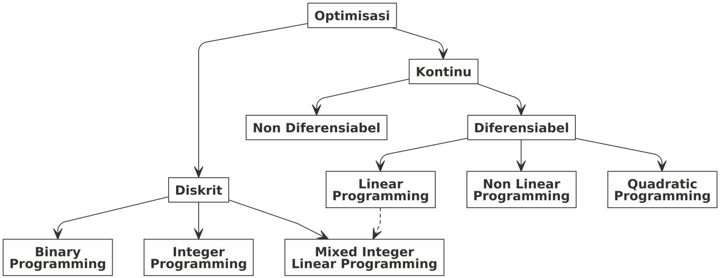
Masalah Optimisasi II

4. ***Objective function*** adalah satu fungsi (pemetaan dari variabel-varibel keputusan ke suatu nilai di daerah *feasible*) yang nilainya akan kita minimumkan atau kita maksimumkan.

[3] Pengantar Riset Operasi dan Optimisasi, KampusX: PO101

Jenis-Jenis Masalah Optimisasi

Masalah optimisasi bisa dibagi dua menjadi dua kategori berdasarkan tipe *variables* yang terlibat[4], yakni:



[4] Optimization problem. https://en.wikipedia.org/wiki/Optimization_problem

CONTOH MASALAH *OPTIMIZATION*: *Linear Programming*

Linear Programming

Linear programming adalah bentuk metode optimisasi sederhana yang memanfaatkan relasi linear (semua fungsi dan *constraints* merupakan fungsi linear).

Contoh Masalah *Linear Programming* I

Saya memiliki area parkir seluas 1.960 m^2. Luas rata-rata untuk mobil berukuran kecil adalah 4 m^2 dan mobil besar adalah 20 m^2. Daya tampung maksimum hanya 250 kendaraan, biaya parkir mobil kecil adalah Rp 7.000 per jam dan mobil besar adalah Rp 12.000 per jam. Jika dalam 1 jam area parkir saya terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, maka berapa pendapatan maksimum yang bisa saya dapatkan dari tempat parkir itu?

Bagaimana Menuliskan Modelnya?

Saya memiliki area parkir seluas 1.960 m^2. Luas rata-rata untuk mobil berukuran kecil adalah 4 m^2 dan mobil besar adalah 20 m^2.

$$4x_1 + 20x_2 \leq 1960$$

Daya tampung maksimum hanya 250 kendaraan.

$$x_1 + x_2 \leq 250$$

Biaya parkir mobil kecil adalah Rp 7.000 per jam dan mobil besar adalah Rp 12.000 per jam.

$$7000x_1 + 12000x_2$$

Bagaimana Menuliskan Modelnya?

Mari kita *recap* model optimisasinya:

$$max(7000x_1 + 12000x_2)$$

Dengan *constraints*:

$$4x_1 + 20x_2 \leq 1960$$

dan

$$x_1 + x_2 \leq 250$$

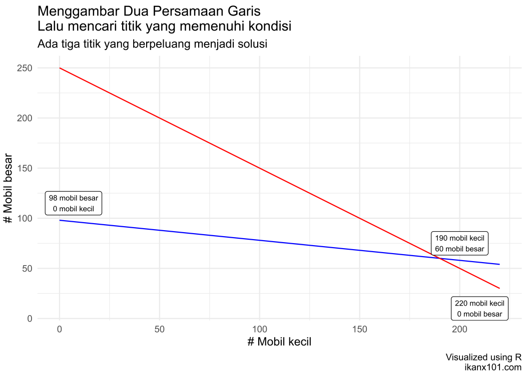
serta $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Bagaimana Menyelesaikan Model Ini?

Setidaknya ada beberapa cara yang bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan ini, yakni:

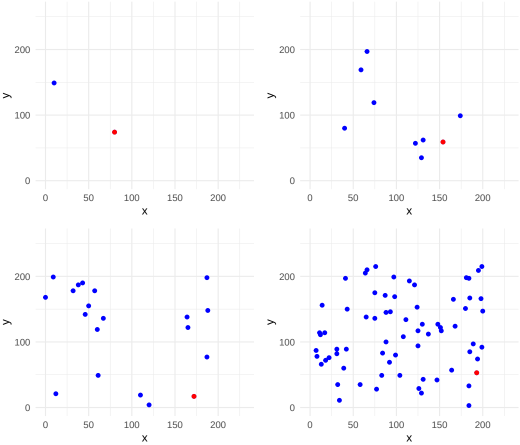
1. Metode grafik,
2. Metode simulasi, dan
3. Metode aljabar.

Metode Grafik

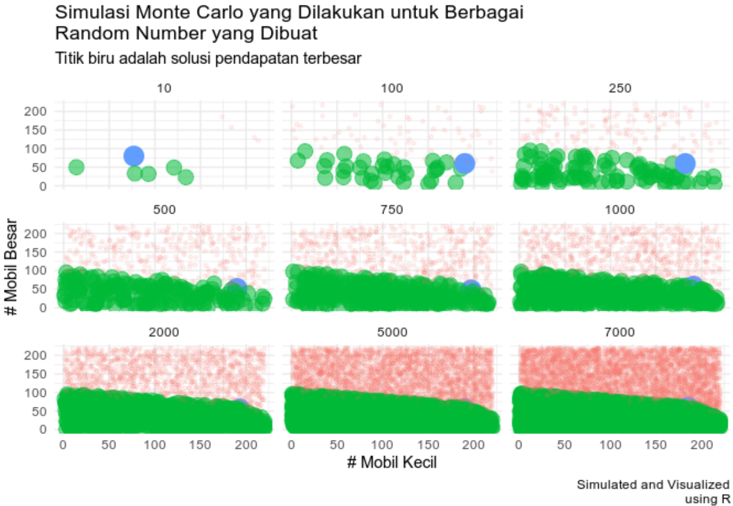


Remarks: Ini adalah metode termudah yang dapat dilakukan. Tapi jika variabel yang terkait banyak (> 3), maka akan sulit menggambar grafiknya.

Metode Simulasi



Metode Simulasi



Contoh Lain *Linear Programming* I

Manajemen **Koperasi Susu Berkah** (**KSB**) setiap harinya menerima 1000 liter susu dari para anggotanya untuk diproduksi menjadi *yogurt* atau keju *mozarella*.

- Keuntungan dari setiap liter susu yang terjual adalah Rp1.000.
- Keuntungan dari *yogurt* yang terjual dari bahan satu liter susu adalah Rp1.200
- Sedangkan keuntungan keju *mozarella* dari bahan satu liter susu adalah Rp900.

Setelah menganalisa data penjualan, manajemen koperasi mendapatkan informasi sebagai berikut:

- Dalam sehari susu yang terjual paling banyak sebesar 500 liter susu.
- *Yogurt* paling banyak bisa dibuat dari bahan 300 liter susu.
- Keju *mozarella* paling banyak bisa dibuat dari bahan 400 liter susu.

Contoh Lain *Linear Programming* II

Dari informasi di atas, manajemen **KSB** ingin menentukan berapa banyak susu yang harus dibuat *yogurt*, susu yang harus dibuat keju *mozarella*, dan susu yang dijual langsung, agar keuntungan yang didapat maksimal?

Contoh Lain *Linear Programming* III

Berikut adalah *constraints* yang ada pada kasus di atas:

- $0 \leq x_1 \leq 500$
- $0 \leq x_2 \leq 300$
- $0 \leq x_3 \leq 400$
- $x_1 + x_2 + x_3 = 1000$

Contoh Lain *Linear Programming* IV

Tujuan utama permodelan matematika ini adalah **memaksimalkan** *profit* yang ingin dicapai **KSB**, yakni:

$$max(1000x_1 + 1200x_2 + 900x_3)$$

Modifikasi Masalah Koperasi Susu Berkah I

Dari Koperasi Susu Berkah tersebut, sebenarnya untuk penjualan susu cair ada resiko tidak terjualnya keseluruhan susu cair pada hari yang sama sebesar 10%. Setiap susu yang tidak terjual ini akan memberikan kerugian sebesar Rp500 per liternya.

Berapa profit maksimal yang masih kita peroleh saat resiko tidak terjualnya susu cair terburuk?

Modifikasi Masalah Koperasi Susu Berkah II

Dari kasus di atas, kita cukup memodifikasi model matematika yang *existing*.

Modifikasi Masalah Koperasi Susu Berkah III

Variabel Penentuan

Saya akan definisikan variabel baru x_4, yakni berapa banyak susu cair yang tidak terjual.

Objective Function

Sekarang, *objective function*-nya berubah menjadi:

$$min(1000x_1 + 1200x_2 + 900x_3 - 500x_4)$$

Kenapa dibuat *min*? Karena kita ingin menghitung profit terbaik saat resiko terburuk.

Constraints

Sekarang saya tambahkan dua *constraints* terkait x_4.
$0 \leq x_4 \leq 0.1x_1$ dan $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000$

Tiga Mesin *Filling* I

Di sebuah perusahaan, departemen *filling* dan *packing* memiliki tiga jenis mesin yang selalu beroperasi setiap harinya. Setiap mesin memiliki kapasitas, biaya proses per unit produk, dan biaya *setup* masing-masing.

Berikut adalah datanya:

Table 2: Data Mesin Filling dan Packing

mesin	biaya_setup	biaya_proses_per_unit	kapasitas
1	300	2	600
2	100	10	800
3	200	5	1200

Tiga Mesin *Filling* II

Mengingat di setiap mesin harus ada pekerja yang ditugaskan untuk menjalankannya, manajemen mengambil keputusan bahwa jika suatu mesin digunakan, maka mesin tersebut paling sedikit harus memproses 400 unit produk.

Di suatu hari, terdapat beban kerja sebanyak 2000 unit produk yang harus diproses *filling* dan *packing*-nya.

Berapa konfigurasi produk per mesin yang paling optimal?

Model Matematika I

Dari kasus di atas, kita akan membuat model matematikanya.

Variabel Penentuan

Misalkan saya notasikan 3 variabel berikut ini:

- x_1 sebagai seberapa banyak (dalam unit) produk yang dijalankan di mesin I,
- x_2 sebagai seberapa banyak (dalam unit) produk yang dijalankan di mesin II, dan
- x_3 sebagai seberapa banyak (dalam unit) produk yang dijalankan di mesin III.

Di mana:

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}$$

Constraints

Model Matematika II

Berikut adalah *constraints* yang ada pada kasus di atas:

- $400 \leq x_1 \leq 600$
- $400 \leq x_2 \leq 800$
- $400 \leq x_3 \leq 1200$
- $x_1 + x_2 + x_3 = 2000$

Objective Function

Tujuan utama permodelan matematika ini adalah **meminimalkan** *cost* yang terjadi di semua mesin, yakni:

$$min((300 + 2x_1) + (100 + 10x_2) + (200 + 5x_3))$$

CONTOH MASALAH *OPTIMIZATION*: *Binary Programming*

Binary Programming

Binary programming adalah bentuk metode optimisasi di mana variabel yang terlibat merupakan bilangan biner (0,1). Biasanya metode ini dipakai dalam masalah penjadwalan yang memerlukan prinsip *matching* antar kondisi yang ada.

Contoh Masalah *Binary Programming* I

Beberapa minggu ke belakang, kasus harian Covid semakin menurun. Pemerintah mulai melonggarkan aturan PPKM yang mengakibatkan sekolah-sekolah mulai menggelar pengajaran tatap muka terbatas (PTMT) untuk siswanya secara *offline*.

Suatu sekolah memiliki kelas berisi 20 orang siswa. Mereka hendak menggelar PTMT dengana aturan sebagai berikut:

1. PTMT digelar dari Senin hingga Jumat (5 hari).
2. Dalam sehari, siswa yang boleh hadir dibatasi 4-8 orang saja.
3. Dalam seminggu, diharapkan siswa bisa hadir 2-3 kali.
4. Siswa yang hadir di selang sehari baru bisa hadir kembali.

Contoh Masalah *Binary Programming* II

Dari uraian di atas, kita bisa membuat model optimisasinya sebagai berikut:

Saya definisikan $x_{i,j} \in (0, 1)$ sebagai bilangan biner di mana $i \in \{1, 2, .., 20\}$ menandakan siswa dan $j \in \{1, 2, .., 5\}$ menandakan hari. Berlaku:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{siswa i tidak masuk di hari j} \\ 1, & \text{siswa i masuk di hari j} \end{cases}$$

Objective Function

Tujuan utama kita adalah memaksimalkan siswa yang hadir.

$$\max \sum_{j=1}^{5} \sum_{i=1}^{20} x_{i,j}$$

Contoh Masalah *Binary Programming* III

Constraints

Dalam sehari, ada pembatasan jumlah siswa yang hadir.

$$4 \leq \sum_i x_{i,j} \leq 8, j \in \{1, 2, .., 5\}$$

Dalam seminggu, siswa hadir dalam frekuensi tertentu.

$$2 \leq \sum_j x_{i,j} \leq 3, i \in \{1, 2, .., 20\}$$

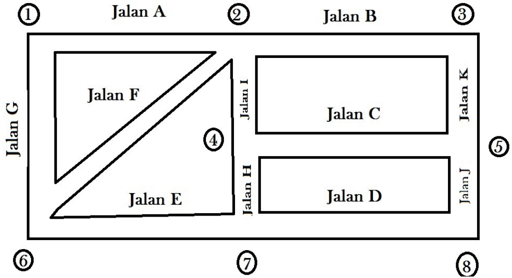
Ada jeda sehari agar siswa bisa masuk kembali.

Contoh Masalah *Binary Programming* IV

$$x_{i,j} + x_{i,j+1} \leq 1$$

Jangan lupa bahwa $x_{i,j} \geq 0$.

Contoh Lain: Lampu Penerangan Jalan I



Contoh Lain: Lampu Penerangan Jalan II

Suatu komplek perumahan dengan denah seperti di atas memiliki 11 jalan. Setiap pertemuan jalan, diberikan tanda nomor 1 hingga 8. *Town management* hendak memasang lampu penerangan di **setiap pertemuan jalan tersebut**.

Tujuan utama mereka adalah memasang lampu sehingga **semua jalan** diterangi paling sedikit satu lampu.

Di titik mana saja town management harus memasang lampu-lampu tersebut?

Model Matematika

Dari kasus di atas, kita akan membuat model matematikanya.

Parameter

Misalkan saya notasikan JI sebagai himpunan jalan, yakni:

$$JI = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K\}$$

Misalkan saya notasikan J sebagai himpunan titik-titik pertemuan jalan, yakni:

$$J = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Model Matematika I

Kemudian saya akan tuliskan x_j sebagai *binary number* yang menyatakan apakah lampu dipasang atau tidak di titik $j \in J$.

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{jika di titik } j \text{ dipasang lampu} \\ 0, & \text{lainnya.} \end{cases}$$

Misalkan:

- $x_1 = 0$, artinya lampu di titik 1 **tidak dipasang lampu**.
- $x_2 = 1$, artinya lampu di titik 2 **dipasang lampu**.

Model Matematika II

Constraints

Dengan variabel keputusan seperti di atas, maka sesuai keinginan kita menerangi **setiap jalan paling sedikit dengan satu lampu**, kita mempunyai kendala:

1. $x_1 + x_2 \geq 1$ untuk **Jalan A**.
2. $x_2 + x_3 \geq 1$ untuk **Jalan B**.
3. $x_1 + x_6 \geq 1$ untuk **Jalan G**.
4. $x_2 + x_6 \geq 1$ untuk **Jalan F**.
5. $x_2 + x_4 \geq 1$ untuk **Jalan I**.
6. $x_4 + x_7 \geq 1$ untuk **Jalan H**.
7. $x_4 + x_5 \geq 1$ untuk **Jalan C**.
8. $x_7 + x_8 \geq 1$ untuk **Jalan D**.
9. $x_3 + x_5 \geq 1$ untuk **Jalan K**.

Model Matematika III

10. $x_6 + x_7 \geq 1$ untuk **Jalan E**.
11. $x_5 + x_8 \geq 1$ untuk **Jalan J**.

Objective Function

Tujuan utama permodelan matematika ini adalah **meminimalkan** banyaknya titik yang dipasang lampu penerangan, yakni:

$$min(\sum x_j, j \in J)$$

Contoh Lain: Urutan Produksi I

Suatu perusahaan memproduksi 4 warna cat yaitu:

- Putih,
- Kuning,
- Hitam, dan
- Merah.

Keempat cat tersebut diproduksi di mesin-mesin yang sama, sehingga ada keperluan untuk mencuci mesin-mesin tersebut di antara produksi 2 cat yang berbeda warna.

Kita mempunyai masalah untuk menentukan urutan produksi cat harian yang *optimal*, yakni urutan produksi cat yang menghasilkan total waktu pencucian paling kecil.

Urutan harian ini akan dipakai tiap hari, karena perusahaan setiap hari harus memproduksi keempat cat tersebut.

Contoh Lain: Urutan Produksi I

Tabel berikut menampilkan waktu pencucian antara produksi cat di suatu baris jika akan dilanjutkan dengan cat di suatu kolom.

Table 3: Matriks Cleaning Mesin Cat (dalam menit)

	putih	kuning	hitam	merah
putih	$\sim$	10	17	15
kuning	20	$\sim$	19	18
hitam	50	44	$\sim$	25
merah	45	40	20	$\sim$

Contoh Lain: Urutan Produksi II

Urutan produksi cat seperti apa yang meminimalkan waktu cleaning?

CONTOH MASALAH *OPTIMIZATION*: *Integer Programming*

Integer Programming

Integer programming adalah bentuk metode optimisasi di mana variabel yang terlibat merupakan bilangan bulat (*integer*). Jika fungsi-fungsi yang terkait merupakan *linear*, maka disebut dengan *integer linear programming*.

Sebagai contoh, variabel yang merupakan bilangan bulat adalah banyak orang.

Contoh *Integer Programming* I

Table 4: Tabel Kebutuhan Nakes Harian

hari	Min Nakes Required	Max Nakes Required
Senin	24	29
Selasa	22	27
Rabu	23	28
Kamis	11	16
Jumat	16	21
Sabtu	20	25
Minggu	12	17

Contoh *Integer Programming* II

Di rumah sakit tersebut berlaku kondisi sebagai berikut:

1. Setiap nakes hanya diperbolehkan bekerja selama 5 hari berturut-turut dan harus libur selama 2 hari berturut-turut.
2. Tidak ada pemberlakuan *shift* bagi nakes.

Berapa banyak nakes yang harus dipekerjakan oleh rumah sakit tersebut? Bagaimana konfigurasi penjadwalannya?

Untuk memudahkan dalam mencari solusi permasalahan di atas, kita bisa membuat tabel ilustrasi berikut:

Contoh *Integer Programming* III

Table 5: Konfigurasi Penjadwalan Nakes

hari	Min Nakes Required	Max Nakes Required	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
Senin	24	29	x			x	x	x	x
Selasa	22	27	x	x			x	x	x
Rabu	23	28	x	x	x			x	x
Kamis	11	16	x	x	x	x			x
Jumat	16	21	x	x	x	x	x		
Sabtu	20	25		x	x	x	x	x	
Minggu	12	17			x	x	x	x	x

Contoh *Integer Programming* IV

Kolom $x_i, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ menandakan kelompok nakes yang perlu dipekerjaan pada hari-hari tertentu. Setiap nilai x_i tersebut merupakan **bilangan bulat positif** $x \geq 0, x \in \mathbb{Z}$.

Dari ilustrasi di atas, kita bisa membuat model optimisasinya sebagai berikut:

Objective Function

$$\min \sum_{i=1}^{7} x_i$$

Constraints

- Hari Senin: $24 \leq \sum x_i \leq 29, i \in \{1, 4, 5, 6, 7\}$.

Contoh *Integer Programming* V

- Hari Selasa: $22 \leq \sum x_i \leq 27, i \in \{1, 2, 5, 6, 7\}$.
- Hari Rabu: $23 \leq \sum x_i \leq 28, i \in \{1, 2, 3, 6, 7\}$.
- Hari Kamis: $11 \leq \sum x_i \leq 16, i \in \{1, 2, 3, 4, 7\}$.
- Hari Jumat: $16 \leq \sum x_i \leq 21, i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- Hari Sabtu: $20 \leq \sum x_i \leq 25, i \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Hari Minggu: $12 \leq \sum x_i \leq 17, i \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$.

Kita juga perlu perhatikan bahwa $x_i \geq 0, i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

CONTOH MASALAH *OPTIMIZATION*: *Mixed Integer Linear Programming*

Mixed Integer Linear Programming

Pada bagian sebelumnya, kita telah membahas masalah optimisasi dengan variabel berupa diskrit dan kontinu. Permasalahan *real* yang ada di kehidupan sehari-hari biasanya merupakan memiliki variabel yang *mixed* antara keduanya. Oleh karena itu, ada metode yang disebut dengan *mixed integer linear programming*. Pada masalah optimisasi tipe ini, *decision variables* yang terlibat bisa saja berupa *binary*, *integer*, dan *continuous* sekaligus.

Pemilihan dan Penentuan Item Produksi I

Suatu pabrik makanan dan minuman berencana untuk membuat tiga produk baru yang bisa diproduksi di dua *plants* yang berbeda.

Table 6: Tabel Runtime Item Produk per Plant (harian - dalam jam)

Produk	Runtime Plant 1	Runtime Plant 2
Item 1	3	4
Item 2	4	6
Item 3	2	2

Pemilihan dan Penentuan Item Produksi II

Plant 1 memiliki maksimum *working hours* sebesar 30 jam perhari.

Plant 2 memiliki maksimum *working hours* sebesar 40 jam perhari.

Table 7: Tabel Profit dan Potensi Sales Item Produk

Produk	Profit per ton	Sales potential per ton
Item 1	5	7
Item 2	7	5
Item 3	3	9

Pemilihan dan Penentuan Item Produksi III

Masalah timbul saat mereka harus memilih **dua dari tiga** produk baru tersebut yang harus di produksi. Selain itu, mereka juga harus memilih **satu dari dua** *plants* yang memproduksi *items* tersebut.

CONTOH LAINNYA

Berbagai Contoh Lain

Berbagai contoh optimisasi lainnya bisa dilihat di *link* berikut:

https://ikanx101.com/tags/#optimization-story

References

References

Hillier, Frederick S., and Gerald J. Lieberman. 2001. *Introduction to Operations Research*. 7th ed. New York, US: McGraw Hill. www.mhhe.com.

Parmono, Vincentius Rachmadi. 2007. *Pengenalan Riset Operasi*. 1st ed. Jakarta, Indonesia: Universitas Terbuka. https://www.pustaka.ut.ac.id/lib/adbi4530-riset-operasi/.