UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Matemática

Ayudantía 7
Matemática IV (MAT-024)
Jueves 4 de noviembre 2021

Problema 1. Calcule $\displaystyle\int_C \vec{F}(x,y)\cdot d\vec{r}$ donde:

$$\vec{F}(x,y)=\left(ye^{xy}+\cos x\,,\,xe^{xy}+\frac{1}{y^2+1}\right)$$

y C es el tramo de la curva $y=\operatorname{sen}(x)$, desde $x=0$ a $x=\dfrac{\pi}{2}$.

Problema 2. Sean $\alpha\in\mathbb{R}$ una constante y $\vec{F}:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ un campo vectorial definido por:

$$\vec{F}=\left(4\alpha e^{2x}y^2\,,\,2y(\alpha^2e^{2x}-z)\,,\,\frac{-\alpha y^2}{2}\right)$$

1. Determine el(los) valor(es) de α tal que el campo $\vec{F}$ sea conservativo. Justifique.
2. Usando el valor de α calculado en el inciso anterior, Calcule el trabajo que realiza el campo $\vec{F}$ para llevar una partícula desde el punto $(1,2,0)$ hasta el punto $(2,4,3)$.

Problema 2. Sean $\alpha\in\mathbb{R}$ una constante y $\vec{F}:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ un campo vectorial definido por:

$$\vec{F}=\left(4\alpha e^{2x}y^2\,,\,2y(\alpha^2e^{2x}-z)\,,\,\frac{-\alpha y^2}{2}\right)$$

1. Determine el(los) valor(es) de α tal que el campo $\vec{F}$ sea conservativo. Justifique.
2. Usando el valor de α calculado en el inciso anterior, Calcule el trabajo que realiza el campo $\vec{F}$ para llevar una partícula desde el punto $(1,2,0)$ hasta el punto $(2,4,3)$.

Problema 3. La base de una cerca está dada por las ecuaciones paramétricas $x=t^2$ y $y=2t$ con $0\le t\le 1$ metros. La altura de la cerca en la posición (x,y) está dada por la función $h(x,y)=100xy$ metros.

Suponga que 1 litro de pintura cubre 100m^2. Demuestre que la cantidad de litros de pintura que se necesita para pintar la cerca por ambos lados es

$$4\int_0^1 t^3\sqrt{4t^2+4}$$

Problema 4. Un alambre de longitud $L=\sqrt{3}\,\ln(\sqrt{5}+\sqrt{8})$ se dobla con la forma de la espiral cónica:

$$x(t) = t\ \cos(t) \quad y(t) = t\ \sin(t) \quad z(t) = t$$

desde el origen hasta el punto $P(2\cos(2)\,,\,2\sin(2)\,,\,2)$. Encuentre la altura de su centroide.

Problema 5. Calcule la integral de línea

$$\int_{\gamma} (6xy^2 - y^3)\,dx + (6x^2y - 3xy^2)\,dy$$

donde γ es la curva que une los puntos (0,1) con (2,4), parametrizada por: $\phi(t) = \left(2t\,,\,1 + 3\,\text{sen}\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)$ con $t \in [0,1]$.