



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Matemática

Ayudantía 2
Matemática IV (MAT-024)
Jueves 23 de Septiembre de 2021

Problema 1. Considerar la transformación T definida por las ecuaciones

$$x = u + v, \quad y = u^2 - v.$$

- Determine el jacobiano de la transformación.
- Un triángulo W en el plano uv tiene vértices en $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 2)$. Representar mediante un gráfico, la región de la imagen $T(W) = S$ en el plano xy .
- Verifique el teorema del cambio de variables calculando el área de S directamente y con la transformación antes definida.
- Calcular la integral

$$\iint_S (y - x + 1) dA$$

Solución:

Problema 2. Calcule la integral

$$\iint_R \frac{x}{(x^2 + y^2)^2} dA$$

donde $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x + y \geq 2, x^2 + y^2 \leq 2y\}$.

Solución:

Problema 3. Dada la siguiente integral

$$I = \int_{-3}^1 \int_{-\sqrt{1-y}}^{y+1} f(x, y) dx dy + \int_1^2 \int_{1-\sqrt{2y-y^2}}^{1+\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx dy.$$

Cambie el orden de integración.

Solución:

Problema 4. Sea D la región del plano delimitada por las curvas $xy = 1$, $y = 2x$, $x = 2$. Determine el valor de

$$\iint_D \min\{x, y\} dx dy.$$

Solución:

Problema 5. Demuestre que

$$\int_0^x \int_0^t f(u) du dt = \int_0^x (x - u) f(u) du.$$

Solución: