

練習問題 1

ガロア理論の基本定理を $\mathbb{Q}(\sqrt{5}, \sqrt{-1})/\mathbb{Q}$ について、確認したい

1. $\mathbb{Q}(\sqrt{5}, \sqrt{-1})/\mathbb{Q}$ の拡大次数を求めよ。
2. $\text{Gal}(\mathbb{Q}(\sqrt{5}, \sqrt{-1})/\mathbb{Q})$ を求めよ。
3. 中間体 $\mathbb{Q}(\sqrt{-1})/\mathbb{Q}$ に対応する $\text{Gal}(\mathbb{Q}(\sqrt{5}, \sqrt{-1})/\mathbb{Q})$ の部分群を求めよ。
4. $f \in \text{Gal}(\mathbb{Q}(\sqrt{5}, \sqrt{-1})/\mathbb{Q})$ を $f(1) = 1$, $f(\sqrt{5}) = \sqrt{5}$, $f(\sqrt{-1}) = -\sqrt{-1}$ で定める自己同型写像とする。 $\{id, f\}$ は $\text{Gal}(\mathbb{Q}(\sqrt{5}, \sqrt{-1})/\mathbb{Q})$ の部分群となるが、これに対応する中間体を求めよ。
。