

ECONOMÍA FINANCIERA

Iker Caballero Bragagnini

Tabla de contenido

EL AMBIENTE INVERSOR	2
CLASES DE ACTIVOS E INSTRUMENTOS FINANCIEROS	7
EL COMERCIO DE INSTRUMENTOS FINANCIEROS	13
LOS FONDOS MUTUOS Y OTRAS COMPAÑÍAS DE INVERSIÓN	22
EL RIESGO, EL RENDIMIENTO Y EL HISTORIAL	27
LA ASIGNACIÓN DEL CAPITAL CON ACTIVOS ARRIESGADOS	31
LA OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS CON RIESGO	38
LOS MODELOS DE ÍNDICES	46
EL MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL O CAPM	55
LA TEORÍA DE LA VALORACIÓN POR ARBITRAJE Y LOS MODELOS MULTIFACTORIALES	68
LA HIPÓTESIS DE LOS MERCADOS EFICIENTES	78
LAS FINANZAS CONDUCTUALES O <i>BEHAVIOURAL FINANCE</i>	86
LOS LÍMITES DEL ARBITRAJE.....	95
LA EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO DE UNA CARTERA.....	101
LOS INSTRUMENTOS DE DEUDA Y LOS BONOS	106
LA EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO DE LA CARTERA	110

El ambiente inversor

- Una inversión es un compromiso actual de dinero y otros recursos con la esperanza de que se puedan obtener beneficios futuros
 - Antes de analizar las inversiones de manera más especializada es necesario entender los tipos de activos, mercados y agentes que se relacionan con estas
 - La economía financiera es el campo de la economía que se encarga del estudio de como asignar y desplegar recursos (por individuos y empresas) a través del tiempo en un entorno incierto y el papel de las organizaciones económicas para facilitar estas asignaciones
- Se pueden distinguir dos tipos de activos: los activos reales y los activos financieros
 - La riqueza material de la sociedad se determina por la capacidad productiva de su economía, que son los bienes y servicios que puede producir
 - La capacidad productiva se puede entender como una función de los activos reales o *real assets* de una economía (terrenos, materiales, máquinas, etc.)
 - A diferencia de los activos reales, los activos financieros o *financial assets* no contribuyen a la capacidad productiva de una economía, sino que son reclamos sobre los ingresos generados por activos reales o por el gobierno
 - Estos son los medios por los cuales los agentes dentro de una economía desarrollada mantienen sus reclamos sobre los activos reales
 - Estos activos definen la asignación de ingresos o riqueza entre inversores,
- Se pueden distinguir tres tipos principales de activos financieros: los activos de renta fija, el capital y los derivados financieros
 - Los activos de renta fija o *fixed-income*, también llamados valores de deuda o *debt securities* son activos que prometen un flujo fijo de ingresos o un flujo de ingresos determinado por una fórmula concreta
 - Si el deudor no está en bancarrota, los flujos de ingresos son fijos o determinados por una fórmula. Por esta razón, el rendimiento

de la inversión de estos activos está muy relacionado con la condición financiera del emisor

- Este tipo de activos tienen diferentes fechas de vencimiento (*maturities*) y provisiones de pago. Existen dos mercados principalmente: los mercados de dinero (referido a valores a corto plazo muy comerciados y con bajo riesgo) y los mercados de capital de renta fija (referido a valores a largo plazo con diferentes niveles de riesgo)
- El capital o *equity* son activos que representan la propiedad de una parte de una compañía
 - Los poseedores de capital o accionistas no tienen ningún tipo de pago en especial, sino que reciben cualquier dividendo que la empresa pueda dar y tienen la propiedad prorrateada de los activos reales empresa
 - El rendimiento de este tipo de inversiones está estrechamente relacionado con el éxito de la empresa y de sus activos reales, dado que el valor del capital sube si la empresa es más exitosa
- Los valores derivados o *derivative securities* son activos cuya recompensa viene determinada por los precios de otros activos como bonos o acciones
 - Estos tipos de activos se han vuelto una parte importante del ambiente inversor para poder cubrir o transferir riesgos y para poder tener posiciones altamente especulativas
- Los activos financieros y los mercados en los que se comercian tienen papeles cruciales en las economías desarrolladas, ya que permiten aprovechar los activos reales
 - Los mercados financieros tienen un papel informacional, dado que los precios de los activos que se comercian en estos mercados reflejan información relevante
 - Los precios de las acciones reflejan la valoración colectiva del rendimiento actual y futuro de una empresa por parte de los inversores. Esto hace que los precios tengan un rol importante al asignar el capital en las economías de mercado
 - No siempre se asigna el capital a las empresas más eficientes, debido a que existe incertidumbre sobre el rendimiento de las empresas y solo se puede valorar la información en un momento dado

- Los activos financieros permiten transferir recursos a lo largo del ciclo vital de un individuo, de manera que se puede estabilizar el consumo
 - Adquiriendo activos financieros en épocas en donde se obtienen más ingresos, y vendiéndolos en épocas donde no se tienen muchos ingresos, se pueden superar restricciones impuestas por los ingresos en cada momento del ciclo vital
- Los activos financieros permiten asignar el riesgo de manera más eficiente, dado que permite repartir el riesgo inherente en todas las inversiones entre diferentes individuos
 - Dado que hay diferentes tipos de activos que se ajustan al perfil de riesgo deseado de los individuos, los emisores de activos financieros pueden encontrar inversores en los mercados que quieran exponerse a un tipo de riesgo concreto, y así no lidiar con todo el riesgo
 - La asignación de este riesgo también permite facilitar el proceso de construcción de activos reales de la economía, dado que los activos (con diferentes perfiles de rendimiento y riesgo) se comercian al mejor precio posible
- Los activos y los mercados financieros permiten que la separación entre propiedad y gestión sea más fácil, de manera que no afecta a la gestión o a la propiedad de la empresa a la vez
 - Aunque la forma más común de organización era la centralización de propiedad y gestión, la revolución industrial y la globalización hicieron más necesaria la recaudación de capital y la extensión. La forma más efectiva de organizarse, cuando hay muchos inversores, es separar propiedad de gestión
 - No obstante, la separación causa problemas de agencia entre gestores y junta directiva, aunque se pueden solucionar mediante salvaguardas e incentivos
- Los mercados financieros necesitan ser transparentes para que los inversores tomen decisiones informados y así asignar el capital de manera eficiente
- La cartera de un inversor es la colección de activos de inversión que este posee, y esta tiene que construirse o establecerse para después actualizarse (*rebalancing*) a lo largo del tiempo

- Los inversores normalmente tienen que tomar dos tipos de decisiones al construir sus carteras: la decisión de asignación de activos y la selección de valores
 - La decisión de asignación consiste en escoger las clases de activos en los que invertir, mientras que la selección de valores es la decisión sobre en que valores invertir dentro de cada clase
- Además, hay dos enfoques para construir una cartera: el enfoque *top-down* y el enfoque *bottom-up*
 - El enfoque *top-down* consiste en comenzar a construir la cartera escogiendo la clase de activos en los que invertir, y entonces se escoge los activos concretos en los que invertir dentro de cada clase
 - El enfoque *bottom-up* consiste en escoger valores atractivos sin tener mucho en cuenta la clase de activos que son. Aunque este enfoque puede resultar en la concentración de valores de una industria particular, también es el enfoque que mejores oportunidades de inversión ofrece
- Como los mercados son altamente competitivos, no se espera que haya una valoración incorrecta de los activos comerciados. Esta proposición permite derivar dos importantes implicaciones:
 - Debido a que no hay valoración incorrecta, existe un *trade-off* entre el rendimiento esperado y el riesgo, dado que no se puede conseguir más rendimiento sin una mayor exposición al riesgo
 - Si el rendimiento no tuviera relación con el riesgo, entonces los precios de los activos con mayor rendimiento incrementarían (por la gran demanda que habría) hasta el punto en el que dejan de ser atractivos y están a la par con el riesgo inherente. Con los activos más arriesgados pasaría al revés, haciéndose más atractivos hasta que haya inversores dispuestos a adquirirlos
 - Como no se espera una valoración incorrecta, no se puede esperar la existencia de gangas en un mercado de valores, de modo que todos los activos están valorados correctamente y el mercado es eficiente
 - Esto, a la vez, implica que la mejor manera de gestionar las inversiones es de manera pasiva, de modo que se tiene que tener una cartera altamente diversificada sin intentar mejorar el rendimiento de las inversiones mediante el análisis de valores

- La manera activa, que consiste en intentar mejorar el rendimiento de las inversiones mediante el análisis de valores no sería efectiva, ya que toda la información disponible ya ha sido incluida en la valoración de los inversores y, por tanto, en los precios
- En realidad, los mercados no son totalmente eficientes, aunque sean altamente competitivos
- Existen varios agentes que participan en los mercados financieros, teniendo cada uno diversos roles
 - Los tres agentes principales de los mercados financieros son las familias, las empresas y los gobiernos
 - Las familias normalmente se consideran ofertantes netos de capital, dado que compran activos financieros de empresas cuando necesitan recaudar fondos
 - Las empresas son demandantes netos de capital, de modo que emiten activos financieros para poder financiar inversiones, y el los ingresos generados por estos activos reales proporcionan rendimiento a los inversores
 - Los gobiernos pueden ser prestamistas o acreedores dependiendo de la relación entre ingresos y gastos gubernamentales
 - Las empresas y los gobiernos no venden todos los valores a familias, sino que los venden a intermediarios financieros, que están entre el emisor de los valores y el poseedor final de estos
 - Los intermediarios financieros permiten conectar ofertantes de capital (inversores) con demandantes de capital (empresas y gobiernos), y se distinguen principalmente porque casi todo su balance está compuesto por activos y pasivos financieros
 - Los intermediarios financieros también emiten sus propios valores para poder recaudar fondos para comprar activos de otras entidades
 - Las compañías de inversión son compañías que juntan y gestionan el dinero de muchos inversores, o que diseñan carteras específicas para grandes inversores
 - El problema está en que tener una cartera grande y diversificada es difícil para la mayoría de familias, por lo que, juntando los

fondos de muchos inversores, se pueden aprovechar economías de escala para invertir a cambio de tarifas de gestión

- Los bancos de inversión son instituciones financieras que actúan como intermediarios en transacciones financieras grandes y complejas
 - Las economías de escala y la especialización han permitido que compañías que realizan servicios especializados para negocios hayan proliferado
 - Estas instituciones se encargan en la recaudación de capital mediante acciones y/o bonos (funcionando como *underwriters*) y gestiona la venta de estos valores en el mercado primario, donde nuevas emisiones se ofrecen al público
- Las compañías de capital riesgo o *venture capital* son compañías que invierten en empresas pequeñas y jóvenes a cambio de participaciones en la empresa
 - La mayoría de compañías de este tipo de constituyen como empresas de responsabilidad limitada
 - Estas compañías reúnen capital para invertirlo en empresas jóvenes o *start-ups* y se involucran en las empresas gestionándolas desde la dirección, contratando gestores y aconsejando
- Las compañías de capital privado o *private equity* son compañías que se dedican a invertir en empresas en situación de quiebra o que puedan comprarse para hacerlas rentables

Clases de activos e instrumentos financieros

- Los mercados financieros tradicionalmente se segmentan en dos tipos: los mercados de dinero o *money markets* y los mercados de capital o *capital markets*
 - Los mercados de capital se pueden dividir en mercados de acciones o *equity markets*, en mercados de bonos o *bond markets*, y en mercados de derivados o *derivatives markets*
- El mercado de dinero es un subsector del mercado de activos de renta fija, en donde se comercian valores de deuda a muy corto plazo que suelen ser muy líquidos. Algunos de estos instrumentos son:
 - Las letras del tesoro o *treasury bills*, que son activos emitidos por los gobiernos que se venden con un descuento de su valor en el vencimiento

- Este tipo de activos son los más líquidos de todos los instrumentos, y se pueden comprar directamente, en subastas o en el mercado secundario
- La diferencia entre el precio de compra y el valor en el vencimiento serán los beneficios del inversor
- Los certificados de depósito o *certificates of deposit*, que son depósitos temporales en un banco, los cuales proporcionan un interés y un principal o cantidad monetaria al inversor en la fecha de vencimiento
 - Los certificados a corto plazo son muy líquidos
- Los papeles comerciales o *commercial papers*, que son valores de deuda a corto plazo no seguros emitidos por compañías con tal de poder obtener financiación a corto plazo que no sea de bancos
 - Normalmente, este tipo de valores están respaldados por líneas de crédito de bancos con tal de poder pagar la cantidad indicada en el vencimiento
 - Aunque no estén asegurados, son activos muy seguros por la predictibilidad de la situación de la empresa (en un periodo corto de un mes)
 - Los inversores individuales solo pueden invertir en este tipo de activos a través de fondos mutuos, debido a que se denominan en múltiplos de 100.000\$
- Las aceptaciones de los banqueros o *bankers' acceptances*, que son ordenes emitidas por un banco en nombre de uno de sus clientes para pagar una suma monetaria en una fecha futura, de modo que asume responsabilidad del pago
 - La aceptación bancaria se puede comerciar en mercados secundarios, y se usan sobre todo para comercio internacional
 - Las aceptaciones se venden con un descuento del valor nominal
- Los eurodólares, que son depósitos denominados en dólares en bancos extranjeros o en sucursales extranjeras
 - Como estas cuentas están fuera de los Estados Unidos, no tienen porque seguir la regulación americana
 - La mayoría de cuentas tienen grandes sumas de dinero y se deposita por menos de 6 meses

- Los acuerdos de recompra o *repurchase agreements* (repos), que son acuerdos en donde se venden valores gubernamentales a un inversor y se recompran al día siguiente por un precio un poco mayor
 - Con estos acuerdos, el emisor obtiene un préstamo de un día, siendo los valores la garantía del préstamo. Es por esto que se consideran activos muy seguros en cuanto a riesgo crediticio se refiere
 - Hay algunas variaciones de este tipo de activos, tales como las *term repos* (repos que duran 30 días o más) o las *inverse repos* (repos en donde en vez de vender valores, se compran y se revenden)
- Los fondos federales o *federal funds*, que son los depósitos que los bancos tienen en la Reserva Federal de los Estados Unidos
 - Cuando un banco tiene un exceso de fondos en la Reserva Federal, este se presta a otros bancos para cubrir su déficit (dado que tienen una cantidad mínima marcada por ley)
 - Estas transacciones suelen tener una duración de un día y el tipo de interés usado en el préstamo es el *federal funds rate*, el cual se usa para préstamos de muy corta duración entre instituciones financieras y es un indicador importante para la política monetaria
- Las llamadas a los bróker o *brokers' calls*, que son préstamos que los individuos piden a su bróker para comprar acciones con margen
 - El tipo de interés que se cobra es un 1% superior al de las letras del tesoro
- El mercado de bonos está compuesto por instrumentos de deuda a largo plazo, y la gran mayoría se consideran de renta fija porque prometen un flujo fijo de ingresos o determinado por una fórmula. Los instrumentos que se comercian son:
 - Las notas y los bonos del tesoro o *treasury notes and bonds*, que son instrumentos financieros emitidos por el gobierno para recaudar fondos
 - Las notas del tesoro se emiten con un vencimiento de hasta 10 años y los bonos se emiten con uno de entre 10 y 30 años
 - Ambos tipos de instrumentos proporcionan pagos por intereses semianuales llamados pagos de cupones o *coupon payments*

- Los bonos del tesoro protegidos de la inflación o *inflation-protected treasury bonds*, que son bonos del tesoro que se vinculan al índice de precio con tal de cubrir el riesgo por inflación
 - Como se ajustan los pagos a la inflación, los ingresos se hacen términos reales (no en términos nominales)
 - Son los bonos más seguros que existen, y son emitidos por diferentes países
- Los bonos internacionales o *international bonds*, que son bonos emitidos por empresas que están denominados en otra divisa que no es la local
- Los bonos municipales o *municipal bonds*, que son bonos emitidos por gobiernos locales cuyos pagos están exentos de impuestos sobre ingresos
 - Hay varios tipos de bonos municipales: los bonos de obligación general (respaldados por los ingresos impositivos), los bonos de ingresos (respaldados por los ingresos del proyecto que se financia), etc.
 - Como los pagos por intereses están exentos de impuestos, los inversores están dispuestos a aceptar rendimientos más bajos. Un inversor, por tanto, debe comparar el rendimiento que se obtiene de los bonos no exentos de impuestos con el de los bonos exentos

$$r_{taxable}(1 - t) > r_{muni} \rightarrow \text{hold taxable bond}$$

$$r_{taxable}(1 - t) < r_{muni} \rightarrow \text{hold municipal bond}$$

- Los bonos corporativos o *corporate bonds*, que son bonos emitidos por empresas privadas con tal de financiarse, y se estructuran de manera muy parecida a los bonos del tesoro
 - La mayor diferencia entre los bonos del tesoro y este tipo de bonos es el nivel de riesgo de incumplimiento, dado que varía bastante dependiendo de la empresa emisora
 - Se pueden diferenciar entre tres tipos de bonos corporativos: los asegurados o *secured* (respaldados en caso de bancarrota), los no asegurados o *debentures* (no respaldados) y los subordinados o *subordinated debentures* (con menos prioridad sobre los activos de la empresa en caso de bancarrota)

- Además, estos bonos pueden tener opciones relacionadas, y se pueden clasificar en *callable bonds* (la empresa tiene opción a recomprar los bonos a un precio estipulado) y bonos convertibles (el inversor tiene la opción de convertir el bono en un número estipulado de acciones de la empresa)
- Los valores respaldados por hipotecas o *mortgage-backed securities*, que son tanto un derecho de propiedad sobre un conjunto de hipotecas o una obligación que está respaldada por este conjunto
- El mercado de acciones o *equity market* es un mercado de capitales en el cual se intercambian acciones con diferentes características y dinámicas. Algunos de los instrumentos que se comercian en este mercado son:
 - Las acciones comunes o *common stocks*, también llamadas *equities*, que representan un porcentaje de la propiedad de una empresa
 - Cada acción común otorga un voto en cualquier materia de gobernanza corporativa que se vote y una parte los beneficios financieros de la empresa
 - Las acciones comunes tienen reclamación residual, lo cual significa que los accionistas son los últimos que tendrían el derecho de apropiarse de los activos e ingresos de la empresa y que tienen derecho a parte de los ingresos después de intereses e impuestos (en forma de dividendos o de reinversión en la empresa)
 - Las acciones comunes también tienen responsabilidad limitada, de modo que los accionistas pueden perder, como mucho, el valor original de su inversión, pero no más (al no ser personalmente responsables de las obligaciones de la empresa)
 - Las acciones preferentes o *preferred stocks*, que son acciones que prometen un pago anual de una cantidad fija pero que no confieren el derecho a voto
 - La empresa puede decidir entre pagar los dividendos o no. Los dividendos de este tipo de acciones suelen ser acumulativo, de manera que se acumulan y se tienen que pagar antes de repartir dividendos a los accionistas comunes
 - No obstante, si que tiene que pagar los intereses que genera la acción de manera obligatoria

- Como los pagos de las acciones preferentes se consideran pagos por dividendos y no por intereses, no se pueden deducir impuestos, lo cual es una desventaja para la empresa
 - Este tipo de acciones también se emite con variaciones similares a las de los bonos corporativos
- Los recibos de depósito americanos o *american depositary receipts* (AMR), que son certificados comerciados en mercados estadounidenses que corresponden a una fracción de la propiedad de una o más acciones extranjeras
- Ambos mercados (de bonos y de acciones) tienen índices de mercado, los cuales son carteras de inversión hipotéticas que representan un segmento del mercado financiero
 - Estos son un indicador de rendimiento que miden el valor de la cartera mediante un método específico. Los métodos más comunes son los siguientes:
 - La media ponderada por precios, que es la suma del número de acciones en cartera de cada empresa multiplicado por su precio, y dividida entre el número de acciones. Como se coge solo una acción de cada empresa, solo es necesario sumar todos los precios en el numerador

$$PWA = \frac{\sum_{i=1}^n p_i \text{stocks}_i}{\sum_{i=1}^n \text{stocks}_i} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{n}$$

$$p_i = \text{price} \quad \text{stocks}_i = n^{\circ} \text{ stocks} \quad n = \text{total } n^{\circ} \text{ of stocks}$$

- La media ponderada por el valor de mercado, que es la suma del número de acciones en cartera de cada empresa multiplicado por la capitalización de mercado de la empresa, y dividida entre el número de acciones. Como se coge solo una acción de cada empresa, solo es necesario sumar todas las capitalizaciones

$$MCWA = \frac{\sum_{i=1}^n \text{cap}_i \text{stocks}_i}{\sum_{i=1}^n \text{stocks}_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{market cap}_i}{n}$$

$$\text{cap}_i = \text{market cap.} \quad \text{stocks}_i = n^{\circ} \text{ stocks} \quad n = \text{total } n^{\circ} \text{ of stocks}$$

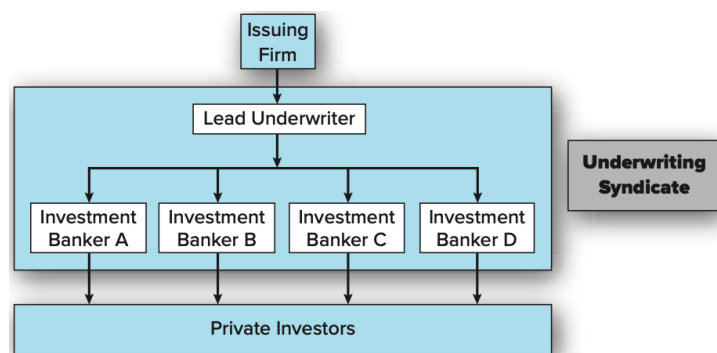
- La media igualmente ponderada, que es la suma del número de acciones
- Algunos de los índices de los mercados de acciones más famosos son los siguientes:

- El *Dow Jones Industrial Average*, que es un índice ponderado por precios que contiene las 30 empresas más importantes de
 - El *Standard & Poor's 500 Index*, que es un índice ponderado por capitalización de mercado que contiene las 500 empresas más importantes
 - Los índices extranjeros más famosos son el *Nikkei* japonés, el FTSE inglés o el DAX alemán
- También existen indicadores que miden las discusiones de mercados miden el rendimiento de varias categorías de bonos
 - Los índices de bonos más famosos son los de Merrill Lynch, Barclays y el *Citi Broad Investment Grade Bond Index*
 - El problema con estos índices es que los verdaderos rendimientos de muchos bonos son difíciles de calcular debido a que el comercio de bonos es infrecuente, lo que hace que difícil obtener los precios actualizados
- El último tipo dentro de los mercados de capital es el mercado de derivados, el cual se puede dividir en el mercado de opciones y en el de futuros
 - En el mercado de opciones se comercian opciones de compra (*call options*) y de venta (*put options*), las cuales son instrumentos financieros que dan al poseedor el derecho de vender o comprar un activo a un precio específico (*strike price*) hasta una fecha determinada (su vencimiento)
 - En el mercado de futuros se comercian futuros, los cuales son contratos estandarizados, negociables y comercializables en bolsa para el intercambio de un activo por dinero en una fecha futura (una obligación contractual)

El comercio de instrumentos financieros

- Las empresas suelen necesitar nuevo capital para poder pagar sus proyectos de inversión. La recaudación de este nuevo capital, sin embargo, es diferente para empresas privadas que para empresas públicas
 - Una compañía privada es propiedad de un número relativamente pequeño de accionistas, y no está tan obligada a publicar información financiera sobre la empresa

- Cuando estas compañías quieren recaudar fondos, se venden participaciones directamente a inversores institucionales o ricos en una colocación privada o *private placement*, de modo que no tienen que preparar registros extensivos y costosos para ello
- No obstante, como este tipo de participaciones no se pueden comerciar en los mercados (aunque si entre inversores concretos), la liquidez de este tipo de activos es menor y se reduce el precio de compra
- Cuando una empresa privada decide recaudar capital de un gran número de inversores, decide hacerse pública (*go public*), de modo que vende valores al público general y permiten que los inversores comercien estos en mercados de valores establecidos
 - La primera emisión de capital al público general se llama oferta pública inicial o *initial public offering* (IPO), mientras que otras emisiones posteriores se denominan ampliaciones de capital o *seasoned equity offerings*
 - Los valores emitidos se comercian en el mercado primario, que es el mercado de valores que se emiten por primera vez (no han pasado aún por ningún inversor). Una vez estos valores se han emitido, los inversores pueden comerciarlos entre ellos en el mercado secundario, que es el mercado de valores que ya se emitieron (han pasado por al menos un inversor)
 - La emisión de capital suele ser comercializadas por bancos de inversión, que tienen el papel de suscriptores o *underwriters*. Normalmente un banco lidera un *underwriting syndicate* formado por más bancos, de modo que estos aconsejan a la empresa sobre los términos de venta y compran los activos, revendiéndolos en el mercado primario por un precio mayor al que las ha comprado (se llevan la diferencia)



- Una vez que se registra la emisión de capital y se ha distribuido un prospecto a los inversores interesados, los bancos de inversión organizan

road shows para generar interés e informar a inversores potenciales y para obtener información sobre el precio al que serán capaces de vender el capital

- Los inversores interesados comunican su interés a los bancos de inversión (*book*) durante el proceso de *bookbuilding*. Los valores se asignan según la fuerza del interés de los inversores, por lo que las empresas revelan su interés verdadero para poder negociar un precio reducido. Es por eso que las IPOs suelen estar infravaloradas, observando después un gran incremento en el precio cuando se comercian en mercados públicos
- Aunque los costes explícitos de la IPO rondan el 7% del capital recaudado, también hay un coste de emisión derivado de infravalorar las acciones, normalmente mayor a los costes explícitos. No obstante, este fenómeno parece universal y no todas resultan infravaloradas, ya que hay varias que no rinden lo suficiente (lo cual es un riesgo para los bancos de inversión)
- Los mercados financieros se desarrollan para satisfacer las necesidades de comerciantes particulares, por lo que existen diferentes tipos de mercado, órdenes y mecanismos según las necesidades de los inversores
 - Se pueden diferenciar cuatro tipos de mercados: los mercados de búsqueda directa, los mercados de brókeres, los mercados de distribuidores y los mercados de subastas
 - Los mercados de búsqueda directa o *direct search markets* son los mercados menos organizados, en donde los compradores y vendedores se tienen que encontrar directamente. Se caracterizan por la participación esporádica y la comercialización de bienes no estándar
 - En mercados donde se comercia activamente un activo, los brókeres ven provechoso ofrecer servicios de búsqueda a compradores y vendedores. Los brókeres desarrollan conocimiento especializado sobre la valoración de activos
 - Los mercados de distribuidores o *dealer markets* son mercados en donde los distribuidores se especializan en diferentes tipos de activos, comprándolos y vendiéndolos de su inventario. Estos distribuidores se benefician de la diferencia entre el precio de compra y de venta, y los inversores ahorran en costes de búsqueda porque pueden acudir al distribuidor y ver los precios
 - Los mercados de subastas o *auction markets* son los mercados más integrados, y consisten en la subasta de un activo de manera

centralizada. Como el mercado está centralizado, se eliminan los costes de búsqueda (diferencia entre precios) porque se pueden llegar a un precio mutuamente acordado

- El precio al que se quiere comprar un valor se denomina *ask price*, y el precio al que se quiere vender un valor se denomina *bid price*. Normalmente, estos precios serán diferentes, por lo que hay un diferencial entre el *ask* y el *bid* (llamado *bid-ask spread*)

$$bid - ask\ spread = ask\ price - bid\ price$$

- El *ask price* siempre será mayor o igual al *bid price*, dado que no es lógico efectuar una transacción cuando el precio de venta es mayor al precio al que se quiere comprar. Si el *ask price* y el *bid price* coinciden, entonces quiere decir que el activo no tiene fricciones (hay información perfecta y no se necesita intermediarios financieros)

$$ask\ price \geq bid\ price \rightarrow ask\ price - bid\ price \geq 0$$

- El precio *bid* o *bid price* es el precio al cual el distribuidor está dispuesto a comprar, mientras que el precio *ask* o *ask price* es el precio al cual el distribuidor está dispuesto a vender. Desde el punto de vista de un inversor individual, cada precio significa lo contrario

	<i>Bid</i>	<i>Ask</i>
<i>Dealer</i>	<i>Buy</i>	<i>Sell</i>
<i>Investor</i>	<i>Sell</i>	<i>Buy</i>

- Cuando se envía una orden con un *bid price* o *ask price* concreto, se tiene que honrar el precio, en el sentido de que se efectuará la orden a los precios puestos (aunque haya precios posibles más atractivos), por lo que siempre es una desventaja para el inversor
- El *bid-ask spread* afecta al precio al que se compra o se vende un activo, lo cual puede afectar al rendimiento de la cartera del inversor y se tiene que tener en cuenta
- El *bid-ask spread* es un indicador de liquidez, dado que cuanto más se comercie el activo, menor será el diferencial entre el *ask price* y el *bid price* (porque habrá muchas órdenes y la ley de oferta y demanda hace que se converja a un precio)

- Existen dos tipos de órdenes para ejecutar intercambios: las órdenes de mercado y las órdenes dependientes del precio
 - Las órdenes de mercado o *market orders* son órdenes de compra o venta para ejecutarse inmediatamente a los precios de mercado actuales (precios de venta y de compra)
 - No obstante, los precios representan compromisos de vender un número de acciones concreto, por lo que, al superar el número de acciones, es posible que se llene la orden con múltiples precios. Además, puede ocurrir que otro inversor ordene con precios más atractivos (haciendo que el precio sea peor para otros) o que cambie el precio antes de que la orden llegue (ejecutándose a un precio diferente del que se vio en el momento de enviar la orden)
 - Las órdenes dependientes del precio o *price-contingent orders* son órdenes que especifican el precio al que se quiere vender o comprar un valor. Las órdenes límite o *limit orders* son órdenes que especifican que se compre a un precio igual o menor o que se venda a un precio mayor o igual al especificado

Facebook, Inc. (FB) - NasdaqGS ★ Watchlist

118.34 ↓ 1.47 (1.23%) 1:13PM EDT - Nasdaq Real Time Price

Order Book

Top of Book

Bid		Ask	
Price	Size	Price	Size
118.34	200	118.36	300
118.33	700	118.37	300
118.32	900	118.38	300
118.31	400	118.39	500
118.30	400	118.40	500

- Cuando un inversor desea comprar o vender valores, este tiene que mandar una orden a su bróker. Estos tienen principalmente tres maneras diferentes de comerciar: los mercados de distribuidores *over-the-counter*, las redes de comunicación electrónicas y los mercados de especialistas
 - Los mercados *over-the-counter* (OTC) son mercados secundarios, en los que distribuidores ofrecen valores a unos precios específicos y el bróker puede comprar o vender a un precio atractivo al contactar con ellos
 - Las redes de comunicación electrónicas o *electronic communication networks* (ECN) permite a los participantes publicar órdenes límites y de mercado en las redes. Estas redes

permiten eliminar el *bid-ask spread* que se incurre (al no usar brókers ni distribuidores) y comerciar de manera más rápida y anónima

- Los mercados de especialista o *specialist markets* son mercados en los que las bolsas de valores asignan la responsabilidad de gestionar las transacciones a un especialista para que creen un mercado, de modo que se ejecutan órdenes con el mayor precio de compra y el menor precio de venta. Además, estos tienen la responsabilidad de mantener un mercado ordenado y justo, de modo que los *bid-ask spreads* no sean muy grandes y usando valores de su propio inventario en estos casos (con tal de proporcionar liquidez a los inversores)
- Debido al gran incremento del uso de mecanismos electrónicos para comerciar y el avance tecnológico, han nacido nuevas estrategias de *trading*, tales como el *algorithmic trading*, el *high frequency trading* o las *dark pools*
 - El *algorithmic trading* es el uso de programas informáticos para tomar decisiones de *trading*. Este tipo de *trading* explota pequeñas discrepancias en los precios de los valores e involucra numerosas y rápidas comparaciones de precios
 - Algunas transacciones algorítmicas intentan aprovecharse de tendencias a muy corto plazo al obtener nueva información sobre las empresas o sobre las intenciones de otros inversores
 - Otro tipo de algoritmos intentan extraer beneficios de las relaciones entre precios de diversas acciones, de discrepancias en los precios de contratos de futuros de índices de acciones con los precios de los índices, del *bid-ask spread*, etc.
 - El *high-frequency trading* es un subconjunto dentro del *algorithmic trading* que se apoya en los programas informáticos para tomar decisiones extremadamente rápidas
 - Los *high-frequency traders* obtienen beneficios muy pequeños, pero que repetidos numerosas veces pueden acumular una gran riqueza
 - Muchas de estas estrategias intentan aprovecharse del *bid-ask spread*, de arbitraje entre mercados, etc.
 - Normalmente se tardan milisegundos o microsegundos en ejecutar órdenes, y la localización del *high-frequency trader* juega un papel importante porque mientras más cerca se esté del mercado, más rápido se puede ejecutar la orden

- Las *dark pools* son sistemas de *trading* privado en donde los participantes pueden comprar y vender grandes bloques de valores sin mostrar ninguna información
 - En este tipo de sistemas, tanto la identidad como las órdenes no se muestran, y las transacciones no se reportan hasta que se han realizado (de modo que no se puede anticipar el programa de otro *trader*). Muchos inversores que comercian en bloques utilizan estos sistemas con tal de protegerse de *high-frequency traders*
 - Estos sistemas, no obstante, contribuyen a la fragmentación de los mercados, haciendo que los precios no sean representativos de toda la información sobre la oferta y la demanda
- Parte del coste de comerciar con valores es explícito, aunque también hay algunos costes implícitos
 - Los individuos pueden elegir dos tipos de brókeres: los *full-service brokers* y los *discount brokers*
 - Los *full-service brokers* además de ejecutar las órdenes, custodiar valores, conceder préstamos en margen y facilitar la venta en corto, también proporcionan información y consejos sobre alternativas de inversión. Estos servicios dependen de personal de investigación y ofrecen cuentas discrecionales (donde el bróker puede vender y comprar acciones a voluntad)
 - Los *discount brokers*, en cambio, solo ejecutan las órdenes, custodian valores, conceden préstamos en margen y facilitan la venta en corto. Este tipo de brókeres se han popularizado mucho durante los años
 - Los costes implícitos en los que pueden incurrir los inversores son el *bid-ask spread* y la concesión de precios que se ven forzados a aceptar si se quieren cantidades mayores a aquellas asociadas con los precios
- Al comprar valores, los inversores pueden acceder fácilmente a financiación por parte del bróker a través de los préstamos a la vista del bróker o *broker's call loans* y así apalancar sus compras
 - El acto de aprovechar estos préstamos se llama comprar en margen o *buy on margin*. Comprar en margen significa que el inversor toma prestado de un bróker parte del precio de compra de un activo
 - El margen de una cuenta es la porción del precio de compra en el que contribuye el inversor (lo restante se toma prestado del

bróker), y se define como la *ratio* de valor neto o *equity value* de la cuenta entre el valor de mercado de los valores en la cuenta:

$$\text{margin}_t = \frac{\text{Equity}_t}{\text{Value of assets}_t}$$

$$\text{Equity}_t = \text{Value of assets}_t - \text{Value of liabilities}_t - \text{costs}$$

$$\text{Value of assets}_t = n^{\circ} \text{ assets} * P_t + \text{income}$$

$$\text{Value of liabilities}_t = \text{loan}(1 + i)^t$$

- Los brókeres toman prestado dinero de los bancos a un tipo de interés equivalente al *call money rate* (tipo de interés que los bancos cargan a los brókeres), de modo que estos después cargan un tipo de interés equivalente más una tarifa por los servicios (llamado *margin loan rate*)
 - El bróker fija un margen de manutención o *maintenance margin*, que es el margen mínimo que el inversor tiene que tener
 - Cuando el margen es menor que el margen de manutención, el bróker realiza una llamada de margen o *margin call*, la cual avisa al inversor de que se requiere un aumento de efectivo o activos en la cuenta. De otro modo, el bróker puede vender los valores para pagar parte del préstamo y así restaurar el margen a un nivel aceptable
 - El margen de manutención permite encontrar el precio del activo límite, por el cual un precio menor provocaría una *margin call* en un momento t (dado que el margen depende del momento t)
- $$\text{maintenance margin}_t = \frac{n^{\circ} \text{ assets} * P + \text{income} - \text{loan}(1 + i)^t - \text{costs}}{n^{\circ} \text{ assets} * P}$$
- Un inversor compra en margen para aprovechar el efecto apalancamiento y así conseguir un mayor rendimiento de sus inversiones
 - Aunque el *upside* (los beneficios potenciales) incrementa, el riesgo de pérdidas o *downside risk* también incrementa
 - Los inversores también pueden vender valores sin tenerlos previamente. A esto se le llama venta en corto, y consiste en vender valores y comprarlos después
 - La venta en corto permite a los inversores aprovecharse de una bajada de precios de los activos, de modo que se puede tomar prestado el activo de un bróker y venderlo. Después, el inversor tiene que comprar el mismo activo con tal de devolverlo al bróker (cubrir la posición en corto)

Purchase of Stock		
Time	Action	Cash Flow*
0	Buy share	– Initial price
1	Receive dividend, sell share	Ending price + Dividend
Profit = (Ending price + Dividend) – Initial price		
Short Sale of Stock		
Time	Action	Cash Flow*
0	Borrow share; sell it	+ Initial price
1	Repay dividend and buy share to replace the share originally borrowed	– (Ending price + Dividend)
Profit = Initial price – (Ending price + Dividend)		

- En todo caso, el inversor comienza sin activos y acaba sin activos. La estrategia tiene costes de transacción adicional, como tarifas
- Esta estrategia se utiliza cuando se anticipa una reducción del precio del activo, de modo que se compra a un precio menor para cubrir la posición y se obtienen beneficios de la diferencia de precios. Además, también se tiene que pagar cualquier dividendo recibido durante el periodo de venta, dado que son ingresos que el poseedor original ha perdido
- Normalmente, los valores prestados son proporcionados por el bróker, lo que hace que no se necesite saber qué o a quién se han prestado los valores
 - El bróker puede tomar prestado valores de todos sus clientes para poder ejecutar todas las ventas que se quieran hacer, de modo que la duración de la venta en corto puede ser indefinida
 - No obstante, no se pueden obtener nuevos valores para dárselos a los clientes, por lo que, en caso de no poder prestar más, los vendedores en corto tienen que comprar inmediatamente los valores
- La venta en corto no es más que un préstamo, de modo que se puede calcular el margen porcentual para esta:

$$\text{margin}_t = \frac{\text{Equity}_t}{\text{Value of assets owed}_t}$$

$$\text{Equity}_t = \text{Cash received} - \text{Value of liabilities}_t - \text{costs}$$

$$\text{Value of assets owed}_t = n^0 \text{ assets} * P_t$$

$$\text{Value of liabilities}_t = \text{loan}(1 + i)^t + \text{income}$$

- En este caso, los ingresos (como dividendos) son un pasivo porque corresponderían al prestamista, de modo que se tienen que pagar al devolver los activos
- Cuando el precio varía, se puede ver como solo varía el valor de las obligaciones, a diferencia de cuando se compra en margen (donde solo varía el valor de los activos):

$$margin_0 = \frac{Cash\ received - n^o\ assets * P_0 - liabilities - costs}{n^o\ assets * P_0}$$

$$margin_1 = \frac{Cash\ received - n^o\ assets * P_1 - liabilities - costs}{n^o\ assets * P_1}$$

- El margen de manutención permite realizar un análisis similar para las ventas en corto:

$$maintenance\ margin_t = \frac{Cash\ received - n^o\ assets * P - liabilities_t - costs}{n^o\ assets * P}$$

Los fondos mutuos y otras compañías de inversión

- Las compañías de inversión son intermediarios financieros que recaudan fondos de inversores individuales y los invierten en un rango potencial de valores y otros activos
 - Dado que se juntan muchos activos, los inversores pueden aprovechar los beneficios de invertir a gran escala

- Los inversores compran participaciones en las compañías por un valor igual al valor neto de los activos o *net Asset value* (NAV) de la compañía, calculado al final del día

$$NAV_t = \frac{Market\ value\ of\ assets_t - Liabilities_t}{Shares\ Outstanding_t}$$

- Como el NAV se calcula al final del día, los inversores solo pueden comerciar las acciones o las participaciones en estas compañías al final del día
- Las compañías de inversión llevan a cabo funciones importantes para los inversores:
 - Las compañías emiten informes periódicos en los que se controla la distribución de ganancias de capital, dividendos, inversiones, etc.

- Al juntar dinero de muchos inversores, las compañías permiten que los inversores posean una parte fraccional de diversos valores (que de otro modo no podrían debido a su limitado capital)
 - Las compañías están gestionadas por gestores y personal profesional que intentan obtener mejores resultados para sus inversores
 - Como se comercia en grandes bloques de valores, las compañías de inversión pueden conseguir ahorrarse tarifas de bróker y comisiones (por las economías de escala)
- En los Estados Unidos, el *Investment Company Act* de 1940 permite clasificar las compañías de inversión en *trusts* de inversión unitarios y en compañías de inversión gestionadas. No obstante, también existen otros intermediarios financieros que no son formalmente compañías de inversión, pero realizan funciones similares
 - Los *trusts* de inversión unitarios o *unit investment trusts* son fondos comunes invertidos en una cartera que es fija por el resto de la vida útil de los fondos
 - Para formar un *trust*, un patrocinador (normalmente un bróker) compra una cartera de valores que se depositan dentro de este y vende acciones o unidades llamadas certificados de *trust* canjeables o *redeemable trust certificates* (los cuales se venden a un precio mayor al coste de compra de los activos). Todos los ingresos y pagos del principal se pagan a los inversores, y cuando se quiere liquidar la posición en el *trust*, se pueden revender las acciones al *trust* por el NAV
 - No hay casi gestión en este tipo de compañías, dado que la cartera es fija y se entiende que no tienen gestión alguna (*unmanaged*). Los *trusts* suelen invertir en tipos de activos relativamente uniformes, de modo que es consistente con la falta de gestión activa
 - Las compañías de inversión gestionadas se pueden dividir en dos tipos: fondos *closed-end* y fondos *open-end*
 - En ambos casos, la dirección del fondo contrata a una empresa gestora, al cual se le paga una tarifa anual de entre 0,2% y 1,25% del valor de los activos. En muchos casos, la compañía que organiza el fondo es la misma que gestiona, aunque también se puede contratar una gestora externa

- Los *open-end funds* son fondos que emiten y recompran acciones del fondo al NAV (aunque las operaciones pueden tener cargos incluidos). Cuando un inversor quiere liquidar su posición en este tipo de fondos, tiene que revender la acción al fondo al NAV
 - Los *closed-end funds* no emiten ni recompran acciones del fondo. Las acciones de este tipo de fondos se venden en bolsa y se pueden comprar y vender como cualquier otra acción (el precio puede diferir del NAV)
- También existen otros intermediarios financieros que no son formalmente compañías de inversión, pero realizan funciones similares. Estos son los fondos combinados, los *trusts* de inversión en bienes inmuebles y los *hedge funds*
 - Los fondos combinados o *commingled funds* son sociedades de inversores que reúnen fondos y son gestionados por los mismos socios. Además, este tipo de fondos se estructuran de manera similar a los *open-end funds*, solo que se emiten y se venden unidades (en vez de acciones) a un precio igual al NAV
 - Los *trusts* de inversión en bienes inmuebles o *real state investment trusts* (REIT) son similares a los *closed-end funds*, pero estos invierten en bienes inmuebles o hipotecas respaldadas por bienes inmuebles. Se financian a través de préstamos y de la emisión de bonos o hipotecas, por lo que no recaudan mucho capital de los inversores
 - Los *hedge funds* son vehículos constituidos como sociedades privadas que permiten a inversores privados reunir activos para que el gestor del fondo los invierta. Estos tipos de fondos están sujetos a poca regulación y normalmente solo están disponibles a inversores concretos, por lo que pueden invertir usando varias estrategias y en diferentes tipos de activos
- Los *open-end funds* normalmente se conocen como fondos mutuos o *mutual funds*. Estos se gestionan normalmente por una empresa gestora, la cual gestiona de manera centralizada varios fondos a la vez y puede cambiar activos entre los fondos
 - Cada fondo mutuo tiene una política propia de inversión, por lo que se puede clasificar a los fondos por su política de inversión. La clasificación más común es la siguiente:
 - Los fondos del mercado de dinero o *money market funds*, que invierten en valores del mercado de dinero, con un vencimiento medio de un mes

- Los fondos de capital o *equity funds*, que son fondos que invierten principalmente en acciones (aunque pueden también invertir en otro tipo de valores). Este tipo de fondos se pueden dividir en *income funds* (enfocados en obtener rendimiento de dividendos) y en *growth funds* (enfocados en las ganancias de capital)
- Los fondos sectoriales o *sector funds*, que son un subconjunto de los fondos de capital especializados en un país o en una industria concreta
- Los fondos de bonos o *bond funds*, que son fondos que se especializan en activos de renta fija
- Los fondos internacionales o *international funds*, que son fondos que invierten en acciones de empresas fuera del país
- Los fondos balanceados o *balanced funds*, que son fondos que invierten en acciones y activos de renta fija en una proporción similar
- Los fondos de asignación de activos o *asset allocation funds*, que son fondos parecidos a los balanceados, pero que pueden variar la proporción invertida en los tipos de activo según el gestor
- Los fondos de índices o *index funds*, que son fondos que intentan imitar el rendimiento de índices de mercado invirtiendo en activos incluidos en estos índices (en su debida proporción)
- Los fondos mutuos se venden a través de un *fund underwriter* o a través de brókeres que actúan en nombre de este último
 - Los fondos que se comercian directamente se pueden vender a través de oficinas, por teléfono, por internet, etc. Si los brókeres son quienes comercializan las acciones, entonces estos cobran una comisión
- Los inversores no solo deben considerar la política de inversión y el rendimiento pasado del fondo, sino también la estructura de las tarifas y de los costes que representa para el inversor
 - Los gastos operativos del fondo suelen representar entre el 0,2% y el 2% del valor de los activos totales gestionados. Estos gastos se deducen periódicamente de los activos del fondo
 - La *front-end load* es una comisión que se cobra al inversor cuando se compran las acciones del fondo, y esta suele reducir el dinero

invertido por la necesidad de un mayor rendimiento con tal de recuperar la inversión

- La *back-end load* es una comisión que se cobra al inversor cuando se venden las acciones del fondo,
- El rendimiento de una inversión en un fondo mutuo se puede calcular de la siguiente manera:

$$Return_1 = \frac{(NAV_1 + \text{Income \& capital gains distrib.}) - (NAV_0 + \text{fees})}{NAV_0}$$

- Los fondos comercializados en bolsa o *exchange traded funds* (ETF) son ramificaciones de los fondos mutuos que permiten a los inversores invertir en carteras de índices como si fueran acciones comunes
 - Las acciones de este tipo de fondos se comercian como si fueran acciones normales, de modo que su precio puede diferir del NAV del fondo
 - Existen varios ETFs que se centran en un tipo de industria, activos o zona geográfica
 - Recientemente se han creado ETFs apalancados (que proporcionan rendimientos iguales a un múltiplo de los de los índices de mercado), ETFs inversos (que se mueven en dirección opuesta a los índices de mercado) y ETFs de gestión activa (que intentan obtener mayores rendimientos a los de los índices de mercado)
 - Los ETFs normalmente entran en un contrato de *total return swap* con un banco de inversión, de modo que este último se compromete a pagar el rendimiento del índice por una comisión relativamente pequeña
 - Esto hace que los ETFs estén expuestos al riesgo de impago, dado que, en periodos de crisis, los bancos de inversión no podrán cumplir sus obligaciones
 - Los ETFs ofrecen varias ventajas en comparación a los fondos mutuos, aunque también tienen desventajas. Algunas de ellas son las siguientes:
 - Como las acciones de los ETFs se comercian como acciones, estos se comercian continuamente, y no al final del día como con las de los fondos mutuos
 - Los inversores no necesitan pagar tantos impuestos al comerciar con acciones de ETFs y los precios suelen ser menores que los de acciones de fondos mutuos

- No obstante, los inversores que inviertan en ETFs deben pagar tarifas a los brókeres (a diferencia de la posibilidad de no pagar tarifas dependiendo del fondo mutuo) y los precios de las acciones de los ETFs pueden estar por debajo del NAV, haciendo que la ventaja de los costes no sea ventajosa para el inversor

El riesgo, el rendimiento y el historial

- La observación casual y la investigación sugieren que el riesgo inversor es tan importante para los inversores como lo es el rendimiento esperado de su inversión. Por lo tanto, es necesario entender como se calculan ambas cosas
 - El rendimiento del periodo de inversión o *holding-period return* (HPR) es el rendimiento bruto que obtiene el inversor durante el intervalo de tiempo que dura la inversión (hasta su liquidación total). Este se define como:

$$HPR_T = \frac{P_T - P_0 + dividends}{P_0}$$

- Si los dividendos no se reciben al final del periodo de inversión, sino que se reciben antes, estos se tienen que tener en cuenta a través del rendimiento de los dividendos (se tiene en cuenta la reinversión de los ingresos durante el periodo). Para obtener el HPR, se tienen que sumar las ganancias de capital con los rendimientos de los dividendos:

$$HPR_T = \frac{P_T - P_0}{P_0} + \frac{dividends * e^{-rt}}{P_0}$$

- Cuando se intenta calcular el rendimiento neto que obtiene el inversor, entonces es necesario utilizar el capital (con tal de tener en cuenta el valor de los activos, el valor de los pasivos y los costes de transacción)

$$Net\ HPR_T = \frac{Equity_T - Equity_0}{Equity_0}$$

$$Equity_t = Value\ of\ assets_t - Value\ of\ liabilities_t - costs$$

$$Value\ of\ assets_t = n^0\ assets * P_t + income$$

- Debido a la incertidumbre sobre el precio de la acción y de los dividendos al final del periodo de inversión, no es posible saber el HPR de antemano

- Se pueden cuantificar las creencias del inversor sobre el rendimiento en el periodo de inversión que se obtendría a través de una distribución de probabilidad (para cada escenario)
- Para analizar esta distribución de probabilidad, se utiliza el valor esperado y la desviación estándar (y la varianza) de esta

- El valor esperado se puede entender como la media ponderada por la probabilidad de los HPR de cada escenario

$$E(r) = \sum_{s=1}^n p_s r_s$$

$n = \text{total number of scenarios}$

$p_s = \text{scenario probability}$ $r_s = \text{scenario HPR}$

- La varianza es una medida de la volatilidad, y mide la dispersión de los posibles rendimientos alrededor del valor esperado. La volatilidad, no obstante, se refleja en las desviaciones del valor esperado de los rendimientos reales

$$\sigma^2(r) = \sum_{s=1}^n p_s [r_s - E(r)]^2 \quad \sigma(r) = \sqrt{\sum_{s=1}^n p_s [r_s - E(r)]^2}$$

$n = \text{total number of scenarios}$

$p_s = \text{scenario probability}$ $r_s = \text{scenario HPR}$

- Mientras la distribución de los rendimientos sea más o menos simétrica, la desviación estándar es una buena medida de la volatilidad, dado que trata rendimientos malos y buenos por igual. Si se asume que la distribución es normal, tanto el valor esperado como la desviación estándar caracterizan totalmente la distribución
- Para poder saber cuanto está dispuesto a invertir un inversor, es necesario saber cuanto es la recompensa esperada de la inversión en base al riesgo que conlleva y el grado de aversión al riesgo
- Esta recompensa esperada se mide a través de la prima de riesgo o *risk premium*, definida como la diferencia entre el HPR esperado y el tipo de interés sin riesgo o *risk-free rate*. Este es el rendimiento que necesita un inversor para hacer la inversión,

dado que está afrontando un riesgo adicional al que enfrentaría invirtiendo sin riesgo

$$\text{Risk premium} = E(r) - r_f$$

$$r_f = \text{risk} - \text{free rate}$$

- La prima de riesgo es una cantidad real por construcción, dado que es una cantidad que se le suma al tipo de interés sin riesgo. Por lo tanto, sabiendo la prima de riesgo, el tipo de interés sin riesgo y el valor esperado de la inversión, es posible saber cuanto está dispuesto a pagar un inversor en el presente utilizando el valor actual neto

$$E(r) = \text{Risk premium} + r_f$$

$$\text{Willingness to pay} = \frac{E(\text{Value of asset})}{1 + E(r)}$$

- La diferencia entre el HPR real y el tipo de interés sin riesgo en un periodo de inversión cualquiera se llama exceso de rendimiento o *excess return*. Por lo tanto, la prima de riesgo es el valor esperado del exceso de rendimiento

$$R_t = r_t - r_f \rightarrow E(R) = E(r) - r_f$$

$$R_t = \text{Excess return at time } t \quad E(R) = \text{risk premium}$$

- El grado en el que los inversores están dispuestos a invertir en un activo arriesgado depende de su aversión al riesgo o *risk aversion*, de modo que no se invertiría en activos arriesgados si no se recibe una prima de riesgo por afrontar riesgo adicional. Esto hace que, en teoría, cualquier inversión en activo arriesgado implica que hay una prima de riesgo positiva para el inversor
- En un análisis de escenarios futuros, se determina el conjunto relevante de escenarios y se asocian rendimientos de inversión, se asignan probabilidades y se calcula la prima de riesgo y la desviación estándar. No obstante, el análisis de series temporales de rendimientos históricos solo proporciona HPRs y fechas, por lo que se tiene que inferenciar de estos datos la distribución de probabilidades
 - Al usar datos históricos, se trata cada observación como si fueran igualmente probables (cada escenario tiene la misma probabilidad), por lo que se pueden sustituir las probabilidades por $1/T$ (siendo T el número de observaciones) y así estimar el rendimiento esperado a través de una media aritmética de los rendimientos históricos

$$\bar{r}_i = \frac{\sum_{t=1}^T r_{i,t}}{T}$$

- El rendimiento obtenido en todo el periodo de inversión se calcula a través de la media geométrica, dado que cada observación es el rendimiento al final de un subperiodo de tiempo, y el rendimiento siguiente será sobre el precio al principio del subperiodo

$$r_{i,T} = \prod_t^T (1 + r_{i,t}) - 1$$

- Resulta que calcular el rendimiento obtenido en el periodo de inversión es equivalente a calcular el HPR bruto para el periodo de inversión entero, de modo que es posible utilizar ambas fórmulas:

$$\begin{aligned} (1 + r_1)(1 + r_2) - 1 &= \left(1 + \frac{P_1 - P_0}{P_0}\right) \left(1 + \frac{P_2 - P_1}{P_1}\right) - 1 = \\ &= 1 + \frac{P_2 - P_1}{P_1} + \frac{P_1 - P_0}{P_0} + \frac{P_1 P_2 - P_1^2 - P_0 P_2 + P_0 P_1}{P_0 P_1} - 1 = \\ &= \frac{P_1 P_2 - P_0 P_1}{P_0 P_1} = \frac{P_2 - P_0}{P_0} = HPR_2 \end{aligned}$$

- Al referirse al riesgo, lo interesante es saber las desviaciones de los rendimientos observados del rendimiento esperado (no del rendimiento medio real). No obstante, como no se puede observar el valor esperado, se usa el estimador \bar{r}_i y se estima la varianza

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)^2}{T - 1} \quad \hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)^2}{T - 1}}$$

- La covarianza y la correlación entre rendimientos también se puede estimar a partir del estimador del rendimiento esperado y los siguiente estimadores:

$$Cov(r_i, r_j) = \frac{\sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j)}{N - 1} \quad \hat{\rho}_{i,j} = \frac{\hat{\sigma}_{i,j}}{\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j}$$

- Los inversores están interesados en el exceso de rendimiento esperado (prima de riesgo) que pueden obtener invirtiendo en activos arriesgados (y no en activos sin riesgo) y del riesgo que afrontan

- En consecuencia, los inversores valoran los activos arriesgados de modo que la prima de riesgo esté conmensurada con el riesgo de el exceso de rendimiento esperado
- Esto sugiere que los inversores miden su atracción a una cartera con la proporción de la prima de riesgo sobre la volatilidad del exceso de rendimiento esperado, la cual se llama *Sharpe ratio* o *reward-to-volatility ratio*. Esta se calcula mediante estimadores de la prima de riesgo y de la desviación estándar del exceso de rendimiento:

$$S = \frac{E(R)}{\sigma_{E(R)}} \rightarrow \hat{S} = \frac{\bar{r} - r_f}{\hat{\sigma}_{E(R)}}$$

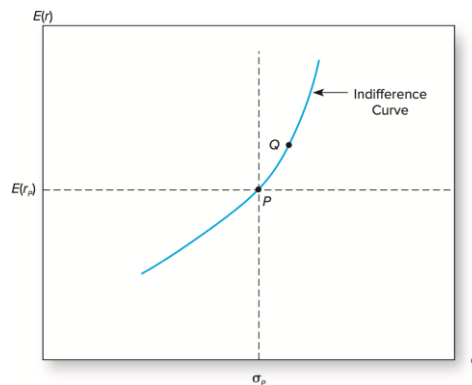
La asignación del capital con activos arriesgados

- Para enfatizar que el afrontar riesgo normalmente viene acompañado de una recompensa en forma de prima de riesgo, es necesario diferenciar entre la especulación y el apostar. A partir de la diferenciación, es más sencillo explicar la aversión al riesgo y los diferentes perfiles de riesgo
 - La especulación se puede definir como asumir un riesgo considerable en la inversión para obtener una ganancia conmensurada, mientras que apostar es poner dinero en un resultado incierto
 - Un riesgo considerable es un riesgo tal que es suficiente para afectar la decisión, y una ganancia conmensurada es una prima de riesgo positiva
 - Una apuesta se hace para afrontar el riesgo voluntariamente, mientras que la especulación se hace aún afrontando un riesgo elevado porque uno percibe que el rendimiento obtenido por el riesgo es favorable
 - La aversión al riesgo y la especulación son consistentes, dado que un inversor adverso al riesgo rechazaría apuestas si no hay prima de riesgo, pero no necesariamente posiciones especulativas
 - Los rendimientos históricos en varios tipos de activos y la investigación muestran como los activos arriesgados conllevan una prima de riesgo positiva, por lo que muchos inversores tienen que ser adversos al riesgo
 - Los inversores adversos al riesgo solo consideran posiciones sin riesgo o especulativas con primas de riesgo positivas, dado que estos penalizan el rendimiento esperado para tener en cuenta el riesgo

- Se asume que cada inversor puede asignar utilidad a cada cartera en base al riesgo y al rendimiento esperado, de modo que carteras con mayor rendimiento esperado y menor riesgo reciben más utilidad. Se suele emplear una función de utilidad (expresando todo en decimales más que en porcentajes):

$$U = E(r) - \frac{1}{2}A\sigma^2 \quad A = \text{investor risk aversion index}$$

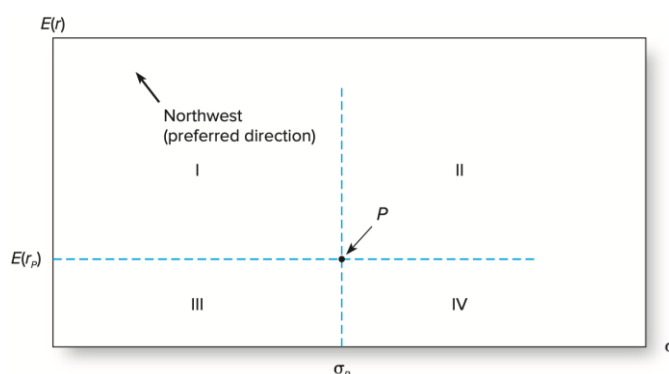
- Como se puede ver, la función de utilidad hace que todos los inversores obtengan la misma utilidad de una inversión sin riesgo, dado que $\sigma^2 = 0$
 - Se puede interpretar la utilidad como la tasa del equivalente de certeza, que es el tipo de interés sin riesgo que se debería proporcionar con tal de igualar la utilidad conseguida por una cartera con riesgo. Por lo tanto, una cartera solo es atractiva si $U \geq r_f$
 - Al contrario que los inversores adversos al riesgo, los inversores neutrales al riesgo solo tienen en cuenta el rendimiento esperado ($A = 0$) y los inversores amantes del riesgo asignan utilidad positiva al riesgo afrontado ($A < 0$)
- Es posible representar el *trade-off* entre riesgo y rendimiento esperado de un inversor a partir de la curva de indiferencia, la cual muestra todas las carteras que proporcionan un mismo nivel de utilidad



- La forma y la dirección de las curvas de indiferencia depende del grado de aversión al riesgo de los inversores
- Debido a que, para un inversor adverso al riesgo, lo que aporta más utilidad es obtener el mayor rendimiento esperado posibles con el menor riesgo, se puede utilizar el criterio media-varianza o *mean-variance criterion*, que expresa que una cartera A domina

una cartera B si su rendimiento esperado es mayor o igual y si su desviación estándar es menor o igual

$$E(r_A) \geq E(r_B) \text{ and } \sigma_A \leq \sigma_B$$



- Con inversores neutrales y amantes del riesgo, el criterio se modifica, de modo que no siempre se prefieren carteras con mayor rendimiento esperado y menor varianza:

$$\text{risk neutral investor} \rightarrow E(r_A) \geq E(r_B)$$

$$\text{risk loving investor} \rightarrow E(r_A) \geq E(r_B) \text{ and } \sigma_A \geq \sigma_B$$

- Los inversores no tienen porque excluir diferentes tipos de activos según su riesgo y su rendimiento, sino que pueden construir carteras que junten varias clases de activos
 - La manera más simple de controlar el riesgo de una cartera es invirtiendo una parte de los fondos en activos sin riesgo y otra parte de los fondos en activos arriesgados
 - La cartera de activos sin riesgo normalmente se compone de instrumentos financieros del mercado de dinero, ya que son inmunes al riesgo del tipo de interés (fluctuaciones del precio) por el corto vencimiento y tienen poco riesgo de impago
 - La cartera de activos arriesgados, en cambio, se suele componer de activos como acciones y bonos
 - La asignación de activos más básica de un inversor es la asignación de capital entre activos sin riesgo y activos arriesgados, la cual permite ilustrar como se puede reducir el riesgo alterando la cantidad invertida en cada tipo de activos (se altera la distribución de probabilidad de los rendimientos de la cartera)
 - Suponiendo que un inversor ya ha decidido la composición de la cartera de activos arriesgados P , este tiene que decidir la proporción de capital

y que invertirá en P , siendo $1 - y$ la proporción restante que invertirá en la cartera de activos sin riesgo F

- El rendimiento de la cartera completa C será la media ponderada del rendimiento de la cartera arriesgada P y el de la cartera sin riesgo F

$$r_C = yr_P + (1 - y)r_f$$

$$r_P = \text{return on risky portfolio}$$

$$r_f = \text{return on risk-free portfolio}$$

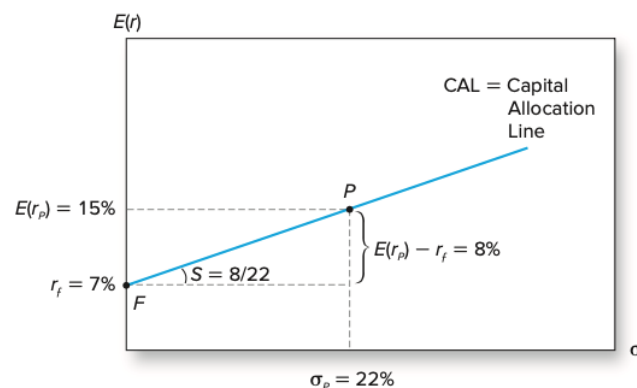
- El valor esperado del rendimiento de la cartera C permite ver como el rendimiento base de todas las carteras es el tipo de interés sin riesgo r_f , y, además, se espera obtener una proporción y de la prima de riesgo de la cartera arriesgada

$$E(r_C) = yE(r_P) + r_f - yr_f = y[E(r_P) - r_f] + r_f$$

- A partir de la esperanza, se puede obtener la desviación estándar o la volatilidad de la cartera completa, la cual resulta ser una fracción de la volatilidad de la cartera de activos arriesgados

$$\sigma_C^2 = y^2 \sigma_P^2 \rightarrow \sigma_C = y \sigma_P$$

- Es posible representar gráficamente las características de la cartera dentro de un plano de rendimiento esperado y desviación estándar a través de la línea de asignación de capital o *capital allocation line* (CAL)



- La línea representa el conjunto de oportunidades de inversión, que es el conjunto de todos los posibles rendimientos esperados y volatilidades factibles que se pueden obtener modificando el peso de cada cartera dentro de la cartera completa

- La función lineal del gráfico se puede derivar a través de la volatilidad, el rendimiento esperado y la *Sharpe ratio* de la cartera arriesgada

$$E(r_C) = y[E(r_P) - r_f] + r_f \quad \sigma_C = y\sigma_P \rightarrow y = \frac{\sigma_C}{\sigma_P}$$

$$E(r_C) = r_f + \frac{\sigma_C}{\sigma_P} [E(r_P) - r_f] = r_f + \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P} \sigma_C = r_f + S_P \sigma_C$$

- Aunque las proporciones suelen estar entre cero y uno, se asume que existe la posibilidad de que un inversor invierta con apalancamiento y que realice ventas en corto, por lo que puede haber proporciones mayores a la unidad y negativas

- La posibilidad de que haya proporciones mayores a uno y negativas hace que la línea de asignación de capital no esté limitada a proporciones entre 0 y 1, por lo que es una función lineal sin cota inferior ni superior

- Cuando la proporción que se invierte en una cartera es mayor a la unidad, quiere decir que el inversor está utilizando apalancamiento. Simultáneamente, esto implica que se está posicionando en corto en la otra cartera

$$y > 1 \rightarrow \text{levered in } P \quad (1 - y) < 0 \rightarrow \text{short in } F$$

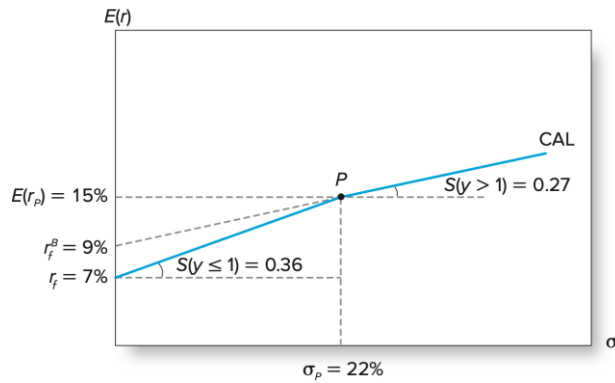
$$y < 0 \rightarrow \text{short in } P \quad (1 - y) > 1 \rightarrow \text{levered in } F$$

- Como los inversores no gubernamentales no suelen tener acceso a financiación al tipo de interés sin riesgo r_f si se apalancan, este suele ser un tipo de interés r_f^B mayor. En este caso, por tanto, la diferencia b entre estos tipos se tiene que tener en cuenta como un coste que reduce el rendimiento esperado

$$E(r_C) = y[E(r_P) - b] + (1 - y)r_f = r_f + y[E(r_P) - r_f - b]$$

$$= r_f + y[E(r_P) - r_f - b] = r_f + \frac{E(r_P) - r_f^B}{\sigma_P} \sigma_C \quad \text{as } r_f^B - r_f = b$$

- A través de la ecuación anterior, se puede ver como la *Sharpe ratio* utiliza r_f^B para la prima de riesgo, dado que es el coste de oportunidad del inversor (invertir en activos sin riesgo y no incurrir en el coste). Esto hace que la CAL sea una función a trozos (no completamente lineal), con una pendiente menor en la zona de donde hay apalancamiento



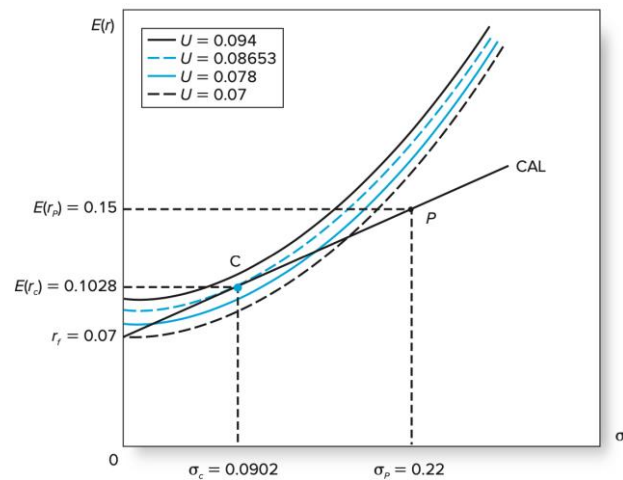
- Una vez que el inversor sabe el conjunto de oportunidades de inversión (las carteras posibles dentro de la CAL), este tiene que escoger una cartera óptima dentro de este conjunto
 - Esta elección comporta un *trade-off* entre riesgo y rendimiento, lo cual hace que la decisión de la cartera óptima dependa del grado de aversión al riesgo y, por tanto, que haya diferentes carteras óptimas dependiendo del inversor (dentro de un mismo conjunto de oportunidades de inversión)
 - Para obtener la cartera óptima, por tanto, se tiene que resolver un problema de optimización de la utilidad del inversor en base a y (dado que la proporción determina la cartera), restringido al conjunto de posibilidades del inversor

$$\max_y U = \max_y E(r_C) - \frac{1}{2} A \sigma_C^2$$

$$s. t. \quad E(r_C) = r_f + y[E(r_P) - r_f] \quad \sigma_C^2 = y \sigma_P^2$$

- La solución del problema de optimización permite ver que la cartera óptima es una cartera dentro de la CAL la cual es tangente a una curva de indiferencia, de modo que la pendiente de la curva de indiferencia (la tasa marginal de sustitución entre riesgo y rendimiento) y la *Sharpe ratio* son equivalentes

$$\frac{dU}{dy} = E(r_P) - r_f - y A \sigma_P^2 = 0 \rightarrow y = \frac{E(r_P) - r_f}{A \sigma_P^2}$$

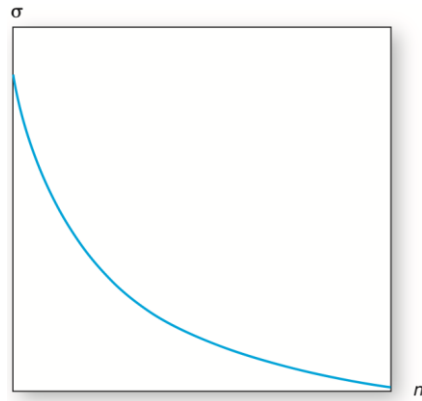


- La línea de asignación de capital se deriva con la cartera sin riesgo y con la cartera de activos con riesgo. No obstante, se asumía que esta ya estaba determinada por el inversor, pero en realidad la composición de esta cartera puede escogerse de manera activa o de manera pasiva
 - Cuando se utiliza una estrategia pasiva para asignar el capital dentro de una cartera, se evita cualquier tipo de análisis de valores (ya sea de manera directa o indirecta)
 - Si el mercado es eficiente, las fuerzas de oferta y demanda hacen que seguir este tipo de estrategias sea razonable
 - Una manera de invertir en una cartera de activos arriesgados de manera pasiva es invirtiendo en un índice de mercado, dado que es una cartera de acciones bien diversificada. Como seguir una estrategia pasiva implica hacer una diversificación neutral (sin buscar información para hacerla), entonces invertir en un índice de acciones permite reflejar el sector corporativo de una economía
 - Si la cartera arriesgada es una cartera bien diversificada como la de un índice de mercado (o una cartera que represente la economía), la línea que representa el conjunto de oportunidades de inversión se llama línea de mercado de capitales o *capital market line* (CML)
 - Esta es una línea muy similar a la CAL, solo que en este caso se deriva a partir de una cartera de activos con riesgo que se determina de manera pasiva
 - Para escoger la cartera óptima siguiendo una estrategia pasiva, se soluciona el mismo problema con los valores correspondientes al índice de mercado, resultando en una cartera dentro de la CML tangente a una curva de indiferencia

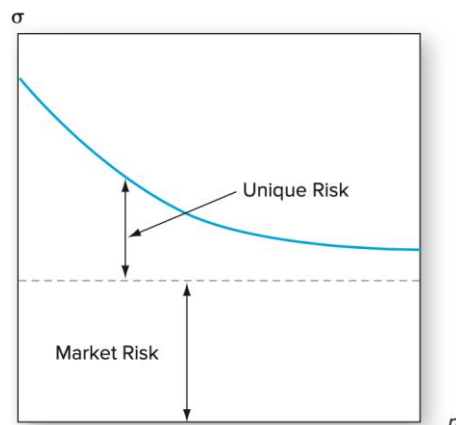
$$\begin{aligned}\max_y U &= \max_y E(r_C) - \frac{1}{2} A \sigma_C^2 \\ s. t. \quad E(r_C) &= r_f + y[E(r_M) - r_f] \quad \sigma_C^2 = y \sigma_M^2 \\ \frac{dU}{dy} &= E(r_M) - r_f - y A \sigma_M^2 = 0 \rightarrow y = \frac{E(r_M) - r_f}{A \sigma_M^2}\end{aligned}$$

La optimización de carteras con riesgo

- La decisión de inversión se puede ver como un proceso de tres pasos, en el que el inversor primero asigna el capital entre la cartera arriesgada y la cartera sin riesgo, después escoge las clases de activos en la cartera arriesgada y finalmente selecciona los activos específicos dentro de cada clase
 - La asignación del capital determina la exposición al riesgo, y se determina por la aversión al riesgo y por las expectativas del *trade-off* entre riesgo y rendimiento
 - En principio, la asignación de activos o *asset allocation* y la selección de valores son técnicamente iguales, dado que ambas intentan identificar la cartera arriesgada óptima que aporte la mayor *Sharpe ratio* (el mayor *trade-off* entre rendimiento y volatilidad)
 - En la práctica, ambos pasos se tratan de manera diferente, en donde primero se hace la asignación de activos y, una vez escogidas las clases de activos en los que invertir, se escogen los valores específicos en los que invertir
- La inversión en activos arriesgados como acciones comporta un riesgo, el cual proviene de dos fuentes: el riesgo sistemático y el riesgo específico de la empresa
 - Si se sigue una estrategia de diversificación, incluyendo más activos arriesgados en la cartera, es posible reducir el riesgo de la cartera
 - Esto es debido a que los factores específicos que afectan a cada empresa son independientes entre sí, de modo que, invirtiendo en más acciones, se puede estar expuesto a diferentes factores específicos que se pueden compensar unos con otros, haciendo que la volatilidad de los rendimientos se reduzca y que no se esté expuesto a unos factores específicos particulares



- La reducción del riesgo esparciendo la exposición del riesgo entre muchas fuentes de riesgo independientes se llama principio de seguro o *insurance principle*
- Aunque se puede reducir el riesgo específico invirtiendo en muchos activos, estos siguen siendo afectados por la fuente de riesgo sistémico, dado que hay factores que son comunes entre empresas (como la situación económica o del mercado)
- Eso quiere decir que, aunque la diversificación puede reducir o hasta eliminar el riesgo específico de las empresas en la cartera, no puede eliminar el riesgo sistémico al que se exponen



- Viendo que diversificando se puede reducir el riesgo, un inversor querrá diversificar el riesgo de manera eficiente con tal de estar expuesto al menor riesgo posible para un nivel concreto de rendimiento esperado
 - Para ilustrar la diversificación eficiente, se utiliza una cartera arriesgada con dos activos con riesgo. Se considera una cartera P en donde se invierte una proporción w_D en el activo D y una proporción w_E en el activo E (que será $1 - w_D$)

- Como el rendimiento es una media ponderada de los rendimientos de ambos activos, el rendimiento esperado será una media ponderada del rendimiento esperado de ambos

$$r_P = w_D r_D + w_E r_E \rightarrow E(r_P) = w_D E(r_D) + w_E E(r_E)$$

- La varianza de la cartera, en este caso, depende de la varianza de cada activo y de la covarianza entre ambos activos. Una manera útil de expresar la covarianza es mediante la correlación y las desviaciones estándar

$$\sigma_P^2 = w_D^2 \sigma_D^2 + w_E^2 \sigma_E^2 + 2w_D w_E \sigma_D \sigma_E \rho_{D,E} = w_D^2 \sigma_D^2 + w_E^2 \sigma_E^2 + 2w_D w_E \sigma_D \sigma_E \rho_{D,E}$$

$$Cov(r_D, r_E) = \sum_s p_s [r_D - E(r_D)] [r_E - E(r_E)] \quad \rho_{D,E} = \frac{\sigma_{D,E}}{\sigma_D \sigma_E}$$

- A partir de la ecuación de la varianza de la cartera, se puede ver como una correlación negativa o una correlación menor a la unidad reduce el riesgo de la cartera (comparado con el caso en el que es una media ponderada del riesgo de ambos activos)

- Cuando $\rho_{D,E} = 1$, la varianza es un cuadrado perfecto y hace que la desviación típica sea la media ponderada de las desviaciones

$$\sigma_P^2 = w_D^2 \sigma_D^2 + w_E^2 \sigma_E^2 + 2w_D w_E \sigma_D \sigma_E = (w_D \sigma_D + w_E \sigma_E)^2$$

$$\sigma_P = w_D \sigma_D + w_E \sigma_E$$

- Cuando $\rho_{D,E} = -1$, la varianza es un cuadrado perfecto y hace que la desviación típica sea el valor absoluto de $w_D \sigma_D - w_E \sigma_E$, dado que no puede ser una diferencia negativa. Esto sugiere que se puede hacer una cobertura (*hedge*) perfecta con tal de reducir el valor absoluto a cero

$$\sigma_P^2 = w_D^2 \sigma_D^2 + w_E^2 \sigma_E^2 - 2w_D w_E \sigma_D \sigma_E = (w_D \sigma_D - w_E \sigma_E)^2$$

$$\sigma_P = |w_D \sigma_D - w_E \sigma_E|$$

$$w_D \sigma_D - w_E \sigma_E = 0 \rightarrow w_D \sigma_D = (1 - w_D) \sigma_E$$

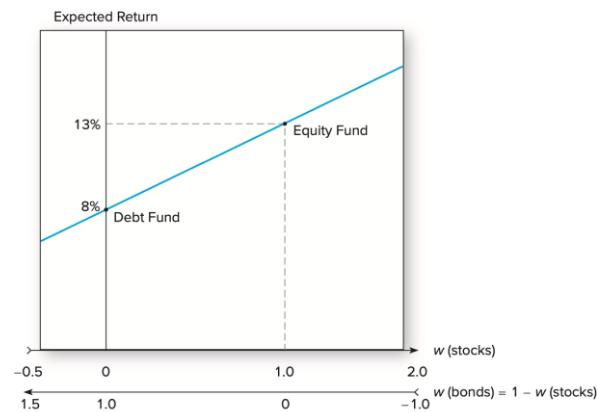
$$w_D = \frac{\sigma_D}{\sigma_D + \sigma_E} \quad w_E = \frac{\sigma_E}{\sigma_D + \sigma_E}$$

- Cuando $\rho_{D,E} < 1$, la desviación estándar será menor que la media ponderada de desviaciones de los activos, por lo que cualquier cartera con activos no correlacionados perfectamente siempre ofrecen algún grado de beneficios por la diversificación

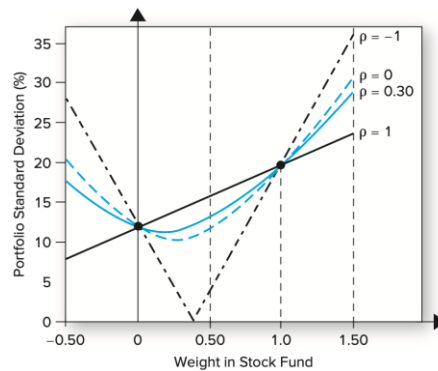
$$\sigma_P^2 = w_D^2 \sigma_D^2 + w_E^2 \sigma_E^2 + 2w_D w_E \sigma_D \sigma_E \rho_{D,E} < (w_D \sigma_D + w_E \sigma_E)^2$$

$$\sigma_P < w_D \sigma_D + w_E \sigma_E$$

- Se puede representar la variación del rendimiento esperado de la cartera y de la volatilidad de esta en función de la proporción que se invierte en cada tipo de activo
 - El rendimiento esperado es una función creciente de la proporción del activo con mayor rendimiento esperado. Como se puede observar, la línea incluye proporciones mayores a la unidad y negativas por la posibilidad de vender en corto y de apalancarse



- La desviación estándar de la cartera completa también varía según la proporción y según la correlación entre los activos

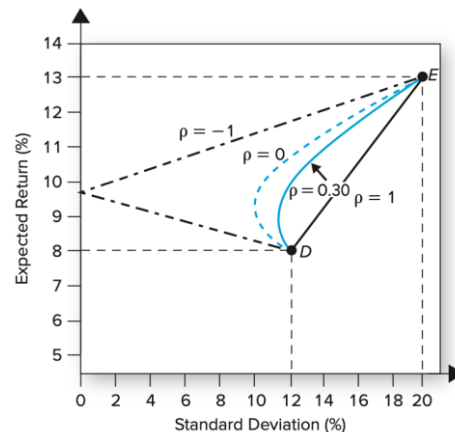


- A partir de la relación entre la desviación estándar y la proporción invertida en cada activo, es posible encontrar la cartera con la menor desviación estándar, llamada *minimum-variance portfolio*, resolviendo un problema de minimización. Esta cartera tiene una desviación estándar menor a las de los activos por separado, por lo que se puede ver el efecto de la diversificación

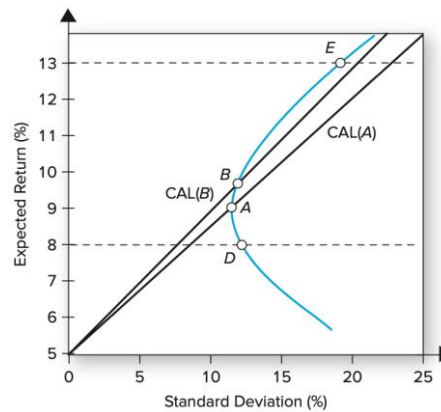
$$\min_{w_D} \sigma_P^2 = \min_{w_D} w_D^2 \sigma_D^2 + (1 - w_D)^2 \sigma_E^2 + 2w_D(1 - w_D) \sigma_D \sigma_E \rho_{D,E}$$

$$\frac{d\sigma_P^2}{dw_D} = 0 \rightarrow w_D = \frac{\sigma_E^2 - \sigma_D\sigma_E\rho_{D,E}}{\sigma_D^2 + \sigma_E^2 - 2\sigma_D\sigma_E\rho_{D,E}}$$

- Combinando la relación entre las proporciones y el rendimiento y el riesgo, se puede obtener la relación entre el rendimiento esperado y la desviación estándar de la cartera arriesgada
 - Para un cualquier de proporciones w_D y w_E , se puede obtener un rendimiento esperado y una desviación estándar concretos. Por lo tanto, se puede establecer una relación entre ambos, la cual se representa de manera gráfica con una curva



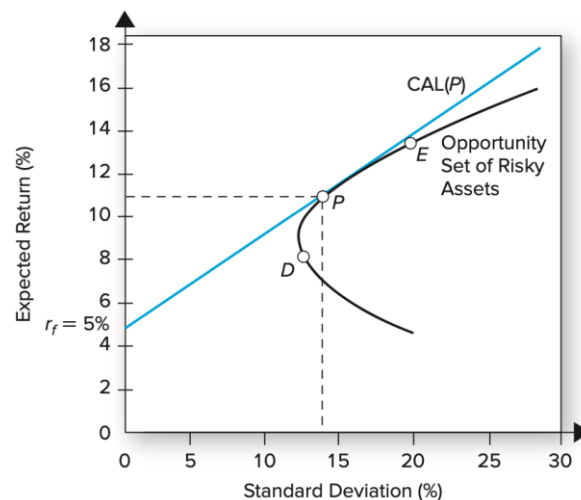
- Esta curva representa el conjunto de oportunidades de cartera, dado que muestra todas las posibles combinaciones de rendimiento esperado y desviación estándar que se pueden conseguir dados los activos
- Al escoger la asignación de capital, se quiere invertir en una cartera arriesgada con la mayor *Sharpe ratio* posible, con tal de obtener un mayor rendimiento para cada nivel de volatilidad. En consecuencia, antes de escoger la asignación de capital, es necesario escoger la asignación de activos dentro de la cartera arriesgada (encontrar la cartera arriesgada óptima)
 - Para escoger la cartera arriesgada óptima, el inversor no solo tiene que tener en cuenta los activos de la cartera arriesgada, sino también la cartera sin riesgo (dado que de esta proviene el tipo de interés sin riesgo)
 - Cada cartera dentro del conjunto de oportunidades de cartera tiene una *Sharpe ratio* concreta, de modo que cada cartera, a su vez, está incluida en una CAL con una pendiente (la *Sharpe ratio*) concreta



- Dado que se quiere encontrar la cartera arriesgada con mayor *Sharpe ratio*, se tiene que resolver un problema de optimización de la *Sharpe ratio* para la proporción w_D . La cartera arriesgada óptima será una perteneciente al conjunto de oportunidades de carteras tangente a la CAL con la mayor pendiente

$$\max_{w_D} \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P} = \max_{w_D} \frac{w_D E(r_D) + (1 - w_D) E(r_E) - r_f}{w_D^2 \sigma_D^2 + (1 - w_D)^2 \sigma_E^2 + 2w_D(1 - w_D) \sigma_{D,E}}$$

$$\frac{dS}{dw_D} = 0 \rightarrow w_D = \frac{E(r_D)\sigma_E^2 - E(r_E)\sigma_D\sigma_E\rho_{D,E}}{E(r_E)\sigma_D^2 + E(r_D)\sigma_E^2 - [E(r_D) + E(r_E)]\sigma_{D,E}}$$

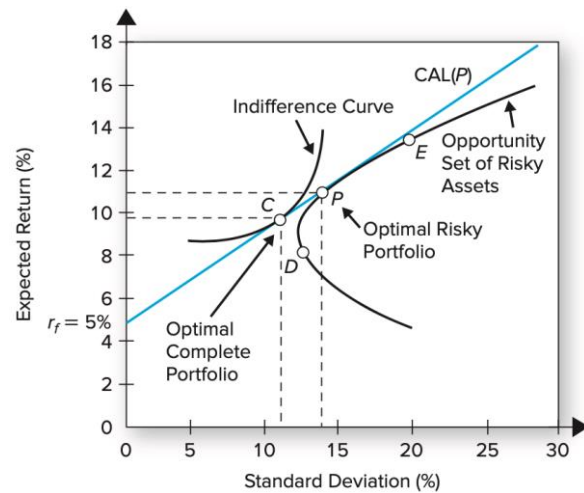


- Ahora que se ha construido una cartera arriesgada óptima, se puede escoger una cartera completa óptima acorde al perfil de riesgo del inversor
- La cartera completa óptima, no obstante, tiene que estar en la CAL que contiene la cartera arriesgada óptima (dado que aporta el mayor rendimiento esperado para cada nivel de riesgo), de modo que se puede resolver el problema de optimización de la utilidad a partir de lo obtenido anteriormente

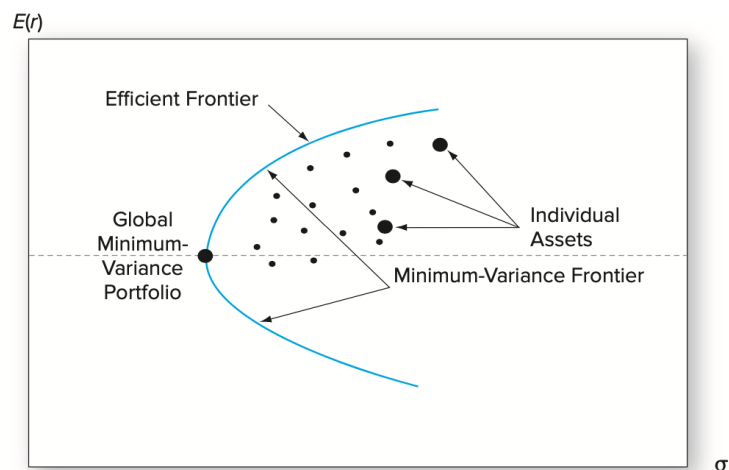
$$\max_y U = \max_y E(r_C) - \frac{1}{2} A \sigma_C^2$$

$$s. t. \begin{cases} E(r_C) = r_f + y[E(r_P) - r_f] \\ \sigma_C^2 = y \sigma_P^2 \\ E(r_P) = w_D E(r_D) + w_E E(r_E) \\ \sigma_P^2 = w_D^2 \sigma_D^2 + (1 - w_D)^2 \sigma_E^2 + 2w_D(1 - w_D) \sigma_{D,E} \end{cases}$$

- El resultado es una cartera dentro de la CAL tangente a una curva de indiferencia, igual que antes



- El modelo de optimización de carteras de Markowitz permite generalizar el problema de construcción de carteras anterior a más activos arriesgados
 - Primero hay que determinar el conjunto de oportunidades de riesgo y de rendimiento del inversor. Esto se hace a través de la curva que representa el conjunto de oportunidades de cartera, llamada frontera de varianza mínima o *minimum-variance frontier*



- En esta frontera están todas las carteras con la menor varianza posible para un nivel de rendimiento esperado concreto. Todas las carteras a la derecha de la frontera son factibles, pero no son eficientes porque tienen mayor riesgo para el mismo nivel de rendimiento esperado (no son óptimas)
- La parte de la frontera relevante es la frontera eficiente o *efficient frontier*, que es el conjunto de carteras con un rendimiento esperado mayor al de la cartera con la mínima varianza. Las carteras con un rendimiento menor (por debajo de la cartera con la mínima varianza) no pueden ser eficientes ni óptimas porque, asumiendo el mismo riesgo, hay carteras con un mayor rendimiento esperado
- La frontera se puede determinar a partir de la generalización para muchos activos arriesgados de la esperanza y de la varianza de la cartera arriesgada. También se suele obtener la matriz de covarianzas, la cual proporcionará $n(n-1)/2$ covarianzas para poder obtener la varianza de la cartera

$$E(r_P) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i) \quad Var(r_P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(r_i, r_j)$$

$$\sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1,n} & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

- El segundo paso involucra la cartera sin riesgo, de modo que se tiene que buscar la CAL con mayor *Sharpe ratio* que sea tangente con la frontera eficiente, resolviendo así un problema de optimización anteriormente planteado de la *Sharpe ratio* y obteniendo la cartera arriesgada óptima

$$\max_{w_1, \dots, w_n} \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P} = \max_{w_1, \dots, w_n} \frac{\sum_{i=1}^n w_i E(r_i) - r_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{i,j}}} \quad s. t. \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

- En verdad se optimiza en base a $n-1$ proporciones debido a la restricción
- Finalmente, una vez obtenida la cartera arriesgada óptima, se puede obtener la cartera completa óptima a través de la resolución del problema de optimización de la utilidad

$$\max_y U = \max_y E(r_C) - \frac{1}{2} A \sigma_C^2 \quad s. t. \quad \begin{cases} E(r_C) = r_f + y[E(r_P) - r_f] \\ \sigma_C^2 = y \sigma_P^2 \\ E(r_P) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i) \\ \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{i,j} \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{cases}$$

- Una de los resultados más importantes del modelo es la propiedad de separación, la cual expresa que el problema de elección de cartera se puede separar en dos tareas independientes:
 - La determinación de la cartera arriesgada óptima, la cual es una tarea puramente técnica. De este modo, esta cartera siempre es la mejor que se puede tener en la cartera completa, independientemente del grado de aversión al riesgo (dado que se intenta minimizar el riesgo por cada nivel de rendimiento esperado)
 - La asignación de capital, la cual es una tarea que depende de las preferencias del inversor
 - Como la cartera arriesgada óptima es la mejor que se puede tener, todos los inversores querrían tenerla en cartera, y eso a la vez implica que la gestión de carteras es más eficiente y menos costosa (no se tienen que construir diferentes carteras arriesgadas). En la práctica, diferentes gestores ofrecen diferentes carteras arriesgadas por el uso de diferentes insumos o datos

Los modelos de índices

- El éxito que se obtiene al aplicar el modelo de Markowitz depende de la calidad de los insumos o datos que se utilicen para la estimación, de modo que la eficiencia de la cartera dependerá últimamente de estos
 - Si se analizan n acciones, se tendrán que hacer n estimaciones de rendimientos esperados, n estimaciones de varianzas, y $n(n-1)/2$ estimaciones de covarianzas

$$\begin{cases} n \text{ estimates of } E(r_i) \\ n \text{ estimates of } \sigma_i^2 \\ \frac{n(n-1)}{2} \text{ estimates of } \sigma_{i,j} \end{cases} \rightarrow 2n + \frac{n(n-1)}{2} \text{ estimates}$$

- La estimación de tantos elementos incrementa los costes de selección de activos para la gestión de carteras, dado que es muy impráctico
- Otra dificultad al aplicar el modelo es que los errores en la estimación o evaluación de coeficientes de correlación puede llegar a dar resultados sin sentido (algunos conjuntos de coeficientes de correlación son mutuamente inconsistentes)
 - Esto ocurre porque, aunque los coeficientes reales son siempre consistentes, al utilizar estimaciones se introduce una fuente de error
- La introducción del modelo de índice o *index model* simplifica la manera en la que se describen las fuentes de riesgo de los activos permite trabajar con un conjunto más pequeño y consistente de estimaciones
 - Este modelo es un modelo estadístico, de modo que no establece ninguna relación de equilibrio y solo se usa para la estimación
 - El riesgo se enfoca separando el rendimiento realizado de un activo i en la suma del rendimiento esperado y un componente no anticipado

$$r_i = E(r_i) + \text{unanticipated component}$$

- El componente no anticipado puede darse por cambios inesperados en las condiciones de la economía o del mercado o por desarrollos inesperados en cuestiones específicas de las empresas. Por lo tanto, se descompone en un factor de incertidumbre macroeconómica M y una variable de riesgo específico de cada empresa e_i
- El factor de mercado M y la variable e_i tienen una media nula y una varianza concreta, y ambas variables son independientes, dado que los factores específicos de cada empresa no dependen de los *shocks* macroeconómicos que afectan a todas las empresas. De este modo, ambas variables representan las desviaciones de la media

$$M \sim \text{distrib.}(0, \sigma_M^2) \quad e_i \sim \text{distrib.}(0, \sigma_{e_i}^2)$$

- Reconociendo el hecho de que cada empresa tiene una sensibilidad diferente a los *shocks* macroeconómicos, se puede asignar un coeficiente β_i de sensibilidad a condiciones macroeconómicas a cada empresa

- El coeficiente de sensibilidad con el factor M será la proporción de la varianza de M que se debe a la relación entre el valor i y el factor M

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M^2}$$

- Esto hace que se pueda expresar el rendimiento realizado como un modelo de un solo factor o *single factor model*, en el cual se suma el rendimiento esperado, el impacto particular de los *shocks* macroeconómicos y el impacto de *shocks* específicos de cada empresa

$$r_i = E(r_i) + \beta_i M + e_i$$

- La varianza de los rendimientos de la empresa i dependerá del riesgo sistemático y del riesgo específico de la empresa

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{e_i}^2 = \frac{\sigma_{i,M}^2}{\sigma_M^2} + \sigma_{e_i}^2$$

$$\beta_i^2 \sigma_M^2 = \text{systematic risk} \quad \sigma_{e_i}^2 = \text{firm - specific risk}$$

- Esta simplificación emerge de que las covarianzas entre rendimientos de diversos valores nacen de fuerzas económicas comunes que afectan a las empresas de manera similar

- Como M no depende de la empresa i (es común entre empresas), y las variables que representan el riesgo específico de cada empresa son independientes entre ellas (los factores específicos que afectan a cada empresa son diferentes), la covarianza entre rendimientos es:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(r_i, r_j) &= \text{Cov}(E(r_i) + \beta_i M + e_i, E(r_j) + \beta_j M + e_j) = \\ &= \beta_i \beta_j \text{Cov}(M, M) + \text{Cov}(e_i, e_j) = \beta_i \beta_j \sigma_M^2 \end{aligned}$$

- Como el factor sistemático afecta al rendimiento de todas las acciones, el rendimiento de un índice general de mercado puede servir para aproximar este factor común, de modo que se obtiene una ecuación similar al modelo de un solo factor, llamado modelo de un solo índice o *single-index model*
 - El modelo de un solo índice se puede escribir como una ecuación de regresión del exceso de rendimiento de una acción sobre el exceso de rendimiento del índice de mercado

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_i R_{M,t} + e_{i,t}$$

$$r_{i,t} - r_f = \alpha_i + \beta_i(r_{i,t} - r_f) + e_{i,t}$$

- Se denota el índice de mercado con la variable M , el cual tiene un exceso de rendimiento R_M y una varianza de σ_M^2

$$R_{M,t} = r_{M,t} - r_f \quad M \sim \text{distrib.}(0, \sigma_M^2)$$

- El intercepto α_i es el exceso de rendimiento esperado de la acción que no se explica por los excesos de rendimiento del mercado entero (el exceso de rendimiento cuando $E(R_{M,t}) = 0$), y $e_{i,t}$ se entiende como el término de error del modelo
- El modelo permite observar que la sensibilidad media de todas las acciones en la economía es $\bar{\beta} = 1$, dado que la sensibilidad que todas las acciones tienen a los cambios en el índice del mercado (que se entiende como una cartera diversificada de todas las acciones del mercado) debe ser perfecta. Adicionalmente, se pueden diferenciar acciones cíclicas ($\beta_i > 1$) y contracíclicas ($\beta_i < 1$)

$$\bar{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i}{n} = 1$$

where $n = \text{all stocks in the economy}$

- Este modelo se puede representar gráficamente con una línea de regresión llamada línea característica del valor o *security characteristic line (SCL)*



- Como el valor esperado del exceso de rendimiento es la prima de riesgo, se puede analizar las implicaciones del modelo en esta. La prima de riesgo se puede dividir en la suma de la *nonmarket risk premium* y de la *systematic risk premium*

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M)$$

- Parte de la prima de riesgo se deriva de la prima de riesgo del índice de mercado $E(R_M)$. Esta se multiplica por la sensibilidad β_i , de modo que la prima de riesgo que se exige es proporcional a cómo afecta el riesgo del mercado a la empresa, y conforma la *systematic risk premium*
 - La otra parte de la prima de riesgo no se deriva de la prima de riesgo del mercado, de modo que es una prima no relacionada con el mercado y α_i es la *nonmarket risk premium*
- Debido a la construcción del modelo, es necesario un menor número de estimaciones para poder estimarlo
- Se necesita estimar la α , la β y la varianza del error de cada acción (la varianza de los residuos), pero solo es necesario estimar el exceso de rendimiento esperado del índice (la prima de riesgo del mercado) y la varianza del índice. Esto hace que el número de estimaciones sea menor que antes si $n \geq 8$

$$\begin{cases} n \text{ estimates of } \alpha \\ n \text{ estimates of } \beta \\ n \text{ estimates of } \sigma_e^2 \\ 1 \text{ estimate of } E(R_M) \\ 1 \text{ estimate of } \sigma_M^2 \end{cases} \Rightarrow 3n + 2 \text{ estimates}$$

$$\Rightarrow 3n + 2 < \frac{n^2 - n}{2} \text{ for } n \geq 8$$

- El modelo de un solo índice permite analizar la diversificación en el contexto de una cartera de activos arriesgados P
- El exceso de rendimiento de una cartera se puede escribir como un modelo de un solo índice, solo que es necesario aplicar la definición de cartera como una suma ponderada de activos:

$$\begin{aligned} R_P &= \sum_{i=1}^n w_i R_i = \sum_{i=1}^n w_i (\alpha_i + \beta_i R_M + e_i) = \\ &= \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i + R_M \sum_{i=1}^n w_i \beta_i + \sum_{i=1}^n w_i e_i = \alpha_P + \beta_P R_M + e_P \\ \alpha_P &= \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i \quad \beta_P = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i \quad e_P = \sum_{i=1}^n w_i e_i \end{aligned}$$

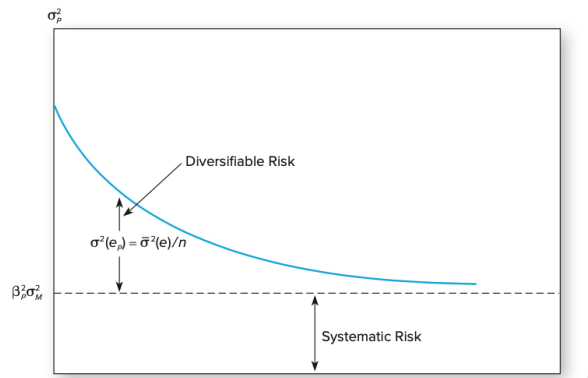
- La varianza de la cartera se puede derivar del mismo modo, y se puede seguir identificando un componente sistemático y un componente no sistemático:

$$\begin{aligned}
 Var\left(\sum_{i=1}^n w_i R_i\right) &= \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 (\beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{e_i}^2) = \\
 &= \sum_{i=1}^n w_i^2 \beta_i^2 \sigma_M^2 + w_i^2 \sigma_{e_i}^2 = \sigma_M^2 \sum_{i=1}^n w_i^2 \beta_i^2 + \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{e_i}^2 \\
 &= \sigma_M^2 Var\left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_i\right) + Var\left(\sum_{i=1}^n w_i e_i\right) = \beta_P^2 \sigma_M^2 + \sigma_{e_P}^2
 \end{aligned}$$

$\beta_P^2 \sigma_M^2 = \text{systematic risk in the portfolio}$

$\sigma_{e_P}^2 = \text{firm - specific risk in the portfolio}$

- Debido a que la proporción invertida en cada uno de los activos debe ser igual a la unidad (y por tanto las proporciones suelen estar entre 0 y 1), se puede ver como añadir más activos reducirá la varianza de e_P , y por tanto, de la cartera



$$0 < w_i < 1 \rightarrow w_i^2 < w_i$$

$$\text{if } \sum_{i=1}^n w_i = 1 \text{ then } \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_{e_P}^2 = 0$$

- Esto se puede ver de manera más simple si se supone que $w_i = 1/n$

$$\sigma_{e_P}^2 = Var\left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} e_i\right) = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{e_i}^2}{n} = \frac{\overline{\sigma_{e_i}^2}}{n}$$

- Uno puede realmente estimar los parámetros del modelo de índice con observaciones de un índice de mercado y una acción particular
 - La regresión del modelo de índice para la acción i describe la dependencia lineal del exceso de rendimiento con el exceso del índice de mercado

$$R_i(t) = \alpha_i + \beta_i R_{index}(t) + e_i(t)$$

- Las estimaciones de la regresión describen una línea recta con intercepto α_i y pendiente β_i , la cual se denomina *security characteristic line* (SCL). La distancia vertical entre la línea y cada uno de los puntos de i conforman el residuo $e_i(t)$ para cada momento
- A partir de estimar una regresión lineal para los datos, es posible obtener unos estadísticos que permitan valorar el ajuste de la regresión a los datos

Regression Statistics				
Multiple R	0.6280			
R-square	0.3943			
Adjusted R-square	0.3839			
Standard error	0.0577			
Observations	60			
	Coefficients	Standard Error	t-Stat	p-Value
Intercept	-0.0098	0.0077	-1.2767	0.2068
Market index	1.3258	0.2157	6.1451	0.0000

- La ecuación del R^2 para este caso sería la *ratio* entre la varianza sistemática y la varianza total, y el R^2 ajustado se deriva de esta métrica de la manera usual

$$R^2 = \frac{\beta_i^2 \sigma_{index}^2}{\beta_i^2 \sigma_{index}^2 + \sigma^2(e_i)} \Rightarrow R_{adj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k - 1}$$

- A partir de los resultados obtenidos de la estimación, se puede comprobar la significancia estadística de los parámetros estimados a través de contrastes de hipótesis
 - Para poder contrastar la alfa, se realiza un contraste a través de un estadístico t contra la hipótesis de que $\alpha = 0$, mientras que para la beta se hace lo mismo, pero contra la hipótesis de que $\beta = 1$
 - Para poder medir el riesgo específico de la empresa en el modelo, se suele calcular la desviación estándar del riesgo sistemático y se

compara con el error estándar de la regresión (el riesgo no sistemático)

- Un gestor de cartera que no tenga información especial sobre un activo concreto tomará el alfa de ese valor como si fuera 0, y, por tanto, hará una predicción de la prima de riesgo consistente con el modelo CAPM a través de una regresión. No obstante, hay varias fuentes para poder obtener *benchmarks* que la industria da, llamadas *beta books*
 - Los servicios industriales de betas, sin embargo, difieren un poco del análisis presentado anteriormente, dado que normalmente utilizan el S&P 500 (no un índice de mercado más general) y utilizan los rendimientos totales y no los excesos de rendimiento en sus regresiones

$$r_i = a + br_M + e^*$$

- Para ver el efecto que tiene esta modificación, se puede reescribir el modelo de índice visto anteriormente de la siguiente manera:

$$r_i = r_f + \alpha + \beta r_M - \beta r_f + e = \alpha + (1 - \beta)r_f + \beta r_M + e$$

- Si r_f es constante en el periodo muestral, entonces ambas ecuaciones tienen la misma variable independiente r_M y sus mismos residuos e . En verdad, no obstante, r_f varía en el tiempo y no se debería agregar al término constante en la regresión, pero como sus variaciones son muy pequeñas comparadas con las de los rendimientos del mercado, no tendría mucho impacto
- En el caso de los modelos de industria, el intercepto que ellos llaman alfa sería una estimación para $\alpha + (1 - \beta)r_f$, y aunque la volatilidad del tipo sin riesgo es pequeña comparada con la de las acciones, cuando $\beta \neq 1$, el intercepto de la regresión no será acorde al del modelo de un solo índice cuando se usan excesos de rendimiento
- También cabe recordar que las estimaciones de alfa son *ex post*, por lo que no permiten predecir el alfa *ex ante*. Uno de los aspectos más importantes de la gestión de carteras es predecir las alfas antes de tiempo
 - Una cartera bien construida incluye posiciones largas en acciones con alfas positivas futuras y cortas en acciones con alfas negativas futuras. Tiene que estar bien construida para que se balancee la concentración entre acciones con una alfa alta con la necesidad de diversificar el riesgo

- Normalmente se tienen que ajustar las betas porque estas tienden a moverse hacia 1 a lo largo del tiempo
 - Cuando una nueva empresa se establece para producir un producto o servicio específico, esta difiere en varias maneras con negocios más viejos, pero, cuanto más crece, tiende a diversificarse. Cuanto más convencional se vuelve la empresa, comienza a parecerse al resto de la economía mucho más, y, en consecuencia, al mercado, haciendo que su beta tienda a la del mercado
 - Una explicación más estadística sería que la media de las betas sobre todas las acciones es 1, por lo tanto, la mejor predicción antes de estimar las betas sería 1. Cuando se estima el coeficiente beta para un periodo muestral particular, inevitablemente se tiene un error muestral en los datos, y una diferencia muy grande entre la beta estimada y 1 querría decir que se tiene más probabilidad de tener un error grande de estimación y que, en el siguiente periodo muestral, la beta esté más cerca de 1
 - Aunque la estimación de la beta sea la mejor predicción para un periodo muestral particular, como tiene a 1, la predicción del coeficiente beta futuro tiene que ajustar el estimador muestral en esa dirección. Esto se puede hacer de manera simple, usando una suma ponderada entre la beta del mercado y la estimada:

$$\beta_{adj} = w_{\beta}\hat{\beta} + (1 - w_{\beta})\beta_M = w_{\beta}\hat{\beta} + (1 - w_{\beta})$$

- Las betas ajustadas son una manera simple de reconocer que las betas estimadas de datos pasados pueden no ser las mejores predicciones, por lo que se querría un modelo de predicción para β
 - Un modelo simple para poder estimar las betas sería construir una regresión lineal del valor de la beta actual sobre su valor pasado, siendo posible añadir más variables o regresores en el modelo
 - Algunas de las variables más usadas son la variación de los beneficios, la varianza del *cash flow*, el crecimiento de los EPS, la capitalización del mercado, el rendimiento de los dividendos o la *debt-to-asset ratio*
 - Además, controlar por las características financieras de la empresa y de la industria permite predecir la beta mejor

Industry	Beta	Adjustment Factor
Agriculture	0.99	-0.140
Drugs and medicine	1.14	-0.099
Telephone	0.75	-0.288
Energy utilities	0.60	-0.237
Gold	0.36	-0.827
Construction	1.27	0.062
Air transport	1.80	0.348
Trucking	1.31	0.098
Consumer durables	1.44	0.132

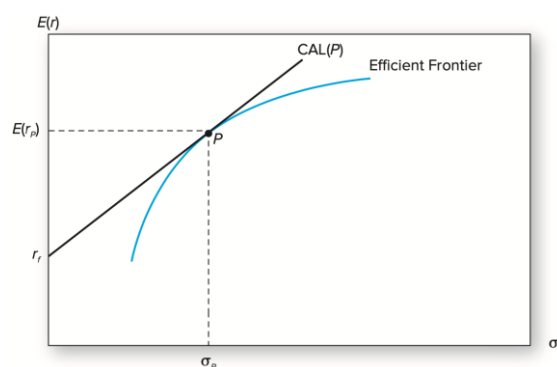
- Para poder construir una cartera de inversión a través del modelo de índice se utiliza el modelo de Treynor-Black, el cual consta de diversos pasos

El modelo de valoración de activos de capital o CAPM

- El modelo de valoración de activos de capital o *capital asset pricing model* (CAPM) es un modelo que permite obtener una predicción precisa sobre la relación entre el riesgo y el rendimiento esperado de un activo
 - Este modelo cumple con dos funciones fundamentales: la de *benchmarking* y la de predicción de rendimientos esperados de activos aún no comerciados
 - Como el modelo permite predecir la relación entre riesgo y rendimiento, se puede usar el resultado obtenido para compararlo con el rendimiento real del activo
 - Dado que se puede relacionar el rendimiento esperado con el riesgo, es posible obtener una estimación del rendimiento esperado de un activo, aunque no se haya comercializado (a partir solo de la relación que hay con el riesgo)
 - El modelo, aunque no siempre resiste pruebas empíricas, es ampliamente usado por los puntos de vista que ofrece
- El modelo CAPM se basa en suposiciones sobre el comportamiento individual de los inversores y sobre la estructura del mercado, las cuales permiten derivar el modelo
 - Las suposiciones sobre el comportamiento individual y sobre la estructura del mercado se pueden resumir en los siguientes puntos:

1. Individual behavior
a. Investors are rational, mean-variance optimizers.
b. Their common planning horizon is a single period.
c. Investors all use identical input lists, an assumption often termed homogeneous expectations . Homogeneous expectations are consistent with the assumption that all relevant information is publicly available.
2. Market structure
a. All assets are publicly held and trade on public exchanges.
b. Investors can borrow or lend at a common risk-free rate, and they can take short positions on traded securities.
c. No taxes.
d. No transaction costs.

- En resumen, se asume que los individuos son racionales y que los mercados son perfectamente competitivos
- A partir de las suposiciones hechas, los inversores optimizarán sus carteras a través del método del modelo de optimización de Markowitz y seleccionarán la misma cartera arriesgada óptima
 - Esto quiere decir que los inversores resuelven un problema de optimización, en donde la cartera óptima P será el punto tangente entre la CAL y la frontera eficiente
 - Si todos los agentes utilizan los mismos insumos o los mismos datos, entonces todos obtienen la misma frontera eficiente. Como todos están sujetos al mismo tipo de interés sin riesgo y a los mismos insumos (por las suposiciones), querrán la misma cartera arriesgada óptima P (con la misma proporción invertida en cada activo), dado que es un proceso técnico y no depende de las preferencias



- Debido a que todos los individuos son racionales y optimizadores de rendimiento y varianza, estos seleccionarán la cartera de mercado M
 - La cartera de mercado M es la cartera que agrega las carteras arriesgadas P individuales de cada inversor, y es una cartera que incluye todos los activos arriesgados posibles ponderados por su valor de mercado. Esta, en la práctica, no es observable y se suelen utilizar aproximaciones

$$M = \sum_{l=1}^L P = LP \text{ when } l \text{ is the investor}$$

- Aunque cada inversor tenga una cartera completa diferente (por su diferente A), si se suman las carteras de todos los inversores, las posiciones sobre la cartera sin riesgo se anulan entre ellas (porque las posiciones de los prestatarios y de los prestamistas se contrarrestan) y eso hace que la cartera completa de todos los inversores sea la cartera de mercado M y que su valor iguale a la riqueza entera de la economía

$$\sum_{l=1}^L C_l = \sum_{l=1}^L w_{P,l}P + (1 - w_{P,l})f = P \sum_{l=1}^L w_{P,l} = PL = M$$

$$\sum_{l=1}^L (1 - w_{P,l}) = 0 \rightarrow L - \sum_{l=1}^L w_{P,l} = 0 \rightarrow \sum_{l=1}^L w_{P,l} = L$$

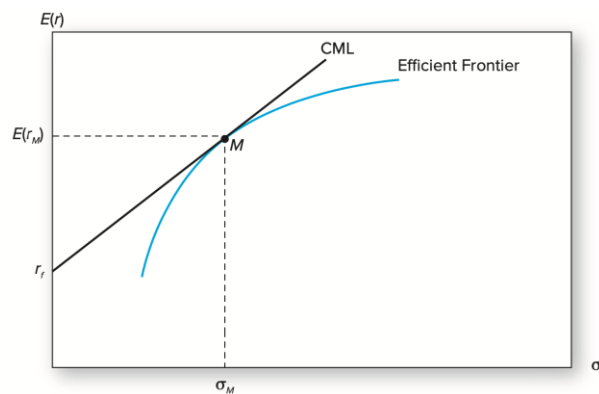
$l = \text{individual investor}$

- De este modo, la proporción invertida en cada activo en la cartera de mercado M es la misma que en todas las carteras individuales P_i de los inversores (la proporción sobre el valor total de la cartera)

$$w_i^P = \frac{n_i A_i}{P} \quad w_i^M = L \frac{n_i A_i}{LP} = \frac{n_i A_i}{P} = w_i^P$$

$L = n^o \text{ of investors}$ $i = \text{risky asset}$ $A_i = \text{price of asset } i$

- Como la cartera de mercado es la suma de todas las carteras arriesgadas óptimas, esta también será óptima y pertenecerá a la línea de mercado de capitales o CML (porque representa toda la economía)



- Si existe algún activo arriesgado en el que no se invierte, entonces, dado que todos los inversores de la economía tienen la misma cartera arriesgada P , nadie demandará el activo y eso hará que su precio tienda a ser nulo. Como el precio baja, el rendimiento del activo aumenta y eso hace que sea más atractivo (para un mismo nivel de riesgo) y que se quiera incluir en la cartera (aunque el precio requerido puede variar según el inversor). A través de esta lógica, se puede ver como todos los inversores tendrán todos los activos arriesgados en la cartera
- Como la cartera de mercado se construye a partir de los insumos comunes que contienen toda la información relevante de los valores, la estrategia pasiva es eficiente
 - Si toda la información relevante está contenida en la lista de insumos, entonces el análisis de valores no tiene sentido porque no se puede extraer ninguna información relevante de este para obtener un mayor rendimiento
 - Como todos los inversores escogen la cartera de mercado, estos son indiferentes entre tener la cartera de mercado o una acción de un fondo mutuo que tiene la cartera de mercado (misma exposición). A este hecho se le llama teorema del fondo mutuo o *mutual fund theorem*, y de este se deriva que invertir en una cartera de índice de mercado es eficiente
- Habiendo definido las suposiciones y el concepto de la cartera de mercado, se puede analizar la prima de riesgo de la cartera de mercado y el rendimiento esperado de los activos arriesgados
 - A través de la definición de la cartera de mercado, se puede ver que la prima de riesgo de la cartera de mercado depende del riesgo de la cartera de mercado y del coeficiente de aversión al riesgo medio

$$y = \frac{E(r_M) - r_f}{A\sigma_M^2} \rightarrow 1 = \frac{E(r_M) - r_f}{\bar{A}\sigma_M^2}$$

$$E(R_M) = E(r_M) - r_f = \bar{A}\sigma_M^2$$

- Como se agregan todas las carteras arriesgadas y se contrarrestan todas las posiciones sobre la cartera sin riesgo, la proporción invertida en la cartera de mercado debe ser 1 de media. Por lo tanto, si $y = 1$, y \bar{A} representa el coeficiente de aversión al riesgo medio de los inversores en una economía, la prima de riesgo debe depender de $\bar{A}\sigma_M^2$

- A partir de la varianza total de la cartera de mercado, se puede obtener el precio de mercado del riesgo, la *reward-to-risk ratio* de cada activo y la relación entre el rendimiento esperado y la beta
- Con la matriz de covarianzas de M , se puede ver como la contribución de un activo i en la varianza total de la cartera será la suma de las covarianzas entre primas de riesgo de diferentes activos (la suma de los elementos de la columna o la fila correspondiente al activo en cuestión). Esto, a su vez, es equivalente al producto del peso del activo w_i por la covarianza de la prima de riesgo del mercado y del activo

Portfolio Weights	w_1	w_2	...	w_{GE}	...	w_n
w_1	$Cov(R_1, R_1)$	$Cov(R_1, R_2)$...	$Cov(R_1, R_{GE})$...	$Cov(R_1, R_n)$
w_2	$Cov(R_2, R_1)$	$Cov(R_2, R_2)$...	$Cov(R_2, R_{GE})$...	$Cov(R_2, R_n)$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots
w_{GE}	$Cov(R_{GE}, R_1)$	$Cov(R_{GE}, R_2)$...	$Cov(R_{GE}, R_{GE})$...	$Cov(R_{GE}, R_n)$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots
w_n	$Cov(R_n, R_1)$	$Cov(R_n, R_2)$...	$Cov(R_n, R_{GE})$...	$Cov(R_n, R_n)$

$$\begin{aligned}
w_i w_1 Cov(R_1, R_j) + \dots + w_i w_J Cov(R_J, R_j) &= \\
&= w_i [w_1 Cov(R_1, R_j) + \dots + w_J Cov(R_J, R_j)] \\
&= w_i \sum_{j=1}^J w_j Cov(R_j, R_i) = w_i \sum_{j=1}^J Cov(w_j R_j, R_i) \\
&= w_i Cov\left(\sum_{j=1}^J w_j R_j, R_i\right) = w_i Cov(R_M, R_i)
\end{aligned}$$

$J = \text{total assets in investable universe}$

- La *reward-to-risk ratio* de un activo mide la prima de riesgo por cada unidad de riesgo. No obstante, para una cartera de mercado, esta se tiene que calcular como la contribución de un activo i en la prima de riesgo de M entre la contribución al riesgo total de este activo

$$\frac{i's \text{ contrib. to } R_M}{i's \text{ contrib. to } \sigma_M^2} = \frac{w_i E(R_i)}{w_i Cov(R_M, R_i)} = \frac{E(R_i)}{Cov(R_M, R_i)}$$

- La *reward-to-risk ratio* o de la cartera de mercado, en cambio, será:

$$\frac{\text{Market risk premium}}{\text{Market variance}} = \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2}$$

- En equilibrio, todos los activos deben ofrecer la misma *reward-to-risk ratio*, dado que, de otro modo, se preferiría tener un activo al otro y eso causaría que los rendimientos variaran hasta que se vuelven a tener unas *ratios* equivalentes

$$\frac{E(R_1)}{\text{Cov}(R_M, R_1)} = \dots = \frac{E(R_j)}{\text{Cov}(R_M, R_j)} = \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2}$$

- Esta condición de equilibrio se debe a las fuerzas de oferta y demanda del mercado financiero, dado que si la *reward-to-risk ratio* de un activo difiere, significa que da un mayor o menor rendimiento proporcional por el riesgo, lo cual hace que se compre o se venda y que su precio se vea afectado (y por tanto, su rendimiento). Esto ocurre hasta que la condición de igualdad se reestablezca
- Esto hace que se pueda obtener una relación entre la prima de riesgo del mercado y la prima de riesgo de un activo concreto i , de modo que la prima de riesgo de un activo es proporcional a la de la cartera de mercado

$$\frac{E(R_i)}{\text{Cov}(R_M, R_i)} = \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2} \rightarrow E(R_i) = \frac{\text{Cov}(R_M, R_i)}{\sigma_M^2} E(R_M)$$

- La *ratio* $\text{Cov}(R_M, R_i)/\sigma_M^2$ mide la contribución del activo i en la varianza o riesgo total de la cartera de mercado M , de modo que mide la sensibilidad del activo a los movimientos del mercado (entendidos como los rendimientos de la cartera del mercado). A esta se le llama beta y se representa como β_i

$$E(R_i) = \beta_i E(R_M)$$

- Dado que la prima de riesgo se puede descomponer en el rendimiento esperado menos el tipo de interés sin riesgo, se puede establecer una relación entre el rendimiento esperado y la beta (*mean-beta relationship*). Esta relación se tiene que cumplir de media, pero no en un momento específico en el tiempo

$$E(r_i) = r_f + \beta_i E(r_M - r_f)$$

- Como esta relación se mantiene para cada activo individual, también se puede extender para una cartera de varios activos combinados:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1}^J w_j \text{Cov}(R_j, R_i) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^J w_i w_j \text{Cov}(R_j, R_i) = \\
&= \sum_{i=1}^n w_i \text{Cov} \left(\sum_{j=1}^J w_j R_j, R_i \right) = \sum_{i=1}^n w_i \text{Cov}(R_M, R_i) \\
\frac{\sum_{i=1}^n w_i E(R_i)}{\sum_{i=1}^n w_i \text{Cov}(R_M, R_i)} &= \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2} \rightarrow \frac{E(R_P)}{\text{Cov}(R_M, R_P)} = \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2}
\end{aligned}$$

$$E(r_P) = r_f + \beta_P E(r_M - r_f)$$

$$n = n^0 \text{ assets in } P$$

- Si se supone que la cartera es la cartera de mercado, entonces se puede comprobar que $\beta_M = 1$ y que la beta media de los activos es $\bar{\beta} = 1$, dado que la cartera de mercado contiene todos los activos arriesgados

$$\frac{\sum_{j=1}^J w_j E(R_j)}{\sum_{j=1}^J w_j \text{Cov}(R_M, R_j)} = \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2} \rightarrow \frac{E(R_M)}{\text{Cov}(R_M, R_M)} = \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2}$$

$$E(r_M) = r_f + \beta_M E(r_M - r_f) \rightarrow E(r_M) - r_f = E(r_M - r_f)$$

$$\beta_M = \frac{\text{Cov}(R_M, R_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_M^2}{\sigma_M^2} = 1$$

$$\bar{\beta} = \sum_{j=1}^J w_j \beta_j = \sum_{j=1}^J \frac{w_j \text{Cov}(R_M, R_j)}{\sigma_M^2} = \beta_M = 1$$

- La *mean-beta relationship* permite analizar las fuentes del rendimiento esperado y los resultados más importantes del modelo
 - Como se puede ver, la prima de riesgo que se obtendría del activo i depende únicamente de la prima de riesgo de M (la *benchmark risk premium*) y del riesgo relativo del activo (comprendido en su beta)

$$E(R_i) = \beta_i E(R_M)$$

$$\beta_i \rightarrow \text{relative risk of } i$$

$$E(R_M) \rightarrow \text{benchmark risk premium}$$

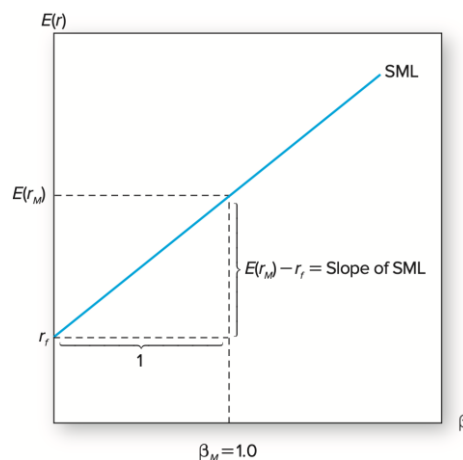
- Por lo tanto, el rendimiento esperado de un activo es el tipo de interés sin riesgo, que compensa el valor temporal del dinero, y la parte proporcional de la prima de riesgo de M que le corresponde al activo, que compensa el riesgo sistemático al que se exponen los inversores

$$E(r_i) = r_f + \beta_i E(r_M - r_f)$$

$r_f \rightarrow$ compensation for time value of money

$\beta_i E(r_M - r_f) \rightarrow$ compensation for systemic risk

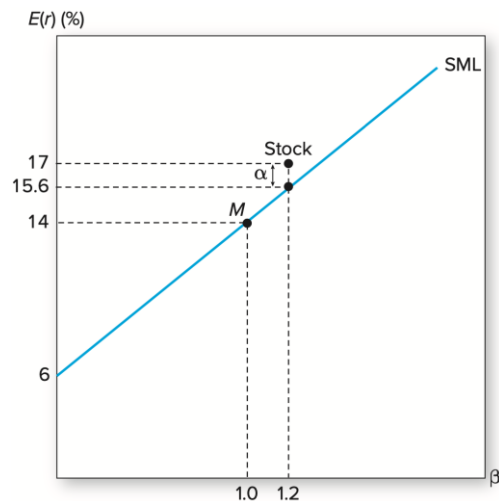
- Ni el rendimiento esperado del activo ni la prima de riesgo dependen de la volatilidad de este, de modo que el modelo CAPM muestra que los inversores demandan una prima de riesgo por el riesgo sistémico y no por el riesgo específico de la empresa o del activo. Esto se debe a que, como todos los inversores tienen la cartera de mercado, y la contribución del riesgo específico del activo es pequeña en comparación con al riesgo total, entonces solo se tiene que compensar el riesgo sistémico proporcional al activo (el riesgo específico se puede diversificar para que sea ínfimo)
- Dado que la beta media (o la beta de la cartera del mercado) es igual a 1, los activos con una beta mayor a 1 se consideran agresivos (porque tienen una sensibilidad mayor a la media)
- Dado que la *mean-variance relation* se puede ver como una relación entre la recompensa y el riesgo, se puede representar gráficamente la relación a través de la línea del mercado de valores o *security market line* (SML)



- Si los inversores son racionales e intentan optimizar el rendimiento esperado y la varianza, entonces se mide el riesgo de

una cartera con su varianza. Eso hace que estos esperen que la prima de riesgo individual de cada activo dependa de su contribución al riesgo total de la cartera (que en este caso es la de mercado), y que la beta sea una buena medida del riesgo (dado que muestra la contribución en la varianza de M) y que la prima dependa de esta

- La SML representa las primas de riesgo (o los rendimientos esperados) de los activos arriesgados individuales en función de su riesgo, mientras que la CML representa las primas de riesgo (o los rendimientos esperados) de todas las carteras eficientes formadas por la cartera de mercado y la cartera sin riesgo en función de la volatilidad. Esta última utiliza la volatilidad como medida del riesgo (al ser apropiada para medir el riesgo de una cartera), pero la SML utiliza la beta (dado que se mide la contribución del activo en la varianza de la cartera, no el riesgo de la cartera), por lo que la SML es válida tanto para carteras eficientes como para activos individuales (a diferencia de la CML)
- Debido a que la $\beta_M = 1$, la SML pasará por ese punto, con un rendimiento esperado igual al de la cartera de mercado. Esto permite observar que la pendiente de la línea es la prima de riesgo del mercado $E(R_M)$
- Dado a que la línea representa la *mean-variance relation*, la cual se deriva de la condición de equilibrio de la *reward-risk ratio*, todos los activos que estén bien valorados serán parte de la SML (su rendimiento esperado es el predicho), y todos tienen que formar parte de la línea en equilibrio
- La diferencia entre el rendimiento esperado de un activo y su rendimiento esperado predicho por el CAPM se denomina alfa (α_i), de modo que cuando $\alpha_i > 0$, el activo está infravalorado, y cuando $\alpha_i < 0$, está sobrevalorado. Esto tiene implicaciones para el análisis de valores, dado que este se realiza para intentar tener un rendimiento mayor al predicho (se intentan buscar alfas)



$$\alpha_i = E(r_i) - E(r_i)^{CAPM}$$

$$\alpha_i > 0 \rightarrow \text{underpriced} \quad \alpha_i < 0 \rightarrow \text{overpriced}$$

- Una condición de los activos en equilibrio, en consecuencia, es que $\alpha_i = 0$, dado que los activos deben de cumplir la relación derivada (la cual se representa en la SML). Las α_i representan un rendimiento adicional que no depende del riesgo sistémico, lo cual no puede ser porque no se recompensan otros elementos
- Además, también se puede usar el CAPM y la SML con tal de evaluar el rendimiento de proyectos, de modo que se compara el rendimiento predicho por el CAPM (con la beta del proyecto) con la tasa interna de retorno o *internal rate of return* del proyecto

$$E(r_i)^{CAPM} \leq IRR \rightarrow \text{accept project}$$

$$E(r_i)^{CAPM} > IRR \rightarrow \text{reject project}$$

- Una implicación del CAPM es que la estimación de un modelo de un solo índice que represente adecuadamente la cartera de mercado debería resultar en que $\hat{\alpha}_i = 0$ en los modelos de índice (para estimar)
 - Como el valor esperado del riesgo específico de la empresa ε_i es nulo, el modelo de un solo índice solo depende de alfa, de beta, y de la prima de riesgo del mercado

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \varepsilon_i \rightarrow E(R_i) = E(\alpha_i) + \beta_i E(R_M)$$

- Si $E(\alpha_i) = 0$, entonces el modelo de un solo índice es equivalente al CAPM debido a que, en equilibrio, las alfas de todos los activos deberían ser nulas al simbolizar un rendimiento sin riesgo y eso haría que la cartera de mercado fuera la óptima

- Si $\alpha_i \neq 0$, entonces se comprarán activos con alfas positivas y se venderán aquellos con alfas negativas, lo cual hace que se reajuste la cartera hasta que todas las alfas sean nulas
- Si hay errores de medición u otros tipos de errores, se puede incluir un término de error u_i que los represente en el modelo

$$E(R_i) = \beta_i E(R_M) + u_i$$

- No obstante, si la relación entre el rendimiento esperado y la beta se mantiene, no importa que esta lo haga de manera perfecta (sin un término de error) o de manera imperfecta (con un término de error), los
- Una manera de poder comprobar empíricamente si el modelo CAPM se mantiene en la realidad es a través de la relación entre el rendimiento esperado y la beta
 - Primero, es necesario crear una base de datos muestrales con los rendimientos de las N acciones, de la aproximación a la cartera de mercado y de los tipos de interés sin riesgo para un periodo de tiempo mensual concreto T
 - Se obtendrán, por tanto NT rendimientos de acciones, T rendimientos de la aproximación y T tipos de interés sin riesgo, haciendo que la muestra total sea de $T(N + 2)$ observaciones
 - Utilizando el concepto de SCL (visto para los modelos de índice) y SML, se pueden estimar dos modelos de regresión del exceso de rendimiento de las acciones individuales, la *first-pass regression* y la *second-pass regression*
 - La *first-pass regression* es una regresión del exceso de rendimiento de las acciones individuales sobre el exceso de rendimiento de la cartera de mercado, e intenta estimar la SCL

$$r_{i,t} - r_{f,t} = a_i + b_i(r_{M,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_{i,t}$$

- La *second-pass regression* es una regresión de la media temporal del exceso de rendimiento de las acciones individuales (un estimador de la prima de riesgo) sobre b_i y sobre la varianza del término del error $\sigma_{\varepsilon_i}^2$, e intenta estimar la SML sobre la suposición de que la prima de riesgo es proporcional a la prima de riesgo de la cartera de mercado

$$\overline{r_i - r_f} = \gamma_0 + \gamma_1 b_i + \gamma_2 \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

$$\overline{r_i - r_f} = \frac{\sum_{t=1}^T r_{i,t} - r_{f,t}}{T} \quad \sigma_{\varepsilon_i}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (\varepsilon_{i,t} - \bar{\varepsilon}_i)^2}{T - 1}$$

- Si el modelo CAPM se mantiene en el mundo real, entonces el coeficiente γ_1 debería ser equivalente a $\overline{r_M - r_f}$ y cualquier otro coeficiente debería ser nulo

$$\gamma_1 = \overline{r_M - r_f}$$

- La media temporal del exceso de rendimiento de la aproximación a la cartera de mercado es un estimador no sesgado de la prima de riesgo de la cartera de mercado
- El coeficiente γ_0 debe ser nulo porque no hay rendimientos anormales y γ_2 también debería ser nulo porque se asume que la prima de riesgo solo se determina por el riesgo sistémico y no por el riesgo idiosincrático. Cualquier otro coeficiente que no sea γ_1 , análogamente, también debería ser nulo

$$\gamma_0 = \gamma_2 = \dots = 0$$

- Diversos estudios empíricos revelan que parece ser que el CAPM no se mantiene en la relación, lo cual tiene diversas implicaciones
 - Los estudios muestran que puede haber otros factores que afectan a la prima de riesgo aparte de la prima de riesgo de la cartera de mercado y que la correlación entre la beta y la prima de riesgo de los activos individuales es débil
 - Algunas de las razones por las cuales este puede ser el resultado es que la cartera de mercado no es observable y es muy difícil de identificar, que los insumos usados no son de buena calidad, que hay más fuentes de riesgo sistemático o que algunas de las suposiciones hechas no se dan en la realidad
- El CAPM se deriva a través de unas condiciones y suposiciones restrictivas. No obstante, es posible extender o generalizar el modelo para suposiciones más realistas y menos restrictivas
 - Las suposiciones de que todos los inversores solo se preocupan del rendimiento y de la varianza y de que la inversión solo tiene un horizonte temporal de un periodo no son muy realistas
 - Los inversores, en realidad, se preocupan más del flujo de consumo que su riqueza les puede proporcionar que tener mucha riqueza. Eso hace que no se consideren factores de riesgo que no sean del mercado, como la inflación o los bienes de consumo, y que la suposición no sea realista

- De manera similar, cuanto mayor es el horizonte de la inversión, más riesgos que no sean de mercado pueden surgir, por lo que un solo periodo no es una suposición realista
- Si los inversores saben que hay otros riesgos aparte de los del mercado (otros riesgos sistémicos), intentarán cubrirlos (hacer *hedge*) demandando más activos, lo cual no se tiene en cuenta en el modelo CAPM y haría que las primas de riesgo difirieran en equilibrio
- Robert Merton desarrolló un modelo de valoración de activos que permite examinar el impacto de esta demanda de activos para cubrirse, el modelo intertemporal de valoración de activos de capital o *intertemporal capital asset pricing model* (ICAPM)
 - El modelo no utiliza la suposición de un horizonte de un solo periodo, sino que permite varios periodos. De este modo, los individuos optimizan sus planes de consumo e inversión y se adaptan a cambios en la riqueza, en los precios y en las oportunidades de inversión
 - En el modelo se suelen introducir dos nuevas fuentes de riesgo: los cambios en los parámetros que describen las oportunidades de inversión (tipos de interés futuros, rendimientos esperados, riesgo, etc.) y los cambios en los precios de los bienes de consumo (inflación)
 - Cuando se considera la existencia de K fuentes de riesgo no relacionadas al mercado (y la existencia de K posibles carteras para cubrir los riesgos, en consecuencia), la *mean-beta relationship* del ICAPM puede generalizar la SML a un modelo con múltiples índices:

$$E(R_i) = \beta_{iM}E(R_M) + \sum_{k=1}^K \beta_{ik}E(R_k)$$

β_{iM} = market portfolio beta of i

β_{ik} = k^{th} hedge portfolio beta of i

- La ecuación muestra como la prima de riesgo de un activo debe de ser igual a la parte proporcional de las primas de riesgo de todas fuentes del riesgo a las que se está expuesto según contribución al riesgo total de las carteras. Por lo tanto, se generaliza la SML de un factor a un modelo en el que se tiene en cuenta diversas fuentes de riesgo sistémico

- A partir de la lógica del modelo CAPM simple y de las necesidades de *hedge*, Rubinstein, Lucas y Breeden desarrollaron un modelo en el que los consumidores optimizan su asignación de riqueza entre el periodo actual y el futuro, el cual se llama modelo de valoración de activos de capital basado en el consumo o *consumed-based capital Asset pricing model* (CCAPM)
 - Los inversores consideran el riesgo en términos de consumo, de modo que un activo que esté correlacionado positivamente con el crecimiento del consumo (que indica cuanto más se consumirá en el futuro) se ve más arriesgado (los ingresos adicionales cuando el consumo es alto no son tan valorados), de modo que la prima de riesgo que se demandará para estos activos será mayor
 - Se puede establecer una relación entre la prima de riesgo de un activo y el consumo a través de la cartera de replicación del consumo C o *consumption-tracking portfolio*, que es la cartera de los activos que están más correlacionados con el crecimiento del consumo

$$E(R_i) = \beta_{iC}E(R_C)$$

- En el modelo el *consumption-tracking portfolio* tiene el mismo papel que la cartera de mercado. En este modelo se enfoca el riesgo de las oportunidades de consumo y no el riesgo y el rendimiento del valor monetario de la cartera
- A diferencia del CAPM, la beta de la cartera de mercado sobre el *consumption-tracking portfolio* no es necesariamente igual a uno

$$E(R_M) = \alpha_i + \beta_{iC}E(R_C) + \varepsilon_i$$

La teoría de la valoración por arbitraje y los modelos multifactoriales

- El modelo de un solo índice introducido anteriormente permite descomponer la variabilidad de los rendimientos de activos individuales en riesgo sistémico y riesgo específico de la empresa. De este modo, se puede generalizar el modelo estadístico para poder añadir más fuentes de riesgo (aparte de las de mercado) de las que dependa la prima de riesgo del mercado
 - Reconociendo que hay más factores aparte de aquellos relacionados con el mercado que afectan a la prima de riesgo de los activos individuales, es posible crear un modelo multifactorial

$$R_i = E(R_i) + \beta_M M + \sum_{k=1}^K \beta_k F_k + \varepsilon_i$$

$$F_k = k^{th} \text{ non - market factor}$$

$$K = n^o \text{ of non - market factors}$$

- Este modelo permite medir los riesgos adicionales a los que está expuesto un inversor. Como se puede observar, los riesgos a los que están expuestos tienen un efecto proporcional a su contribución en el riesgo total de la cartera (proporcional a la beta del factor o *factor beta*)
 - Tal como en el modelo de un solo factor, el valor esperado de todos los factores es nulo, dado que representan cambios que no han sido anticipados
 - Los modelos multifactoriales solo describen los factores que afectan al exceso de rendimiento de un activo, pero no permiten obtener la prima de riesgo. De este modo, los modelos de equilibrio son necesarios para poder explicar cual debe de ser la prima para cada activo
- Este tipo de modelos son muy útiles para poder crear estrategias de cobertura o *hedging strategies* con acciones
- Para poder crear una estrategia de cobertura contra un factor, hace falta establecer una posición neutral al riesgo derivado del factor sin invertir ningún capital y obteniendo beneficios. De este modo, cuando la beta total de la cartera o la estrategia sea nula, todo el riesgo estará cubierto:

$$\sum_{i=1}^N w_i \beta_i = \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{\sum_{i=1}^N Q_i} \beta_i = \frac{1}{\sum_{i=1}^N Q_i} \sum_{i=1}^N Q_i \beta_i$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^N Q_i} \sum_{i=1}^N Q_i \beta_i = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^N Q_i \beta_i = 0$$

$$\text{Arb. Port. Conditions} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N Q_i \beta_i = 0 \\ Q_f + \sum_{i=1}^N Q_i = 0 \\ E(CF_t) \geq 0 \end{cases}$$

$Q_i = \text{units invested in } i \quad N = n^{\circ} \text{ of securities}$

$Q_f = \text{quantity invested in risk – free asset}$

- Cuando el peso sumado de todos los activos arriesgados es mayor a uno o menor a cero, quiere decir que se ha tomado prestado o se ha prestado un activo sin riesgo con un tipo de interés r_f . De este modo, se tiene que tener en cuenta en las condiciones de la estrategia para que se cumpla la condición de cartera autofinanciada (no hay inversión inicial)

$$\begin{cases} Q_f > 0 \text{ if } \sum_{i=1}^N Q_i < 0 \\ Q_f = 0 \text{ if } \sum_{i=1}^N Q_i = 0 \\ Q_f < 0 \text{ if } \sum_{i=1}^N Q_i > 0 \end{cases} \quad \text{as} \quad \sum_{i=1}^N Q_i = -Q_f$$

- Cuando se cubre la exposición a un factor, la beta de la posición es nula, de modo que no hay riesgo proveniente de este y hace que cualquier variación en el factor sea indiferente en el rendimiento de la cartera. Esto se puede ver con el flujo de efectivo esperado que proporciona la cartera en un momento t

$$R_{i,t} = \alpha_i + r_f + \beta_i F_t + \varepsilon_{i,t} \rightarrow E(R_{i,t}) = \alpha_i + r_f + \beta_i F_t$$

$$\begin{aligned} E(CF_t) &= Q_f r_f + \sum_{i=1}^N Q_i E(R_{i,t}) = Q_f r_f + \sum_{i=1}^N Q_i (\alpha_i + r_f + \beta_i F_t) = \\ &= Q_f r_f + \sum_{i=1}^N Q_i \alpha_i + r_f \sum_{i=1}^N Q_i + F_t \sum_{i=1}^N Q_i \beta_i = \sum_{i=1}^N Q_i \alpha_i > 0 \end{aligned}$$

- Normalmente se asume una posición inicial de una unidad, con tal de derivar de manera más sencilla las otras cantidades a invertir

$$\sum_{i=1}^N Q_i \beta_i = 0 \rightarrow \pm 1 \beta_1 + \sum_{i=2}^N Q_i \beta_i = 0$$

- La teoría de valoración por arbitraje o *arbitraje pricing theory* (APT) fue desarrollada por Stephen Ross, la cual predice una SML que permite relacionar el rendimiento esperado de un activo con su riesgo

- El modelo se basa en tres suposiciones clave, las cuales son:
 - Los rendimientos de los activos se pueden describir a través de un modelo unifactorial o multifactorial
 - Existen diferentes activos para diversificar totalmente el riesgo idiosincrático o específico de la empresa
 - Si los mercados financieros funcionan bien, entonces no permiten la persistencia de oportunidades de arbitraje en el tiempo
- El modelo principalmente se basa en el concepto de arbitraje y en sus implicaciones para el equilibrio en los mercados financieros
 - Una oportunidad de arbitraje pura o *pure arbitraje opportunity* surge cuando un inversor tiene la posibilidad de obtener beneficios sin riesgo sin hacer una inversión neta. Otro tipo de arbitraje es el arbitraje de riesgo o *risk arbitrage*, que consiste en buscar activos mal valorados
 - De este concepto se deriva la ley de un solo precio, la cual expresa que, si dos activos son idénticos en todos los aspectos económicos relevantes, estos deben de tener el mismo precio. Esta ley se impone por los arbitrajistas, los cuales venderán el activo sobrevalorado y comprarán el activo infravalorado hasta que ya no haya oportunidad de arbitraje
 - Para aprovechar violaciones de la ley, por tanto, se requiere utilizar una estrategia con una posición corta y con una posición larga y se respeta una condición de no arbitraje. Como no hay riesgo ni inversión neta, todos los arbitrajistas querrían tomar una posición infinita en la posición (independientemente del nivel de aversión al riesgo, dado que no hay)
 - El concepto fundamental es que los precios de los activos se mueven (a través de las fuerzas de oferta y demanda de cada activo) con tal de eliminar oportunidades de arbitraje, de modo que hay racionalidad en el mercado
 - En el modelo CAPM, el equilibrio se impone a partir de un argumento de dominación por el riesgo y el rendimiento, de modo que los inversores hacen cambios limitados en sus carteras, que agregados hacen que se restaure el equilibrio en el mercado. En el modelo APT, en cambio, el equilibrio se impone a partir de un argumento de arbitraje, de modo que, como cualquier arbitrajistas quiere tomar una posición lo más grande posible,

pocos inversores pueden restaurar el equilibrio, por lo que es un argumento más fuerte que un argumento de dominación

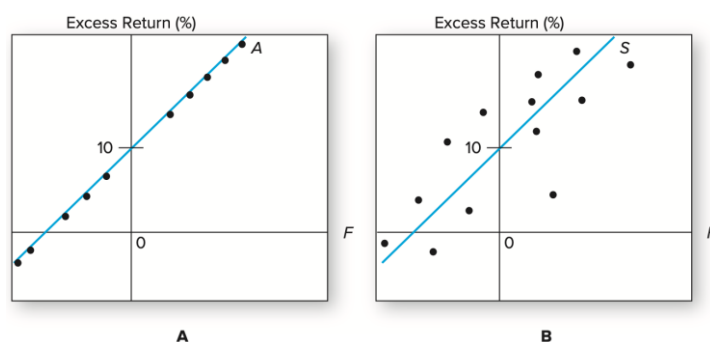
- Una cartera bien diversificada es una cartera la cual elimina el riesgo idiosincrático a través de la diversificación. Este concepto juega un rol importante en la derivación del la SML y en el sentido del modelo entero, y se puede ilustrar a través de un modelo de un solo factor
 - A través de la definición de un modelo de un solo factor para una cartera P , es posible ver como el riesgo específico de cada activo se puede reducir hasta un nivel insignificante añadiendo más activos arriesgados (diversificación). Esto se puede ilustrar definiendo $w_i = 1/n$

$$R_P = E(R_P) + \beta_P F + \varepsilon_P \quad \sigma_P^2 = \beta_P^2 \sigma_F^2 + \sigma_{\varepsilon_P}^2$$

$$\varepsilon_P = \sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_i \rightarrow \varepsilon_P \downarrow = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i$$

$$\sigma_{\varepsilon_P}^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 \rightarrow \sigma_{\varepsilon_P}^2 \downarrow = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{\varepsilon_i}^2}{n}$$

- Si la cartera está bien diversificada, entonces el riesgo específico de la cartera es nulo y el exceso de rendimiento de la cartera bien diversificada solo se explica por el factor F y por la prima de riesgo (hay correlación perfecta entre F y R_P)



$$R_P = E(R_P) + \beta_P F \quad R_P = E(R_P) + \beta_P F + \varepsilon_P$$

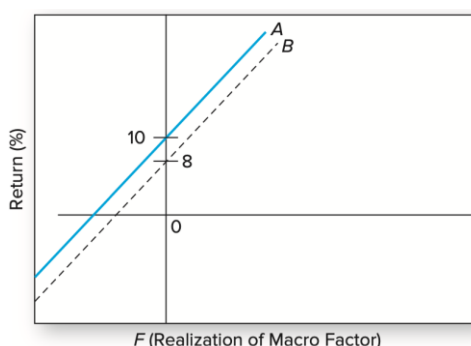
$$\rho_{P,F} = \frac{Cov(R_P, F)}{\sigma_P \sigma_F} = \frac{\beta_P \sigma_F^2}{\beta_P \sigma_F \sigma_F} = 1$$

- En el mundo real, la cartera sí que tiene un límite de tamaño (no puede incluir todos los activos necesarios para hacer que el riesgo idiosincrático desaparezca) y eso hace que no se consiga la diversificación ideal de una cartera bien diversificada. No

obstante, es posible aproximarse a esos niveles de diversificación a través de carteras con muchos activos

Residual SD of each stock = 50%		Residual SD of each stock = 100%	
N	SD(e_p)	N	SD(e_p)
4	25.00	4	50.00
60	6.45	60	12.91
200	3.54	200	7.07
1,000	1.58	1,000	3.16
10,000	0.50	10,000	1.00

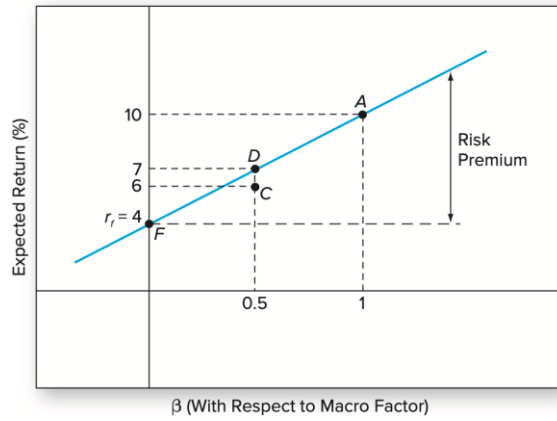
- Dado que se puede eliminar el riesgo específico a través de una cartera bien diversificada, los inversores no tienen por qué ser compensados por el riesgo específico (que puede ser eliminado), sino que tienen que ser compensados solo por el riesgo sistémico (que no puede ser eliminado)
 - Debido a que solo el factor F influye en el rendimiento, dos carteras con una misma sensibilidad a F (una misma β_p) deben tener el mismo rendimiento esperado. De otro modo, habría una oportunidad de arbitraje porque la cartera con mayor rendimiento esperado obtendría un mayor rendimiento para cada realización de F . Los arbitrajistas aprovecharían la oportunidad de arbitraje hasta que la presión en la oferta y la demanda de las carteras haga que el rendimiento esperado se iguale, así restaurando el equilibrio



$$R_p = E(R_p) + \beta_p F \rightarrow r_p - r_f = E(r_p) - r_f + \beta_p F \rightarrow r_p = E(r_p) + \beta_p F$$

$$\beta_A = \beta_B \rightarrow r_A = E(r_A) + \beta_A F = E(r_B) + \beta_B F = r_B \rightarrow E(r_A) = E(r_B)$$

- Si cuando dos carteras tienen la misma beta, el rendimiento esperado debe ser el mismo, entonces la prima de riesgo tiene que ser la misma y eso implica que β_i determina el rendimiento esperado será proporcional a la beta (se determina de manera lineal por como varía la línea del rendimiento al restaurar el equilibrio por arbitraje)



$$\beta_C = \beta_D \rightarrow E(r_C) = E(r_D) \rightarrow E(R_C) = E(R_D) \rightarrow E(R_i) = a\beta_i$$

$a = \text{factor of proportionality}$

- Como para carteras bien diversificadas el exceso de rendimiento está perfectamente correlacionado con el factor, si una cartera de un índice de mercado está bien diversificada, el rendimiento de esta mostrará perfectamente el valor de este factor macroeconómico y las betas que se construyan a partir del índice serán tan informativas como aquellas construidas directamente con el factor

$$\rho_{M,F} = \frac{Cov(R_M, F)}{\sigma_M \sigma_F} = \frac{\beta_M \sigma_F^2}{\beta_M \sigma_F \sigma_F} = 1$$

$$\rho_{M,F} = \frac{Cov(R_M, R_P)}{\sigma_M \sigma_P} = \frac{\beta_P \beta_M \sigma_F^2}{\beta_P \beta_M \sigma_F^2} = 1$$

- En consecuencia, se puede utilizar un modelo de índice de mercado de manera equivalente al modelo de un solo factor para expresar el exceso de rendimiento. Sabiendo que la prima de riesgo es proporcional a la beta, entonces se puede obtener la misma fórmula de la SML del CAPM y la prima de riesgo de una cartera es proporcional a la prima de riesgo de la cartera del índice de mercado. Esto ocurre porque $\alpha_P = 0$ si no existen oportunidades de arbitraje para carteras con la misma beta, dado que si $\alpha_P \neq 0$, entonces existe oportunidad de arbitraje y se aprovecha hasta que se elimine

$$R_P = E(R_P) + \beta_P F \rightarrow R_P = \alpha_P + \beta_P R_M$$

$$E(R_P) = \beta_P E(R_M) \rightarrow E(r_P) = r_f + \beta_P E(r_M - r_f)$$

- La relación derivada entre la prima de riesgo de una cartera y su beta permite ver como esta relación también se cumple para casi todos los activos individuales
 - Se tiene que cumplir para casi todos los activos porque si la mayoría de activos violan esta relación, entonces la relación para las carteras bien diversificadas (compuestas de estos activos) tampoco se mantendría y surgirían oportunidades de arbitraje. En consecuencia, si no hay oportunidades de arbitraje, todos los activos menos unos pocos deben cumplir esta relación
 - Esto ocurre debido a que, cuando se diversifica bien una cartera, el peso de cada activo en la cartera es tan pequeño que la violación de la relación por unos pocos activos tiene un efecto insignificante en la prima de riesgo de la cartera. Sin embargo, si muchos activos violan la relación, la agregación de los pesos de estos activos hace que no se cumpla tampoco para la cartera
- Sabiendo que existen varios factores que pueden afectar al rendimiento de los activos y de las carteras, es posible derivar una versión multifactorial de la APT
 - Asumiendo que el exceso de rendimiento se puede modelar con un modelo multifactorial, se puede ver como se puede obtener una relación análoga a la derivada anteriormente

$$R_P = E(R_P) + \sum_{k=1}^K \beta_k F_k + \varepsilon_P \rightarrow E(r_P) = r_f + \sum_{k=1}^K \beta_k E(r_k - r_f)$$

- Como el riesgo específico se diversifica, este no se tiene en cuenta en el modelo multifactorial

$$R_P = E(R_P) + \sum_{k=1}^K \beta_k F_k + \varepsilon_P \rightarrow R_P = E(R_P) + \sum_{k=1}^K \beta_k F_k$$

- Dado que el riesgo específico se ha diversificado y las carteras están perfectamente correlacionadas con los factores, entonces se puede utilizar un modelo con múltiples carteras de índices que reflejen cada uno de los factores macroeconómicos por separado

$$R_P = E(R_P) + \sum_{k=1}^K \beta_k F_k \rightarrow R_P = \alpha_P + \sum_{k=1}^K \beta_k R_k$$

$$R_k = E(R_k) + \beta_k F_k \text{ (betas of other factors are 0)}$$

- Como $\alpha_P = 0$ para que no haya oportunidades de arbitraje entre carteras con las mismas betas, la prima de riesgo de la cartera debe ser proporcional a las primas de riesgo de las carteras de los factores

$$R_P = \alpha_P + \sum_{k=1}^K \beta_k R_k \rightarrow E(r_P) = r_f + \sum_{k=1}^K \beta_k E(r_k - r_f)$$

- El resultado obtenido permite obtener las mismas conclusiones que el obtenido con un solo factor, y tiene también las mismas limitaciones
 - La SML tendrá diversos factores, pero en todo caso sigue mostrando la proporcionalidad entre las betas y el rendimiento esperado y muestra todas las carteras correctamente valoradas al no haber oportunidades de arbitraje
 - Aún así, la relación no se mantiene para absolutamente todos los activos individuales, sino para la gran mayoría excepto unos pocos
- Aunque la APT y los modelos multifactoriales permiten obtener una SML multifactorial, es necesario saber cuales son los factores de riesgo sistémico más probables
 - Existen principalmente dos enfoques para poder identificar las fuentes de riesgo
 - Una manera de poder identificar estas fuentes puede ser a través de la demanda de activos para cubrir riesgos relacionados con el consumo y la inversión, como en el modelo ICAPM de Merton
 - Otra manera puede ser a través de características de las empresas que permiten aproximar la exposición al riesgo sistémico, de modo que se escogen factores que hayan permitido predecir rendimientos medios de manera correcta y que, por tanto, pueden estar capturando primas de riesgo
 - El modelo de tres factores de Fama y French es el ejemplo más claro del segundo enfoque, y este modelo junto a sus variantes son los modelos más usados para la investigación
 - El modelo presentado en una investigación de Chen, Roll y Ross es un ejemplo de modelo ICAPM, en el que se utilizan indicadores macroeconómicos que posiblemente afecten a los rendimientos
 - En el modelo, los investigadores utilizan la inflación, la estructura de los tipos de interés (rendimientos de bonos con vencimientos largos menos aquellos con vencimiento corto), la diferencia entre

la prima de riesgo de bonos AAA y bonos BAA y la producción industrial

- La investigación concluye que estos índices sí que influyen los rendimientos de una manera consistente con el modelo CAPM
- El modelo de Fama-French es un modelo de tres índices, los cuales son el exceso de rendimiento del índice de mercado, el índice *SMB* y el índice *HML*

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,M}R_{M,t} + \beta_{i,SMB}SMB_t + \beta_{i,HML}HML_t + \varepsilon_{i,t}$$

- El índice *SMB* o *small minus big* es la diferencia entre el rendimiento de una cartera de empresas con poca capitalización (acciones pequeñas) y el rendimiento de una cartera de empresas con mucha capitalización (acciones grandes). Este se construye de clasificando las empresas según su tamaño y su *book-to-market ratio* (tres grupos)

$$R_S = \frac{1}{3}(R_{S/H} + R_{S/M} + R_{S/L}) \quad R_B = \frac{1}{3}(R_{B/H} + R_{B/M} + R_{B/L})$$

$$R_{SMB} = R_S - R_B$$

- El índice *HML* o *high minus low* es la diferencia entre el rendimiento de una cartera de empresas con una *book-to-market ratio* alta y el rendimiento de una cartera de empresas con una *book-to-market ratio* baja. Este se construye de clasificando las empresas según su tamaño y su *book-to-market ratio* (dos grupos)

$$R_H = \frac{1}{2}(R_{S/H} + R_{B/H}) \quad R_L = \frac{1}{2}(R_{B/L} + R_{S/L})$$

$$R_{HML} = R_H - R_L$$

- Los índices que utiliza el modelo permiten capturar el riesgo sistemático de los factores macroeconómicos a través de R_M y las desviaciones de los rendimientos medios de los niveles consistentes con el CAPM
 - De este modo, factores que harían que $\alpha_i \neq 0$ en el modelo CAPM básico, se tienen en cuenta en el modelo Fama-French y permiten que $\alpha_i = 0$ se mantenga
 - Aunque ambos índices no son candidatos obvios a ser factores de riesgo, ambos permiten capturar variables más fundamentales que son más difíciles de medir

- Cuando la *book-to-market ratio* es alta, hay más probabilidades de que la empresa esté en situación de fallida, y cuando la empresa es pequeña, hay más probabilidades de que se vean afectadas por cambios en las condiciones a nivel empresarial

La hipótesis de los mercados eficientes

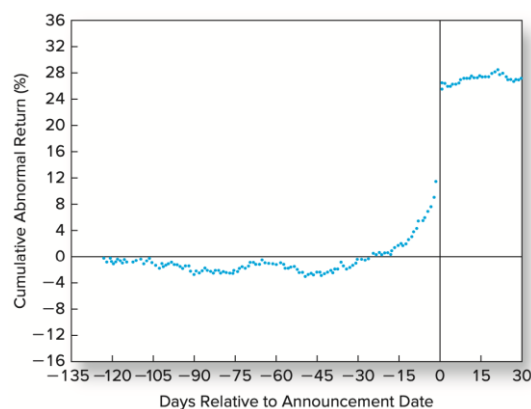
- Analizando las series temporales de los precios de las acciones, se puede observar como los precios no siguen ningún patrón predecible, por lo que los datos sobre los precios no permiten predecir nada sobre los precios futuros
 - Si hubiera patrones predecibles, los inversores podrían obtener beneficios de manera recurrente mediante la compra de activos que incrementarán su valor y la venta de aquellos que reducirán su valor
 - Esta situación no es sostenible en el tiempo, dado que, de ser así, todos los inversores ejecutarían órdenes de manera inmediata para poder obtener el mayor beneficio posible (anticipación) y eso haría que el precio se afectara de manera inmediata
 - Si un activo subirá de precio en el futuro, los inversores demandarán más este activo y los poseedores lo mantendrán, lo que hará aumentar el precio de manera inmediata. Si un activo bajará de precio, se ofertará más este activo y nadie lo demandará, lo que hará bajar el precio de manera inmediata
 - Como se puede ver, cualquier información que se pueda utilizar para poder predecir el precio futuro de un activo tendría que estar incorporada en el precio actual de este
 - Eso implica que el rendimiento que se puede obtener corresponde a las tasas de rendimiento correspondientes al riesgo del activo (el riesgo sistémico)
 - Si los precios cambian de manera inmediata dada toda la información disponible, el precio solo cambiará cuando haya nueva información, la cual, por definición, es impredecible. En consecuencia, los precios (que dependen de esta información) también serán impredecibles
 - Como los precios son impredecibles, se puede asumir que estos siguen un camino aleatorio o *random walk*
 - Más que significar una irracionalidad de los inversores, que los precios sean aleatorios e impredecibles se debe a que los inversores son racionales y competitivos

- La aleatoriedad en los cambios de los precios no tiene que ver con la irracionalidad plausible en la determinación del nivel de los precios
- La hipótesis de mercados eficientes o *efficient market hypothesis* (EMH) expresa que los precios actuales de los activos incorporan toda la información conocida sobre los fundamentales
 - Esto implica que los rendimientos esperados de los activos dependen solamente del riesgo sistemático y hace que se eliminen las oportunidades de arbitraje
 - Si se espera que $\alpha_i \neq 0$, entonces se pueden obtener beneficios sin riesgo realizando una estrategia de arbitraje
 - Una $\alpha_i \neq 0$ representa un rendimiento que no está asociado con el riesgo sistémico (CAPM) y da pie a una oportunidad de arbitraje (APT)
 - Los precios reflejan toda la información disponible porque los analistas de activos compiten entre ellos con tal de obtener la mayor cantidad de información y así obtener un rendimiento esperado más alto
 - Reunir información cuesta tiempo y dinero, por lo que los analistas esperan obtener un rendimiento esperado mayor. En equilibrio, por tanto, el análisis debería ser beneficioso
 - Aunque realmente no se pueda desvelar toda la información disponible, la competición entre analistas hace que los precios de los activos reflejen un elevado nivel de información
 - Existen tres versiones de la hipótesis, las cuales difieren en qué se entiende por “toda la información disponible”. Estas versiones son la débil, la semifuerte y la fuerte
 - La versión débil de la EMH o *weak-form EMH* asegura que toda la información que se puede derivar de examinar datos del mercado (precios de los activos, volumen, tipos de interés, etc.) ya está reflejada en el precio. Esta implica que el análisis de tendencias no es provechoso y que todos los inversores ya saben como explotar las señales de compraventa de activos
 - La versión semifuerte EMH o *semistrong-form EMH* asegura que toda la información pública disponible en relación a las expectativas y desarrollo futuro de una empresa ya está reflejada en el precio. Esta información incluye, además de datos de mercado, datos sobre aspectos fundamentales de la empresa

- La versión fuerte EMH o *strong-form EMH* asegura que toda la información disponible relevante para una empresa, incluida la información de los *insiders* de la empresa, ya está reflejada en el precio. Esta es la versión más restrictiva y no se cree que se mantenga en la realidad, debido a la normativa contra el *insider trading* y los escándalos derivados de esta práctica
 - Todas las versiones de la EMH, sin embargo, expresan que los precios reflejan solo la información disponible. Esto significa que, si los mercados son racionales, los precios deberían ser correctos de media
- La hipótesis, no obstante, no es ampliamente aceptada por todos, y eso ha dado pie a que se hicieran diversas investigaciones empíricas para comprobar si la hipótesis se mantiene en los mercados financieros del mundo real
 - Eugene Fama condujo una investigación en 1965 y 1969 para poder saber si se mantenía la versión débil o la semifuerte de la EMH
 - En 1965, Fama explica como sus descubrimientos apuntaban a que los rendimientos de las acciones parecían seguir un proceso de camino aleatorio o *random walk*, lo que implica que el análisis técnico no es provechoso y que la evidencia apoya la forma débil de la EMH

$$E(P_{t+1}) = P_t + \varepsilon_t$$

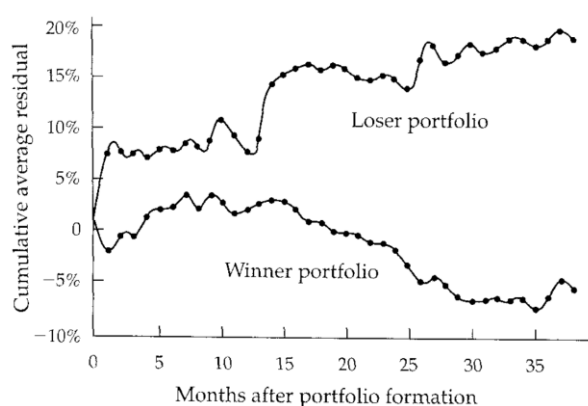
- En 1969, Fama realizó un estudio de evento o *event study* en el que se examinaba el ajuste de los precios de las acciones cuando noticias específicas de una empresa salían a la luz. La evidencia muestra como los precios, de media, respondían correctamente a las noticias



- De Bondt y Thaler en 1985 desarrollaron otro método empírico para poder comprobar si la versión débil de la EMH se mantenía, comparando

los rendimientos entre las acciones con mayor rendimiento (*winners*) y las acciones con menor rendimiento (*losers*)

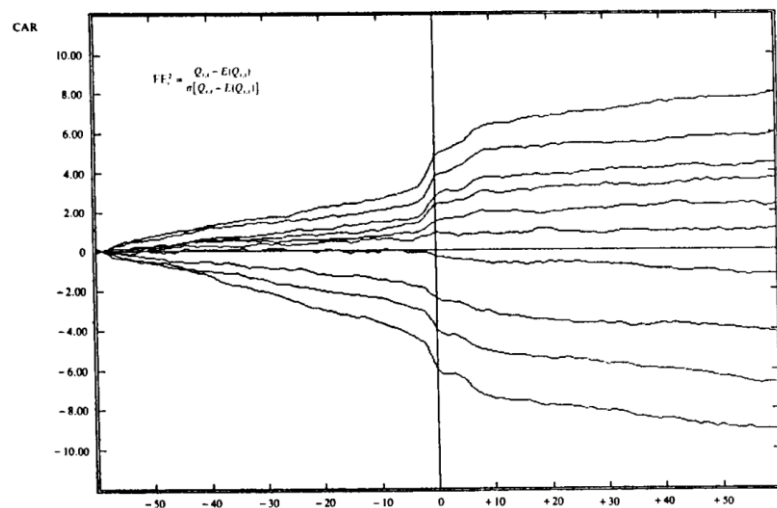
- Para cada año desde 1933, se crearon carteras de las acciones *winners* y de las acciones *losers* de los tres años anteriores, y después se calcularon los rendimientos a lo largo de los cinco años después de la formación de la cartera
- Los resultados mostraron como las acciones *losers* tenían altos rendimientos, mientras que los de las acciones *winners* tenían rendimientos bajos. Esto muestra como hay un efecto de reversión o *reversal effect*, de modo que la dirección de los precios cambia de manera contraria a la que tenía anteriormente



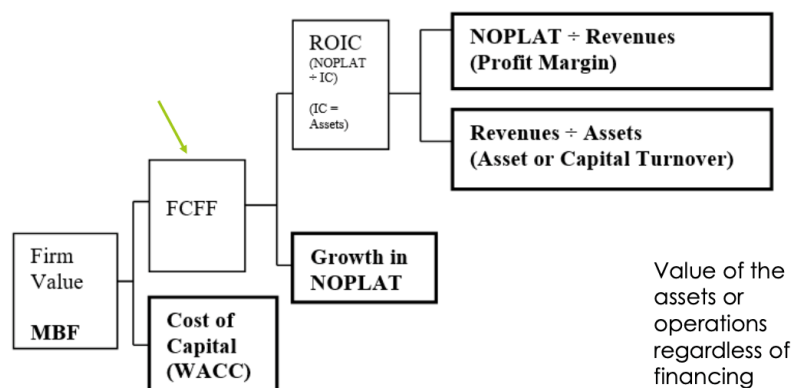
- Esta diferencia en los rendimientos entre ambos tipos de acciones no se puede explicar con el modelo CAPM, dado que las acciones estaban sujetas al mismo riesgo sistémico. Esto contradice la versión débil de la hipótesis de mercados eficientes
- Jegadeesh y Titman llevaron a cabo una investigación en 1993 en donde mostraban como la evidencia sugería la existencia de un efecto *momentum* en los precios de las acciones
 - Se mostró como movimientos en los precios de las acciones individuales en un periodo de seis a doce meses ayudaban a predecir movimientos futuros en la misma dirección, de modo que factores de análisis técnico si que
 - Las estrategias en donde se compraban acciones con rendimientos buenos en el pasado y en donde se vendían acciones con rendimientos malos en el pasado proporcionaban buenos rendimientos durante un periodo de 3 a 12 meses
 - Estos rendimientos no se pueden explicar mediante el CAPM, dado que el riesgo sistémico sigue siendo el mismo y ese

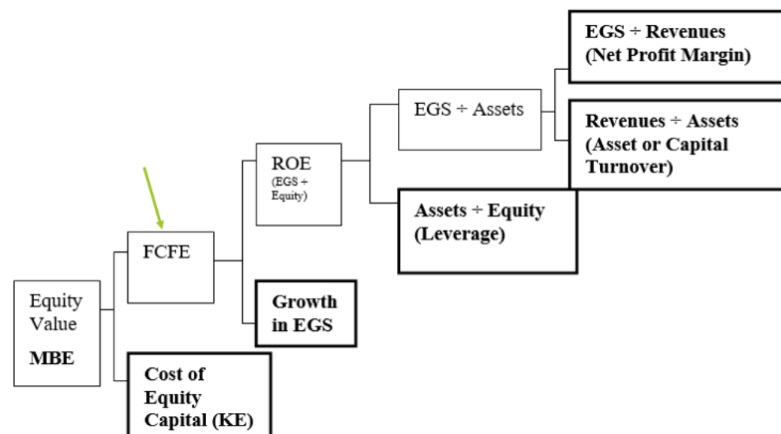
rendimiento anormal no proviene de este riesgo y contradice la versión débil de la hipótesis de mercados eficientes

- Varias investigaciones muestran como las acciones de empresas pequeñas han generado más rendimiento que las de empresas grandes, lo cual se conoce como efecto tamaño o *size effect*
 - De este modo, el precio de las acciones de empresas grandes es mayores a las de empresas pequeñas, y eso hace que estas últimas obtengan un mayor rendimiento
 - Esto ocurre, en parte, porque las acciones de empresas pequeñas tienen más exposición al riesgo sistémico, lo que hace que sus betas sean mayores a las de acciones de empresas grandes. No obstante, esto no causa toda la diferencia de rendimientos
 - Debido a que el tamaño de una compañía es información pública disponible, esto contradice la versión semifuerte de la hipótesis de mercados eficientes
- Varias investigaciones muestran como las acciones de compañías con una *book-to-market ratio* mayor han obtenido rendimientos menores a los de acciones con una menor, lo cual se conoce como efecto valor o *value effect*
 - Las acciones de compañías con una *book-to-market ratio* mayor se consideran empresas en crecimiento relativamente caras, mientras que las de compañías con una menor se consideran empresas de valor relativamente baratas. Por lo tanto, el precio de las *value companies* es menor al de las *growth companies*, haciendo que el rendimiento sea mayor para las primeras
 - El CAPM no puede explicar estos rendimientos porque ambos tipos de acciones tienen betas muy similares. Además, como el *book-to-market ratio* de las empresas es información pública disponible, esto contradice la versión semifuerte de la hipótesis de mercados eficientes
- Bell y Brown en su investigación de 1968 mostraron que los precios de las acciones de las empresas que anuncian beneficios mayores a los esperados continúan subiendo meses después del anuncio (y, al contrario)



- Este rendimiento no se puede explicar mediante el CAPM y, como los anuncios son públicos, esta información debería incorporarse en el precio en el momento del anuncio, y no durante los siguientes meses. Esto contradice la versión semifuerte de la hipótesis de mercados eficientes
- Además de anuncios relacionados con los beneficios, también se encuentran los mismos resultados para iniciaciones y omisiones de dividendos, para la recompra de acciones y para la emisión de nuevas acciones
- La anomalía de devengos contables o *accounting accruals* es una anomalía documentada por Sloan en 1986, basada en el efecto de estos en los beneficios netos (debido a las diferencias temporales) por ser más manipulables que los flujos de caja libres o *free cash flows*, que son el principal motor de valor y rendimiento a largo plazo
 - Los inversores tienden a exagerar con los beneficios contables basados en los devengos contables, mientras que subestiman las indicaciones sobre los flujos de caja, que son más fiables





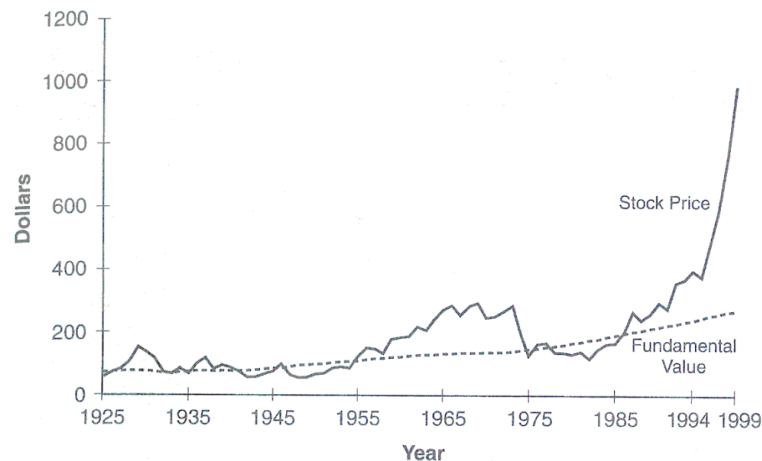
- A partir de como se representan los devengos, se puede ver que aumentos en los activos corrientes que no sean efectivo, reducciones en pasivos corrientes y deuda a corto plazo o una reducción en los gastos de amortización y depreciación causan un incremento en los beneficios contables pero una reducción en los flujos de caja libres

$$\text{Total Accruals} = \Delta CA - \Delta CL - \Delta \text{Cash} + \Delta \text{STDEBT} - D\&A$$

- Los estudios empíricos indican como empresas con grandes devengos tienen unos flujos de caja libres menores y tienden a tener sorpresas negativas en sus beneficios en el futuro (haciendo que sus acciones tengan un rendimiento inferior). Esto no se puede explicar con el CAPM y es una violación de la versión semifuerte de la hipótesis de mercados eficientes
- De este modo, un gestor se puede aprovechar de la anomalía comprando activos con devengos negativos y vendiendo aquellos con devengos positivos, de modo que se obtiene un rendimiento ajustado mayor
- Ritter, en su investigación de 2003, mostró evidencia empírica de como la reducción o el incremento de acciones en el mercado crea una anomalía en el precio debido a las fuerzas de oferta y demanda
 - Una recompra de acciones por parte de una empresa hace que se incrementen los beneficios por acción o *earnings per share* (EPS), reduciendo así los dividendos totales y haciendo que se aumente el EPS en el futuro, lo cuál aumenta la demanda. A la vez, se reduce la oferta, lo cuál crea una presión que incrementa el precio y hace que sea provechoso comprar este tipo de acciones. Una recompra también puede indicar que la acción está infravalorada, por lo que la indicación es consistente

- Un incremento de acciones tiene un efecto contrario al explicado anteriormente, por lo que es provechoso vender este tipo de acciones
 - Esta anomalía no puede ser explicada por el CAPM y viola la versión semifuerte de la hipótesis de mercados eficientes
- Finalmente, Lorie y Niederhoffer en su investigación de 1969, encontraron evidencia empírica de como el *insider trading* crea una anomalía en los mercados
 - El *insider trading* se puede diferenciar por motivo, de modo que se puede hacer por circunstancias personales o por percibir una mala valoración de los activos. Si un *insider* vende pequeñas cantidades de acciones, es poco probable que indique una mala valoración de los activos, pero si muchos *insiders* venden muchas acciones en un periodo de tiempo corto, esto puede indicar que la acción está sobrevalorada
 - El racional para la compra de acciones por parte de los *insiders* es mucho más claro que para la venta, dado que es poco probable que un *insider* compre acciones si estas están correctamente o sobrevaloradas. Por lo tanto, esta compra se puede utilizar para predecir la dirección del mercado de acciones, y a través de la compra de acciones que se compran por *insiders* y la venta de acciones que se vendan por *insiders*, se puede obtener un rendimiento ajustado más alto
 - Esta anomalía no se puede explicar a través del CAPM y viola la versión fuerte de la hipótesis de mercados eficientes
- Las investigaciones han demostrado que hay varios factores que pueden usarse para predecir el rendimiento medio de las acciones (más de 300), pero ninguno de ellos es la beta predicha por el modelo CAPM, lo cual pone en duda la hipótesis de mercados eficientes
 - Como se puede ver en las investigaciones, la prima de riesgo que predicen los modelos basados en el CAPM no corresponde con la prima de riesgo obtenida con la evidencia empírica
 - En una influyente investigación de Mehra y Prescott de 1985, los autores predicen que, para un coeficiente de aversión al riesgo y una covarianza entre los rendimientos y el crecimiento de consumo razonables, el CCAPM predice una prima de 1%-2%. No obstante, los datos muestran que esta es de 7%-8%

- Esta dificultad empírica se conoce como el puzle de la prima de riesgo o *equity premium puzzle*
- La investigación de Schiller de 1981 muestra como los precios de las acciones en el mercado son mucho más volátiles de lo que se puede justificar con el valor presente de los dividendos



- Esta dificultad empírica se conoce como la volatilidad excesiva o *excess volatility*
- Los defensores de la hipótesis de mercados eficientes proponen que, para poder solucionar los problemas, es necesario modificar el modelo de riesgo o identificar otras fricciones del mercado que puedan causar estas anomalías
 - El modelo de riesgo se puede modificar añadiendo más factores de riesgo sistémico al modelo CAPM, tal como hicieron Fama y French
 - La identificación de fricciones como asimetrías de la información, problemas entre los individuos y los arbitrajistas u otras puede dar una explicación de por qué no se cumple el modelo CAPM original

Las finanzas conductuales o *behavioural finance*

- La premisa de las finanzas conductuales o *behavioural finance* es que la teoría financiera convencional ignora la manera en que las personas toman las decisiones realmente
 - Muchos economistas actualmente interpretan la literatura sobre anomalías como consistentes con muchas irracionalidades que caracterizan el proceso de decisión humano

- Las irracionalidades se pueden clasificar en dos categorías principales: aquellas relacionadas con el procesamiento de información y aquellas relacionadas con sesgos sistemático
 - Aquellas relacionadas con el procesamiento de información se refieren a la incorrecta inferencia de distribuciones de probabilidad para los rendimientos futuros
 - Aquellas relacionadas con los sesgos sistemáticos se refieren a aquellos sesgos que, aunque con una distribución de probabilidad dada, hacen que se tomen decisiones inconsistentes o subóptimas
- Entendiendo el precio de un activo en $t = t^*$ como el valor presente de todos los flujos de efectivo futuros (su valor descontado) se puede entender mejor los sesgos de los inversores

$$P_{t^*} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{E(CF_t | I_{t^*})}{(1 + E(r_t))^t}$$

- En este caso, $E(CF_t | I_{t^*})$ representa las creencias de los inversores de los futuros flujos de efectivo, las cuales dependen de su información en un momento $t = t^*$. Debido a que se utiliza una esperanza condicionada, se asume que se da actualización bayesiana o *bayesian updating*
 - El factor de descuento refleja cuanta debe ser la compensación para los inversores según sus preferencias. Estas preferencias entran a través de $E(r_t)$, dado que la hipótesis de los mercados eficientes y los modelos como el CAPM asumen que se cumple la teoría de la utilidad esperada o *expected utility theory*, y el rendimiento esperado se deriva de estos modelos
 - La suposición de actualización bayesiana y de la teoría de la utilidad esperada implica que debe haber racionalidad
- Las creencias, por tanto, depende de una distribución de las probabilidades posteriores de un flujo de efectivo condicionadas a la información actual
 - Se supone que los inversores son homogéneos y que los inversores quieren predecir los flujos de efectivo del siguiente periodo
 - Estos tienen una distribución de probabilidades anterior sobre los flujos de efectivo en CF_{t+1} (derivada de como se distribuyen los flujos) y, a partir de la recolección de nueva información en $t =$

t^* , construyen una señal con CF_{t+1} y su error de predicción (que depende del grado de optimismo o pesimismo y de la calidad de la señal percibida por el inversor)

$$CF_{t+1} \sim N(\mu, \sigma_p^2) \quad \epsilon \sim N(\eta, \sigma_s^2) \rightarrow S = CF_{t+1} + \epsilon$$

$\epsilon = \text{forecast error}$ $\eta = \text{degree of optimism of investors}$

$\sigma_s^2 = \text{signal quality perceived by investors}$

- Como se asume actualización bayesiana, los inversores deben calcular la esperanza posterior:

$$E(CF_{t+1}|S) = \mu \left(\frac{1/\sigma_p^2}{1/\sigma_p^2 + 1/\sigma_s^2} \right) + S \left(\frac{1/\sigma_s^2}{1/\sigma_p^2 + 1/\sigma_s^2} \right)$$

- Si los inversores tienen expectativas racionales, entonces su optimismo o pesimismo no debería influir ($\eta = 0$) y deben entender correctamente la calidad de la señal ($\sigma_s^2 = \sigma_s^{2*}$). Los flujos de efectivo esperados, entonces, se descuentan acorde con algún $E(r)$ derivado de un modelo de utilidad esperada con tal de obtener el precio (el valor presente) del activo
- Los errores en el procesamiento de la información pueden causar que los inversores estimen de manera errónea las verdaderas probabilidades de eventos posibles o de sus rendimientos asociados. Los sesgos principales son el de representatividad, el de conservadurismo, ...
 - El sesgo de representatividad o *representativeness bias* se basa en que los inversores estiman las probabilidades acorde a la representatividad, de modo que infieren un patrón demasiado rápido según que tan similares son los eventos y asignan una probabilidad demasiado alta
 - La regla de la conjunción expresa que el producto de la probabilidad anterior $P(A)$ y de la probabilidad posterior $P(B|A)$ resulta en la probabilidad de que los dos eventos ocurran a la vez. Por lo tanto, debe darse que:

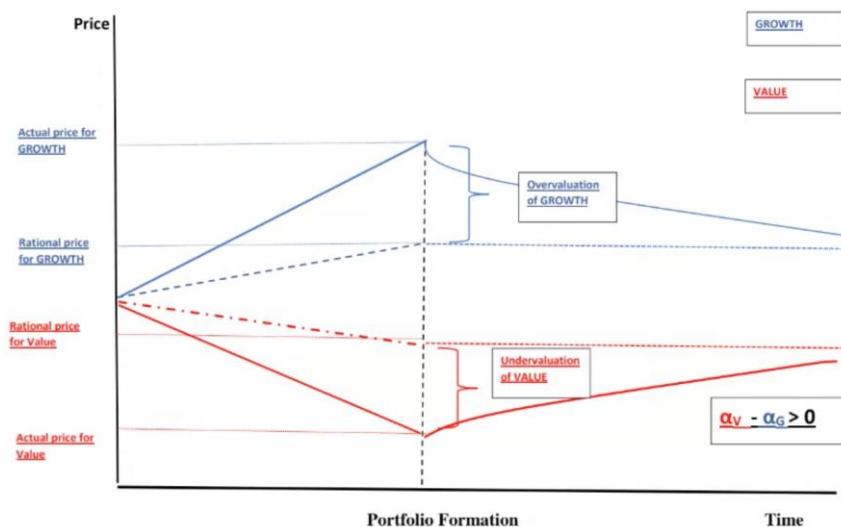
$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \quad \text{and} \quad P(A), P(B|A), P(A \cap B) \in [0,1]$$

$$\rightarrow P(A \cap B) \leq P(A) \quad \text{and} \quad P(A \cap B) \leq P(B|A)$$

- No obstante, las relaciones de similitud que se establecen entre las cosas no tienen porque seguir la regla de la conjunción, de modo que hace que esta se quebrante si se usa como criterio para la estimación de probabilidades y que provoque una reacción exagerada

$$P_{Rep}(A|B) > P(A|B) \text{ if } B \text{ is sufficiently rep. of } A$$

- Además, este sesgo causa es insensibilidad a los tipos de interés base y a la fiabilidad de la información
- El sesgo de representatividad puede explicar la *value premium* que se observa entre acciones de empresas con una *book-to-market ratio* baja y una alta (*value effect*). Esta explicación, no obstante, es basada en una ineficiencia del mercado (mala valoración en $t = t^*$) que se corrige con la corrección de las expectativas



- La explicación de la existencia de la *value premium* dada difiere con la que da el modelo de Fama y French, que interpreta la prima como una prima que refleja riesgo sistémico de fallida o *distress*
- La investigación de Lakoshinok, Shleifer y Vishny de 1994 se centraba en comprobar con evidencia empírica si esta prima podía ser explicada por el sesgo de representatividad, de modo que los inversores reaccionan exageradamente a la evolución reciente de las *growth companies* pensando que continuará en el futuro (se sobreestima la capacidad de generar beneficios de las *growth companies* y se infraestima la de las *value companies*)
- Los autores examinan tendencias de medidas de crecimiento medio de los beneficios, los *cash flows* y las ventas. Se estudia el comportamiento de las variables antes y después de la formación de carteras de cada tipo de empresas. De media, las *growth companies* tuvieron mejores rendimientos que las *value companies* antes de formar las carteras, aunque la diferencia fue más modesta después de la formación

	Panel 1		Panel 2	
	Glamour B/M_1	Value B/M_{10}	Glamour $C/P_1, GS_3$	Value $C/P_3, GS_1$
Panel B: Past Performance—Growth Rates and Past Returns				
$AEG_{(-5,0)}$	0.309	-0.274	0.142	0.082
$ACG_{(-5,0)}$	0.217	-0.013	0.210	0.078
$ASG_{(-5,0)}$	0.091	0.030	0.112	0.013
$RETURN_{(-3,0)}$	1.455	-0.119	1.390	0.225
Panel C: Future Performance				
$AEG_{(0,5)}$	0.050	0.436	0.089	0.086
$ACG_{(0,5)}$	0.127	0.070	0.112	0.052
$ASG_{(0,5)}$	0.062	0.020	0.100	0.037
$AEG_{(2,5)}$	0.070	0.215	0.084	0.147
$ACG_{(2,5)}$	0.086	0.111	0.095	0.088
$ASG_{(2,5)}$	0.059	0.023	0.082	0.038

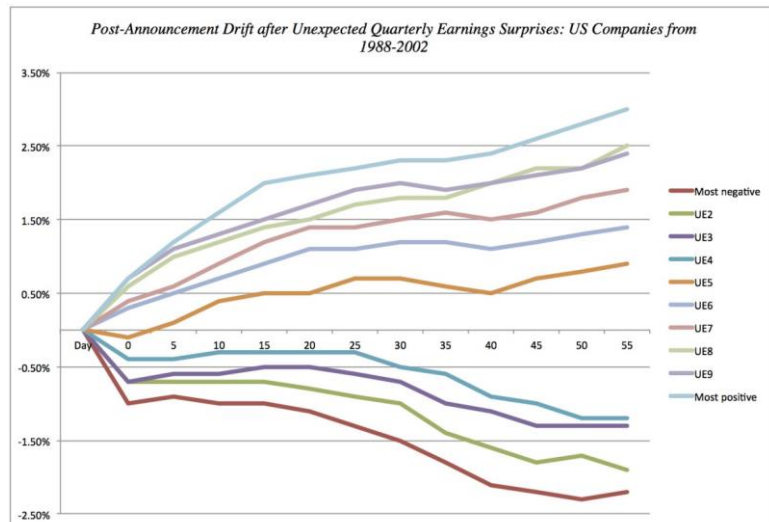
- Otro de los sesgos más importante es el de conservatismo, el cual se basa en que las expectativas de los inversores cambian muy lentamente con respecto a nueva información fiable (dado que conservan sus expectativas iniciales)
 - Si los inversores fueran racionales y actualizaran sus expectativas correctamente, estos tendrían que calcular el valor esperado con actualización Bayesiana

$$P(A|S) = \frac{P(S|A)P(A)}{P(S|A)P(A) + P(S|B)P(B) + \dots}$$

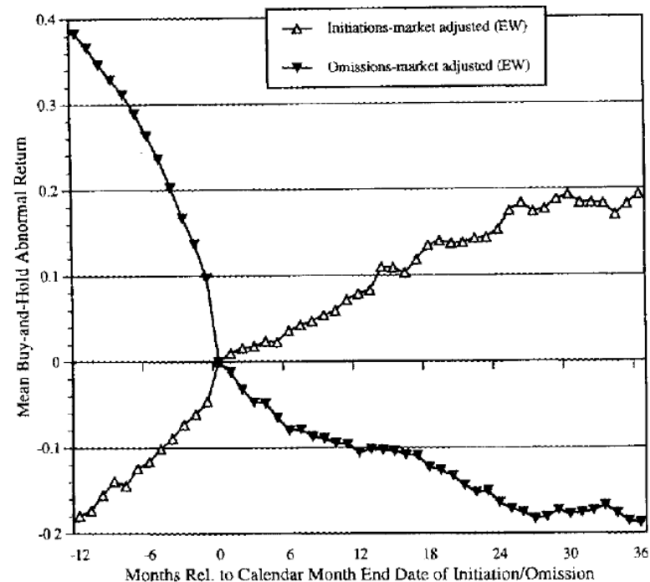
- No obstante, si las probabilidades que se calculan en un principio son menores que las que se obtienen mediante actualización bayesiana, entonces significa que los inversores reaccionan tardíamente a la nueva información

$$P(A|S) > P_{inv}(A|S)$$

- El sesgo de conservatismo puede explicar la reacción tardía después del anuncio de los beneficios de una empresa o con los cambios en la política de dividendos
 - Cada trimestre, las empresas anuncian los beneficios obtenidos, los cuales pueden estar por debajo o por encima de los esperados, y estos se pueden medir por los beneficios inesperados estandarizados o *standardized unexpected earnings* (SUE). Clasificando las compañías de Estados Unidos en diez grupos según sus SUE, se puede ver como el precio medio de sus acciones tiende gradualmente hacia su precio fundamental, lo cual permite ver que hay un comportamiento consistente con el conservatismo por parte de los inversores (los precios tendrían que actualizarse inmediatamente)

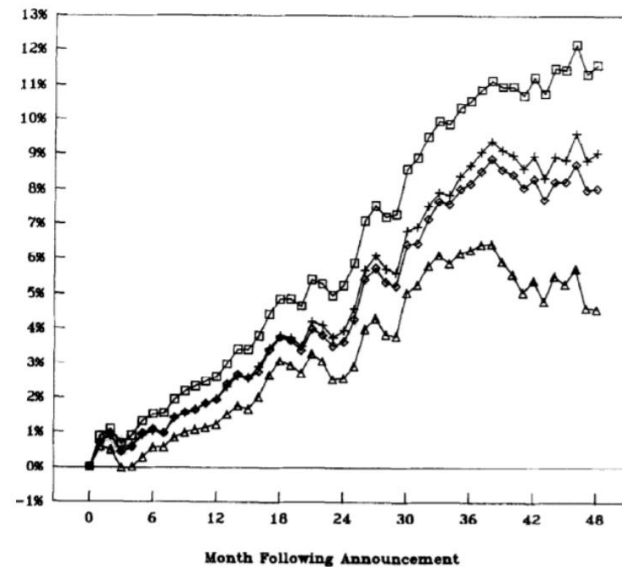


- Las compañías suelen pagar dividendos de manera discrecional, y periódicamente ajustan su política de dividendos (cuánto se paga). No obstante, estas políticas son rígidas porque existe un *trade-off* entre la sostenibilidad de esos dividendos en el futuro y la confianza de los inversores que estos generan. La evidencia empírica muestra que cuando se anuncia la iniciación o la omisión de los dividendos, los rendimientos de las acciones suben o bajan (respectivamente) gradualmente, lo cual puede evidenciar un sesgo de conservatismo al no actualizar el precio inmediatamente



- Las compañías ajustan su estructura de capital periódicamente. La evidencia empírica muestra como los CEOs y CFOs de las empresas recompran sus acciones solo cuando perciben que estas están infravaloradas, evidenciando un 3,54% de incremento medio en los precios después del anuncio de la recompra. No obstante, también se muestra como el precio sigue

incrementando los años posteriores, lo cual puede evidenciar un sesgo de conservatismo al no actualizar el precio inmediatamente



- Como se puede ver, los inversores reaccionan tardíamente a la información confiable (publicada por las mismas empresas) porque no responden de una manera bayesiana. Esto implica que hay una ineficiencia del mercado porque los precios se ajustan con un retraso, lo cual contradice la hipótesis de mercados eficientes
- El sesgo de representatividad y el de conservatismo implican que los inversores reaccionan de manera exagerada y de manera tardía, los cuales son sesgos contrarios por naturaleza. Una de las cuestiones más importantes es saber como se puede predecir este comportamiento con tal de explotar estos sesgos al comerciar con acciones
 - Griffin y Tversky expresan que las personas tienen más en cuenta la fuerza de la evidencia o de la señal que no el peso de esta
 - La fuerza de una señal se puede entender como cual es proporción del total de observaciones de la muestra que apoyan un evento A , que formalmente se expresa como la diferencia entre las observaciones de cada tipo entre el total de observaciones

$$Strenght = \frac{Obs. supp. A - obs. supp. others}{Total observations}$$

- El peso de la señal, en cambio, se puede entender como el número de observaciones totales

$$Weight = Total observations$$

- La regla de Bayes predice que la fuerza y el peso deberían afectar a las expectativas de manera igual
- Griffin y Tversky mostraron con evidencia empírica que la sensibilidad de las personas respecto a la fuerza de una señal es el doble que con respecto a su peso
 - Ambos autores propusieron una heurística de la prominencia o *salience heuristic*, la cual explica la evidencia contradictoria de sesgo de representatividad en algunos casos y de conservatismo en otros
 - Según la heurística, información de mucha fuerza, pero poco peso causará un sesgo de representatividad (reacción exagerada), mientras que información de poca fuerza, pero mucho peso causará un sesgo de conservatismo (reacción tardía)
- Esta heurística se puede ejemplificar con las anomalías encontradas en la evidencia empírica
 - El *value effect* se produce por información de mucha fuerza (los rendimientos de las *growth companies* son mayores a los de las *value companies*) pero poco peso (porque este rendimiento superior se revierte hacia la media), lo cual causa que los precios sean mayores para las *growth companies* que para las *value companies* (haciendo que el rendimiento de estas últimas sea mayor)
 - Los anuncios de recompra, de políticas de dividendos o de beneficios son eventos singulares que tienen poca fuerza, pero tienen mucho peso debido a que proporcionan una señal precisa sobre los fundamentales, lo cual causa que haya reacción tardía y que los precios no se ajusten inmediatamente
- Debido a que existen sesgos que provocan comportamientos irracionales en los inversores, la teoría de la utilidad esperada se pone en duda, por lo que se proponen teorías alternativas como la teoría prospectiva o *prospective theory*
 - La teoría de la utilidad esperada o *expected utility theory* (EUT) expresa que los inversores o los agentes económicos racionales valoran y toman decisiones sobre eventos inciertos a partir de la utilidad de la riqueza que se espera en cada escenario

$$E[U(W + x)] = \sum_{i=-m}^n p_i U(W + x_i) \text{ or } \int_{-\infty}^{\infty} U(W + x) f(x) dx$$

$W = \text{wealth}$ $x = \text{variation of wealth}$ $f(x) = \text{d.p.f. of } x$

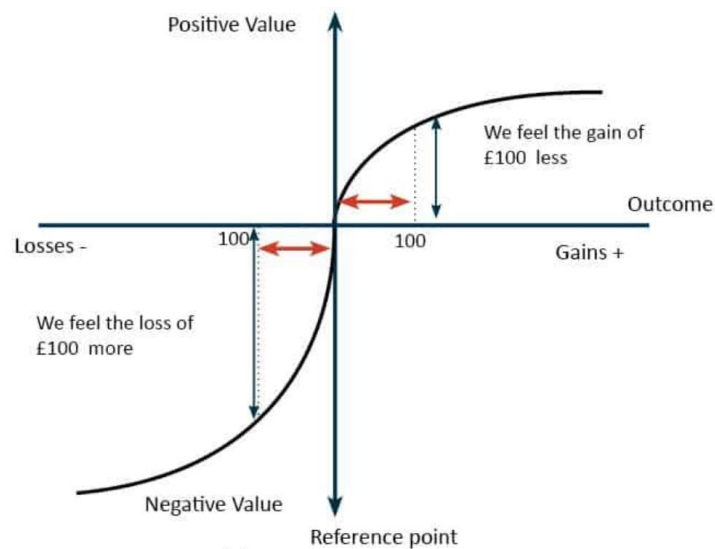
- En esta teoría, el inversor o agente escogerá la lotería que mayor utilidad esperada aporte
 - Las teorías como el CAPM predicen que la prima de riesgo de los activos de capital se determina por preferencias racionales acordes con la EUT
- No obstante, la evidencia empírica muestra como las personas intentan evitar el riesgo cuando se ponderan ganancias e intentan buscar el riesgo cuando se ponderan pérdidas, lo cual se conoce como efecto de reflexión o *reflection effect*
- Esto significa que la actitud al riesgo de los inversores no es siempre la misma, sino que depende de qué dominio se esté ponderando (ganancias o pérdidas)
 - Según la EUT, un inversor debería ser indiferente entre dos loterías que aportaran la misma utilidad esperada (sin importar qué dominio se pondere)
- Este tipo de violaciones llevaron al desarrollo de teorías conductuales sobre las preferencias hacia el riesgo, tales como la teoría prospectiva o *prospect theory* (PT) desarrollada por Kahneman y Tversky en 1979, la cual expresa que los agentes solo tienen en cuenta los cambios en relación a un punto de referencia (la riqueza actual) y que estos dan mayor peso a las pérdidas que a las ganancias

$$E[U(W + x)] = \sum_{i=-m}^n p_i v(x_i) \quad \text{or} \quad \int_{-\infty}^{\infty} v(x_i) f(x) dx$$

$$v(x_i) = \begin{cases} x^\alpha & \text{if } x > 0 \\ -\lambda |x|^\alpha & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad \text{where } \alpha < 1 \text{ and } \lambda > 1$$

$W = \text{wealth}$ $x = \text{variation of wealth}$ $f(x) = \text{d.p.f. of } x$

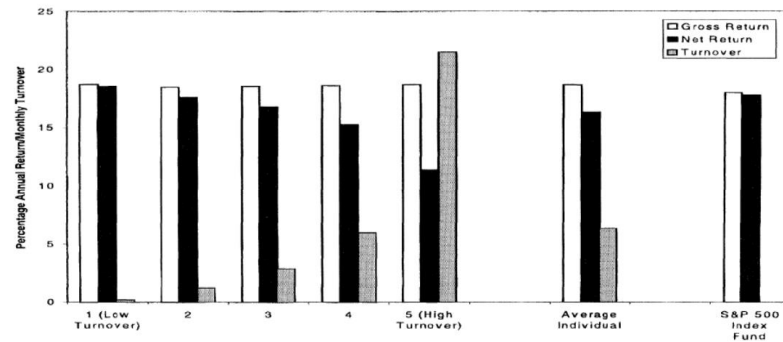
- Como se puede ver en la definición de la función de valor propuesta, la pendiente es más empinada para las pérdidas, lo cual hace que la utilidad decrezca más rápido para pérdidas de riqueza



- Si los inversores valoran los activos acorde a la teoría prospectiva, las primas de riesgo del capital deberían reflejar la aversión a las pérdidas
 - Esto, por tanto, muestra que la teoría podría explicar como se da primas de riesgo más altas que las predichas por el CAPM, que se basa en la EUT
 - Además, en el aspecto transversal, la teoría prospectiva predice que las acciones de empresas con mayores probabilidades de pérdida tendrán mayores rendimientos esperados (mayores primas de riesgo debido a la aversión a las pérdidas)

Los límites del arbitraje

- Aunque los mercados sean eficientes y el CAPM se mantenga en los mercados, puede ser que las suposiciones de este modelo sean muy estrictas, dado que en los mercados del mundo real existen las fricciones y los costes de transacción
 - La evidencia empírica muestra que los rendimientos anormales pueden predecirse, por lo que la gestión activa de una cartera debería ser beneficiosa para los inversores. No obstante, la evidencia empírica muestra que no siempre es así
 - Barber y Odean, en su investigación del 2000, analizaron el rendimiento de los inversores individuales condicionados a la frecuencia con la que comercian en el mercado (una medida de gestión activa de cartera), y la evidencia empírica mostró como los inversores obtienen un rendimiento menor al de una estrategia pasiva y como aquellos que comerciaban más obtenían un menor rendimiento. Esto permite ver como la gestión activa no es muy beneficiosa para inversores individuales



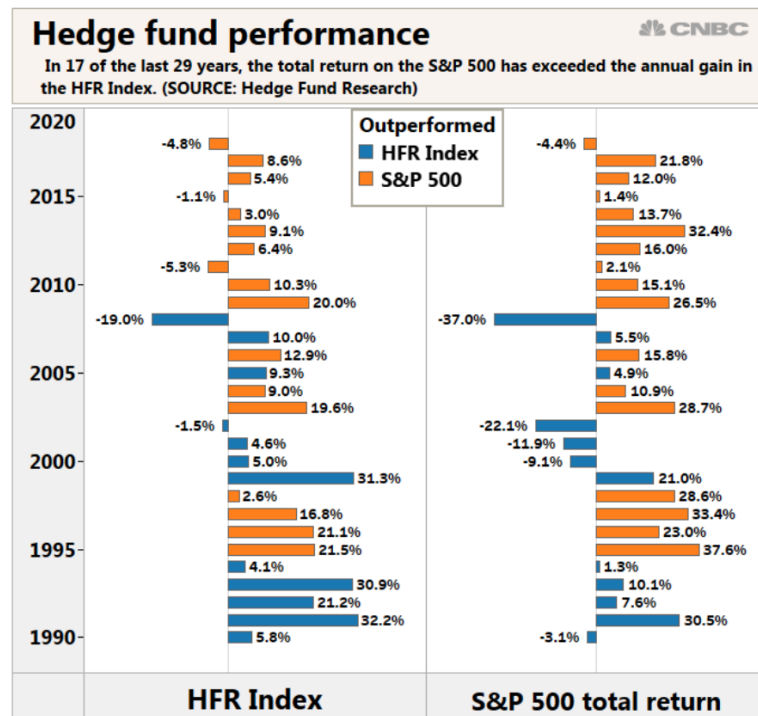
- Los rendimientos obtenidos por los *mutual funds* se distribuyen de manera normal entorno a una media nula, y se puede ver como la evidencia muestra que el rendimiento obtenido por los fondos en el pasado no es buen indicador de su rendimiento futuro y que el rendimiento medio de estos puede ser menor que el que se obtendría con una gestión pasiva

Table VII
Subsequent 1980 to 1990 Performance of Top Twenty Mutual Funds From the 1970 to 1980 Period

This table shows the returns earned during the 1980s on the 20 mutual funds with the best returns during the 1970s.

	1970-1980		1980-1990	
	Rank	Average Annual Return (%)	Rank	Average Annual Return (%)
1. Twentieth Century Growth	1	27.12	151	11.24
2. Templeton Growth	2	22.34	101	12.68
3. Quasar Associates	3	20.56	161	10.99
4. 44 Wall Street	4	20.13	260	-16.83
5. Pioneer II	5	20.12	112	12.49
6. Twentieth Century Select	6	19.95	17	15.78
7. Security Ultra	7	19.74	249	2.22
8. Mutual Shares Corp.	8	19.52	29	15.23
9. Charter Fund	9	19.50	97	12.78
10. Magellan Fund	10	18.87	1	21.27
11. Over-the-counter	11	18.13	210	9.24
12. Amer. Cap. Growth	12	18.11	243	4.90
13. Amer. Cap. Venture	13	17.97	136	11.75
14. Putnam Voyager	14	17.41	65	13.88
15. Janus Fund	15	17.29	18	15.74
16. Weingarten Equity	16	17.28	30	15.21
17. Hartwell Leverage Fund	17	16.92	222	8.44
18. Pace Fund	18	16.82	50	14.53
19. Acorn Fund	19	16.50	147	11.36
20. Stein Roe Special Fund	20	15.75	48	14.54
Average of 20 funds		19.01		10.87
Overall fund average		9.74		11.56
S&P 500		8.45		13.87
No. of funds with 10-year record		211		260

- Según la evidencia empírica, los *hedge funds* no siempre obtienen un mayor rendimiento que los índices, indicando que la gestión pasiva podría ser mejor que la activa en *hedge funds*

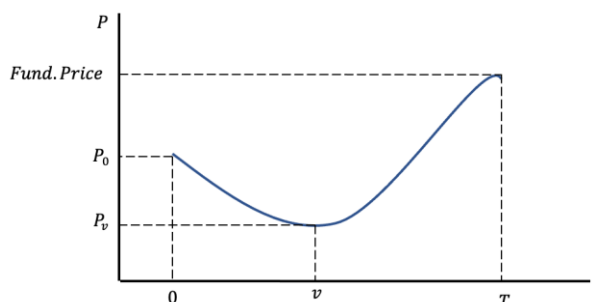


- Aunque parece que algunos inversores (individuales e institucionales) obtienen mayores rendimientos que el mercado de manera constante, es difícil obtener un rendimiento anormal para la mayoría de inversores
 - Aún pareciendo que los rendimientos anormales se pueden predecir *ex post*, la evidencia empírica muestra que es difícil explotar esta predictibilidad *ex ante*
 - Estas dificultades en la explotación de la predictibilidad se llaman límites del arbitraje
- El arbitraje se define como la compra y venta simultánea de activos idénticos o esencialmente similares por precios diferentes ventajosos, de modo que se obtienen beneficios sin riesgo. La cuestión está en si este tipo de estrategias se pueden implementar en los mercados realmente, dado que existen una serie de problemas que limitan el arbitraje
 - Uno de los problemas es el riesgo fundamental, el cual nace del hecho de que los sustitutos perfectos no existen, por lo que no es posible replicar exactamente los *cash flows* de un activo usando otros activos
 - Esto implica que hay riesgo específico de la empresa que no se elimina en la estrategia de arbitraje, lo cual hace que los precios puedan converger a un mismo precio con cierta probabilidad (eliminando los beneficios del arbitraje)

$$E(CF_t) = \sum_{i=1}^N Q_i \alpha_i + \sum_{i=1}^N Q_i \varepsilon_i > 0$$

- Los arbitrajistas son inversores adversos al riesgo, de modo que, si hay riesgo involucrado en la estrategia, la capacidad de estos para hacer que el precio vuelva a ser el precio fundamental será limitada
- Otro riesgo es el riesgo de convergencia o *noise trader risk*, el cual proviene del hecho de que la valoración incorrecta de un activo puede empeorar antes de desaparecer
 - Los inversores pueden querer comprar activos sobrevalorados al ser irracionales o estar desinformados, lo cual crea más demanda y un aumento del precio que hace que se cree una burbuja
 - Esto causa que los arbitrajistas sufran pérdidas al vender en corto un activo que sube de precio cada vez más, dado que tendrán que recomprar las acciones a un precio mayor y eso causa pérdidas si el activo comprado no incrementa su precio también
 - Estas pérdidas se amplifican más con el uso de apalancamiento y por el margen de la cuenta, y normalmente los arbitrajistas no pueden absorber las pérdidas
- Los arbitrajistas podrían elegir comprar en margen para aprovecharse de una valoración incorrecta, pero el arbitraje con apalancamiento es costoso (costes del apalancamiento)
 - No se puede pedir un préstamo del 100% del capital requerido, de modo que es necesario una cantidad mínima. Además, mientras más arriesgada sea la acción, mayores serán los requerimientos de margen
 - Los préstamos concedidos, además, generan intereses que tendrán que ser repagados, y se tiene que mantener un nivel de margen mínimo para no cerrar la posición automáticamente
- Aunque la estrategia de arbitraje sea teóricamente beneficiosa, la implementación de esta estrategia conlleva costes de implementación, tales como los costes de transacción o los de la venta en corto
 - Existen costes de transacción tales como comisiones, el *bid-ask spread* o el impacto en el precio (al implementar la estrategia) que pueden hacer la oportunidad de arbitraje menos atractiva

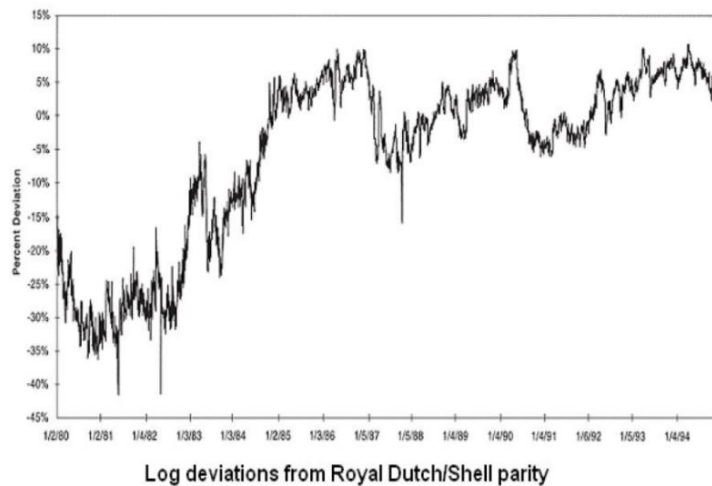
- Los costes derivados de la venta en corto (como las comisiones, las *margin calls*, intereses, etc.) son los más importantes, dado que es un requerimiento para implementar este tipo de estrategias. Además, existen algunos inversores que tienen prohibido hacerla por ley (tales como los fondos mutuos o los fondos de pensiones)
- Los arbitrajistas en realidad suelen ser los gestores de fondos de inversión, los cuales gestionan el dinero de otros inversores. La separación entre la propiedad y la gestión de ese capital crea problemas de agencia que limitan el arbitraje
 - Debido al riesgo de convergencia existente en las estrategias de arbitraje, estas pueden producir pérdidas en el corto plazo (dado que las acciones pueden estar valoradas de manera incorrecta durante mucho tiempo)
 - Como los rendimientos se publican de manera trimestral, los inversores desinformados tendrán incentivos a retirar su dinero del fondo (debido a los rendimientos negativos) cuando los rendimientos aún son negativos, lo cual hace que se liquide prematuramente a precios muy bajos y que se obtengan rendimientos aún peores



- A su vez, esto hace que los fondos reduzcan su tamaño y que sea contraproducente para el gestor, lo cual provoca que este no quiera ser tan agresivo en las oportunidades de arbitrajes por muy rentables que sean (con tal de no perder rentas) y que estén perduren aún más
- Si los arbitrajistas no tienen una referencia sobre el precio fundamental de un activo, la implementación de estrategias de arbitraje puede causar arbitraje desestabilizador o *destabilizing arbitrage*
 - Las estrategias de arbitraje se basan en que los inversores racionales comercian contra los activos incorrectamente valorados, lo cual supone que estos tienen un ancla o *anchor*, que es un precio de referencia con el cual se puede ver si hay una

valoración relativamente incorrecta y con el que los arbitrajistas pueden saber si su *timing* ha sido bueno o malo (para aprovechar la oportunidad)

- Si una estrategia no tiene ancla o *anchor*, entonces no se puede evaluar el *timing* de la estrategia en relación a otros arbitrajistas, lo que hace que, si hay muchos arbitrajistas en el mercado que siguen estrategias así, la implementación de estas estrategias puede desestabilizar el precio en los mercados por una reacción exagerada (no se sabe cuando se ha llegado al precio fundamental)
- Varias investigaciones y la evidencia empírica de los mercados permiten ejemplificar los límites del arbitraje previamente expuestos
 - La inclusión de una acción en un índice es un ejemplo sobre la existencia del riesgo fundamental
 - Cuando una acción se incluye en un índice, esta acción sube de precio sin haberse producido ningún cambio en los factores fundamentales, lo cual hace que exista una oportunidad de arbitraje
 - Wurgler y Zhuravskaya, en su investigación de 2002, muestran como las acciones no suelen tener un sustituto cercano con el que poder llevar a cabo la estrategia de arbitraje (el 75% de la volatilidad de los rendimientos no se puede cubrir) y las acciones con riesgo de arbitraje experimentan un mayor incremento en el precio una vez incluidas en el índice (lo cual provoca mayores pérdidas para los arbitrajistas)
 - Un ejemplo de riesgo de convergencia es el comportamiento de acciones gemelas o *twin shares*, las cuales son acciones iguales que cotizan en bolsas diferentes

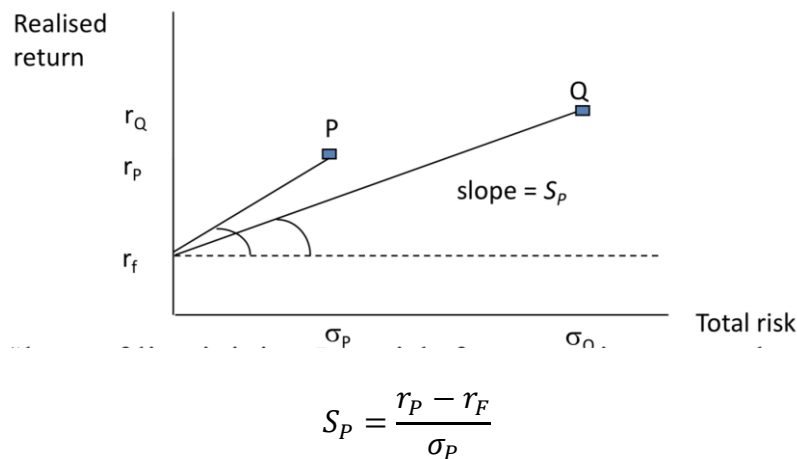


- La evidencia empírica muestra como acciones iguales cotizan a diferentes precios cuando estos deberían ser los mismos (al cambio) por la ley de precio único, de modo que existe una oportunidad de arbitraje y no hay riesgo fundamental
- No obstante, la diferencia de precios se mantiene a lo largo del tiempo, lo cual haría que los arbitrajistas tuvieran pérdidas al realizar la estrategia de arbitraje y muestra como el *noise trader risk* es significativo
- Las restricciones de ventas en corto se pueden apreciar con casos como los de la empresa “3com”
 - En 2003, la empresa “3com” organizó una IPO del 5% de su subsidiaria “Palm”, reteniendo el 95% de la propiedad y distribuyendo 1,5 acciones de “Palm” a cada inversor con una acción de “3com”. Por lo tanto, el precio de cada acción de “3com” debería ser 1,5 veces el precio de las acciones de “Palm” (al repartirse esa cantidad de acciones por cada acción de “3com”)
 - No obstante, el esto no se cumplió y el precio de las acciones no respetaron la ley de precio único, lo cual hizo que existiera una oportunidad de arbitraje. Pero esta no se llegó a aprovechar debido a que, según la investigación de Lamont y Thaler de 2003, los costes de implementación de la estrategia eran tan altos que la demanda fue excesiva y no se pudo aprovechar

La evaluación del rendimiento de una cartera

- Aunque la predictibilidad de las alfas es difícil de explotar, una suma muy grande de dinero se gestiona de manera activa en el sector de la gestión delegada

- Por lo tanto, la asignación eficiente del capital dependerá de la calidad de los gestores profesionales y de la habilidad de los mercados financieros en identificar y dirigir el capital a las inversiones más beneficiosas
 - Si los mercados de capitales son relativamente eficientes, los inversores deberían ser capaces de medir el rendimiento de los gestores de activos
- Para poder evaluar el rendimiento de las carteras delegadas, se pueden enfocar diferentes aspectos y usar diferentes medidas
 - Se pueden usar medidas convencionales, se puede evaluar el estilo de inversión, el *market timing*, etc.
 - Las medidas tendrían que ser netas de comisiones y tarifas, y ajustadas por el riesgo (para poder comparar el riesgo en las carteras)
- Las medidas más convencionales de evaluación de rendimiento de carteras consisten en medidas como tasas de rendimiento (medias, ajustadas al tiempo, al dólar, etc.) y de medidas de rendimiento ajustadas al riesgo
 - La *Sharpe ratio* es una medida del rendimiento ajustada al riesgo, la cual mide el exceso de rendimiento obtenido por cada unidad de riesgo (volatilidad total) que se asume en la cartera



- Mientras mayor sea la medida, más alto es el exceso de rendimiento por cada unidad de riesgo (de volatilidad total de la cartera), por lo que los inversores con preferencias de media y varianza preferirán una *Sharpe ratio* más alta y buscarán maximizarla

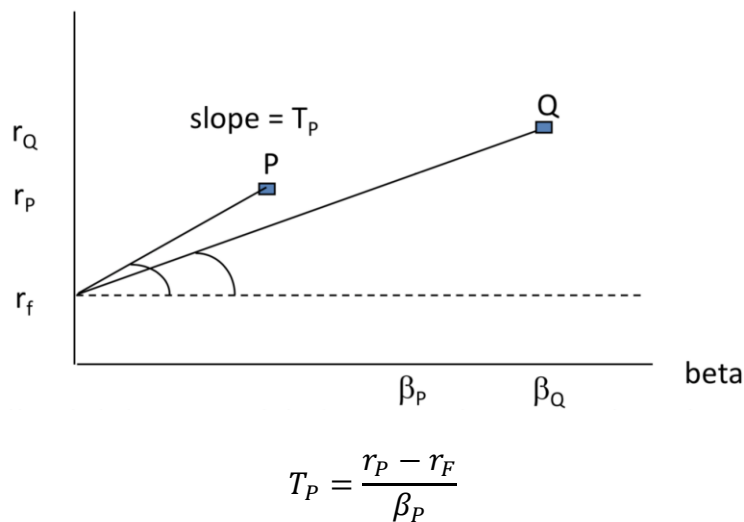
- A través del CAPM, se puede relacionar la alfa de una cartera con la *Sharpe ratio* de la cartera y se puede comparar la mejora comparada con una cartera de índice

$$S_P = \frac{E(r_P) - r_F}{\sigma_P} = \frac{\alpha_P}{\sigma_P} + \frac{\beta_P[E(r_M) - r_f]}{\sigma_P} = \frac{\alpha_P}{\sigma_P} + \rho S_M$$

$\rho = \text{correlation between } r_M \text{ and } r_P$

$$\text{Improvement: } S_P - S_M = \frac{\alpha_P}{\sigma_P} - (1 - \rho)S_M$$

- La *Treynor ratio* es una medida del rendimiento ajustada al riesgo, la cual mide el exceso de rendimiento obtenido por cada unidad de riesgo sistémico (beta) que se asume en la cartera

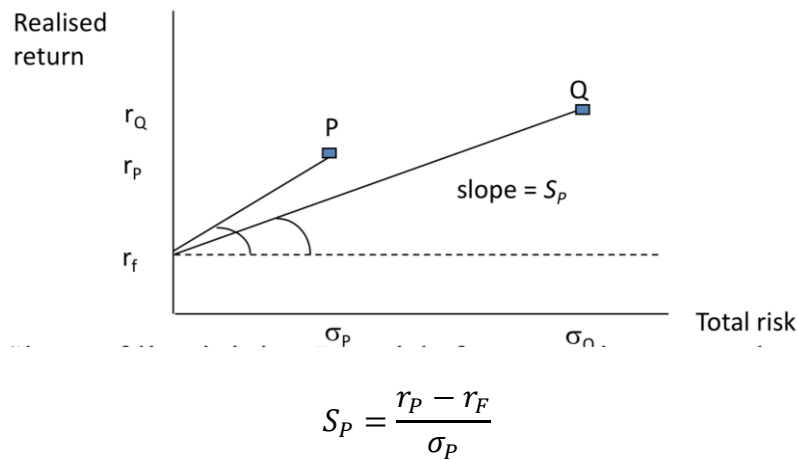


- Mientras mayor sea la medida, más alto es el exceso de rendimiento por cada unidad de riesgo sistémico (de beta de la cartera), por lo que los inversores con preferencias de media y varianza preferirán una *Treynor ratio* más alta
- A través del CAPM, se puede relacionar la alfa de una cartera con la *Treynor ratio* de la cartera y se puede comparar la mejora comparada con una cartera de índice

$$T_P = \frac{E(r_P) - r_F}{\beta_P} = \frac{\alpha_P}{\beta_P} + \frac{\beta_P[E(r_M) - r_f]}{\beta_P} = \frac{\alpha_P}{\beta_P} + T_M$$

$$\text{Improvement: } T_P - T_M = \frac{\alpha_P}{\beta_P}$$

- La *Sharpe ratio* es una medida del rendimiento ajustada al riesgo, la cual mide el exceso de rendimiento obtenido por cada unidad de riesgo (volatilidad total) que se asume en la cartera



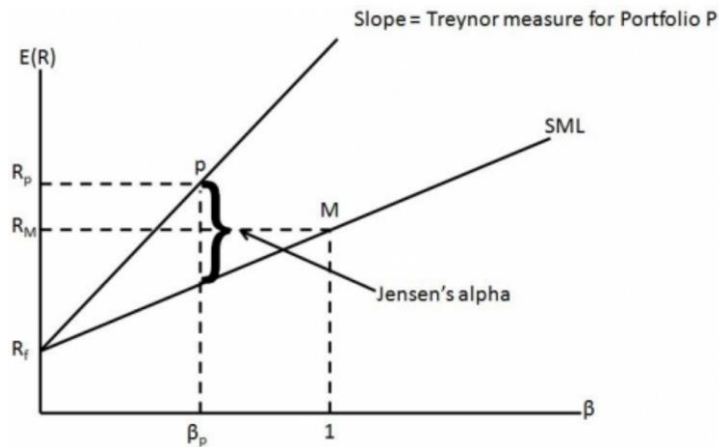
- Mientras mayor sea la medida, más alto es el exceso de rendimiento por cada unidad de riesgo (de volatilidad total de la cartera), por lo que los inversores con preferencias de media y varianza preferirán una *Sharpe ratio* más alta y buscarán maximizarla
- A través del CAPM, se puede relacionar la alfa de una cartera con la *Sharpe ratio* de la cartera y se puede comparar la mejora comparada con una cartera de índice

$$S_P = \frac{E(r_P) - r_F}{\sigma_P} = \frac{\alpha_P}{\sigma_P} + \frac{\beta_P[E(r_M) - r_f]}{\sigma_P} = \frac{\alpha_P}{\sigma_P} + \rho S_M$$

$$\rho = \text{correlation between } r_M \text{ and } r_P$$

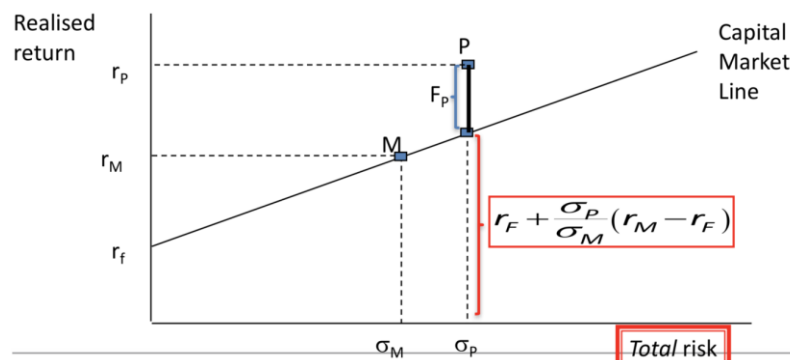
$$\text{Improvement: } S_P - S_M = \frac{\alpha_P}{\sigma_P} - (1 - \rho)S_M$$

- La alfa de Jensen es el rendimiento de una cartera comparado con el rendimiento predicho por el CAPM (la α_P del modelo), de modo que mide qué tan bien se puede identificar activos incorrectamente valorados



$$J_P = r_P - r_P^{CAPM} = r_P - r_f - \beta_P[r_M - r_f] = \alpha_P$$

- La alfa de Jensen permite saber el rendimiento anormal de una cartera comparado con el predicho por el CAPM, por lo que se pueden comparar carteras y se prefiere aquella con una mayor alfa
 - La alfa de Jensen compara el rendimiento de una cartera con el de una referencia ajustada al riesgo sistemático de la cartera (al utilizar β_P), por lo que es la diferencia entre el rendimiento de una cartera con una beta β_P y el de su equivalente en la SML
 - No obstante, una cartera puede tener una mayor alfa, pero a la vez conllevar mucho más riesgo
- La alfa de Fama es el rendimiento de una cartera comparado con el rendimiento que se obtiene de la cartera de mercado teniendo en cuenta la volatilidad total de la cartera relativa a la de mercado



$$F_P = r_P - r_f - \frac{\sigma_P}{\sigma_M}[r_M - r_f]$$

- La alfa de Fama permite saber el rendimiento anormal de una cartera comparado con el que se obtendría de la cartera de

mercado teniendo en cuenta la volatilidad total de la cartera relativa a la de mercado, por lo que se pueden comparar carteras y se prefiere aquella con una mayor alfa

- La alfa de Fama compara el rendimiento de una cartera con el de una referencia ajustada al riesgo total relativo de la cartera (al utilizar σ_P/σ_M), por lo que es la diferencia entre el rendimiento de una cartera con una volatilidad σ_P y el de su equivalente en la CML
- No obstante, una cartera puede tener una mayor alfa, pero a la vez conllevar mucho más riesgo relativo
- La razón de información o *information ratio* es una medida que permite medir el rendimiento anormal de una cartera por la unidad de riesgo que puede diversificarse (el riesgo específico) con la cartera de mercado

$$A_P = \frac{J_P}{\sigma_{\varepsilon_P}} = \frac{\alpha_P}{\sigma_{\varepsilon_P}}$$

- Se utiliza la alfa de Jensen porque se asume la existencia de la cartera de mercado del CAPM, de modo que se mide el alfa relativa a una referencia por la unidad de riesgo idiosincrático
- El numerador se puede interpretar como el beneficio de seleccionar activos particulares, mientras que el denominador se puede interpretar como el coste de no tener la cartera de mercado (bien diversificada)

Los instrumentos de deuda y los bonos

- Un instrumento de deuda o *debt security* es un reclamo de un flujo de ingresos periódicos especificado
 - Este tipo de instrumentos se suelen llamar instrumentos de renta fija o *fixed income securities* porque prometen un flujo de ingresos fijos o un flujo determinado por una fórmula específica
 - Debido a que los flujos de efectivo serán siempre los mismos o estarán determinados por una fórmula, la incertidumbre en los flujos es mínima mientras el deudor sea lo suficientemente solvente
 - El instrumento de deuda más básico es el bono o *bond*, por lo que es el más importante de analizar

- No obstante, existen más tipos de instrumentos de deuda como el *credit default swap*
 - Un bono o *bond* es un instrumento que se emite de manera conecta con un acuerdo de préstamo o de deuda. Existen varios tipos de bonos con diferentes características
 - El deudor emite (o vende) el bono al acreedor por una cantidad de dinero, y, como parte del acuerdo de préstamo, el emisor tiene que pagar cantidades específicas de dinero en momentos específicos. Cuando se llega a una fecha determinada, el bono vence y el deudor tiene que repagar el valor nominal del bono al acreedor
 - Los pagos que realiza el emisor se llaman pagos de cupones o *coupon payments*, el cual se puede interpretar como el pago de los intereses del préstamo realizado
 - La fecha en la que el bono vence se llama fecha de vencimiento o *maturity date*, y la duración o *maturity* de un bono se refiere al tiempo de vida útil del bono (desde que se compra hasta la fecha de vencimiento especificada)
 - El valor nominal o *face value* (también llamado *par value*) es la cantidad que el emisor tiene que pagar al acreedor
 - La tasa del cupón o *coupon rate* se puede interpretar como el tipo de interés anual del préstamo, y se define como la proporción de dinero anual que se paga en concepto de cupones al acreedor en relación al valor nominal del bono
- $$Coupon\ rate = \frac{Annual\ coupon\ payments}{Par\ Value}$$
- La tasa del cupón, el valor nominal y la fecha de vencimiento se especifican en el contrato del bono o *bond indenture*, que es un contrato bilateral entre el emisor y el acreedor
 - Normalmente, los bonos se pueden comparar en muchas plataformas y en muchos mercados, en donde se enseñan las características principales de estos

U.S. Treasury Quotes					
MATURITY	COUPON	BID	ASKED	CHANGE	ASKED YIELD (%)
May 15 18	1.000	100.3984	100.4141	-0.0859	0.791
May 15 19	0.875	99.8125	99.8281	-0.0859	0.933
Feb 15 21	7.875	130.5781	130.5938	-0.2656	1.225
Aug 15 25	6.875	144.4141	144.4297	-0.5391	1.670
Aug 15 25	2.000	102.2813	102.2969	-0.3438	1.730
May 15 30	6.250	152.3984	152.4609	-0.7969	1.950
Nov 15 41	3.125	111.7891	111.8203	-0.8750	2.496
May 15 46	2.500	97.9922	98.0234	-0.9063	2.595

- El apartado de *coupon* muestra la tasa del cupón en puntos porcentuales (tasa anual)
- El *bid price* y el *ask price* del bono se expresan en porcentaje sobre el valor nominal o *par value* del bono, de modo que es más fácil comparar bonos con diferente denominación

$$\text{Bid price} = \frac{\text{Bond bid price}}{\text{Par Value}} \quad \text{Ask price} = \frac{\text{Bond ask price}}{\text{Par Value}}$$

- El rendimiento demandado hasta el vencimiento o *asked yield to maturity* muestra el rendimiento medio del bono que un inversor que compra al *ask price* obtendría si se mantiene el bono hasta su vencimiento
- Si un bono se compra entre pagos de cupones, el comprador no solo tiene que pagarle al vendedor el precio cotizado del bono, sino también el interés acumulado o *accrued interest*, definido como la parte prorrateada del próximo pago de cupones (el pago de cupón proporcional a los días que el vendedor ha esperado para el próximo pago). El precio final,

$$\text{Accrued interest} = \frac{\text{Annual coupon paym.}}{n^{\circ} \text{ of paym. a year}} \frac{\text{Days since last paym.}}{\text{Days sep. coupon paym.}}$$

- Las letras del tesoro son bonos emitidos por los gobiernos que tienen una duración de entre 1 y 10 años, y los bonos del tesoro son lo mismo, pero con una duración de entre 10 y 30 años. Ambos proporcionan pagos de cupones semestrales
 - Estos se consideran los más seguros en el mercado, aunque depende del gobierno emisor y de las probabilidades de impago
- Los bonos corporativos son bonos emitidos por empresas, los cuales se comercian en una bolsa o en mercados OTC (en su mayoría). Estos pueden tener diferentes características especiales

- Debido a que estos se emiten por empresas, las agencias de calificación crediticia califican la calidad de los bonos
 - Estos pueden ser reclamables o *callable*, de modo que la empresa emisora puede reclamarlos devuelta a cambio de un precio específico (*call price*) después del periodo de protección (en donde no se puede reclamar devuelta el bono). Las empresas normalmente hacen esto cuando ofrecen tasas de cupones muy altas y los tipos de interés caen (llamado *refunding*)
 - También pueden ser convertibles, de modo que el inversor tiene el derecho a cambiar el bono por una cantidad de acciones específicas (establecida por la *ratio* de conversión). Esto se hace cuando el valor de las acciones convertibles en el mercado (*market conversión value*) es mayor al valor del bono, haciendo que haya una prima (*conversión premium*). No obstante, estos bonos ofrecen menor tasa del cupón y menor rendimiento hasta el vencimiento
 - En vez de que los bonos sean reclamables, estos pueden ser extensibles o *puttable*, de modo que se extiende el periodo de vida del bono. Esto normalmente se hace cuando la tasa del cupón del bono es mayor que el rendimiento en el mercado
 - Finalmente, la tasa del cupón puede estar sujeta a los tipos de interés del mercado en cada momento (*floating-rate*), de modo que los flujos varían según los tipos de mercado. El riesgo de este tipo de bonos es que no tienen en cuenta cambios en la fortaleza financiera de la empresa, lo cual puede causar que se demanden primas de riesgo (y bajen los precios en consecuencia)
- Aunque las acciones preferentes sean acciones, se pueden clasificar como instrumentos de renta fija debido a que se promete un flujo de pago específico de dividendos (como un bono)
 - A diferencia de con los bonos, el impago de los dividendos no resulta en la bancarrota, sino que se pueden acumular y los propietarios de acciones comunes pueden no recibir dividendos hasta que se paguen completamente a los de acciones preferentes
 - Como el dividendo normalmente es fijo, se considera que es un bono a perpetuidad (se garantizan unos ingresos de manera indefinida). No obstante, también se puede vincular el dividendo a los tipos de interés del mercado

- Los dividendos no quedan exentos de impuestos corporativos, pero sí que se tiene una ventaja porque solo se paga hasta un porcentaje de todos los ingresos de dividendos de acciones preferente, lo cual hace que el tipo impositivo efectivo en estos sea menor
- Los bonos internacionales son bonos emitidos por cualquier entidad extranjera y que se venden en otros mercados denominados en la moneda local. En cambio, los eurobonos son bonos emitidos por entidades de países europeos y denominados en la moneda del país emisor (aunque se pueden vender en mercados internacionales)
- Por último, los bonos indexados son bonos que hacen pagos vinculados a un índice general de precios o al precio de un bien. Los más comerciados son los bonos ajustados a la inflación, los cuales permiten obtener un tipo de interés real sin riesgo

La evaluación del rendimiento de la cartera

- Una asignación del capital eficiente depende de la calidad de los gestores de los activos y de la habilidad de los mercados financieros para identificar y dirigir capital a las mejores oportunidades. Por lo tanto, si los mercados de capital son razonablemente eficientes, los inversores deberían ser capaces de medir el rendimiento de los gestores de activos
 - Para poder evaluar el rendimiento de los gestores, primero se comienza con la medición de los rendimientos de la cartera y se pasa a métodos convencionales para ajustarlos al riesgo
 - Una medida como el rendimiento medio de la cartera del gestor no es tan simple como parece, y, además, ajustar rendimientos medios al riesgo presenta otros problemas. Por ello, la evaluación del rendimiento no es algo trivial
 - Además, también se consideran diversas situaciones en donde la medición del rendimiento se puede ver afectada y la atribución de rendimiento
 - Cuando el gestor cambia la composición de la cartera durante el periodo de medición, se cambian las características del riesgo y se complica la medición del rendimiento
 - Una instancia en donde esto suele ocurrir es cuando se quiere hacer *market timing*, ajustando la beta de la cartera con anticipación

- Las técnicas de atribución de rendimiento para descomponer el rendimiento de un gestor en resultados que se pueden atribuir a la selección del activo, del sector y de las decisiones de asignación de capital
- En la teoría convencional para la evaluación del rendimiento proporciona varias medidas para calcular los rendimientos en base al tiempo y a las unidades monetarias
 - Suponiendo que se evalúa el rendimiento de una cartera durante un periodo de T años, entonces hay varias maneras de calcular el rendimiento medio
 - El rendimiento medio aritmético es el rendimiento anual de cada uno de los T años dividido entre el número de años T
 - El rendimiento medio geométrico es el rendimiento anual constante durante los T años que proporcionarían el mismo rendimiento total acumulado sobre el mismo periodo de inversión

$$(1 + r_G)^T = (1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_T)$$

$$\Rightarrow r_G = [(1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_T)]^{1/T} - 1$$

- La parte derecha de la ecuación representa el valor final compuesto de haber invertido una unidad monetaria ganando T tasas de rendimiento anuales, mientras que la parte izquierda representa el valor compuesto de una inversión de una unidad monetaria ganando r_G cada año
 - En la media geométrica, cada rendimiento tiene el mismo peso, por lo que a veces se conoce el rendimiento medio geométrico como rendimiento ponderado por tiempo
- Además, también hay una diferenciación sutil entre el uso del rendimiento ponderado por tiempo y el rendimiento ponderado por unidades monetarias (normalmente por dólares o euros)
 - Cuando se considera un solo periodo, el cálculo del rendimiento es sencillo porque solo hace falta dividir los ingresos y costes totales entre la inversión inicial

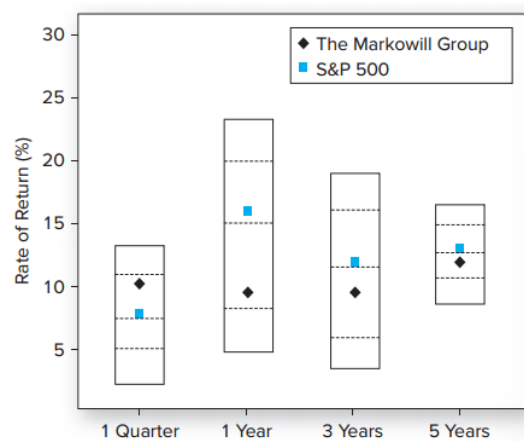
$$r = \frac{\text{Final Price} + \text{Income} - \text{Costs}}{\text{Initial Investment}} - 1$$

- Cuando se consideran inversiones a lo largo de un periodo en el que se ha añadido efectivo o se ha sacado de la cartera, medir el rendimiento se vuelve más difícil. Para ello, se usa el enfoque de *discounted cash flow*, es posible obtener la tasa de rendimiento interna (IRR)

Time	Outlay
0	\$50 to purchase first share
1	\$53 to purchase second share a year later
Proceeds	
1	\$2 dividend from initially purchased share
2	\$4 dividend from the 2 shares held in the second year, plus \$108 received from selling both shares at \$54 each

$$(Outflows) \quad 50 + \frac{53}{1+r} = \frac{2}{1+r} + \frac{112}{(1+r)^2} \quad (Inflows)$$

- The IRR se suele llamar tasa de rendimiento ponderada por unidades monetarias, y se pondera por unidades monetarias porque hay periodos que tienen más ponderación debido a que hay más cantidad monetaria. El rendimiento medio ponderado por unidades monetarias y por tiempo pueden, por tanto, diferir
- En la teoría convencional para la evaluación del rendimiento también aparecen varias medidas del rendimiento que permiten ajustar por el riesgo
 - Evaluar el rendimiento basándose en el rendimiento medio no es muy útil porque los rendimientos se tienen que ajustar para poder comparar diferentes rendimientos. La manera más simple y popular de hacer el ajuste es comparar las tasas de rendimiento con aquellos fondos de inversión con características del riesgo similar
 - Las carteras de un tipo de activos se agrupan en un universo comparativo y después se ordenan los rendimientos medios (normalmente ponderados por tiempo) de cada fondo dentro de cada universo comparativo, y cada gestor recibe una clasificación de percentil dentro del grupo comparativo
 - Estos *rankings* relativos normalmente se muestran en un gráfico: las líneas de arriba y debajo de la caja representan el percentil 5% y 95% de los gestores, mientras que también se dibujan los percentiles 25%, 50% y 75%. Se suele representar el rendimiento medio de un fondo particular y el rendimiento del *benchmark*



- Esta representación es muy fácil de leer y de interpretar para poder medir el rendimiento de un gestor comparando con otros gestores de estilo similar. No obstante, estos *ránkings* son engañosos, dado que en un universo particular algunos gestores se concentran en subgrupos particulares o las carteras no tienen características realmente comparables
- Otros métodos alternativos de evaluación de rendimiento son aquellos que usan criterios de media-varianza, pero estas tienen sus propias limitaciones y su credibilidad requiere un gran historial de gestión consistente con un nivel estable de rendimiento, además de una muestra representativa de entornos de inversión (mercados alcistas y bajistas por igual). Se pueden catalogar algunas medidas posibles para una cartera *P* y examinar las circunstancias en las que son más relevantes:

Performance Measure	Definition	Application
Sharpe	$\frac{\text{Excess return}}{\text{Standard deviation}}$	When choosing among portfolios competing for the overall risky portfolio
Treynor	$\frac{\text{Excess return}}{\text{Beta}}$	When ranking many portfolios that will be mixed to form the overall risky portfolio
Information ratio	$\frac{\text{Alpha}}{\text{Residual standard deviation}}$	When evaluating a portfolio to be mixed with the benchmark portfolio

- La *ratio* de Sharpe divide el exceso de rendimiento medio de la cartera sobre el periodo muestral por la desviación estándar de los rendimientos sobre ese mismo periodo. Mide el *trade-off* entre la recompensa y la volatilidad total

$$S_P = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_f}{\sigma_P}$$

- Se utiliza el interés libre de riesgo medio porque puede no ser constante en el periodo de medición. De modo equivalente, sería

posible calcular directamente la media muestral de los excesos de rendimiento

- Igual que la *ratio* de Sharpe, la medida de Treynor da un exceso de rendimiento por unidad de riesgo, pero usa una medida del riesgo sistémico (la beta) en vez del riesgo total

$$T_P = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_f}{\beta_P}$$

- La alfa de Jensen es el rendimiento medio de la cartera sobre lo predicho por el CAPM, dada la beta de la cartera y el rendimiento medio del mercado

$$\alpha_P = \bar{r}_P - [\bar{r}_f + \beta_P(\bar{r}_M - \bar{r}_f)]$$

- En muchos casos se asume un modelo multifactorial al medir el rendimiento, de modo que, dentro del término entre llaves, se tiene que utilizar el modelo factorial utilizado (habiendo varias versiones posibles)
- La *ratio* de información divide el alfa de la cartera por el riesgo no sistémico de esta, llamado *tracking error*, y mide el rendimiento anormal por unidad de riesgo que en principio se podría haber diversificado si se tuviera la cartera de mercado

$$IR = \frac{\alpha_P}{\sigma(e_P)}$$

- Si las preferencias del inversor se pueden resumir con una función de utilidad de media-varianza, se puede llegar a un criterio relativamente simple como la *ratio* de Sharpe, la cual permite medir el exceso de rendimiento por cada unidad de riesgo (desviación estándar) adicional
 - Con preferencias de media-varianza, el inversor quiere maximizar la *ratio* de Sharpe. Este criterio llevó a la selección de la cartera tangente para obtener la cartera arriesgada óptima, cuando se selecciona o se evalúa la cartera arriesgada del inversor, el criterio apropiado es la *ratio* de Sharpe

$$U = E(r_P) - \frac{1}{2} A \sigma_P^2$$

- Uno se enfoca en la volatilidad total más que en el riesgo sistémico debido a que se mira a toda la cartera arriesgada y no solo a una parte de esta. El *benchmark* para un rendimiento aceptable es la *ratio* de Sharpe de la cartera de *benchmark*: la

cartera gestionada activamente debe ofrecer una *ratio* más alta que la de *benchmark* para que sea un candidato aceptable para la cartera arriesgada óptima del inversor

- Mientras que la *ratio* de Sharpe se puede usar para clasificar el rendimiento, su valor numérico no se puede interpretar fácilmente. Por ello, se propuso una representación equivalente de la *ratio* de Sharpe, llamada medida M^2

- Igual que la *ratio* de Sharpe, M^2 se centra en calcular la volatilidad total como medida de riesgo, pero su ajuste de riesgo conlleva un diferencial de rendimiento relativo a la cartera de *benchmark* fácil de interpretar
- Para calcular la M^2 , se imagina que una cartera activa P se mezcla con una posición en activos sin riesgo como letras del tesoro, de modo que la cartera ajustada resultante concuerda con la volatilidad de la cartera de *benchmark*. La cartera ajustada resultante, la cual se denota como P^* , tendría la misma desviación estándar que la cartera de *benchmark* (si la desviación fuera menor, entonces se tendría que compensar tomando prestado dinero e invertirlos en la cartera)

$$\sigma_M = w_P \sigma_P \Rightarrow w_P = \frac{\sigma_M}{\sigma_P}$$

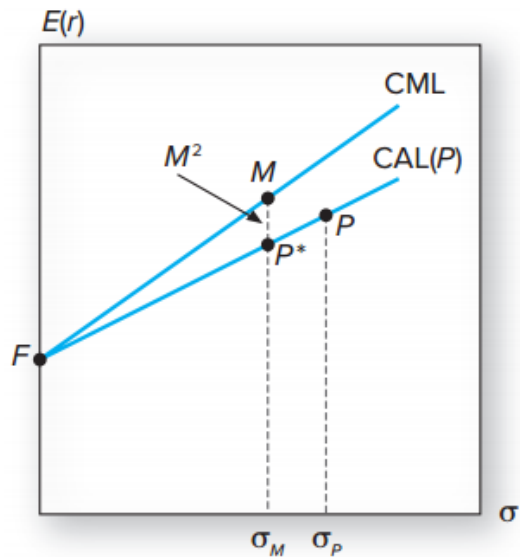
$$\Rightarrow r_{P^*} = w_P r_P + (1 - w_P) r_f$$

- Como la cartera de *benchmark* y de cartera P^* tienen la misma desviación estándar, entonces se pueden comparar los rendimientos a través de la resta, definiendo la medida de la siguiente manera:

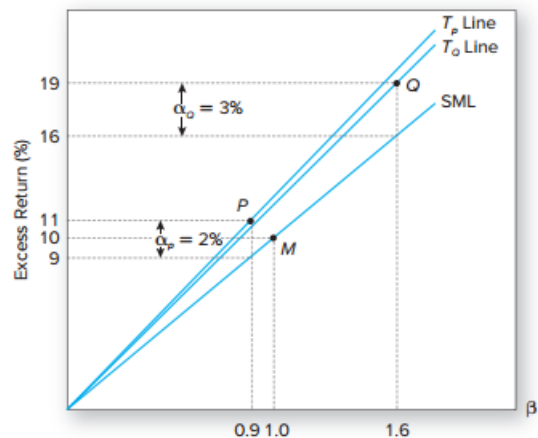
$$M_P^2 = r_{P^*} - r_M$$

- Si $M_P^2 > 0$, entonces la *ratio* de Sharpe excede aquella del mercado, mientras que si $M_P^2 \leq 0$, entonces la *ratio* es menor o igual. Como la *ratio* de Sharpe es la pendiente de la recta CAL de P , entonces $R_{P^*} = S_P \sigma_M$ y eso permite obtener la siguiente igualdad:

$$M^2 = r_{P^*} - r_M = R_{P^*} - R_M = S_P \sigma_M - S_M \sigma_M = (S_P - S_M) \sigma_M$$



- Tanto la *ratio* de Sharpe como la medida M^2 clasifican de manera idéntica las diferentes opciones
- La *ratio* de Treynor se utiliza cuando hay seleccionar fondos o carteras que estarán mezcladas para formar la cartera arriesgada del inversor y es necesaria una manera de comparar el rendimiento entre gestores candidatos
 - Cuando se emplea un número de gestores, el riesgo idiosincrático se diversificará, de modo que el riesgo sistemático se vuelve la medida relevante del riesgo. La métrica adecuada cuando se evalúan potenciales componentes de la cartera arriesgada es la medida es la medida de Treynor
 - Considerando dos carteras P y Q con diferentes propiedades, se puede obtener la alfa de cada una a través de la distancia de P y Q por encima o por debajo de la recta SML



- Si se invierte w_Q en Q y $1 - w_Q$ en letras del tesoro, la cartera resultante Q^* tendrá una alfa y una beta proporcional a la alfa de Q y la beta de Q (multiplicadas por w_Q). Por lo tanto, todas las carteras como Q^* (generadas de mezclar la cartera Q con letras del tesoro) pertenecen a una recta llamada recta T o *T-line* para la medida de Treynor, que es la pendiente de esta recta

$$\alpha_{Q^*} = w_Q \alpha_Q \quad \& \quad \beta_{Q^*} = w_Q \beta_Q$$

$$T_Q = \frac{\bar{r}_Q - \bar{r}_f}{\beta_Q}$$

- Aunque una cartera pueda tener una alfa mayor o menor a otra, uno se queda con aquella cartera que tenga una medida de Treynor más grande (cuya recta T tenga más pendiente). Esto significa que cualquier combinación de esta cartera con inversiones libres de riesgo dará una mejor alfa que cualquier mezcla para otras carteras con menor *ratio* de Treynor
 - Igual que la M^2 , la medida de Treynor es un porcentaje, por lo que, si se sustrae el exceso de rendimiento del mercado de la medida, se obtiene la diferencia entre el rendimiento en la recta T y la SML en el punto en que $\beta_M = 1$. A esta medida se la llama como T^2 (igual que la M^2), y puede clasificar las carteras de manera diferente
- La *ratio* de información es una medida adecuada cuando se quiere medir la adición de una cartera arriesgada a una cartera pasiva y diversificada (como una cartera indexada). Cuando se combina una cartera así con una cartera arriesgada, la mejora en la *ratio* de Sharpe viene determinada por su *ratio* de información

$$S_P^2 = S_M^2 + \left[\frac{\alpha_A}{\sigma(e_A)} \right]^2$$

- Por lo tanto, cuando se tiene una cartera indexada, se tiene que seleccionar candidatos potenciales con la mejor *ratio* de información
- Esta *ratio* es otra versión de las *ratios* vistas de recompensa-riesgo, solo que, en este contexto, la recompensa es la alfa de la posición y el riesgo es aquel riesgo diversificable que se ha añadido con la posición arriesgada. La posición arriesgada que se añade desplaza la cartera total de la cartera diversificada, y por tanto conlleva un riesgo que principalmente puede ser diversificable

- Aunque el alfa tiene un rol central en el modelo de índice, el CAPM, u otros modelos de riesgo contra rendimiento, se usa como criterio para seleccionar gestores. No obstante, esto no quiere decir que la alfa no importa, dado que se pueden derivar relaciones entre las medidas discutidas y la alfa de la cartera

	Treynor (T_p)	Sharpe* (S_p)	Information Ratio
Relation to alpha	$\frac{E(r_p) - r_f}{\beta_p} = \frac{\alpha_p}{\beta_p} + T_M$	$\frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} = \frac{\alpha_p}{\sigma_p} + \rho S_M$	$\frac{\alpha_p}{\sigma(e_p)}$
Improvement compared to market index	$T_p - T_M = \frac{\alpha_p}{\beta_p}$	$S_p - S_M = \frac{\alpha_p}{\sigma_p} - (1 - \rho)S_M$	$\frac{\alpha_p}{\sigma(e_p)}$

- En todo caso, se puede ver como es imposible ser mejor que un índice pasivo o una cartera bien diversificada a menos que el fondo espere generar alfas positivas
- No obstante, aunque las alfas positivas sean necesarias, no son suficientes para garantizar que la cartera superará el *benchmark*: aprovecharse de malas valoraciones significa apartarse de la diversificación completa, lo cual tiene un coste en términos de riesgo no sistemático
- Una vez revisadas las diferentes medidas de riesgo que uno puede ver, entonces es posible usarlas para comparar diversas opciones
 - A partir del rendimiento medio y de la desviación estándar, y con una regresión lineal, es posible obtener las diferentes métricas de riesgo que permiten interpretar mejor los datos de cada cartera para decidir:

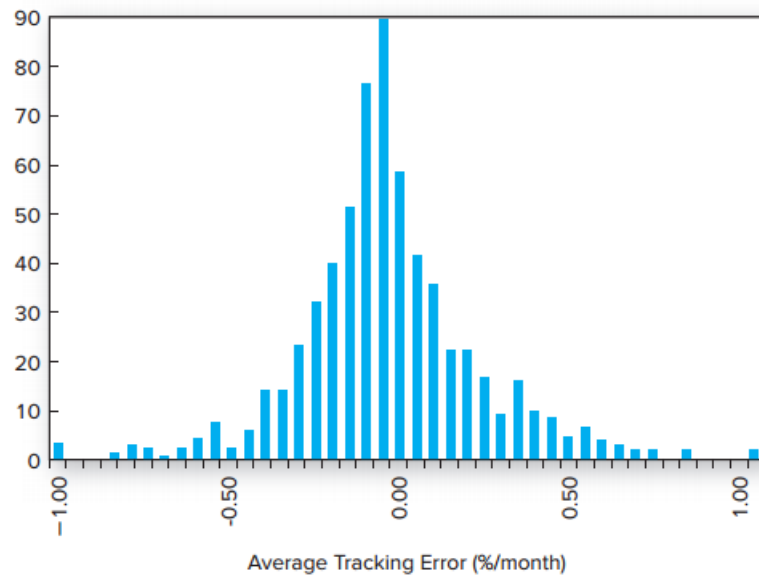
Month	Portfolio P	Alternative Q	Index M
1	3.58%	2.81%	2.20%
2	-4.91	-1.15	-8.41
3	6.51	2.53	3.27
4	11.13	37.09	14.41
5	8.78	12.88	7.71
6	9.38	39.08	14.36
7	-3.66	-8.84	-6.15
8	5.56	0.83	2.74
9	-7.72	0.85	-15.27
10	7.76	12.09	6.49
11	-4.01	-5.68	-3.13
12	0.78	-1.77	1.41
Average	2.77	7.56	1.64
Standard deviation	6.45	15.55	8.84

	Portfolio P	Portfolio Q	Portfolio M
Sharpe ratio	0.43	0.49	0.19
M^2	2.16	2.66	0.00
SCL regression statistics			
Alpha	1.63	5.26	0.00
Beta	0.70	1.40	1.00
Treynor	3.97	5.38	1.64
T^2	2.34	3.74	0.00
$\sigma(e)$	2.02	9.81	0.00
Information ratio	0.81	0.54	0.00
R-square	0.91	0.64	1.00

- Cuando se evalúa una cartera, el evaluador no sabe las expectativas originales del gestor ni si estas tenían sentido, dado que uno solo puede observar el rendimiento después y esperar que el ruido inherente en los resultados no oscurezca la habilidad subyacente
 - Para evitar inferencias erróneas, se tiene que determinar un nivel de significación de una medida de rendimiento para saber si indica habilidad de manera confiable. Lo único necesario es hacer una regresión SCL con las N observaciones (exceso de rendimiento obtenido) para poder obtener los valores estimados de alfa, beta y del error idiosincrático (el riesgo no sistemático)
 - Lo malo es que, generalmente, son necesarias muchas observaciones para poder obtener tantas observaciones que demuestren estadísticamente que la alfa obtenida está dentro del intervalo de confianza. Por lo tanto, niveles moderados de ruido estadístico hacen que la evaluación del rendimiento sea muy difícil en la práctica, aparte de otras complicaciones estadísticas
 - Normalmente un gestor de fondos dura 5 años gestionando una misma cartera de media, por lo que aún encontrando a uno que tenga un rendimiento histórico superior, ya no estaría disponible
- La regresión del modelo de índice se puede ver como una manera de medir y describir facetas del estilo de inversión de un gestor, de modo que cada tipo de exposición es como una decisión de asignación implícita. El análisis de estilos es una herramienta para analizar sistemáticamente las exposiciones de carteras gestionadas y varios estudios apoyan que la asignación de activos es responsable de una gran proporción de la variación de rendimiento de inversión entre diferentes gestores
 - La idea de Sharpe, quien propuso este análisis, es hacer una regresión de los rendimientos de los fondos sobre índices que representen diferentes clases de activos. El coeficiente de regresión de cada índice mediría la asignación implícita del fondo a ese “estilo” de inversión

Style Portfolio	Regression Coefficient
T-bill	0
Small cap	0
Medium cap	35
Large cap	61
High P/E (growth)	5
Medium P/E	0
Low P/E (value)	0
Total	100
R-square	97.5

- Como los fondos no pueden invertir en corto, los coeficientes de regresión se restringen a ser cero o positivo hasta una suma del 100%, representando una asignación de activos completa
 - La R^2 de la regresión mediría el porcentaje de variabilidad de los rendimientos atribuible a la elección del estilo más que a la selección del activo en concreto. El intercepto mide el rendimiento medio proveniente de esta selección en la cartera del fondo (hace un seguimiento del éxito promedio de la selección de los activos en concreto sobre el periodo muestral)
 - Aunque $R^2 = 100\%$, esto no querría decir que la selección concreta de activos no es importante, dado que se puede tener este valor y a la vez un intercepto positivo que indique un rendimiento positivo medio de la selección
- El análisis de estilo proporciona una alternativa a la evaluación basada en la SML del CAPM
- La SML solo utiliza una cartera de comparación (la del mercado), mientras que el análisis de estilo construye de manera más libre una cartera de seguimiento a partir de un número de índices especializados. Sin embargo, no se puede decir cual es la mejor representación para el rendimiento de un fondo *a priori*
 - El *benchmark* SML es una mejor representación del rendimiento en relación a una cartera pasiva teórica como la cartera de mercado, pero el análisis de estilo revela la estrategia que sigue más de cerca la actividad del gestor y mide el rendimiento relativamente a esta estrategia. Si la estrategia revelada por el análisis de estilo es consistente con la que dice que sigue el fondo, entonces esta sería una mejor representación y un mejor método para medir el rendimiento del fondo



- Si anteriormente se ha visto la dificultad de medir con precisión el nivel de rendimiento, aunque la media y la varianza sean constantes, entonces el problema se agrava cuando las distribuciones de los rendimientos de la cartera cambian de manera constante