

Sistemas de ecuaciones lineales

Ejercicio 1: Clasifica y resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2: Clasifica y resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

$$x_1 \vec{a}'_1 + x_2 \vec{a}'_2 = \vec{b} \quad \text{donde} \quad \vec{a}'_1 = (1, \alpha, 1), \quad \vec{a}'_2 = (\alpha, -1 - 2\alpha, \alpha), \quad \vec{b} = (1, -1, \alpha).$$

Ejercicio 3: Clasifica y resuelve el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -5 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4: Clasifica el siguiente sistema en función de los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} 2x + ay + z = 7 \\ x + ay + z + t = b \\ x + 2ay + t = -1 \\ bx + ay = b \end{cases}$$

Ejercicio 5: Considerar el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} ax - y - z = -1 \\ ax + by - z = -1 \\ ax + y + bz = -1 \\ ax + y + z = 1 \end{cases}$$

- clasifica el sistema en función de los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$, y obtén la solución cuando sea posible.
- calcula el rango de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada

Ejercicio 6: Considerar la matriz y los vectores dados por

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

y el sistema definido por $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$

- Obtén la expresión general del sistema
- Clasifica el sistema en función de los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$, y obtén la solución cuando sea posible.
- Calcula el rango de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada