Grupo: 8

Ejercicio 4.9. Una empresa productora de cereales vende dos tipos de cereal comercial, Z1 y Z2, creados a partir de la mezcla de tres variedades de cereal: A, B y C. Debido al coste de compra y manipulación de cada variedad de cereal, la empresa no puede comprar más de 24.000 kg de la variedad A, 30.000 kg de la variedad B y 15.000 kg de la variedad C. En cuanto a la composición de las mezclas, se conoce que cada kilogramo de Z1 contiene 0.3 kg de A, y que cada kilogramo de Z2 contiene 0.4 kg de la misma variedad. En lo que respecta a la variedad B, cada kilogramo de Z1 y Z2 contiene 0.2 y 0.3 respectivamente. Por último, cada kilogramo de Z1 y Z2 contienen 0.2 y 0.1 kg de variedad C, respectivamente. El beneficio por cada kilogramo de Z1 vendido es de 200 €, mientras que la ganancia por kilogramo de Z2 es de 300 €.

a) Plantea el problema que establezca la cantidad de cereal comercial Z1 y Z2 a producir para maximizar el beneficio.

b) Resuélvelo mediante el método Simplex.

Basándote en la solución óptima, considera cada uno de los siguientes cambios (por separado):

c) La empresa cree que puede reducir los costes de producción del cereal Z1, por lo que su ganancia por kilogramo pasaría a ser de 250 €. ¿Qué consecuencias tiene este cambio en la solución? Si la solución óptima cambia, obtén la nueva solución.

d) Supongamos que hemos podido contactar con un exportador extranjero para la compra de la variedad A, el cual nos obliga a comprar, como mínimo, 5.000 kg de variedad A. ¿Qué consecuencias tiene este cambio en la solución? Si la solución óptima cambia, obtén la nueva solución.

e) La empresa desea usar al menos 50.000 horas de trabajo manual. Es sabido que la producción del cereal comercial Z1 requiere de 1 hora por kilogramo, mientras que la producción de Z2 necesita 0.5 horas por kilogramo. ¿Tiene algún tipo de consecuencia esta condición sobre la solución óptima original? Si es así, obtén la nueva solución.

a)

$$\begin{gathered} Max\ Z = 200z_1 + 300z_2 \\ s.a.\ 0.3z_1 + 0.4z_2 \leq 24000 \\ 0.2z_1 + 0.3z_2 \leq 30000 \\ 0.2z_1 + 0.1x_2 \leq 15000 \\ z_1,\ z_2 \geq 0 \end{gathered}$$

b)

VB	Z	z_1	z_2	h_1	h_2	h_3	X_{VB}
Z	1	-200	-300	0	0	0	0
h_1	0	0.3	0.4*	1	0	0	24000
h_2	0	0.2	0.3	0	1	0	30000
h_3	0	0.2	0.1	0	0	1	15000
Z	1	25	0	750	0	0	18000000
z_2	0	0.75	1	2.5	0	0	60000
h_2	0	-0.025	0	-0.75	1	0	12000
h_3	0	0.125	0	-0.25	0	1	9000

Por lo tanto, Z*=18000000 y z_1^*=0, z_2^*=60000.

c)

Analizando el anterior resultado, comprobamos que el precio del cereal 1 es demasiado bajo, por lo que no es rentable producirlo. Sin embargo, por medio de la tabla simplex, comprobamos que el precio sombra de este cereal es de 25€, lo que significa que se empezaría a producir este producto a partir del beneficio de 225€. Como el beneficio pasa a ser 250€, sí se produciría el cereal 1. Va a variar la solución óptima por lo que hay que repetir el problema.

VB	Z	z_1	z_2	h_1	h_2	h_3	X_{VB}
Z	1	-250	-300	0	0	0	0
h_1	0	0.3	0.4*	1	0	0	24000
h_2	0	0.2	0.3	0	1	0	30000
h_3	0	0.2	0.1	0	0	1	15000
Z	1	-25	0	750	0	0	18000000
z_2	0	0.75	1	2.5	0	0	60000
h_2	0	-0.025	0	-0.75	1	0	12000
h_3	0	0.125*	0	-0.25	0	1	9000
Z	1	0	0	700	0	200	19800000
z_2	0	0	1	4	0	-6	6000
h_2	0	0	0	-0.8	1	0.2	13800
z_1	0	1	0	-2	0	8	72000

Por lo tanto, Z*= 19800000 y z_1^*=72000, z_2^*=6000.

d)

La nueva restricción planteada es:

$$0.3z_1 + 0.4z_2 \geq 5000$$

Comprobamos si el problema original satisface esta restricción:

$$0.3 \cdot 0 + 0.4 \cdot 60000 = 24000 \geq 5000$$

Como el problema original satisface la restricción, la solución óptima no cambia. Por lo tanto, sigue siendo Z*=18000000 y z_1^*=0, z_2^*=60000.

e)

La nueva restricción planteada es:

$$z_1 + 0.5z_2 \geq 50000$$
$$-z_1 - 0.5z_2 \leq -50000$$

Comprobamos si el problema original satisface esta restricción:

$$0 + 0.5 \cdot 60000 = 30000 \geq 5000$$

Como el problema original no satisface la restricción, es necesario añadir la restricción y obtener una nueva solución óptima.

VB	Z	z_1	z_2	h_1	h_2	h_3	h_4	X_{VB}
Z	1	25	0	750	0	0	0	18000000
z_2	0	0.75	1	2.5	0	0	0	60000
h_2	0	-0.025	0	-0.75	1	0	0	12000
h_3	0	0.125	0	-0.25	0	1	0	9000
h_4	0	-1	-0.5	0	0	0	1	-50000
Z	1	25	0	750	0	0	0	18000000
z_2	0	0.75	1	2.5	0	0	0	60000
h_2	0	-0.025	0	-0.75	1	0	0	12000
h_3	0	0.125	0	-0.25	0	1	0	9000
h_4	0	-0.625*	0	1.25	0	0	1	-20000
Z	1	0	0	800	0	0	40	17200000
z_2	0	0	1	4	0	0	1.2	36000
h_2	0	0	0	-0.8	1	0	-0.04	12800
h_3	0	0	0	0	0	1	0.2	5000
z_1	0	1	0	-2	0	0	-1.6	32000

Por lo tanto, la nueva solución óptima es Z*= 17200000 y z_1^*=32000, z_2^*=36000.