

선형대수학

최익한

2025년 4월 20일

차례

I	벡터공간	3
1	선형변환	4
1.1	부분공간	4
1.2	기저	4
1.3	행렬	4
1.4	열공간과 영공간	4
2	고윳값	6
2.1	정사각행렬	6
2.2	대각화와 행렬식	6
2.3	특성다항식	6
2.4	복소벡터공간	6
3	고유공간	7
3.1	순환분해	7
3.2	대각화	7
3.3	교환자	7
3.4		7
II	내적공간	8
4	수반행렬	9
4.1	반쌍선형 형식	9
4.2	정규행렬	9
4.3	사영행렬	9
4.4	스펙트럼 정리	9
5	정부호행렬	10
5.1	쌍선형 형식	10
5.2		10
6	행렬해석학	11
6.1	행렬 노름	11
6.2	행렬 지수함수	11

6.3	확률행렬과 인접행렬	11
6.4	수치선형대수학	11

제 I 편

벡터공간

제 1 장

선형변환

1.1 부분공간

벡터공간의 정의
부분공간의 확인
교집합과 직합

예제 1.1.1.

풀이.

□

1.2 기저

선형독립과 선형종속, 기저의 정의.
차원이 잘 정의되는가.
기저를 잡는다는 것의 의미. 그리고 좌표.

1.3 행렬

선형변환의 정의.
행렬표현.
좌표변환.

1.4 열공간과 영공간

열공간, 영공간
단사, 전사, 동형.
rank-nullity
세 가지 행렬연산의 의미.
Gauss 소거법, LU 분해

예제 1.4.1. m 과 n 을 양의 정수라 하고 r 을 m 이하의 음이 아닌 정수라 할 때, 계수가 r 인 선형변환 $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ 들에 의해 생성되는 벡터공간의 차원을 구하여라.

제 2 장

고윳값

2.1 정사각행렬

역행렬

이차정사각행렬에 대한 예제

2.2 대각합과 행렬식

대각합의 묘사.

행렬식의 묘사.

이차정사각행렬에 대한 예제

2.3 특성다항식

특성다항식, 최소다항식, 대수적 중복도

스펙트럼사상정리

이차정사각행렬에 대한 예제

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.4 복소벡터공간

고윳값의 정의는 고유벡터가 존재하는 것이기 때문에 실벡터공간이나 복소벡터공간이냐에 따라 달라진다.

제 3 장

고유공간

3.1 순환분해

Smith 표준형 Frobenius 표준형

3.2 대각화

Jordan 표준형

기하적 중복도 켈레류 $F[x]$ -가군과 닮음

3.3 교환자

동시대각화

$AB = BA$ 라는 것은 $[A, B] = 0$, A 가 B 의 고유공간에 작용한다는 것.

3.4

제 II 편

내적공간

제 4 장

수반행렬

4.1 반쌍선형 형식

비퇴화성

각도 개념을 정의할 수 있다.

정규직교기저를 생각할 수 있게 된다.

피타고라스 정리를 정의한다고 생각할 수도 있다.

쌍대공간과의 동형

4.2 정규행렬

정규, 대칭, 직교

특이값분해 극분해

4.3 사영행렬

사영, 등장

Gram-Schmidt QR분해 최소제곱법

4.4 스펙트럼 정리

제 5 장

정부호행렬

5.1 쌍선형 형식

쌍선형/이차형식, 실베스터,

5.2

제 6 장

행렬해석학

6.1 행렬 노름

6.2 행렬 지수함수

6.3 확률행렬과 인접행렬

Markov사슬, Peron-Frobenius

합성, 스펙트럼 그래프

6.4 수치선형대수학

Toeplitz행렬, 순환행렬, 빠른 Fourier변환