

Numerical Investigation of Pressure Diffusivity in ARTEMIS Field Reservoir Using Explicit Partial Differential Equation Method

Muhammad Khoirul Latif ¹, Mukhammad Sholikhuddin ², Putri Maria Claudia ³, Dzakhi Fahri ⁴, and Bunga Putri Sopian ⁵

¹ Affiliation 1; khoelatif@gmail.com; 101321004

² Affiliation 2; muhammadsholikhuddin1@gmail.com; 101321020

³ Affiliation 3; putrimariaclaudia@gmail.com; 101321058

⁴ Affiliation 4; dzakhi03@gmail.com; 101321074

⁵ Affiliation 5; bungaputrisopian@gmail.com; 101321104

Abstract: Difusivitas tekanan merupakan persebaran tekanan di sepanjang reservoir akibat adanya gradien tekanan. Penentuan difusivitas tekanan dengan metode *Partial Differential Equation* (PDE) secara eksplisit memiliki keuntungan karena hasil yang didapatkan lebih sederhana, cepat, dan stabil. Pola penyebaran tekanan di reservoir dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti permeabilitas, viskositas, kompresibilitas, dan kondisi geologis. Dalam formulasi persamaan PDE nya kami menggunakan metode eksplisit orde dua untuk menemukan difusivitas tekanannya. Metode numerik seperti *finite difference method* digunakan untuk menyelesaikan PDE ketika solusi analitik tidak memungkinkan. Skema eksplisit dalam *finite difference method* dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan panas dengan pendekatan Deret Taylor. Penentuan difusivitas tekanan dilakukan menggunakan bahasa pemrograman Python dan Jupyter Notebook sebagai *Integrated Development Environment* (IDE). Pada lapangan ARTEMIS, simulasi dilakukan untuk mengevaluasi efektivitas injeksi air formasi pada *tight reservoir* dengan tekanan awal 4000 psia dan bottomhole pressure 3000 psia. Metode numerik *partial differential equation* (PDE) digunakan untuk memodelkan penyebaran tekanan sepanjang 10 lokasi setelah 5 jam injeksi. Hasil menunjukkan penurunan tekanan yang stabil, sehingga memungkinkan produksi minyak secara natural flow. Metode ini cocok untuk memodelkan dinamika fluida kompleks dalam kondisi *tight reservoir* dengan permeabilitas 5 mD dan porositas 15%. Injeksi air formasi 570 psi secara konstan mendukung produksi minyak secara efisien.

Keywords: *Difusivitas Tekanan; Explicit Partial Differential Equation (PDE); Finite Difference Method; Injeksi Air Formasi; Tight Reservoir.*

1. Introduction

1.1 Background

Minyak dan gas bumi sebagai sumber energi utama dalam pemenuhan energi di Indonesia memiliki ketersediaan yang terbatas dan tidak dapat diperbarui. Untuk memaksimalkan sumber energi ini dengan efektif, maka diperlukan evaluasi atau pemahaman yang mendalam terhadap reservoir yang akan diproduksi terutama pada profil tekanannya [1]. Terdapat beberapa karakteristik yang perlu diperhatikan dalam melakukan hal tersebut, salah satunya adalah *Pressure Diffusivity* atau difusivitas tekanan. Difusivitas tekanan merupakan ukuran seberapa cepat tekanan menyebar di reservoir atau persebaran tekanan di sepanjang reservoir akibat adanya *pressure gradient* atau gradien tekanan.

Dalam aplikasi di lapangan, pengukuran difusivitas tekanan dapat dilakukan dengan menggunakan *Tracer Test* namun metode ini cukup mahal dan memakan waktu. Oleh karena itu diperlukan metode pengujian yang lebih murah dan dalam waktu yang singkat seperti pengujian dengan menggunakan metode numerik. Metode numerik yang dapat kita gunakan dalam memperkirakan difusivitas tekanan pada reservoir adalah metode *Partial Differential Equation* (PDE), yaitu persamaan matematis yang dapat menggambarkan hubungan antara variabel-variabel yang dapat berubah secara kontinu. Persamaan difusivitas yang diselesaikan dengan metode PDE merupakan gabungan dari hukum kekekalan massa dan juga hukum Darcy [2]. Namun dalam aplikasinya keadaan dari reservoir yang kompleks dapat membatasi penggunaan PDE dengan metode analitis, oleh karena itu diperlukan pendekatan lain yang akurat dan efisien seperti penggunaan PDE dengan metode eksplisit.

Penggunaan PDE dengan metode eksplisit menggunakan nilai-nilai atau variabel yang telah diketahui pada titik tertentu untuk menentukan nilai-nilai yang tidak diketahui pada titik lain. Jika dibandingkan dengan metode analitis, metode eksplisit memiliki keuntungan dari segi kesederhanaan, kecepatan, dan stabilitas dari hasil yang didapatkan. Dalam penyelesaian dengan menggunakan PDE terdapat beberapa properti reservoir yang dapat mempengaruhi hasilnya seperti viskositas, permeabilitas, porositas, dan kompresibilitas. Sedangkan dalam formulasi persamaan PDE nya, terdapat beberapa parameter yang dapat mempengaruhi seperti tekanan, jarak, dan waktu pengujian.

Dalam paper ini kami melakukan investigasi numerik terhadap difusivitas tekanan pada reservoir yang berada di lapangan ARTEMIS dengan menggunakan metode PDE eksplisit. Dalam formulasi persamaan PDE nya kami menggunakan metode eksplisit orde dua untuk menemukan difusivitas tekanannya. Tujuan kami menentukan difusivitas tekanan dari reservoir ini yaitu untuk menunjukkan keefektifan metode PDE eksplisit sebagai solusi penentuan difusivitas tekanan dan juga untuk mengetahui bagaimana perilaku tekanan pada reservoir menggunakan data yang realistis. Dengan harapan, setelah ini metode PDE eksplisit dapat diaplikasikan untuk evaluasi dan pemahaman reservoir yang mendalam sehingga memaksimalkan minyak dan gas sebagai sumber energi utama di Indonesia.

1.2 Problem Statement

Adapun rumusan masalah dari Tugas Besar ini sebagai berikut:

1. Bagaimana cara memperkirakan difusivitas tekanan pada reservoir dengan menggunakan metode PDE eksplisit?
2. Apakah metode PDE eksplisit efektif untuk digunakan sebagai solusi penentuan difusivitas tekanan?

2. Literature Study

2.1 Literature Study on Pressure Diffusivity

Pressure Diffusivity atau difusivitas tekanan merupakan ukuran seberapa cepat tekanan menyebar di reservoir atau persebaran tekanan di sepanjang reservoir akibat adanya *pressure gradient* atau gradien tekanan. Difusivitas tekanan merupakan salah satu parameter penting untuk menentukan distribusi tekanan dan laju alir fluida di dalam reservoir. Secara umum, difusivitas tekanan merupakan rasio antara viskositas fluida dengan permeabilitas batuan.

Pola penyebaran tekanan di tiap lokasi sepanjang reservoir dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti permeabilitas, viskositas, kompresibilitas, dan kondisi geologi reservoir. Reservoir dengan permeabilitas tinggi akan menyebabkan difusivitas tekanan yang tinggi, hal ini karena fluida dapat mengalir dengan mudah sehingga penyebaran tekanan lebih cepat. Reservoir dengan viskositas tinggi akan menyebabkan difusivitas tekanan yang rendah, hal ini karena fluida menjadi kental dan sulit mengalir sehingga penyebaran tekanan lebih lambat.

Dalam persamaan difusivitas, difusivitas tekanan merupakan persamaan diferensial parsial yang menggambarkan adanya perubahan tekanan fluida seiring waktu di sepanjang *reservoir*. Untuk menyelesaikan persamaan tersebut, kita dapat melakukannya secara analitis maupun numerik dengan memperhatikan kondisi batas serta asumsi-asumsi yang ada. Persamaan difusivitas diturunkan dengan seperangkat asumsi yang harus diperhatikan untuk menghindari penerapan solusi yang sembarangan dan tidak tepat. Persamaan difusivitas didasarkan pada asumsi bahwa *reservoir* adalah homogen dan isotropis dalam hal porositas, permeabilitas, dan ketebalan. Sumur produksi diasumsikan selesai melalui seluruh ketebalan formasi untuk memastikan bahwa aliran radial terjadi di dalam formasi. Secara umum apabila *reservoir* dan sumur kita memproduksi minyak, kita dapat menuliskan persamaan difusivitas sebagai berikut [3]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu C_t}{0.000264k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

Pengukuran difusivitas tekanan di lapangan dapat dilakukan dengan metode *Tracer Test*. *Tracer test* merupakan metode pengukuran dengan menginjeksikan zat radioaktif ke dalam *reservoir*, yang kemudian akan diukur penyebaran zat tersebut di dalam *reservoir*. Metode *tracer test* dapat memberikan hasil yang akurat, namun biaya yang dikeluarkan cukup mahal dan memakan waktu. Oleh karena itu, banyak peneliti yang menggunakan metode numerik sebagai alternatif untuk memperkirakan difusivitas tekanan. Dalam bidang keilmuan teknik *reservoir*, pengukuran difusivitas tekanan memiliki peran penting untuk memberikan pemahaman dan pemodelan aliran fluida yang mengalir dalam media berpori.

2.2 Literature Study on Numerical Method

Persamaan diferensial parsial atau *Partial Differential Equation* (PDE) adalah persamaan yang melibatkan fungsi yang tidak diketahui atau dua variabel atau lebih dan turunan parsialnya. Orde PDE adalah turunan parsial orde tertinggi yang muncul dalam persamaan. Persamaan diferensial parsial dikatakan linear jika linear dalam fungsi yang tidak diketahui dan semua turunannya, dengan koefisien yang hanya bergantung pada variabel independen.

Masing-masing kategori persamaan diferensial parsial berkaitan dengan jenis persoalan teknik tertentu. Persamaan eliptik biasanya digunakan untuk mencirikan sistem kondisi tunak. Seperti pada persamaan Laplace yang ditunjukkan dengan tidak adanya turunan waktu. Dengan demikian, persamaan ini biasanya digunakan untuk menentukan distribusi kondisi *steady-state* yang tidak diketahui dalam ruang dua dimensi spasial.

Contoh sederhananya adalah pelat yang dipanaskan, di mana batas-batas pelat ditahan pada suhu yang berbeda. Karena panas mengalir dari daerah bersuhu tinggi ke rendah, syarat batas membentuk potensi yang mengarah pada aliran panas dari batas yang panas ke batas yang dingin. Jika waktu yang cukup berlalu, sistem tersebut pada akhirnya akan mencapai kondisi stabil, atau kondisi *steady-state*. Persamaan Laplace, bersama dengan syarat batas yang sesuai, menyediakan metode untuk menentukan penyebaran ini. Dengan analogi, pendekatan yang sama dapat digunakan untuk mengatasi masalah lain yang melibatkan potensial, seperti rembesan air di bawah bendungan atau distribusi medan listrik.

Berbeda dengan persamaan eliptik, persamaan parabola menentukan bagaimana suatu hal yang tidak diketahui bervariasi dalam ruang dan waktu. Hal ini dimanifestasikan dengan adanya turunan spasial dan temporal dalam persamaan konduksi panas. Kasus-kasus seperti itu disebut sebagai masalah propagasi karena solusinya "merambat", atau berubah dalam waktu.

Contoh sederhananya adalah sebuah batang panjang dan tipis yang terisolasi di seluruh bagiannya kecuali di bagian ujungnya. Insulasi digunakan untuk menghindari

komplikasi akibat kehilangan panas di sepanjang batang. Seperti halnya pada pelat yang dipanaskan, ujung-ujung batang diatur pada suhu yang tetap. Namun, berbeda dengan ketipisan batang memungkinkan kita untuk mengasumsikan bahwa panas didistribusikan secara merata pada penampang melintangnya-yaitu secara lateral. Akibatnya, aliran panas secara lateral tidak menjadi masalah, dan masalahnya berkurang menjadi mempelajari konduksi panas di sepanjang sumbu longitudinal batang. Daripada berfokus pada distribusi kondisi steady-state dalam dua dimensi spasial, masalahnya bergeser untuk menentukan bagaimana distribusi spasial satu dimensi berubah sebagai fungsi waktu.

Jenis turunan terakhir dari PDE, yaitu persamaan hiperbolik, juga berhubungan dengan masalah perambatan. Namun, perbedaan penting yang diperlihatkan oleh gelombang adalah bahwa hal yang tidak diketahui dicirikan oleh turunan kedua terhadap waktu. Akibatnya, solusinya berosilasi [4].

Pada beberapa kasus, persamaan diferensial tidak dapat diselesaikan secara analitik. Akan tetapi, hal ini dapat diatasi dengan menyelesaikan secara numerik. Salah satu metode numerik untuk mencari solusi suatu persamaan diferensial parsial adalah metode beda hingga (*finite difference method*) secara eksplisit. Metode beda hingga (*finite difference method*) adalah suatu metode alternatif yang digunakan untuk mengonstruksi persamaan diferensial yang kontinu ke bentuk beda hingga yang diskrit menggunakan Deret Taylor. Skema eksplisit digunakan untuk menyelesaikan persamaan panas dimensi satu dengan dihamperi oleh pendekatan Deret Taylor pada orde satu dan hampiran beda pusat orde dua [5].

3. Result

Simulasi *pressure diffusivity* dengan menggunakan metode *numerical partial differential solution* perhitungan secara matematik yang dijelaskan pada bagian 3 dan pemrograman model dijelaskan pada bagian 4.

3.1. Mathematic Calculation

Persamaan difusivitas pada media berpori linear satu dimensi yang menggambarkan distribusi *pressure* sepanjang media berpori linear 1D pada setiap lokasi dalam satuan waktu tertentu, dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu C_t}{0.000264k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2)$$

Dengan λ konstan,

$$\lambda = \frac{\phi \mu C_t}{0.000264k} \quad (3)$$

Sehingga persamaan difusivitas tekanan menjadi,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \lambda \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4)$$

Formulasi matematis untuk perhitungan kemudian dapat disusun kembali dengan melakukan metode *finite-divided difference* untuk persamaan diferensial parsial. Maka, kita dapat melakukan diskritisasi terhadap persamaan tersebut sehingga menjadi:

a. Untuk, $\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}$ persamaannya menjadi:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{P_{i+1} - 2P_i + P_{i-1}}{\Delta r^2} \quad (5)$$

b. Untuk, $\frac{\partial p}{\partial r}$ persamaannya menjadi:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2\Delta r} \quad (6)$$

c. Untuk, $\frac{\partial p}{\partial t}$ persamaannya menjadi:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{P_i^{l+1} - P_i^l}{\Delta t} \quad (7)$$

Sehingga, solusi persamaan matematis untuk perhitungan difusivitas tekanan dapat diselesaikan menggunakan persamaan:

$$\frac{P_{i+1} - 2P_i + P_{i-1}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2\Delta r} = \lambda \frac{P_i^{l+1} - P_i^l}{\Delta t} \quad (8)$$

Dan jika persamaan perhitungan difusivitas tekanan tersebut dituliskan dalam bentuk eksplisit, maka persamaan ditulis sebagai berikut:

$$\frac{P_{i+1}^l - 2P_i^l + P_{i-1}^l}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{P_{i+1}^l - P_{i-1}^l}{2\Delta r} = \lambda \frac{P_i^{l+1} - P_i^l}{\Delta t} \quad (9)$$

Dengan menggunakan persamaan difusivitas tekanan metode PDE berbentuk eksplisit, nilai P di setiap lokasi dengan waktu tertentu dapat ditentukan menggunakan persamaan berikut:

$$P_i = \frac{\Delta t}{\lambda} \left(\frac{P_{i+1}^l - 2P_i^l + P_{i-1}^l}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{P_{i+1}^l - P_{i-1}^l}{2\Delta r} \right) + P_i^l \quad (10)$$

Berdasarkan persamaan yang dibuat, dengan menggambarkan sebuah media berpori 1D sepanjang 1000 ft yang dibagi menjadi 10 *section* dan diasumsikan media berpori tersebut merupakan reservoir minyak yang memiliki porositas 5 mD (*tight reservoir*) serta asumsi properti reservoir berikut, maka kalkulasi matematis dengan menggunakan *Microsoft Excel* yang didapatkan dari persamaan difusivitas tekanan dengan metode PDE dalam bentuk eksplisit tersebut adalah sebagai berikut:

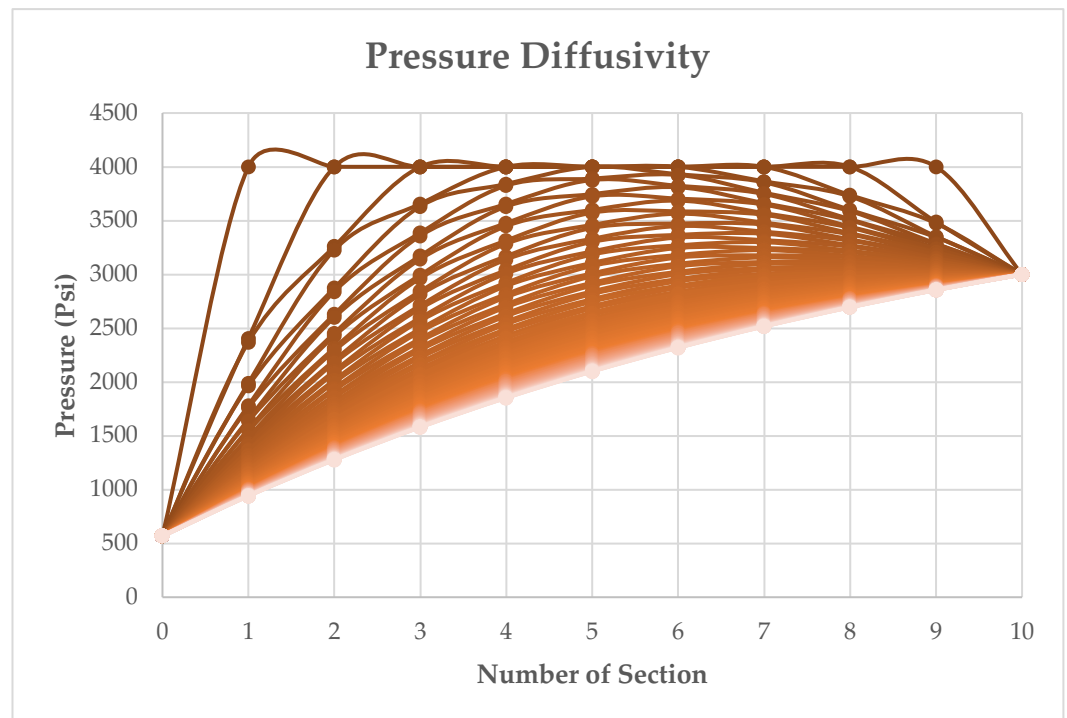
Tabel 1 Data Asumsi, Reservoir Properties, dan Boundary Conditions

Porosity	0.15	<i>friction</i>
Viscosity	0.6	<i>cP</i>
C_t	0.000003	<i>1/psi</i>
Permeability	5	<i>mD</i>
Length (r)	1000	<i>ft</i>
n (Number of Sections)	10	<i>section</i>
dr	100	<i>ft</i>
dt	1	<i>hour</i>
λ	0.000204545	
P_{injection}	570	<i>psi</i>
P_{initial}	4000	<i>psi</i>
P_{production}	3000	<i>psi</i>

Hasil kalkulasi dan model penyebaran tekanan dapat dilihat sebagai berikut:

Tabel 2 Hasil Kalkulasi Matematis dengan Menggunakan Microsoft Excel

Time Steps, i	Injeksi	Section, i									Prod. Well
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	570	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	3000
1	570	2407	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	3487	3000
2	570	2372	3260	4000	4000	4000	4000	4000	3736	3475	3000
3	570	1991	3227	3656	4000	4000	4000	3865	3725	3353	3000
4	570	1966	2873	3633	3840	4000	3931	3856	3599	3344	3000



Gambar 1 Model Distribusi Tekanan

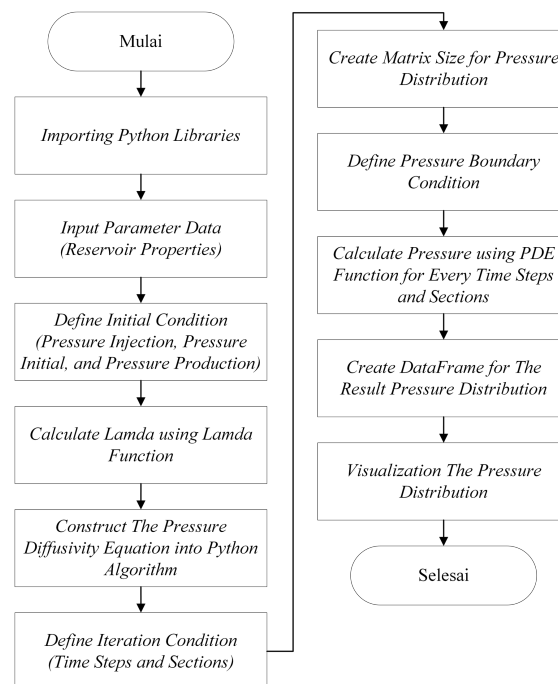
4. Program Algorithm

Program yang telah dibuat menggunakan bahasa pemrograman Python dengan menggunakan Jupyter Notebook sebagai *Integrated Development Environment* (IDE). Pada program terdapat beberapa input parameter yang harus dipenuhi oleh user pada awal penggunaan untuk dapat mendapatkan hasil output berupa *Pressure Distribution* pada setiap *time steps* dan *section*. Berikut merupakan beberapa *input parameter* yang ada pada program:

Tabel 3 Input Parameter on Python Program

<i>Porosity</i>	:	merupakan persentase volume total batuan yang terdiri dari ruang pori (fraction)
<i>Permeability</i>	:	merupakan kemampuan batuan untuk membiarkan fluida mengalir (mD)
<i>Viscosity</i>	:	merupakan ukuran kekentalan dari fluida (cP)
<i>Compressibility</i>	:	merupakan kemampuan material untuk mengalami perubahan volume ketika diberi tekanan (psi^{-1})
<i>Length (r)</i>	:	merupakan jarak antara sumur injeksi dengan sumur produksi (ft)
<i>dr</i>	:	jarak antar setiap section (ft)
<i>dt</i>	:	jarak waktu antar time steps (hours)
<i>Time Steps</i>	:	jumlah <i>time steps</i> maupun iterasi yang akan dilakukan
<i>Number of Sections</i>	:	jumlah <i>section</i> yang terbagi pada sampel batuan
<i>Pressure Injection</i>	:	merupakan tekanan fluida yang diinjeksikan (psi)
<i>Pressure Initial</i>	:	merupakan tekanan awal fluida pada reservoir (psi)
<i>Pressure Production</i>	:	merupakan tekanan fluida yang diinginkan pada saat produksi (psi)

Untuk mempermudah user memahami alur dari algoritma program yang telah dibuat, berikut merupakan diagram alir yang menjelaskan bagaimana program dapat memperoleh hasil output berupa distribusi *pressure*.

**Gambar 2** Diagram Alir Algoritma Pemrograman

Hasil yang didapatkan setelah user menjalankan program tersebut yakni berupa grafik visualisasi distribusi *pressure* dalam beberapa bentuk diantaranya yakni 3D plot, Imshow plot, dan 1D plot. Selain itu user akan mendapatkan tabel hasil output yang berisikan nilai dari variabel *pressure* yang sudah ditentukan. Variabel *pressure* yang ditampilkan yakni distribusi *pressure* pada setiap *time steps* dan *section* yang sebelumnya telah diinputkan oleh user pada bagian *input parameter*. Adapun script program dari penentuan distribusi *pressure* dapat dilihat pada *Pressure Diffusivity Script Program*.

4.1 Program Demonstration

Pada bagian program yang telah dibuat terdapat beberapa bagian maupun step yang harus dijalankan oleh user. Pada langkah pertama, user diminta untuk menjalankan cell *Input Library*, pada bagian ini berisikan *package library* yang dibutuhkan untuk menjalankan pemrograman. Selanjutnya pada langkah kedua, user diminta untuk melakukan *input parameter*, yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya. Pada langkah ketiga ini user juga diminta untuk mendefinisikan *initial condition* pada reservoir seperti *pressure injection*, *pressure initial*, dan *pressure production*. Langkah keempat user diminta untuk menentukan nilai lamda berdasarkan *function* yang telah dibuat. Perhitungan nilai lamda menggunakan data *porosity*, *viscosity*, dan *compressibility* yang telah diinputkan pada *input parameter*. Pada langkah kelima user akan memasuki pada tahap perhitungan distribusi *pressure* dengan menggunakan persamaan yang telah dibangun menggunakan *partial differential equation* (PDE), untuk lebih detailnya terdapat **bagian 3**.

Sebelum dapat menentukan nilai distribusi *pressure*, user diminta untuk membuat sebuah matrix dengan ukuran matrix berdasarkan *time steps* dan jumlah *sections*. Proses pembuatan matrix dengan memanfaatkan *library* Numpy Array. Selanjutnya, user diminta untuk menentukan batas *boundary* pada setiap *sections*nya, namun pada bagian ini kami mengansumsikan nilai *pressure injection* dan *pressure production* konstan pada setiap *time steps*-nya. Setelah user telah melakukan langkah-langkah sebelumnya, barulah user dapat menghitung nilai distribusi *pressure* menggunakan *function pressure diffusivity* yang telah dibuat. Setelah program dijalankan user akan mendapatkan hasil *output* berupa distribusi *pressure* untuk setiap *time steps* dan *sections*-nya. Hasil *output* merupakan *DataFrame* atau tabulasi untuk mempermudah user memahami hasil *output*. Pada langkah terakhir user dapat melakukan visualisasi berdasarkan hasil yang telah didapatkan untuk membantu user memahami distribusi *pressure* dalam bentuk 3D maupun 1D.

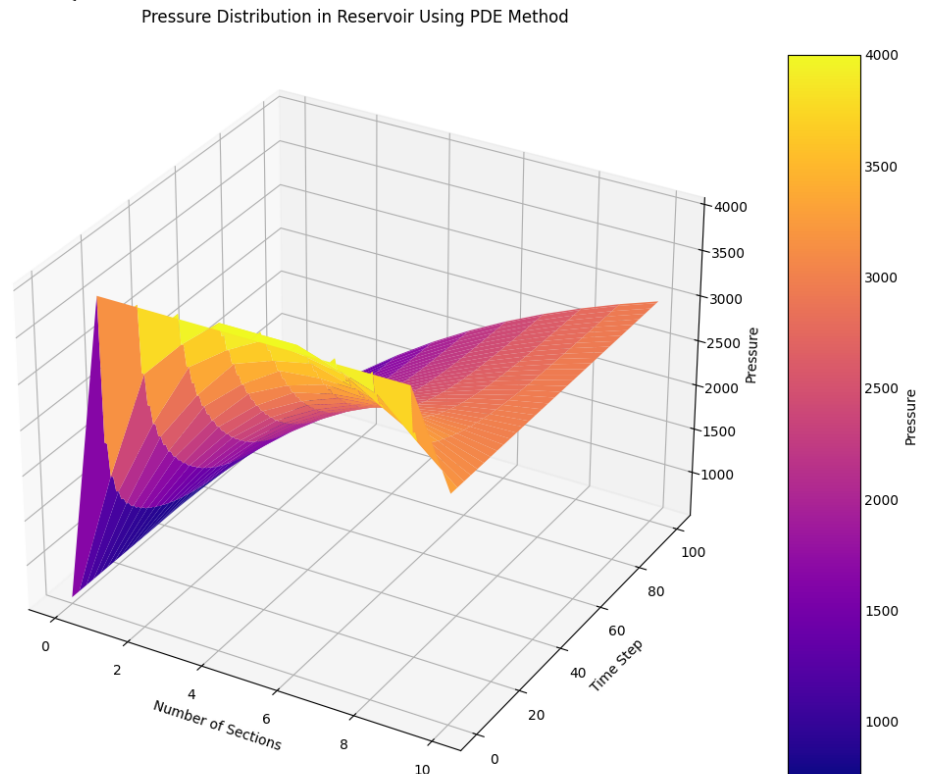
Berikut merupakan video demonstrasi yang dapat diakses oleh user yang berisikan tutorial cara penggunaan *script program* yang telah dibuat untuk menentukan distribusi *pressure* dengan menggunakan metode *partial differential equation* (PDE). Akses video demonstrasi dapat melalui link berikut [Video Tutorial Penggunaan Script Program Pressure Diffusivity](#).

5. Discussion

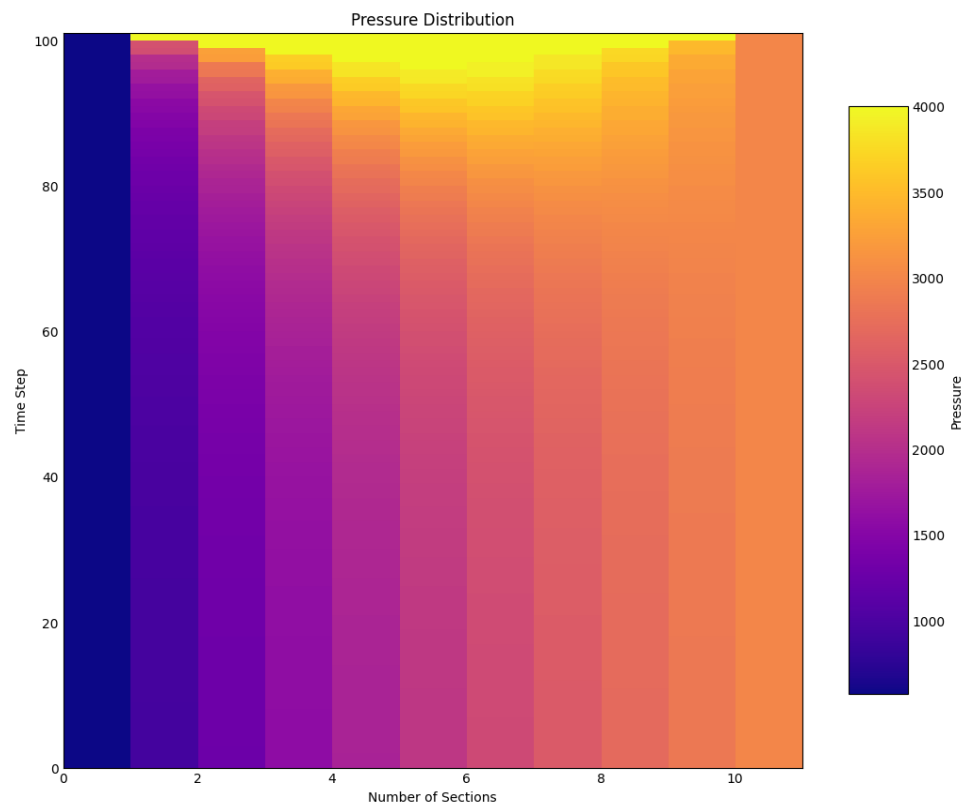
Pada lapangan ARTEMIS dengan asumsi bahwa reservoir pada lapangan ini reservoir minyak dan termasuk tight reservoir. Pada lapangan ini dengan tekanan awal reservoir sebesar 4000 psia dan tekanan bottomhole pressure sebesar 3000 psia melakukan injeksi dengan menggunakan air formasi yang dijaga secara konstan sebesar 570 psi tekanannya. Dalam *tight reservoir*, menjaga tekanan sangat penting untuk mempertahankan laju produksi dari waktu ke waktu. Fluida (air formasi) yang diinjeksikan berfungsi untuk mendukung tekanan reservoir dan mencegahnya turun terlalu cepat, sehingga memungkinkan umur produksi yang lebih stabil dan lebih lama. Untuk mengetahui apakah proses injeksi ini efektif untuk dilakukan, maka dilakukan percobaan simulasi dengan asumsi bahwa panjang injeksi dari surface sampai ke bottomhole adalah 1000 ft yang terbagi menjadi 100 section unknown (dimana dr harus dan tidak boleh dibawah 100). Menggunakan metode numerik partial differential pada *pressure diffusivity* yang menggambarkan distribusi tekanan sepanjang media berpori linear yang digambarkan pada satu dimensi pada berbagai lokasi dan waktu. Dengan demikian, dapat disimulasikan atau menunjukkan gambaran model penyebaran *pressure* di setiap lokasi pada waktu.

Pada percobaan injeksi dengan satuan waktu (dt) dalam *hour* setelah 5 jam, pola penyebaran *pressure diffusivity* dengan menggunakan pemrograman dengan metode numerik partial differential pada *pressure diffusivity*, maka *output* hasil pemrograman

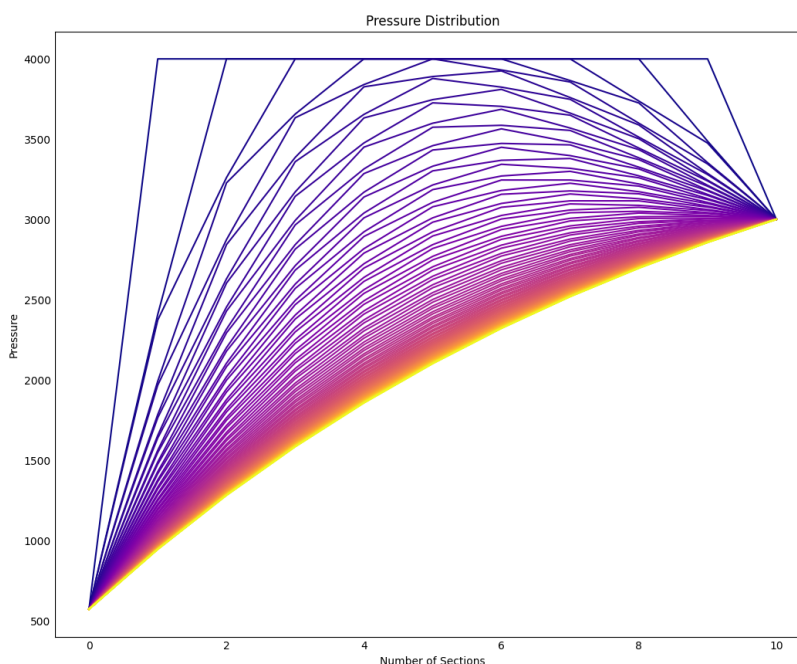
menunjukkan model penyebaran pressure pada setiap lokasi pada waktu setelah 5 jam percobaan injeksi.



Gambar 3 Visualisasi 3D Plot Distribusi *Pressure*



Gambar 4 Visualisasi Imshow Plot Distribusi *Pressure*



Gambar 5 Visualisasi 1D Plot Distribusi *Pressure*

Tabel 4 Hasil Distrubusi *Pressure* Pada 5 Data Pertama

Time Steps	Sections, i										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	570	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	3000
1	570	2407	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	3487	3000
2	570	2372	3260	4000	4000	4000	4000	4000	3736	3475	3000
3	570	1991	3227	3656	4000	4000	4000	3865	3725	3353	3000
4	570	1966	2873	3633	3840	4000	3931	3856	3599	3344	3000

Mengetahui pola penyebaran pressure pada setiap lokasi pada waktu tertentu, dengan memantau perubahan tekanan, kita dapat menilai kinerja reservoir, mengidentifikasi potensi masalah seperti pergerakan fluida, dan membuat keputusan berdasarkan informasi mengenai strategi produksi dan injeksi. Penggunaan metode PDE secara eksplisit ini memiliki output yang lebih akurat dan analisa error yang lebih kecil dibandingkan dengan metode PDE implisit, karena pada metode PDE eksplisit tidak hanya menentukan nilai tekanan saja tetapi pola penyebaran tekanan untuk setiap satuan waktu dalam rentang hours. Oleh karena itu, untuk skenario injeksi yang dijaga secara konstan dengan 570 psi dinjeksikan kedalam sumur, menunjukkan hasil output dimana penurunan pressure pada setiap lokasi (yang terbagi pada setiap section) tidak terlalu jauh, dan memungkinkan fluida minyak (hydrocarbon) dapat mengalir secara natural flow pada saat produksi dilakukan. Dapat dikatakan, skenario yang diterapkan merupakan skenario terbaik untuk percobaan injeksi dan menjaga tekanan pada *tight reservoir* untuk tetap berproduksi secara *natural flow*. Dengan menerapkan metode numerical menggunakan partial differential solution untuk pressure diffusivity ini merupakan solusi yang tepat dan dapat secara akurat memodelkan dinamika fluida yang kompleks, dengan kondisi batas seperti pressure initial 4000 psi dengan pressure injeksi secara konstan 570 psi dan *pressure bottomhole* sebesar 3000 psi, dan memberikan output simulasi mengenai pressure diffusivity untuk mengetahui pola penyebaran disetiap lokasi. Dengan mengetahui setiap pola penyebarannya, sebagai *reservoir engineer* kita

dapat mengetahui apakah reservoir minyak ini dapat mengalirkan *hydrocarbon* secara natural untuk produksi. Biasanya injeksi juga dilakukan pada saat *secondary or tertiary recovery* untuk mengoptimalkan produksi minyak yang dilakukan. Dengan asumsi yang dilakukan dan simulasi model pada lapangan ARTEMIS dengan kondisi tight reservoir dimana permeability batuan sebesar 5 mD dengan porositas 15% dan merupakan reservoir minyak, dapat disimpulkan bahwa dengan menginjeksikan 570 psi air formasi secara konstan dapat menjaga perubahan pressure dan produksi minyak *hydrocarbon* dapat dilakukan secara *natural flow*.

6. Conclusions

Lapangan ARTEMIS yang diasumsikan sebagai reservoir minyak dan termasuk tight reservoir, menjalankan injeksi dengan menggunakan air formasi yang dijaga secara konstan sebesar 570 psi untuk menjaga tekanan reservoir. Dalam tight reservoir, menjaga tekanan sangat penting untuk mempertahankan laju produksi. Percobaan simulasi dilakukan untuk mengetahui efektivitas proses injeksi ini, dengan asumsi panjang injeksi dari permukaan sampai ke bottomhole adalah 1000 ft yang terbagi menjadi 10 bagian. Persamaan diferensial parsial digunakan untuk menggambarkan distribusi tekanan sepanjang media berpori linear pada berbagai lokasi dan waktu. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penurunan tekanan pada setiap lokasi tidak terlalu jauh, memungkinkan aliran hidrokarbon secara alami saat produksi. Dengan demikian, skenario ini dianggap sebagai skenario terbaik untuk menjaga tekanan pada tight reservoir dan memungkinkan produksi aliran alami. Dengan asumsi dan model simulasi pada lapangan ARTEMIS, dapat disimpulkan bahwa injeksi air formasi 570 psi secara konstan dapat menjaga perubahan tekanan dan produksi minyak hidrokarbon dapat dilakukan secara aliran alami.

6.1 Suggestion

Dari hasil analisa pemodelan program yang telah kami buat, untuk meningkatkan pengalaman pengguna dan mempermudah pemahaman bagi mereka yang tidak terbiasa dengan penggunaan shell, disarankan untuk mengintegrasikan GUI (*Graphical User Interface*) ke dalam *script* Python yang telah dibuat. Sehingga dengan mengintegrasikan *script* Python dengan GUI, *user* maupun pengguna hanya perlu menginputkan beberapa parameter yang diperlukan, secara otomatis program akan mengkalkulasikan dan hasil output secara langsung akan keluar berupa distribusi tekanan disertai dengan visualisasi.

6. Patents

Supplementary Materials: Informasi pendukung (*Script Code, Excel, Video Demonstration*, dan *Final Report*) berikut dapat diunduh di: <https://drive.google.com/drive/folders/1HK2-iEeo0FaIrTdVGJE5VYHOtPdARZO?usp=sharing>.

Author Contributions: Conceptualization, Muhammad Khoirul Latif, Mukhammad Sholikhuddin, Putri Maria Claudia, Dzakhi Fahri, dan Bunga Putri Sopian; formal analysis, Muhammad Khoirul Latif dan Putri Maria Claudia; methodology, Mukhammad Sholikhuddin; software, Mukhammad Sholikhuddin; validation, Muhammad Khoirul Latif, Mukhammad Sholikhuddin, Putri Maria Claudia, Dzakhi Fahri, dan Bunga Putri Sopian; investigation, Muhammad Khoirul Latif, Mukhammad Sholikhuddin, dan Putri Maria Claudia; resources, Muhammad Khoirul Latif, Mukhammad Sholikhuddin, dan Putri Maria Claudia; data curation, Muhammad Khoirul Latif, Mukhammad Sholikhuddin, dan Putri Maria Claudia; writing—original draft preparation, Dzakhi Fahri dan Bunga Putri Sopian; writing—review and editing, Muhammad Khoirul Latif, Mukhammad Sholikhuddin, Putri Maria Claudia, Dzakhi Fahri, dan Bunga Putri Sopian; visualization, Mukhammad Sholikhuddin; supervision, Putri Maria Claudia; project administration, Muhammad Khoirul Latif, Mukhammad Sholikhuddin, Putri Maria Claudia, Dzakhi Fahri, dan Bunga Putri Sopian.

Acknowledgments: Dalam pemodelan ini kami mendapatkan dukungan dari pemahaman materi *Partial Differential Equation* (PDE) yang digunakan dan materi pemahaman terkait implementasi PDE khususnya di industri migas pada saat proses pemodelan yang bersumber dari dosen kami pada mata kuliah “Metode Numerik” Dara Ayuda Maharsi, S.T. MT.

Appendix A

Tabel 1 Data Asumsi, Reservoir Properties, dan Boundary Conditions	5
Tabel 2 Hasil Kalkulasi Matematis dengan Menggunakan Microsoft Excel	6
Tabel 3 Input Parameter on Python Program.....	7
Tabel 4 Hasil Distribusi Pressure Pada 5 Data Pertama	10
 Gambar 1 Model Distribusi Tekanan.....	6
Gambar 2 Diagram Alir Algoritma Pemrograman.....	7
Gambar 3 Visualisasi 3D Plot Distribusi Pressure.....	9
Gambar 4 Visualisasi Imshow Plot Distribusi Pressure.....	9
Gambar 5 Visualisasi 1D Plot Distribusi Pressure.....	10

References

- [1] M. A. Rahman, S. Mustafiz, M. Koksai, and M. R. Islam, “Quantifying the skin factor for estimating the completion efficiency of perforation tunnels in petroleum wells,” *J Pet Sci Eng*, vol. 58, no. 1, pp. 99–110, 2007, doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2006.11.012>.
- [2] K. Razminia, A. Razminia, R. Kharrat, and D. Baleanu, “Analysis of diffusivity equation using differential quadrature method,” *Romanian Journal of Physics*, vol. 59, 2014, no. 3–4, pp. 233–246, 2014, [Online]. Available: <http://www.scopus.com/inward/record.url?scp=84899156965&partnerID=8YFLogxK>
- [3] R. Wheaton, “Chapter 3 - Well-Test Analysis,” in *Fundamentals of Applied Reservoir Engineering*, R. Wheaton, Ed., Gulf Professional Publishing, 2016, pp. 59–73. doi: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-101019-8.00003-X>.
- [4] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers, Eighth Edition*. 2021.
- [5] W. Sanusi, S. Side, M. I. Pratama, and D. Fitriyani, “Penyelesaian Persamaan Panas Dimensi Satu dengan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit,” 2022. [Online]. Available: <http://www.ojs.unm.ac.id/jmathcos>

TABEL KONTRIBUSI KELOMPOK B2

No	Nama	NIM	Kontribusi	Keterangan
1	Muhammad Khoirul Latif	101321004	100%	Aktif dalam proses diskusi pengerjaan tugas seperti <i>conceptualization, formal analysis, validation, investigation, resources, data curation, writing—review and editing, project administration</i>
2	Mukhammad Sholikhuddin	101321020	100%	Aktif dalam proses diskusi pengerjaan tugas seperti <i>conceptualization, methodology, software, validation, investigation, resources, data curation, writing—review and editing, visualization, project administration</i>
3	Putri Maria Claudia	101321058	100%	Aktif dalam proses diskusi pengerjaan tugas seperti <i>conceptualization, formal analysis, validation, investigation, resources, data curation, writing—review and editing, supervision, project administration</i>
4	Dzakhi Fahri	101321074	100%	Aktif dalam proses diskusi pengerjaan tugas seperti <i>conceptualization, validation, writing—original draft preparation, writing—review and editing, project administration</i>
5	Bunga Putri Sopian	101321104	100%	Aktif dalam proses diskusi pengerjaan tugas seperti <i>conceptualization, validation, writing—original draft preparation, writing—review and editing, project administration</i>