Рабочая тетрадь № 5

Составление логических формул позволяет решать определённые классы задач, но зачастую получившаяся запись неудобна, сложна или непригодна для дальнейшего анализа или проведения исследований. Поэтому логические формулы необходимо уметь упрощать. Методики «упрощений» делятся на два класса:

1) приведение исходной логической формулы к более компактному виду, т.е. уменьшение числа логических операций, которые нужно выполнить;

2) приведение исходной логической формулы к одному из стандартных специальных видов, удобных для вычисления и анализа.

1. Теоретический материал

Простой конъюнкцией называется конъюнкция одной или нескольких переменных, при этом каждая переменная встречается не более одного раза (либо сама, либо ее отрицание).

Например, $x \wedge y \wedge \bar{z}$ является простой конъюнкцией.

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) называется дизъюнкция простых конъюнкций.

Например, выражение$(x \wedge y) \vee (\bar{y} \wedge z)$является ДНФ. Для одной и той же логической формулы можно получить несколько разных по составу ДНФ. Принято среди всех этих ДНФ выделять одну «совершенную» форму, которая всегда существует в единственном виде для конкретной логической формулы.

Совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ) называется такая дизъюнктивная нормальная форма, у которой в каждую конъюнкцию входят все переменные данного списка (либо сами, либо их отрицания), причем в одном и том же порядке.

Например, выражение $x \vee (y \wedge \bar{z})$ является ДНФ, но не СДНФ.

Выражение $(x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z)$ является СДНФ.

Аналогичные определения (с заменой конъюнкции на дизъюнкцию и наоборот) верны для КНФ и СКНФ. Приведем точные формулировки.

Простой дизъюнкцией называется дизъюнкция одной или нескольких переменных, при этом каждая переменная входит не более одного раза (либо *сама, либо ее отрицание).*

Например, выражение $x \vee \bar{y} \vee z$ – простая дизъюнкция.

Конъюнктивной нормальной формой (КНФ) называется конъюнкция простых дизъюнкций.

Например, выражение $(x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (x \vee z) \wedge (y \vee \bar{z})$ – КНФ.

Совершенной конъюнктивной нормальной формой (СКНФ) называется такая КНФ, у которой в каждую простую дизъюнкцию входят все переменные данного списка (либо сами, либо их отрицания), причем в одинаковом порядке.

Например, выражение $(x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$ является СКНФ.

Простейший (но весьма громоздкий) способ построения дизъюнктивных и конъюнктивных нормальных форм для булевых функций состоит в использовании эквивалентных преобразований, основанных на следующих тождествах:

№	**Название тождества**	**Тождество**	
1.	Двойное отрицание	$\bar{\bar{x}} = x$	
2.	Коммутативность	$x \vee y = y \vee x$ $x \wedge y = y \wedge x$	
3.	Ассоциативность	$x \vee (y \vee x) = (x \vee y) \vee z$ $x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$	
4.	Дистрибутивность	$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$ $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$	
5.	Законы де Моргана	$\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}$ $\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$	
6.	Свойства констант	$x \wedge 0 = 0$ $x \wedge 1 = x$	$x \vee 0 = x$ $x \vee 1 = 1$
7.	Свойства отрицаний	$x \wedge \bar{x} = 0$ $x \vee \bar{x} = 1$	
8.	Идемпотентность	$x \vee x = x$ $x \wedge x = x$	
9.	Поглощение	$x \vee (x \wedge y) = x$ $x \wedge (x \vee y) = x$	
10.	Склеивание (расщепление)	$(x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y}) = x$ $(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) = x$	

11.	Операция «импликация»	$x \to y = \bar{x} \vee y$
12.	Операция «эквивалентность»	$x \leftrightarrow y = (x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})$ $x \leftrightarrow y = (x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee y)$
13.	Операция «исключающее ИЛИ»	$x \oplus y = (x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y)$ $x \oplus y = (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$
14.	Операция «стрелка Пирса»	$x \downarrow y = \overline{x \vee y}$
15.	Операция «штрих Шеффера»	$x \mid y = \overline{x \wedge y}$

Для получения ДНФ или КНФ используется следующий алгоритм:

1) все логические операции выражаются через $\wedge$, $\vee$, $\neg$ (тождества 11-15);

2) отрицания над логическими выражениями преобразуются по законам де Моргана (тождество 5) так, чтобы все отрицания относились только к переменным;

3) для получения ДНФ и КНФ все скобки раскрываются закону дистрибутивности:

3.1) для получения ДНФ – по первому закону дистрибутивности (тождество 4, верхняя формула);

3.2) для получения КНФ – по второму закону дистрибутивности (тождество 4, нижняя формула).

Напомним названия, обозначения и таблицы истинности основных логических операций:

1) () – группирующие скобки;

2) $\neg$, $\overline{}$ – отрицание;

3) $\wedge, \&$ – конъюнкция; логическое «И»; логическое умножение;

4) $\vee$ – дизъюнкция; логическое «ИЛИ»; логическое сложение;

5) $\oplus$ – исключающее «ИЛИ»; сложение по модулю два;

6) $\to$ – импликация;

7) $\leftrightarrow, \sim, =, \equiv$ – эквивалентность; эквиваленция;

8) | – штрих Шеффера; логическое «И-НЕ»;

9) $\downarrow$ – стрелка Пирса; логическое «ИЛИ-НЕ»;

$\boldsymbol{x}$	$\neg$, $\overline{}$
0	1
1	0

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$	$\vee$	$\wedge, \&$	$\to$	$\leftrightarrow, \sim$	$\oplus$	$\mid$	$\downarrow$

0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0

2. Пример

Задача:

Установить характер истинности формулы

$$\big(x \wedge (x \to y)\big) \to y\,.$$

Решение:

$$\big(x \wedge (x \to y)\big) \to y = \overline{x \wedge (\bar{x} \vee y)} \vee y = \bar{x} \vee \overline{(\bar{x} \vee y)} \vee y =$$

$$= \bar{x} \vee (x \wedge \bar{y}) \vee y = \bar{x} \vee \bar{y} \vee y = 1$$

Ответ:

1

Задача:

Упростить формулу

$$A = (x \to y) \to \big((x \to \bar{y}) \to \bar{x}\big)\,.$$

Решение:

$$A = (x \to y) \to \big((x \to \bar{y}) \to \bar{x}\big) = \overline{x \to y} \vee (\overline{x \to \bar{y}} \vee \bar{x}) =$$

$$= \overline{\bar{x} \vee y} \vee (\overline{\bar{x} \vee \bar{y}} \vee \bar{x}) = (x \wedge \bar{y}) \vee \big((x \wedge y) \vee \bar{x}\big) = \big((x \wedge \bar{y}) \vee (x \wedge y)\big) \vee \bar{x} =$$

$$= \big(x \wedge (\bar{y} \vee y)\big) \vee \bar{x} = (x \wedge 1) \vee \bar{x} = x \vee \bar{x} = 1$$

Ответ:

1

Задача:

Найти ДНФ, КНФ для функции

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \big((x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_2} \wedge x_3)\big) \wedge (x_1 \vee \overline{x_4})\,.$$

Решение:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \big((x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_2} \wedge x_3)\big) \wedge (x_1 \vee \overline{x_4}) = \text{тож.}\,4 =$$

$$= (x_1 \wedge x_2 \wedge x_1) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_4}) \vee (\overline{x_2} \wedge x_3 \wedge x_1) \vee (\overline{x_2} \wedge x_3 \wedge \overline{x_4}) =$$

$$= \text{тож.}\,2,8 = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_4}) \vee (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (\overline{x_2} \wedge x_3 \wedge \overline{x_4})$$

Последнее выражение находится в ДНФ.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \big((x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_2} \wedge x_3)\big) \wedge (x_1 \vee \overline{x_4}) =$$

$$= \text{тож.}\,4 = \big((x_1 \wedge x_2) \vee \overline{x_2}\big) \wedge \big((x_1 \wedge x_2) \vee x_3\big) \wedge (x_1 \vee \overline{x_4}) =$$

$$= \text{тож.}\,4 = (x_1 \vee \overline{x_2}) \wedge (x_2 \vee \overline{x_2}) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_4}) =$$

$$= \text{тож.}\,7 = (x_1 \vee \overline{x_2}) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_4})$$

Последнее выражение находится в КНФ.

Задача:

С помощью эквивалентных преобразований приведите формулу к ДНФ и КНФ

$$F(x, y, z) = \overline{(z \to x) \leftrightarrow (y|x)}\,.$$

Решение:

Сначала приведём логическую формулу $F(x, y, z)$ к ДНФ.

$$\overline{(z \to x) \leftrightarrow (y|x)} = \text{тож.}\,11,15 = \overline{(\bar{z} \vee x) \leftrightarrow (\overline{y \wedge x})} =$$

$$= \text{тож.}\,5 = \overline{(\bar{z} \vee x) \leftrightarrow (\bar{y} \vee \bar{x})} =$$

$$= \text{тож.}\,12 = \overline{\Big((\bar{z} \vee x) \vee \overline{(\bar{y} \vee \bar{x})}\Big) \wedge \Big(\overline{(\bar{z} \vee x)} \vee (\bar{y} \vee \bar{x})\Big)} =$$

$$= \text{тож.}\,5 = \overline{\Big((\bar{z} \vee x) \vee \overline{(\bar{y} \vee \bar{x})}\Big)} \vee \overline{\Big(\overline{(\bar{z} \vee x)} \vee (\bar{y} \vee \bar{x})\Big)} =$$

$$= \text{тож.}\,5 = \Big(\overline{(\bar{z} \vee x)} \wedge \overline{\overline{(\bar{y} \vee \bar{x})}}\Big) \vee \Big(\overline{\overline{(\bar{z} \vee x)}} \wedge \overline{(\bar{y} \vee \bar{x})}\Big) =$$

$$= \text{тож.}\,5 = \big((\bar{\bar{z}} \wedge \bar{x}) \wedge (\bar{y} \vee \bar{x})\big) \vee \big((\bar{z} \vee x) \wedge (\bar{\bar{y}} \wedge \bar{\bar{x}})\big) =$$

$$= \text{тож.}\,5,3 = \big(z \wedge \bar{x} \wedge (\bar{y} \vee \bar{x})\big) \vee \big((\bar{z} \vee x) \wedge y \wedge x\big) =$$

$$= \text{тож.}\,9 = (z \wedge \bar{x}) \vee (y \wedge x)$$

Для приведения формулы $F(x, y, z)$ к КНФ удобнее, в данном случае, воспользоваться её ДНФ.

$$(z \wedge \bar{x}) \vee (y \wedge x) = \text{тож.}\,4 = \big((z \wedge \bar{x}) \vee y\big) \wedge \big((z \wedge \bar{x}) \vee x\big) =$$

$$= \text{тож.}\,4 = \big((z \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y)\big) \wedge \big((z \vee x) \wedge (\bar{x} \vee x)\big) =$$

$$= \text{тож.}\,7,6 = \big((z \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y)\big) \wedge \big((z \vee x)\big) =$$

$$= \text{тож.}3 = (z \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (z \vee x)$$

Ответ:

$$F_{\text{ДНФ}}(x, y, z) = (z \wedge \bar{x}) \vee (y \wedge x)$$

$$F_{\text{КНФ}}(x, y, z) = (z \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (z \vee x)$$

3. Задания

1. ***Задача:***

Доказать равносильность с помощью эквивалентных преобразований:

$$\overline{(x \wedge y) \vee \bar{z}} \equiv \overline{z \to x} \vee \overline{z \to y}\,.$$

Решение:

Ответ:

2. ***Задача:***

С помощью таблиц истинности доказать равносильность:

$$\overline{(x \wedge y) \vee \bar{z}} \equiv \overline{z \to x} \vee \overline{z \to y}\,.$$

Решение:

x y z x&y 10

x y z z->x z->y 20 0 0 1

Ответ:

3. ***Задача:***

С помощью эквивалентных преобразований приведите формулу к ДНФ, КНФ:

$$F(x, y, z) = (\bar{z} \to x) \leftrightarrow (\bar{x}|y)\,.$$

Решение:

Ответ:

4.	***Задача:***
	С помощью равносильных преобразований доказать, что формула: $$A = (x \to y) \wedge (x \to \bar{y}) \wedge x\,,$$ является тождественно ложной.
	Решение:
	Ответ:

1. Теоретический материал

Если булева функция не равна тождественно нулю, то ее можно представить в виде СДНФ по ее таблице истинности следующим образом (на примере таблицы истинности для логической функции двух переменных):

1) Выделяем строки, для которых высказывание оказалось истинным:

№ строки	x	y	$f(x,y)$
1.	0	0	1
2.	0	1	0
3.	1	0	0
4.	1	1	1

2) Заготавливаем следующий шаблон:

$$f(x,y) = (x \wedge \mathrm{y}) \vee (\mathrm{x} \wedge \mathrm{y})$$

а) количество круглых скобок равно числу выделенных строк (т.е. каждая скобка соответствует конкретной выделенной строке);

б) количество логических переменных в круглых скобках, соединённых операциями конъюнкции, равно числу логических переменных в таблице истинности (в нашем случае двум – x и y).

3) Далее в каждой круглой скобке ставим над логической переменной отрицание, если в соответствующей выделенной строке таблицы истинности она имела <u>нулевое</u> значение (ложное значение):

$$f(x,y) = (\bar{x} \wedge \bar{\mathrm{y}}) \vee (\mathrm{x} \wedge \mathrm{y})$$

4) В итоге мы приходим к логическому высказыванию, которое соответствует исходной таблице истинности. Логическое высказывание, записанное в таком виде, называется СДНФ.

Если булева функция не равна тождественно единице, то ее можно представить в виде СКНФ по ее таблице истинности следующим образом (на примере таблицы истинности для логической функции двух переменных):

1) Выделяем строки, для которых высказывание оказалось ложным:

№ строки	x	y	$f(x,y)$
1.	0	0	1
2.	0	1	0
3.	1	0	0
4.	1	1	1

2) Заготавливаем следующий шаблон:

$$f(x,y) = (x \vee y) \wedge (x \vee y)$$

а) количество круглых скобок равно числу выделенных строк (т.е. каждая скобка соответствует конкретной выделенной строке);

б) количество логических переменных в круглых скобках, соединённых операциями конъюнкции, равно числу логических переменных в таблице истинности (в нашем случае двум – x и y).

3) Далее в каждой круглой скобке ставим над логической переменной отрицание, если в соответствующей выделенной строке таблицы истинности она имела <u>единичное</u> значение (истинное значение):

$$f(x,y) = (x \vee \overline{y}) \wedge (\overline{x} \vee y)$$

4) В итоге мы приходим к логическому высказыванию, которое соответствует исходной таблице истинности. Логическое высказывание, записанное в таком виде, называется СКНФ.

2. Пример

1. ***Задача:***

Составить для импликации и «сложения по модулю 2» СДНФ и СКНФ.

Решение:

Таблицы истинности функций импликация и суммы по модулю два:

x	y	$f_1 = x \to y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

x	y	$f_2 = x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

СДНФ для этих функций:

$$f_1(x, y) = x \to y = (\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y) \vee (x \wedge y);$$

$$f_2(x, y) = x \oplus y = (x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y).$$

СКНФ для этих функций:

$$f_1(x, y) = x \to y = \bar{x} \vee y;$$

$$f_2(x, y) = x \oplus y = (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}).$$

Ответ:

2. ***Задача:***

Найти СДНФ для $L = x \wedge (x \to y)$, используя два способа: равносильные преобразования, таблицу истинности.

Решение:

Найдём СДНФ для L с помощью равносильных преобразований.

$$L = x \wedge (x \to y) = \text{тож.}\,11 = x \wedge (\bar{x} \vee y) =$$

$$= \text{тож.}\,4 = (x \wedge \bar{x}) \vee (x \wedge y) = \text{тож.}\,7, 6 = x \wedge y = L_{\text{СДНФ}}$$

Найдём СДНФ для L с помощью таблицы истинности:

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$	$\boldsymbol{x \to y}$	$\boldsymbol{x \wedge (x \to y).}$
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	1	1

1) Выделим строки, которые дают «1».
2) Заготовим по числу строк шаблон: $L = x \wedge y$.
3) Поставим отрицания над переменными, соответствующими значению «0» в таблице истинности (таких нет): $L = x \wedge y$.

Таким образом, СДНФ:

$$L_{\text{СДНФ}} = x \wedge y \,.$$

Ответ:

$$L_{\text{СДНФ}} = x \wedge y\,.$$

3. ***Задача:***

Найти СКНФ для $L = x \wedge (x \to y)$, используя два способа: равносильные преобразования, таблицу истинности.

Решение:

Найдём СКНФ для L с помощью равносильных преобразований.

$$L = x \wedge (x \to y) = \text{тож.}\,11 = x \wedge (\bar{x} \vee y) =$$

$$= \text{тож.}\,7,6 = \big(x \vee (y \wedge \bar{y})\big) \wedge (\bar{x} \vee y) =$$

$$= \text{тож.}\,4 = \big((x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y})\big) \wedge (\bar{x} \vee y) =$$

$$= \text{тож.}\,3 = (x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee y) = L_{\text{СКНФ}}$$

Найдём СКНФ для L с помощью таблицы истинности:

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$	$\boldsymbol{x \to y}$	$\boldsymbol{x \wedge (x \to y)}$.
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	1	1

1) Выделим строки, которые дают «0».

2) Заготовим по числу строк шаблон: $L = (x \vee y) \wedge (x \vee y) \wedge (x \vee y)$.

3) Поставим отрицания над переменными, соответствующими значению «1» в таблице истинности : $L = (x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee y)$.

Таким образом, СКНФ:

$$L_{\text{СКНФ}} = (x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee y)\,.$$

Ответ:

$$L_{\text{СКНФ}} = (x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee y)\,.$$

3. Задания	
1.	***Задача:***
	Придать более простой вид формулам, имеющим следующие совершенные нормальные формы: 1) $x \wedge y \vee x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge y$; 2) $(x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$.
	Решение:
2.	***Задача:***
	Преобразовать КНФ в СКНФ для функции: $$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}).$$
	Решение:
3.	***Задача:***
	Найти СДНФ для тождественно истинной формулы, содержащей: 1) одну переменную; 2) две переменные.
	Решение:
4.	***Задача:***
	Найти СКНФ для тождественно ложной формулы, содержащей: 1) одну переменную; 2) две переменные.
	Решение:
5.	***Задача:***
	Для следующей формулы найти СДНФ и СКНФ путем использования равносильных преобразований и таблиц истинности: $$L = x \vee \bar{z} \to y \wedge z\,.$$
	Решение:

Тест 5	
1.	Формула А называется тождественно-ложной если…
	1) для некоторых наборов переменных она принимает значение Истина. 2) для некоторых наборов переменных она принимает значение Ложь.

	3) для любых наборов переменных она принимает значение Истина. 4) для любых наборов переменных она принимает значение Ложь.
	Ответ:
2.	Формула А* называется двойственной формуле А, если…
	1) она получена из А одновременной заменой всех символов конъюнкции и дизъюнкции на двойственные 2) она получена из А заменой всех символов конъюнкции на символы дизъюнкции 3) она получена из А заменой всех символов дизъюнкции на символы конъюнкции 4) она получена из А одновременной заменой всех символов конъюнкции и дизъюнкции на логическое сложение
	Ответ:
3.	Какая из данных логических функций является тождественно ложной?
	1) $\overline{A \rightarrow (B \rightarrow A)}$ 2) $\bar{A} \rightarrow \bar{B}$ 3) $\bar{A} \leftrightarrow \bar{B}$ 4) $\bar{A} \rightarrow (A \wedge B)$
	Ответ:
4.	Максимально упростите логическое выражение. $\bar{Y} \vee \left(\overline{(X \vee Y) \wedge \bar{\bar{Y}}} \wedge X \wedge \bar{Y}\right)$
	1) $X \wedge Y$ 2) $\bar{Y}$ 3) X 4) 1
	Ответ:
5.	Дана логическая функция. Выберете эквивалентную ей функцию. $F_1(X_1, X_2) = (X_1 \wedge X_2) \vee (X_1 \wedge \overline{X_2}) \vee (\overline{X_1} \wedge X_2)$
	1) $X_1 \vee X_2$ 2) $X_1 \wedge X_2$ 3) $X_1 \wedge \overline{X_2}$ 4) $\overline{X_1} \wedge X_2$
	Ответ:

6.	Дана логическая функция. Выберете эквивалентную ей функцию. $$F_2 = a \wedge \bar{b} \vee c \vee \bar{a} \wedge c$$	
	1) $c \wedge (a \vee \bar{b})$	2) $(\bar{a} \vee c) \wedge (\bar{b} \vee c)$
	3) $(a \vee c) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee c) \wedge (\bar{b} \vee c)$	4) $a \wedge (b \vee c) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b})$
	Ответ:	
7.	Сколько слагаемых содержит СДНФ, построенная по функции $f(x_1, x_2, x_3)$ заданной так, что на всех наборах значений переменных x_1, x_2, x_3 она принимает значение 1?	
	1) 1 2) 2 3) 4 4) 8	
	Ответ:	
8.	Сколько сомножителей содержит СКНФ, построенная для функции $f(x_1, x_2, x_3)$, для которой $f(1,1,1) = f(1,0,1) = 0$? В остальных случаях $f(x_1, x_2, x_3) = 1$.	
	1) 1 2) 2 3) 4 4) 8	
	Ответ:	
9.	Найдите СДНФ по таблице истинности	

$\boldsymbol{X_1}$	$\boldsymbol{X_2}$	$\boldsymbol{F}$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

1) $(\overline{X_1} \wedge X_2) \vee (X_1 \wedge X_2) \vee (X_1 \wedge \overline{X_2})$
2) $(\overline{X_1} \wedge \overline{X_2}) \vee (\overline{X_1} \wedge X_2) \vee (X_1 \wedge X_2)$
3) $(X_1 \wedge X_2) \vee (X_1 \wedge \overline{X_2}) \vee (\overline{X_1} \wedge \overline{X_2})$
4) $\overline{X_1} \wedge X_2$

Ответ:

10.	Найдите СКНФ по таблице истинности
	<table><tr><th>XX_1</th><th>X_2</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>
	1) $(\overline{X_1} \vee \overline{X_2}) \wedge (\overline{X_1} \vee X_2) \wedge (X_1 \vee X_2)$ 2) $(\overline{X_1} \vee X_2) \wedge (\overline{X_1} \vee \overline{X_2})$ 3) $(X_1 \vee \overline{X_2}) \wedge (\overline{X_1} \vee X_2)$ 4) $(X_1 \vee \overline{X_2}) \wedge (\overline{X_1} \vee X_2) \wedge (\overline{X_1} \vee \overline{X_2})$
	Ответ:

Реализация задач на языке программирования Python

Как и в любом высокоуровневом языке программирования в Python есть операции сравнения и логические операторы. Результатом операции сравнения и логического оператора является значение типа **boolean**. Переменная (константа или выражение) такого типа может принимать только два значения: **True** (истина), **False** (ложь).

1. Теоретический материал

В Python имеются следующие операции сравнения:

Операция	Описание операции
==	Проверка на равенство двух объектов
!=	Проверка на неравенство двух объектов
>	Левый объект больше правого?
<	Левый объект меньше правого?
>=	Левый объект больше или равен правому?
<=	Левый объект меньше или равен правому?

Примеры операций сравнения:

```
a = 4
b = 7
result = a == 8  # сохраняем результат операции в переменную
```

```
print(result)     # False
print(a != b)     # True
print(a > b)      # False
print(a < b)      # True

bool_1 = True
bool_2 = False
print(bool_1 == bool_2)  # False
```

Операции сравнения могут работать с объектами разного типа - строки, числа, логические значения, однако оба операнда должны быть «родственного» типа (например, можно сравнивать целое число с вещественным).

Логические операторы позволяют объединять несколько логических высказываний (условий) в одно. В Python имеются следующие логические операторы:

Оператор	Описание оператора
and	Логическое «И»
or	Логическое «ИЛИ»
not	Отрицание

2. Пример

Задача:

Написать программу, которая определяет, лежит ли введённая точка x на одном из отрезков $[-3; 5]$ и $[9; 15]$.

Решение (код программы):

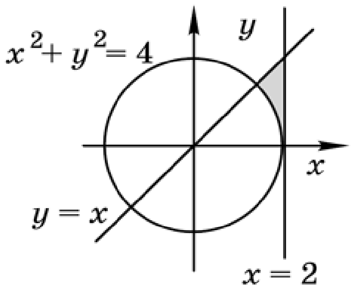
```
x = float(input())
if (x >=-3 and x <=5) or (x >=9 and x <=15):
   print('yes')
else:
   print('no')

# Альтернативное решение
x = float(input())
if -3 <= x <= 5 or 9 <= x <= 15:
   print('yes')
```

```
else:
    print('no')
```

Задача:

По введённым координатам точки (x, y) определить, попала ли она в заштрихованную на рисунке область.



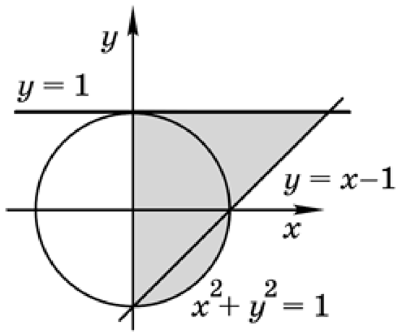
Решение (код программы):

```
x = float(input())
y = float(input())
if x <= 2 and y <= x and x*x + y*y >= 4 and x >=0:
    print('yes')
else:
    print('no')
```

3. Задания		
1.	***Задача:***	
		Дано целое число. Требуется определить, является ли данное число трехзначным положительным числом, кратным пяти.
	Решение (код программы):	
2.	***Задача:***	
		Даны 3 целых числа. Требуется определить, есть ли среди этих чисел хотя бы два четных.
	Решение (код программы):	

3. ***Задача:***

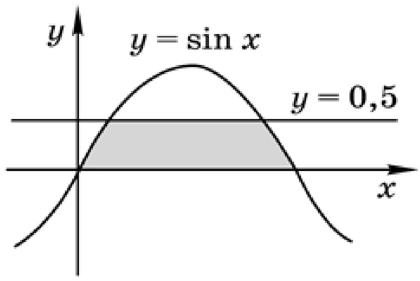
По введённым координатам точки (x, y) определить, попала ли она в заштрихованную на рисунке область.



Решение (код программы):

4. ***Задача:***

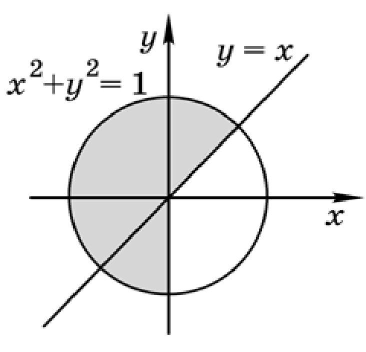
По введённым координатам точки (x, y) определить, попала ли она в заштрихованную на рисунке область.



Решение (код программы):

5. ***Задача:***

По введённым координатам точки (x, y) определить, попала ли она в заштрихованную на рисунке область.



	Решение (код программы):

1. Теоретический материал
В Python существуют тернарный условный оператор. Этот оператор имеет следующий синтаксис: **condition_if_true if condition else condition_if_false** В зависимости от условия **condition** оператор возвращает либо значение выражения **condition_if_true**, либо значение выражения **condition_if_false**. Пример: **is_nice = True** **state = "nice" if is_nice else "not nice"** Зачастую это очень удобно, поскольку позволяет писать более компактный код, сохраняя его читабельность.

3. Задания	
1.	***Задача*:***
	Решите задачи 3-5 используя тернарный оператор.
	Решение (код программы):