Дисциплина «Информатика»

1. Теоретический материал

Над числами, записанными в любой системе счисления, можно; производить различные арифметические операции. Так, для сложения и умножения двоичных чисел необходимо использовать схему, представленную на рисунке ниже.

+	0	1
0	0	1
1	1	10

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Заметим, что при двоичном сложении 1 + 1 возникает перенос единицы в старший разряд - точь-в-точь как в десятичной арифметике:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +\quad 11 \\ \hline 1100 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1001 \\ *\quad 11 \\ \hline 1001 \\ +\ 1001 \\ \hline 11011 \end{array}$$

С точки зрения изучения принципов представления и обработки информации в компьютере, обсуждаемые в этом пункте системы представляют большой интерес.

Преобразования чисел из двоичной в восьмеричную и шестнадцатиричную системы и наоборот столь просты (по сравнению с операциями между этими тремя системами и привычной нам десятичной) потому, что числа 8 и 16 являются целыми степенями числа 2.

Арифметические действия с числами в восьмеричной и шестнадцатиричной системах счисления выполняются по аналогии с двоичной и десятичной системами. Проще всего, построить и воспользоваться соответствующими таблицами.

Например, для восьмеричной системы счисления соответствующие таблицы представлены на рисунке ниже. По аналогии, можно построить таблицы сложения и умножения для любой системы счисления.

Сложение

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Умножение

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

2. Пример

Задача: Сложить два числа: $A_8 = +156$, $B_{10} = 662_8$

Решение:

156	6+2 = 8 (**1** переносится в старший разряд)
+	5+6+**1** = 12 = 8 (**1** переносится в старший разряд) + 4
662	1+6+**1** = 8 (**1** переносится в старший разряд) + 0
1040	

Ответ:

1040

Задача: Вычесть два числа: $A_8 = 6354$, $B_8 = 705$.

Решение:

6354	4<5, занимаем 1 в предыдущем разряде: 8+4-5=12-5=**7**
—	от 5 остается 5-1=4, 4-0 = **4**
705	3<7, занимаем 1 в предыдущем разряде: 8+3-7=11-7=**4**
5447	далее, вычитаем и получаем: 6-1=**5**

Ответ:

5447

В заданиях, в которых указано сложить, вычесть или умножить числа, операции необходимо выполнять в **тех** системах счисления, в **которых представлены соответствующие числа.** Если в задании представлены 2 системы счисления, то выбирайте любую.

3. Задания. Сложение чисел в ЭВМ	
1	***Задача:***
	Выполните сложение чисел в $101001_2 + 101010_2$
	Решение: 101001+
	Ответ:
	0b1010011
2	***Задача:***
	Выполните сложение чисел $1001110_2 + 1100110_2$
	Решение: 1001110+
	Ответ:
	0b10110100
3	***Задача:***
	Выполните сложение числе $110110_2 + 11010011_2$
	Решение: 11010011+
	Ответ:
	0b100001001
4	***Задача:***
	Выполните сложение числе $1231_4 + 2202_4$
	Решение: 1231+
	Ответ:
	10033(4)
5	***Задача:***
	Выполните сложение числе $21232_4 + 123123_4$
	Решение: 123213+
	Ответ:
	211021(4)
6	***Задача:***
	Выполните сложение чисел $16362_8 + 63521_8$
	Решение: 16362+
	Ответ:
	102103(8)
7	***Задача:***
	$X = 12643_7 + 11241_5$ Найдите X_2
	Решение: 12643(7) = 0b110101010100 11241(5) = 0b1100110101
	x(2) = 110101010100 +
	Ответ:
	x(2) = 0b1000010001001

8	***Задача:***	
		Выполните сложение чисел $151427_8 + 26147_8$ и найдите X_{24}
	Решение:	x(8) = 151427 = 65406(10) + a0 = tmp % 24 = 6; tmp = 65406 // 24 = 2725 a1 = tmp % 24 = d; tmp = 2725 // 24 = 113 a2 = tmp % 24 = h; tmp = 113 // 24 = 4 a3 = tmp x(24) = (a3a2a1a0) = 4hd6(24)
	Ответ:	
		x(24) = 4hd6(24)
9	***Задача:***	
		Выполните сложение чисел $54A_{16}$ $+B64_{16}$
	Решение:	54A+
	Ответ:	
		0x10AE
10	***Задача:***	
		Выполните сложение чисел $7BE78_{16} + AFC22_{16}$
	Решение:	7BE78+
	Ответ:	
		0x12BA9A

3. Задания. Вычитание чисел в ЭВМ		
1	***Задача:***	
		Выполните вычитание чисел: $1011010_2 - 1001011_2$
	Решение:	1011010-1
	Ответ:	
		0b1111
2	***Задача:***	
		Выполните вычитание чисел: 1101100_2 -1011010_2
	Решение:	1101100-1
	Ответ:	
		0b10010
3	***Задача:***	
		Выполните вычитание чисел: 123212_4 -113232_4
	Решение:	123212-1
	Ответ:	
		3320(4)

4	***Задача:***
	Выполните вычитание чисел: $312312_4 - 231231_4$
	Решение: 312312-2
	Ответ:
	21021(4)
5	***Задача:***
	Выполните вычитание чисел: $20301231_4 - 2301031_4$
	Решение: 20301231- 2
	Ответ:
	12000200(4)
6	***Задача:***
	Выполните вычитание чисел: $12542_8 - 10247_8$
	Решение: 12542-1
	Ответ:
	2273(8)
7	***Задача:***
	Выполните вычитание чисел: $173503_8 - 47746_8$
	Решение: 173503-
	Ответ:
	123535(8)
8	***Задача:***
	Выполните вычитание чисел: $CAF5D_{16} – 4B6DE_{16}$
	Решение: CAF5D-4
	Ответ:
	0x7F87F

2. Пример	
Задача:	
	Умножить два числа: $A_8 = 42$, $B_8 = 3$.
Решение:	
	Открываем таблицу, и находим пересечение соответствующих значений поразрядно: 2 и 3, а также 4 и 3, после чего, конкатенируем значения: 4*3 = 14, 3*2 = 6, отсюда: 42*3=146.
Ответ:	
	146

3. Задания. Умножение чисел в ЭВМ		
1	***Задача:***	
		Умножить $101_2 * 11_2$
	Решение:	
		101*
	Ответ:	
		0b1111
2	***Задача:***	
		Умножить $1011_2 * 11_2$
	Решение:	
		1011*
	Ответ:	
		0b10001
3	***Задача:***	
		Умножить $12122_3 * 10_3$
	Решение:	
		12122*
	Ответ:	
		121220(3)
4	***Задача:***	
		Умножить $1243_5 * 100_2$
	Решение:	1243* 100(2) = 4(5)
	Ответ:	
		11132(5)
5	***Задача:***	

	Умножить $162_7 * 3$
	Решение: 3(10) = 3(7) 162*
	Ответ:
	546(7)
6	***Задача:***
	$X = 4A_{16} * 11_2$ Найдите X_{20} и X_6
	Решение: x(16) = 4A = 0x128 = 296(10) * a0 = tmp%20 = g ; tmp //= 20 = 14 a1 = tmp = e a0 = tmp%6 = 2 ; tmp //= 6 = 49 a1 = tmp%6 = 1 ; tmp //= 6 = 8
	x(20) = (a1a0) = EG(20) a2 = tmp%6 = 2 ; tmp //= 6 = 1 a3 = tmp = 1
	Ответ: x(6) = (a3a2a1a0) = 1212(6)
	x(20) = EG(20); x(6) = 1212(6)

1. Теоретический материал
Для представления беззнаковых целых чисел наиболее удобен: битовый набор, соответствующий записи этого числа в двоичной системе счисления. Под целые числа без знака обычно отводится k = 8, 16, 32 или 64 разряда. Таким образом, для получения компьютерного представления беззнакового целого числа достаточно перевести число в двоичную систему счисления и дополнить полученный результат слева нулями до стандартной разрядности. Для представления знаковых целых чисел используются три способа: 1. прямой код; 2. обратный код; 3. дополнительный код. Все три способа используют самый левый (старший) разряд битового набора длины k для кодирования знака числа: знак “плюс” кодируется нулем, а “минус” – единицей. Остальные k-1 разрядов (называемые *мантиссой* или цифровой частью) используются для представления абсолютной величины числа. Положительные числа в **прямом, обратном и дополнительном кодах** изображаются одинаково – цифровая часть содержит двоичную запись числа, в знаковом разряде содержится 0. Для представления отрицательного числа в **прямом коде**, в знаковый разряд помещается цифра 1, а в разряды цифровой части числа – двоичный код его абсолютной величины. **Обратный код** отрицательного числа получается инвертированием всех цифр двоичного кода абсолютной величины числа, включая разряд знака: нули заменяются единицами, а единицы – нулями **Дополнительный код** отрицательных чисел получается образованием обратного кода с последующим прибавлением единицы к его младшему разряду. **Сложение и вычитание** беззнаковых чисел происходит по обычным для позиционных систем счисления алгоритмам. **Сложение** в обратном коде происходит следующим образом: по-обычному алгоритму складываются все разряды, включая знаковый.

Результат такого сложения для k-разрядных наборов имеет длину k+1 (самый левый разряд результата равен единице, если был перенос при сложении старших разрядов операндов, иначе – нулю). Значение левого k +1-го разряда добавляется к младшему разряду результата. Получаем k-разрядный набор, который и будет суммой двух чисел в обратном коде.

Вычитание чисел в обратном и дополнительном коде x – y сводится к сложению x+ (–y).

Умножение чисел в обратном и дополнительном коде производится посредством многократного сложения числа

В дополнительном коде сложение происходит так: по обычному алгоритму складываются все разряды, включая знаковый; единица переноса в k +1-й разряд отбрасывается.

2. Пример

Задача:

Сложить два числа: A_{10} = +16, B_{10} = -7 в ОК (обратный код) и ДК (дополнительный код).

Решение:

Необходимо преобразование A+(-B), в которой второй член преобразуется с учетом знака

$[A_2]$п = $[A_2]$ок = $[A_2]$дк = 0|10000;

$[B_2]$п = 1|111 = 1|00111; $[B_2]$ок = 1|11000; $[B_2]$дк = 1|11001

Сложение в ОК	Сложение в ДК
$[A_2]$ок = 0|10000	$[A_2]$дк = 0|10000
+$[B_2]$ок = 1|11000	+$[B_2]$дк = 1|11001
---------------------	---------------------
10|01000	10|01001
+\\--------1	

0|01001	
C_2 = 0|01001	C_2 = 0|01001
C_{10} = +9	C_{10} = +9

При сложении чисел в ОК и ДК были получены переносы в знаковый разряд и из знакового разряда. В случае ОК перенос из знакового разряда требует дополнительного прибавления единицы младшего разряда. В случае ДК этот перенос игнорируется.

Ответ:

9

3. Задания. Обратный и дополнительный код.	
1	***Задача:***
	Найти обратный и дополнительный код у числа 35_{10}
	Решение:
	> 0 -> 35(10) = 0b100011, = 0|0100011
	Ответ:
	= 0|0100011 ; = 0|0100011
2	***Задача:***
	Найти обратный и дополнительный код у числа -42_5
	Решение:
	42(5) = 10110 -> = 1|0010110 -> = 1|1101001 -> = 1|1101010
	Ответ:
	= 1|1101001 ; = 1|1101010
3	***Задача:***
	Найти обратный и дополнительный код у числа $-C6_{16}$
	Решение:
	C6(16) = 11000110 -> = 1|000000011000110 -> =1|111111100111001 -> = 1|111111100111010
	Ответ:
	= 1|111111100111001 ; = 1|111111100111010
4	***Задача:***
	Дано два числа: A = $5D_{16}$ и B = 1320_4 Вычислить $A_{обр.к.}$ - $B_{обр.к.}$ Ответ представить в виде дополнительного кода
	Решение: [A] = 5D(16) = 0|1011101[A] = (0|1011101+1|0000111 1|1100100 = 1 [X] = 1|1100100[X] =
	Ответ:
	[X] = 1|1100101 ; X = -27(10)
5	***Задача:***
	Даны числа A = DG_{26} и B = $J7_{23}$ X = B – 3*A Найти $X_{доп}$ 3A = 3(26)*DG(26) = 0b10000100110 B = J7(23) = 0b110111100 [-3A] = 1|000010000100110[-3A] [B] = [B] = [B] = [X] = 1|111101111011010 +0|0
	Решение:
	Ответ:
	[X] = 1|111110110010110