

1. Теоретический материал

Над числами, записанными в любой системе счисления, можно; производить различные арифметические операции. Так, для сложения и умножения двоичных чисел необходимо использовать схему, представленную на рисунке ниже.

+	0	1
0	0	1
1	1	10

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Заметим, что при двоичном сложении $1 + 1$ возникает перенос единицы в старший разряд - точь-в-точь как в десятичной арифметике:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + \quad 11 \\ \hline 1100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ * \quad 11 \\ \hline 1001 \\ + \quad 1001 \\ \hline 11011 \end{array}$$

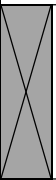

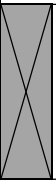

С точки зрения изучения принципов представления и обработки информации в компьютере, обсуждаемые в этом пункте системы представляют большой интерес.

Преобразования чисел из двоичной в восьмеричную и шестнадцатеричную системы и наоборот столь просты (по сравнению с операциями между этими тремя системами и привычной нам десятичной) потому, что числа 8 и 16 являются целыми степенями числа 2.

Арифметические действия с числами в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления выполняются по аналогии с двоичной и десятичной системами. Проще всего, построить и воспользоваться соответствующими таблицами.

Например, для восьмеричной системы счисления соответствующие таблицы представлены на рисунке ниже. По аналогии, можно построить таблицы сложения и умножения для любой системы счисления.

Сложение										Умножение									
+	0	1	2	3	4	5	6	7		*	0	1	2	3	4	5	6	7	
0	0	1	2	3	4	5	6	7		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	1	2	3	4	5	6	7	10		1	0	1	2	3	4	5	6	7	
2	2	3	4	5	6	7	10	11		2	0	2	4	6	10	12	14	16	
3	3	4	5	6	7	10	11	12		3	0	3	6	11	14	17	22	25	
4	4	5	6	7	10	11	12	13		4	0	4	10	14	20	24	30	34	
5	5	6	7	10	11	12	13	14		5	0	5	12	17	24	31	36	43	
6	6	7	10	11	12	13	14	15		6	0	6	14	22	30	36	44	52	
7	7	10	11	12	13	14	15	16		7	0	7	16	25	34	43	52	61	

2. Пример	
Задача: Сложить два числа: $A_8 = +156$, $B_{10} = 662_8$	
Решение:	
 $ \begin{array}{r} 156 \\ + \quad 662 \\ \hline 1040 \end{array} $	$6+2=8$ (1 переносится в старший разряд) $5+6+1=12=8$ (1 переносится в старший разряд) + 4 $1+6+1=8$ (1 переносится в старший разряд) + 0
Ответ:	
 1040	
Задача: Вычесть два числа: $A_8 = 6354$, $B_8 = 705$.	
Решение:	
 $ \begin{array}{r} 6354 \\ - \quad 705 \\ \hline 5447 \end{array} $	$4 < 5$, занимаем 1 в предыдущем разряде: $8+4-5=12-5=7$ от 5 остается $5-1=4$, $4-0=4$ $3 < 7$, занимаем 1 в предыдущем разряде: $8+3-7=11-7=4$ далее, вычитаем и получаем: $6-1=5$
Ответ:	
 5447	


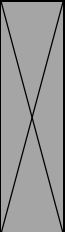

В заданиях, в которых указано сложить, вычесть или умножить числа, операции необходимо выполнять в тех системах счисления, в которых представлены соответствующие числа. Если в задании представлены 2 системы счисления, то выбирайте любую.



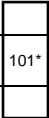



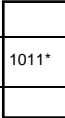



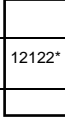





3. Задания. Сложение чисел в ЭВМ		
1	Задача:	
	Выполните сложение чисел в $101001_2 + 101010_2$	
	Решение:	<div>101001+</div>
	Ответ:	
	0b1010011	
2	Задача:	
	Выполните сложение чисел $1001110_2 + 1100110_2$	
	Решение:	<div>1001110+</div>
	Ответ:	
	0b10110100	
3	Задача:	
	Выполните сложение числе $110110_2 + 11010011_2$	
	Решение:	<div>11010011+</div>
	Ответ:	
	0b100001001	
4	Задача:	
	Выполните сложение числе $1231_4 + 2202_4$	
	Решение:	<div>1231+</div>
	Ответ:	
	10033(4)	
5	Задача:	
	Выполните сложение числе $21232_4 + 123123_4$	
	Решение:	<div>123213+</div>
	Ответ:	
	211021(4)	
6	Задача:	
	Выполните сложение чисел $16362_8 + 63521_8$	
	Решение:	<div>16362+</div>
	Ответ:	
	102103(8)	
7	Задача:	
	$X = 12643_7 + 11241_5$ Найдите X_2	
	Решение:	<div> $12643(7) = 0b110101010100$ $11241(5) = 0b1100110101$ </div> <div>$x(2) = 110101010100 +$</div>
	Ответ:	
	$x(2) = 0b1000010001001$	

8	Задача:		
	Выполните сложение чисел $151427_8 + 26147_8$ и найдите X_{24}		
	Решение:	<div></div>	$a0 = tmp \% 24 = 6; tmp = 65406 // 24 = 2725$ $a1 = tmp \% 24 = d; tmp = 2725 // 24 = 113$ $a2 = tmp \% 24 = h; tmp = 113 // 24 = 4$ $a3 = tmp$ $x(24) = (a3a2a1a0) = 4hd6(24)$
		<div>$x(8) = 151427 = 65406(10)$</div>	
	Ответ:		
	<div>$x(24) = 4hd6(24)$</div>		
9	Задача:		
	Выполните сложение чисел $54A_{16} + B64_{16}$		
	Решение:	<div></div>	
		<div>$54A_{16}$</div>	
	Ответ:		
	<div>$0x10AE$</div>		
10	Задача:		
	Выполните сложение чисел $7BE78_{16} + AFC22_{16}$		
	Решение:	<div></div>	
		<div>$7BE78_{16}$</div>	
	Ответ:		
	<div>$0x12BA9A$</div>		

3. Задания. Вычитание чисел в ЭВМ			
1	Задача:		
		Выполните вычитание чисел: $1011010_2 - 1001011_2$	
	Решение:	<div>1011010-1</div>	
	Ответ:		
		0b1111	
2	Задача:		
		Выполните вычитание чисел: $1101100_2 - 1011010_2$	
	Решение:	<div>1101100-1</div>	
	Ответ:		
		0b10010	
3	Задача:		
		Выполните вычитание чисел: $123212_4 - 113232_4$	
	Решение:	<div>123212-1</div>	
	Ответ:		
		3320(4)	

4	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $312312_4 - 231231_4$
	Решение:	<div>312312_4</div>
	Ответ:	
		$21021(4)$
5	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $20301231_4 - 2301031_4$
	Решение:	<div>20301231_4</div>
	Ответ:	
		$12000200(4)$
6	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $12542_8 - 10247_8$
	Решение:	<div>12542_8</div>
	Ответ:	
		$2273(8)$
7	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $173503_8 - 47746_8$
	Решение:	<div>173503_8</div>
	Ответ:	
		$123535(8)$
8	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $CAF5D_{16} - 4B6DE_{16}$
	Решение:	<div>$CAF5D_{16}$</div>
	Ответ:	
		$0x7F87F$

2. Пример	
Задача:	
	Умножить два числа: $A_8 = 42$, $B_8 = 3$.
Решение:	
	Открываем таблицу, и находим пересечение соответствующих значений поразрядно: 2 и 3, а также 4 и 3, после чего, конкатенируем значения: $4*3 = 14$, $3*2 = 6$, отсюда: $42*3=146$.
Ответ:	
	146

3. Задания. Умножение чисел в ЭВМ	
1	Задача:
	 Умножить $101_2 * 11_2$
	Решение:
	 
	Ответ:
2	 0b1111
	Задача:
	 Умножить $1011_2 * 11_2$
	Решение:
	 
3	Ответ:
	 0b10001
	Задача:
	 Умножить $12122_3 * 10_3$
	Решение:
4	 
	Ответ:
	 121220(3)
	Задача:
	 Умножить $1243_5 * 100_2$
5	Решение:
	  100(2) = 4(5)
	Ответ:
	 11132(5)
	Задача:

	Умножить $162_7 * 3$
	Решение: $3(10) = 3(7)$ <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 5px;">162*</div>
	Ответ:
	546(7)
6	Задача: $X = 4A_{16} * 11_2$ Найдите X_{20} и X_6
	Решение: <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> $x(16) = 4A = 0x128 = 296(10)$ </div> <div> $a0 = tmp \% 20 = g ; tmp /= 20 = 14$ $a1 = tmp = 0$ $x(20) = (a1a0) = EG(20)$ </div> <div style="margin-left: 20px;"> $a0 = tmp \% 6 = 2 ; tmp /= 6 = 49$ $a1 = tmp \% 6 = 1 ; tmp /= 6 = 8$ $a2 = tmp \% 6 = 2 ; tmp /= 6 = 1$ $a3 = tmp = 1$ $x(6) = (a3a2a1a0) = 1212(6)$ </div> </div>
	Ответ:
	$x(20) = EG(20); x(6) = 1212(6)$

1. Теоретический материал

Для представления беззнаковых целых чисел наиболее удобен: битовый набор, соответствующий записи этого числа в двоичной системе счисления. Под целые числа без знака обычно отводится $k = 8, 16, 32$ или 64 разряда.

Таким образом, для получения компьютерного представления беззнакового целого числа достаточно перевести число в двоичную систему счисления и дополнить полученный результат слева нулями до стандартной разрядности.

Для представления знаковых целых чисел используются три способа:

1. прямой код;
2. обратный код;
3. дополнительный код.

Все три способа используют самый левый (старший) разряд битового набора длины k для кодирования знака числа: знак “плюс” кодируется нулем, а “минус” – единицей. Остальные $k-1$ разрядов (называемые *мантиссой* или цифровой частью) используются для представления абсолютной величины числа.

Положительные числа в **прямом, обратном и дополнительном кодах** изображаются одинаково – цифровая часть содержит двоичную запись числа, в знаковом разряде содержится 0.

Для представления отрицательного числа в **прямом коде**, в знаковый разряд помещается цифра 1, а в разряды цифровой части числа – двоичный код его абсолютной величины.

Обратный код отрицательного числа получается инвертированием всех цифр двоичного кода абсолютной величины числа, включая разряд знака: нули заменяются единицами, а единицы – нулями

Дополнительный код отрицательных чисел получается образованием обратного кода с последующим прибавлением единицы к его младшему разряду.

Сложение и вычитание беззнаковых чисел происходит по обычным для позиционных систем счисления алгоритмам.

Сложение в обратном коде происходит следующим образом: по-обычному алгоритму складываются все разряды, включая знаковый.

Результат такого сложения для k -разрядных наборов имеет длину $k+1$ (самый левый разряд результата равен единице, если был перенос при сложении старших разрядов операндов, иначе – нулю). Значение левого $k+1$ -го разряда добавляется к младшему разряду результата. Получаем k -разрядный набор, который и будет суммой двух чисел в обратном коде.

Вычитание чисел в обратном и дополнительном коде $x - y$ сводится к сложению $x + (-y)$.

Умножение чисел в обратном и дополнительном коде производится посредством многократного сложения числа

В дополнительном коде сложение происходит так: по обычному алгоритму складываются все разряды, включая знаковый; единица переноса в $k+1$ -й разряд отбрасывается.

2. Пример

Задача:

Сложить два числа: $A_{10} = +16$, $B_{10} = -7$ в ОК (обратный код) и ДК (дополнительный код).

Решение:

Необходимо преобразование $A+(-B)$, в которой второй член преобразуется с учетом знака

$$[A_2]_{\text{п}} = [A_2]_{\text{ок}} = [A_2]_{\text{дк}} = 0|10000;$$

$$[B_2]_{\text{п}} = 1|111 = 1|00111; [B_2]_{\text{ок}} = 1|11000; [B_2]_{\text{дк}} = 1|11001$$

Сложение в ОК	Сложение в ДК
$\begin{array}{r} [A_2]_{\text{ок}} = 0 10000 \\ + [B_2]_{\text{ок}} = 1 11000 \\ \hline 10 01000 \\ + \backslash \text{-----} 1 \\ \hline 0 01001 \\ C_2 = 0 01001 \\ C_{10} = +9 \end{array}$	$\begin{array}{r} [A_2]_{\text{дк}} = 0 10000 \\ + [B_2]_{\text{дк}} = 1 11001 \\ \hline 10 01001 \\ \hline 0 01001 \\ C_2 = 0 01001 \\ C_{10} = +9 \end{array}$

При сложении чисел в ОК и ДК были получены переносы в знаковый разряд и из знакового разряда. В случае ОК перенос из знакового разряда требует дополнительного прибавления единицы младшего разряда. В случае ДК этот перенос игнорируется.

Ответ:

9

3. Задания. Обратный и дополнительный код.	
1	<p>Задача:</p> <p>Найти обратный и дополнительный код у числа 35_{10}</p> <p>Решение:</p> <p>$> 0 \rightarrow 35(10) = 0b100011, = 0 0100011$</p> <p>Ответ:</p> <p>$= 0 0100011 ; = 0 0100011$</p>
2	<p>Задача:</p> <p>Найти обратный и дополнительный код у числа -42_5</p> <p>Решение:</p> <p>$42(5) = 10110 \rightarrow = 1 0010110 \rightarrow = 1 1101001 \rightarrow = 1 1101010$</p> <p>Ответ:</p> <p>$= 1 1101001 ; = 1 1101010$</p>
3	<p>Задача:</p> <p>Найти обратный и дополнительный код у числа $-C6_{16}$</p> <p>Решение:</p> <p>$C6(16) = 11000110 \rightarrow = 1 000000011000110 \rightarrow = 1 111111100111001 \rightarrow = 1 111111100111010$</p> <p>Ответ:</p> <p>$= 1 111111100111001 ; = 1 111111100111010$</p>
4	<p>Задача:</p> <p>Дано два числа: $A = 5D_{16}$ и $B = 1320_4$ Вычислить $A_{\text{обр.к.}} - B_{\text{обр.к.}}$ Ответ представить в виде дополнительного кода</p> <p>Решение:</p> <p>$[A] = 5D(16) = 0 1011101[A] = 0 1011101 + 1 0000111 1 1100100 = 1 1011101 + 1 0000111 1 1100100 = 1 1111100[X] =$</p> <p>Ответ:</p> <p>$[X] = 1 1100101 ; X = -27(10)$</p>
5	<p>Задача:</p> <p>Даны числа $A = DG_{26}$ и $B = J7_{23}$ $X = B - 3 \cdot A$ Найти $X_{\text{доп}}$</p> <p>$3A = 3(26) \cdot DG(26) = 0b10000100110$ $B = J7(23) = 0b110111100$</p> <p>$[-3A] = 1 000010000100110[-3A]$ $[X] = 1 111101111011010 + 0 C$ $[B] = [B] = [B] =$</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ:</p> <p>$[X] = 1 111110110010110$</p>