

## Лабораторна робота № 2

### Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу (критерії Колмогорова, $\chi^2$ та пустих ящиків) і гіпотези однорідності (критерій Смирнова)

Спостерігається вибірка  $\bar{X} = (X_1, \dots, X_n)$ , де  $\{X_i\}$  – незалежні однаково розподілені випадкові величини, які мають показниковий розподіл з параметром  $\lambda$ , тобто  $F(u; \lambda) = \mathbf{P}\{X_i < u\} = 1 - \exp\{-\lambda u\}$ ,  $u \geq 0$ .

Якщо  $\{\omega_i\}$  – незалежні рівномірно розподілені на відрізку  $[0, 1]$  в.в., то

$$X_i = F^{-1}(1 - \omega_i; \lambda) = -\frac{1}{\lambda} \ln \omega_i.$$

Перевірку статистичних гіпотез вести при рівні значимості  $\gamma = 0.05$ . Кожне з наступних чотирьох завдань виконувати для  $n = 1000$ ,  $n = 10\,000$  та  $n = 100\,000$ . Користуючись перетворенням  $Y_i = F(X_i; \lambda)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , перевіряти на рівномірність випадкові величини  $\{Y_i\}$  (лише перші три завдання).

Завдання 1: за допомогою критерія Колмогорова перевірити гіпотези:

- a)  $H_0: X_i \square F(u; 1)$ , коли насправді  $X_i \square F(u; 1)$ ;
- b)  $H_0: X_i \square F(u; 1)$ , коли насправді  $X_i \square F(u; 1.3)$ .

Завдання 2: за допомогою критерія  $\chi^2$  перевірити гіпотези:

- a)  $H_0: X_i \square F(u; 1)$ , коли насправді  $X_i \square F(u; 1)$ ;
- b)  $H_0: X_i \square F(u; 1)$ , коли насправді  $X_i \square F(u; 1.3)$ .

Зауваження. Кількість проміжків  $r$  обирати з умови:  $r = 30 \cdot \frac{n}{1000}$ .

Завдання 3: за допомогою критерія пустих ящиків (асимптотична теорема) перевірити гіпотези:

- a)  $H_0: X_i \square F(u; 1)$ , коли насправді  $X_i \square F(u; 1)$ ;
- b)  $H_0: X_i \square F(u; 1)$ , коли насправді  $X_i \square F(u; 1.3)$ .

Зауваження. Кількість проміжків  $r$  обирати з умови:  $\rho = 2$ , тобто із співвідношення  $\frac{n}{r} = \rho$  випливає, що  $r = \frac{n}{2}$ .

Завдання 4: за допомогою критерія однорідності Смирнова перевірити гіпотези:

$$\text{a) } H_0: \bar{X}^{(1)} = (X_1^{(1)}, \dots, X_n^{(1)}) \sqsubseteq F(u; 1), \quad \bar{X}^{(2)} = (X_1^{(2)}, \dots, X_m^{(2)}) \sqsubseteq F(u; 1)$$

(саме так ці вибірки і генерувались);

$$\text{b) } H_0: \bar{X}^{(1)} = (X_1^{(1)}, \dots, X_n^{(1)}) \sqsubseteq F(u; 1), \quad \bar{X}^{(2)} = (X_1^{(2)}, \dots, X_m^{(2)}) \sqsubseteq F(u; 1)$$

(насправді:  $\bar{X}^{(1)} \sqsubseteq F(u; 1)$ ,  $\bar{X}^{(2)} \sqsubseteq F(u; 1.3)$ ).

Зауваження. Обирати  $m = \frac{n}{2}$ .