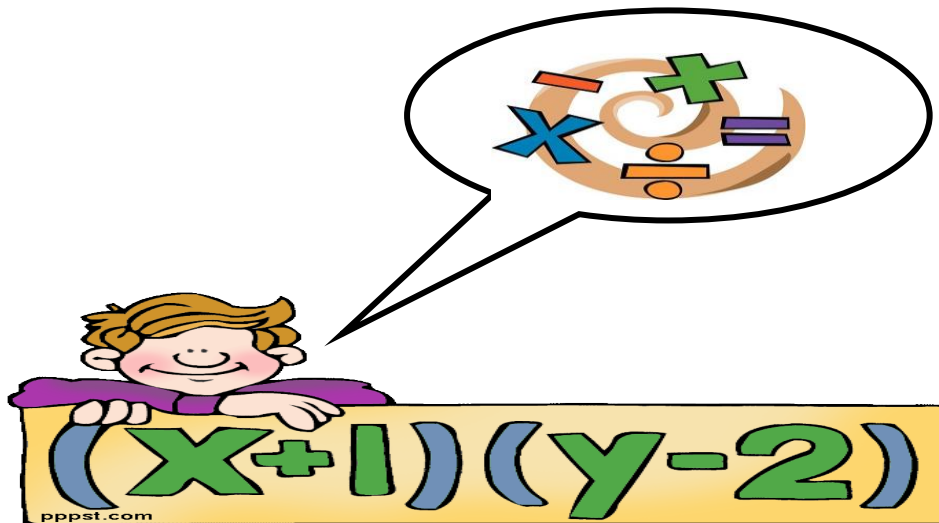


MODUL 1

ALJABAR



NAMA :

KELAS :



Sekolah Menengah
Sekolah Alam Bogor
2014

Standar kompetensi :	
Memahami bentuk aljabar, persamaan dan pertidaksamaan linear satu variable dan perbandingan dalam pemecahan masalah	
Mengenali bentuk-bentuk aljabar dan unsurnya	<ul style="list-style-type: none"> Dapat menjelaskan pengertian variabel, konstanta, faktor, suku, dan suku sejenis;
Melakukan operasi pada bentuk aljabar	<ul style="list-style-type: none"> Dapat melakukan operasi hitung tambah, kurang, kali, bagi, dan pangkat pada bentuk aljabar
Menyelesaikan persamaan linear satu variabel	<ul style="list-style-type: none"> Dapat menerapkan operasi hitung pada bentuk aljabar untuk menyelesaikan soal
Menyelesaikan pertidaksamaan linear satu variable	



Pada arena balap mobil, sebuah mobil balap mampu melaju dengan kecepatan $(3x + 10)$ km/jam selama 0,5 jam. Berapakah kecepatannya jika jarak yang ditempuh mobil tersebut 200 km?



BENTUK ALJABAR dan UNSUR-UNSURNYA

Bentuk aljabar adalah suatu bentuk matematika yang dalam penyajiannya memuat huruf-huruf untuk mewakili bilangan yang belum diketahui.

1. Variabel, Konstanta, dan koefisien

Perhatikan bentuk aljabar $5x + 3y + 8x - 6y + 9$.

- Pada bentuk aljabar tersebut, huruf x dan y disebut *variabel*. *Variabel* adalah lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas. Variabel disebut juga peubah. Variabel biasanya dilambangkan dengan huruf kecil a, b, c, \dots, z .
- Adapun bilangan 9 pada bentuk aljabar di atas disebut konstanta. *Konstanta* adalah suku dari suatu bentuk aljabar yang berupa bilangan dan tidak memuat variabel.
- Adapun yang dimaksud koefisien adalah faktor konstanta dari suatu suku pada bentuk aljabar.

Perhatikan koefisien masing-masing suku pada aljabar $5x + 3y + 8x - 6y + 9$.

Koefisien pada suku $5x$ adalah 5, pada suku $3y$ adalah 3, pada suku $8x$ adalah 8, dan pada suku $-6y$ adalah -6 .



OPERASI HITUNG PADA BENTUK ALJABAR

1. Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Aljabar

Pada bentuk aljabar, operasi penjumlahan dan pengurangan hanya dapat dilakukan pada suku-suku yang sejenis. Jumlahkan atau kurangkan koefisien pada suku-suku yang sejenis.

Contoh : $(2x^2 - 3x + 2) + (4x^2 - 5x + 1) =$

kelompokkan suku yang **sejenis**, yaitu

- $2x^2 + 4x^2 = 6x^2$
- $-3x - 5x = -8x$
- $2 + 1 = 3$

jadi $(2x^2 - 3x + 2) + (4x^2 - 5x + 1) = 6x^2 - 8x + 3$

2. Perkalian

a. Perkalian antara konstanta dengan bentuk aljabar

Perkalian suatu bilangan konstanta k dengan bentuk aljabar suku satu dan suku dua dinyatakan sebagai berikut.

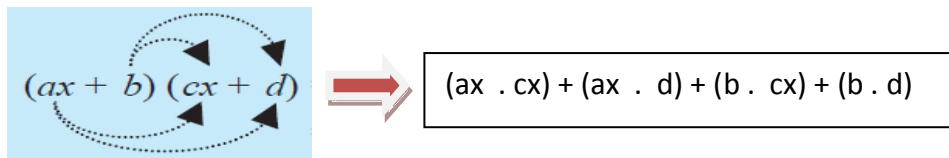
$$k(ax) = kax$$

$$k(ax + b) = kax + kb$$

Contoh : a) $7 \cdot (8x) = 56x$

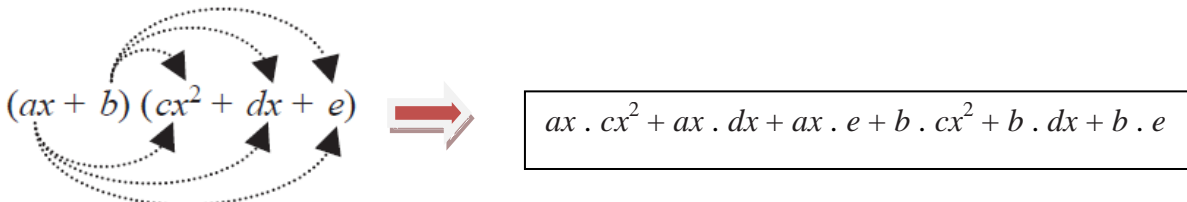
b) $2 \cdot (4y + 3z) = 8y + 6z$

b. Perkalian antara dua bentuk aljabar


$$(ax + b)(cx + d) \Rightarrow (ax \cdot cx) + (ax \cdot d) + (b \cdot cx) + (b \cdot d)$$

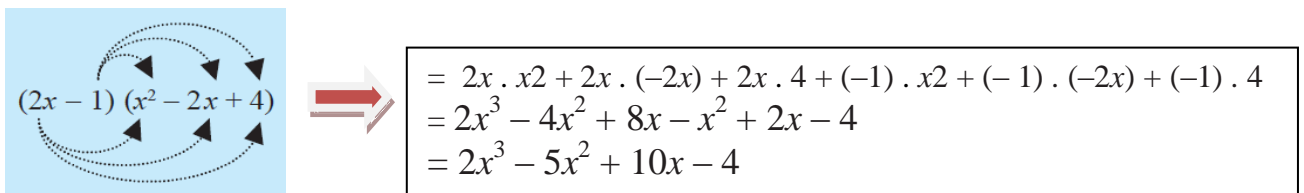
Contoh : a) $(a + 2)(2a + 3) = (a \times 2a) + (a \times 3) + (2 \times 2a) + (2 \times 3)$
 $= 2a^2 + 3a + 4a + 6$
 $= 2a^2 + 7a + 6$

Adapun pada perkalian bentuk aljabar suku dua dengan suku tiga berlaku sebagai berikut.


$$(ax + b)(cx^2 + dx + e) \Rightarrow ax \cdot cx^2 + ax \cdot dx + ax \cdot e + b \cdot cx^2 + b \cdot dx + b \cdot e$$

***catatan :** tanda titik (.) pada aljabar menandakan operasi hitung **perkalian**

contoh : $(2x - 1)(x^2 - 2x + 4)$


$$\begin{aligned} &= 2x \cdot x^2 + 2x \cdot (-2x) + 2x \cdot 4 + (-1) \cdot x^2 + (-1) \cdot (-2x) + (-1) \cdot 4 \\ &= 2x^3 - 4x^2 + 8x - x^2 + 2x - 4 \\ &= 2x^3 - 5x^2 + 10x - 4 \end{aligned}$$

3. Pembagian

Hasil bagi dua bentuk aljabar dapat kalian peroleh dengan menentukan terlebih dahulu variabel yang sama masing-masing bentuk aljabar tersebut, kemudian melakukan pembagian pada pembilang dan penyebutnya.

contoh : a) $3xy : 2y = \frac{3\cancel{x} \cancel{y}}{2\cancel{y}} = \frac{3}{2}x$

b) $12a^2b : 4ab = \frac{12 a^2 b}{4 ab} = \frac{12 a . a b}{4 a . b} = 3a$

4. Substitusi pada Bentuk Aljabar

Nilai suatu bentuk aljabar dapat ditentukan dengan cara menyubstitusikan sebarang bilangan pada variabel-variabel bentuk aljabar tersebut.

contoh :

Jika $m = 3$, tentukan nilai dari $5 - 2m$.

maka : substitusikan (masukkan) angka 3 ke persamaan $5 - 2m$, jadi $5 - 2(3) = 5 - 6 = -1$

Jika $x = -4$ dan $y = 3$, tentukan nilai dari $2x^2 - xy + 3y^2$. maka :

masukkan angka -4 ke x dan 3 ke y jadi :

$$2(-4)^2 - (-4)(3) + 3(3)^2 = 32 + 12 + 27 = 71$$

5. Menentukan KPK dan FPB Bentuk Aljabar

cara menentukan KPK :

- cari KPK pada angkanya (koefisien)
- lihat variable yang sama, lalu pilih variable dengan pangkat **terbesar**

contoh : cari KPK dari $12pq$ dan $8pq^2$

- cari KPK dari 12 dan 8 yaitu 24
- lihat variable , karena variable p sama-sama pangkat 1, maka pilih variabel p, namun pada variable q pilih q^2 .
- jadi KPK nya yaitu $24 p q^2$.

cara menentukan FPB

- cari FPB pada angkanya
- lihat variable yang sama, lalu pilih variable dengan pangkat **terkecil**

contoh : cari dari FPB dari $12pq$ dan $8pq^2$

- cari FPB dari 12 dan 8 yaitu 4

- lihat variabel, karena variable p sama –sama pangkat 1 maka pilih variabel p, namun pada variabel q, pilih variabel q yang pangkatnya 1
- jadi FPB nya yaitu $4pq$

6. Perpangkatan

Coba kalian ingat kembali operasi perpangkatan pada bilangan bulat. Jadi, untuk sebarang bilangan bulat a , berlaku

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

Pada perpangkatan bentuk aljabar suku dua, koefisien tiap suku ditentukan menurut **segitiga Pascal**. Misalkan kita akan menentukan pola koefisien pada penjabaran bentuk aljabar suku dua $(a + b)^n$, dengan n bilangan asli.

contoh :

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \text{koefisiennya } \{1 \quad 2 \quad 1\}$$

Adapun pangkat dari a (unsur pertama) pada $(a + b)^n$ dimulai dari a^n kemudian berkurang satu demi satu dan terakhir a^1 pada suku ke- n . Sebaliknya, pangkat dari b (unsur kedua) dimulai dengan b^1 pada suku ke-2 lalu bertambah satu demi satu dan terakhir b^n pada suku ke- $(n + 1)$.

Perhatikan pola koefisien yang terbentuk dari penjabaran bentuk aljabar $(a + b)^n$ di atas. Pola koefisien tersebut ditentukan menurut segitiga Pascal berikut.

$$\begin{array}{lcl} (a + b)^0 & \longrightarrow & 1 \\ (a + b)^1 & \longrightarrow & 1 \quad 1 \\ (a + b)^2 & \longrightarrow & 1 \quad 2 \quad 1 \\ (a + b)^3 & \longrightarrow & 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\ (a + b)^4 & \longrightarrow & 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\ (a + b)^5 & \longrightarrow & 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 \\ (a + b)^6 & \longrightarrow & 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1 \end{array}$$

segitiga pascal digunakan bila bentuk perpangkatan $(a + b)^n$ dimana n nilainya lebih dari 2.

contoh : $(x + 3y)^3 = 1x^3 \cdot (3y)^0 + 3x^2 \cdot (3y)^1 + 3x \cdot (3y)^2 + 1 \cdot (3y)^3$
 $= x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3$

7. Pemfaktoran Bentuk Aljabar

Pemfaktoran atau faktorisasi bentuk aljabar adalah menyatakan bentuk penjumlahan menjadi suatu dari bentuk perkalian dari bentuk aljabar tersebut.

a. Bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a = 1$

Langkah – langkah mencari faktor dari bentuk ini adalah :

- Carilah perkalian faktor – faktor dari c
- Dari perkalian faktor – faktor dari c , tentukan pasangan bilangan yang berjumlah b dan bila dikalikan hasilnya c .

Contoh :

1. Hasil pemfaktoran dari $x^2 + 7x + 10$ adalah....

Jawab :

- Cari faktor perkalian dari 10

c = 10		Jumlah
1	10	11
2	5	7

Faktor yang diambil adalah 2 dan 5 karena hasil perkalian keduanya adalah 10 dan jika keduanya dijumlahkan adalah 10.

Maka, hasil pemfaktorannya adalah $(x + 2)(x + 5)$

2. Hasil pemfaktoran dari $x^2 + 3x - 18$ adalah..

Jawab :

- Cari faktor perkalian dari - 18

c = - 18		Jumlah
1	- 18	- 17
2	- 9	- 7
3	- 6	- 3
6	- 3	3
9	- 2	7
18	- 1	17

Faktor yang diambil adalah 6 dan - 3 karena hasil perkalian keduanya adalah - 18 dan jika keduanya dijumlahkan adalah 3.

Maka, hasil pemfaktoran adalah $(x + 6)(x - 3)$.

b. Bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$

Langkah – langkah mencari faktor dari bentuk ini adalah :

- Cari hasil dari $a \times c$
- Jabarkan $a \times c$ menjadi perkalian faktor – faktornya
- Tentukan pasangan bilangan yang jumlahnya b , misalkan m dan n
- Bentuk $ax^2 + bx + c$ diubah dalam bentuk $ax^2 + mx + nx + c$

Contoh :

1. Hasil pemfaktoran dari $3x^2 + 14x + 8$ adalah.....

Jawab :

$$a = 3 \text{ dan } c = 8$$

$$a \times c = 3 \times 8 = 24$$

$a \times c = 24$	
1	24
2	12
3	8
4	6

Dua bilangan yang jika dikalikan hasilnya 24 dan jika ditambahkan hasilnya 14 adalah 2 dan 12, maka :

$$\begin{aligned}
 3x^2 + 14x + 8 &\text{ diubah menjadi } 3x^2 + 12x + 2x + 8 \\
 &= 3x^2 + 12x + 2x + 8 \\
 &= 3x(x + 4) + 2(x + 4) \\
 &= (3x + 2)(x + 4)
 \end{aligned}$$

2. Hasil pemfaktoran $4x^2 + 4x - 15$ adalah...

Jawab :

$$a = 4 \text{ dan } c = - 15$$

$$a \times c = 4 \times - 15 = - 60$$

Dua bilangan yang jika dikalikan hasilnya - 60 dan jika ditambahkan hasilnya 4 adalah - 6 dan 10, maka :

$$\begin{aligned}
 4x^2 + 4x - 15 &\text{ diubah menjadi } 4x^2 - 6x + 10x - 15 \\
 &= 4x^2 - 6x + 10x - 15 \\
 &= 2x(2x - 3) + 5(2x - 3) \\
 &= (2x - 3)(2x + 5)
 \end{aligned}$$



PECAHAN BENTUK ALJABAR

1. Operasi Hitung Pecahan Aljabar dengan Penyebut Suku Tunggal

a. Penjumlahan dan pengurangan

caranya : a) cari KPK dari penyebutnya atau kali kan saja penyebutnya

b) selesaikan bentuk penjumlahan atau pengurangannya

contoh :

$$\frac{1}{2p} + \frac{5}{3q} \Rightarrow \frac{1 \times 3q}{2p \times 3q} + \frac{5 \times 2p}{3q \times 2p}$$
$$= \frac{3q}{6pq} + \frac{10p}{6pq} \Rightarrow \frac{3q + 10p}{6pq}$$

b. Perkalian dan pembagian

Ingat kembali bentuk perkalian dan pembagian bilangan pecahan yang dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \text{ untuk } b, d \neq 0$$

$$a : \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b} \quad \text{untuk } b \neq 0, c \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc} \quad \text{untuk } b \neq 0, c \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad \text{untuk } b \neq 0, c \neq 0$$

contoh :

$$\frac{4}{3a} \times \frac{ab}{2} \Rightarrow \frac{4}{3a} \times \frac{ab}{2} = \frac{4 \times ab}{3a \times 2} = \frac{2b}{3}$$

$$\frac{4p}{3q} : \frac{2q}{9p} \Rightarrow \frac{4p}{3q} : \frac{2q}{9p} = \frac{4p}{3q} \times \frac{9p}{2q} \Rightarrow \frac{36p^2}{6q^2}$$

c. Perpangkatan pecahan bentuk aljabar

Operasi perpangkatan merupakan perkalian berulang dengan bilangan yang sama. Hal ini juga berlaku pada perpangkatan pecahan bentuk aljabar.

$$\begin{aligned}\left(\frac{a}{b}\right)^1 &= \frac{a}{b} \\ \left(\frac{a}{b}\right)^2 &= \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} \\ \left(\frac{a}{b}\right)^3 &= \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}\end{aligned}$$



$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{\text{sebanyak } n \text{ kali}} = \frac{a^n}{b^n}$$

contoh :

$$\left(\frac{3x}{2}\right)^3$$



$$\left(\frac{3x}{2}\right)^3 = \left(\frac{3x}{2}\right) \times \left(\frac{3x}{2}\right) \times \left(\frac{3x}{2}\right) = \frac{27x^3}{8}$$



LATIHAN 1

- Tentukan Variabel, konstanta dan koefisien pada bentuk aljabar berikut.
 - $3m - 2n + 9m + 15n - 6$
 - $9a^2 - 3ab + 4a + 6ab - 18a$
 - $5x^2 + 6xy - 8y^2 - 2xy + 9y^2$
 - $8p^2q^2 - p^2q + 12pq + 5pq + 3p^2q$
- Sederhanakanlah bentuk-bentuk aljabar berikut.
 - $8p - 3 + (-3p) + 8$
 - $9m + 4mn + (-12m) - 7mn$
 - $2a^2 + 3ab - 7 - 5a^2 + 2ab - 4$
 - $4x^2 - 3xy + 7y - 5x^2 + 2xy - 4y$
- sederhanakanlah bentuk perkalian dan pembagian aljabar berikut ini
 - $-3(a - 2b + 5) =$
 - $xy \cdot (x^2 - 4) =$
 - $(2 + a)(a^2 - 2a + 1) =$
 - $16p^2 : 4p =$

$$c. -p.(p^2 - 3) =$$

$$h. 6a^6b^2 : a^3b =$$

$$d. (x + 2). (x - 3) =$$

$$i. (2a^2bc^2 + 8a^3b^2c^3) : 2abc =$$

$$e. (2x - 3). (x + 4) =$$

$$j. 15p^4q^5r^3 : (6p^2qr^3 : 2pqr) =$$

4. Tentukan hasil perpangkatan bentuk aljabar berikut.

$$a. (2p)^2 =$$

$$b. (-3p^2q)^2 =$$

$$c. (x + 3y)^3 =$$

$$d. (4x - 2y)^3 =$$

LATIHAN 2

1. Jika $a = 6$ dan $b = -1$, tentukan nilai dari bentuk aljabar berikut.

$$a. a^2 + 2ab + b^2$$

$$b. a^2b - ab^2 + a^2b^2$$

$$c. 2a + 2a^2b^2 + 3ab^2 + b^3$$

2. Tentukan KPK dan FPB dari bentuk aljabar berikut.

$$a. 15ab \text{ dan } 20ab$$

$$b. 10a^2b^3c \text{ dan } 15b^2c^2d$$

$$c. 24p^2q, 36p^3q^2, \text{ dan } 60pqr$$

3. Tentukan hasil pemfaktoran dari bentuk aljabar berikut

$$a. x^2 + 5x + 6$$

$$b. x^2 + 4x - 12$$

$$c. 6x^2 + 7x + 2$$

LATIHAN 3

1. Sederhanakan penjumlahan dan pengurangan pecahan aljabar berikut.

$$a. \frac{3}{p} + \frac{4}{q} =$$

$$b. \frac{p-3}{12} - \frac{p}{3} =$$

2. Tentukan hasil kali pecahan aljabar berikut.

$$a. \frac{3}{p} \times \frac{q}{2}$$

$$c. \frac{9mn}{4k} \times \frac{6kn^2}{3m^2}$$

$$b. \frac{m}{2n} \times \frac{3m}{5n}$$

3. Tentukan hasil bagi bentuk pecahan aljabar berikut.

a. $\frac{x}{4} : \frac{y}{12}$

c. $\frac{x^2y^2}{3z} : \frac{20xy^2}{8z^2}$

b. $\frac{4a}{3b} : \frac{9b}{2c}$

4. Selesaikan operasi perpangkatan pecahan aljabar berikut.

a. $\left(\frac{2x}{3}\right)^2$

c. $\left(\frac{4x-2}{y}\right)^2$

b. $\left(-\frac{3}{4x^2}\right)^3$

$\left(\frac{4x}{y} + \frac{1}{y}\right)^2$

LATIHAN 4

1. Panjang suatu persegi panjang diketahui $(3x + 2)$ cm dan lebarnya $(2x - 3)$ cm.
 - a. Tentukan keliling persegi panjang dinyatakan dalam x .
 - b. Jika kelilingnya 36 cm, tentukan ukuran persegi panjang tersebut.
2. Tiga tahun yang lalu jumlah umur seorang ibu beserta anak kembarnya diketahui 35 tahun. Jika pada saat itu umur ibunya 29 tahun, berapa tahunkah umur anak kembarnya sekarang?
3. Seekor kambing setiap hari menghabiskan $(x + 2)$ kg ransum makanan, sedangkan seekor sapi setiap hari menghabiskan $(2x - 1)$ kg ransum makanan.
 - a. Nyatakan jumlah ransum makanan untuk seekor kambing dan seekor sapi selama 1 minggu.
 - b. Tentukan nilai x jika jumlah ransum makanan yang habis dalam 1 minggu adalah 70 kg.