1 Приведение уравнения поверхности второго рода к каноническому виду

Уравнение поверхности второго порядка:

$$7\,x^2+8\,xy+3\,y^2+8\,xz+6\,yz+3\,z^2+6\,x+y+7=0$$

Матрица квадратичной формы:
$A=\begin{pmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
Вектор линейной формы:
$B=(3.0000,\ 0.50000,\ 0.00000)$
Свободный член: $a_0=7$
Составим характеристический многочлен.

$$|A-\lambda*E|=-\lambda^3+13\,\lambda^2-10\,\lambda$$

Найдем собственные значения – корни характеристического многочлена.
$\lambda_1=0.00000, \lambda_2=0.82109, \lambda_3=12.179$
Найдем собственные векторы.
$s_1=(0.00000,\ 1.0000,\ -1.0000)$
$s_2=(1.0000,\ -0.77236,\ -0.77236)$
$s_3=(1.0000,\ 0.64736,\ 0.64736)$
Пронормируем собственные векторы и составим из них матрицу перехода.
$S=\begin{pmatrix} 0.00000 & 0.67526 & 0.73758 \\ 0.70711 & -0.52155 & 0.47748 \\ -0.70711 & -0.52155 & 0.47748 \end{pmatrix}$
Приведем матрицу квадратичной формы к диагональному виду.

$$\Lambda=S^T*A*S=\begin{pmatrix} 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.82109 & 3.8858\times10^{-16} \\ 0.00000 & 8.8818\times10^{-16} & 12.179 \end{pmatrix}$$

Преобразуем вектор линейной формы.
$B'=S^T*B=(0.35355,\ 1.7650,\ 2.4515)$
Получим почти приведённое уравнение: $X\Lambda X^T+2B'X+a_0=0$
$0.821091654199727\,y^2+12.1789083458003\,z^2+0.707106781186547\,x+3.53001916296$
$4.90295469172324\,z+7=0$
Сделаем замену переменных, получим каноническое уравнение.
$0.302706600626627\,(y+2.14958899223423)^2+4.48992012748397\,(z+0.2012887589$
$0.260684527626377\,x+1.00000000000000=0$

График исходного уравнения
$7\,x^2 + 8\,xy + 3\,y^2 + 8\,xz + 6\,yz + 3\,z^2 + 6\,x + y + 7 = 0$

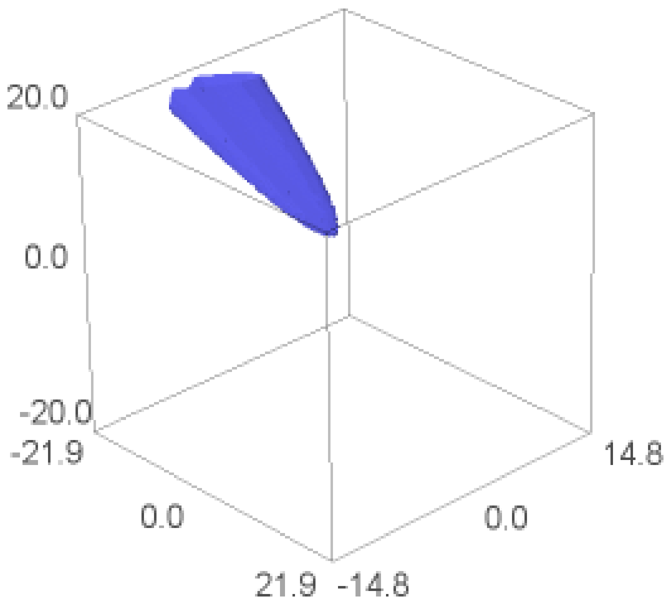

График канонического уравнения
$0.302706600626627\,(y + 2.14958899223423)^2 + 4.48992012748397\,(z + 0.2012887589$
$0.260684527626377\,x + 1.00000000000000 = 0$