

CONTROLE DIGITAL - SEL0620

Tarefa 2 - Sistema Dinâmico e Discretização da Resposta Trânsitória

Hugo Hiroyuki Nakamura

NUSP: 12732037

PARTE 1

A função de transferência do sistema estudado é

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta s + \omega_n^2} \quad (1)$$

E os parâmetros utilizados foram:

- $R = 1,25$;
- $\zeta = 1,011$;
- $\omega_n = 1,045 \text{ rad/s}$.

Gráfico de Bode

O gráfico de Bode do sistema é dado pela figura 1.

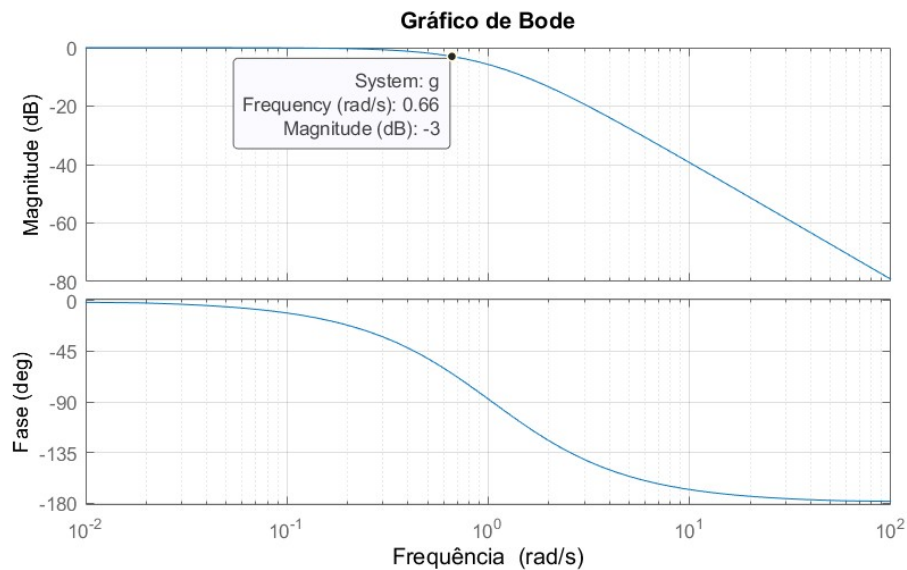


Figura 1: gráfico de Bode para a função de transferência da equação 1.

Através do gráfico de bode, o valor encontra-se a frequência, em $-3dB$, $\omega_b = 0,66 \text{ rad/s}$. Utilizando a função *bandwidth*, um valor mais preciso é encontrado, com ω_b

= **0,6609 rad/s**. Dessa forma, as larguras de banda encontradas estão reunidas na tabela 1.

Frequência	Valor	Unidade
ω_b	0,6609	rad/s
f_b	0.1052	Hz

Tabela 1: Largura de banda obtida em rad/s e Hz.

Respostas do sistema para entrada degrau

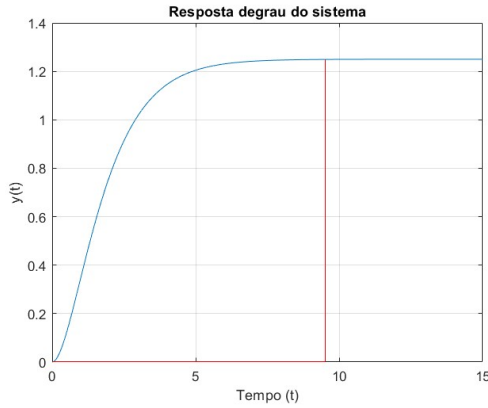


Figura 2: Resposta do sistema para um degrau com $\omega_0 = \omega_b$.

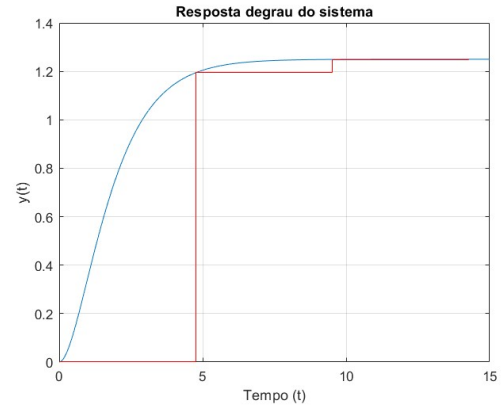


Figura 3: Resposta do sistema para um degrau com $\omega_0 = 2\omega_b$.

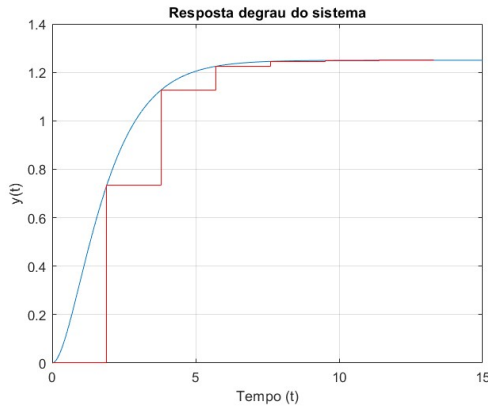


Figura 4: Resposta do sistema para um degrau com $\omega_0 = 5\omega_b$.

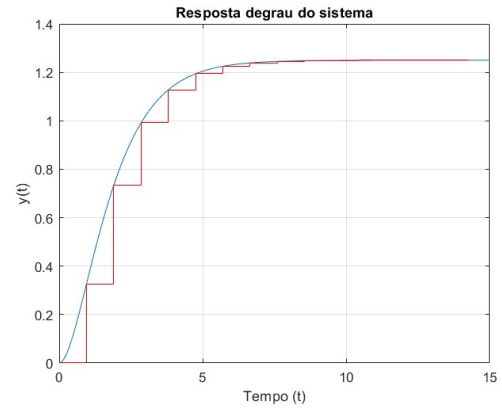


Figura 5: Resposta do sistema para um degrau com $\omega_0 = 10\omega_b$.

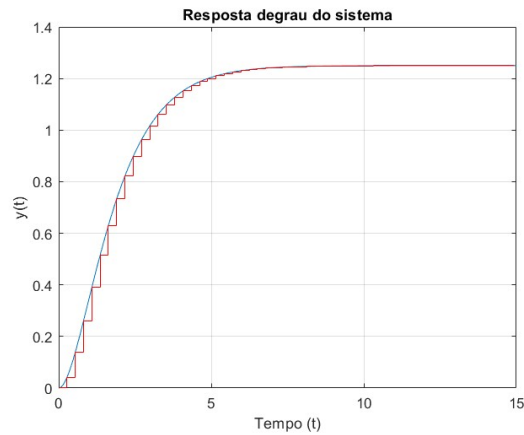


Figura 6: Resposta do sistema para um degrau com $\omega_0 = 35\omega_b$.

Questão

Baseado na largura de banda de um sistema, ω_b , qual critério, de acordo com alguma referência bibliográfica, pode ser utilizado para escolher uma frequência de amostragem adequada para o sistema dinâmico?

Segundo a apostila *Controle Digital - Notas de Aula e Teoria de Laboratório* [1], no capítulo 3, um critério para escolher a frequência de amostragem adequada é tal que ela seja maior que **o dobro da largura de banda do sinal**.

$$\omega_0 > 2\omega_b \quad (2)$$

Esse critério é necessário para que os espectros do sinal amostrado não se sobreponham e dificultem a recuperação do sinal original. É conhecido como *teorema da amostragem*.

Questão

Fazendo uma análise qualitativa dos resultados obtidos da simulação da discretização da resposta degrau do sistema para as frequências de amostragem do item 3, você concorda com o critério mencionado no item anterior? Comente.

Através das figuras 2 a 6, observa-se que quanto maior a proporção entre ω_0 e ω_b , maior é a similaridade entre os sinais. Além disso, o sinal recuperado para $\omega_0 = \omega_b$ é extremamente simples e não reflete o sinal de entrada original, enquanto os outros casos são mais similares.

Ambos os fatos evidenciam a funcionalidade do *teorema da amostragem*, que se aplica perfeitamente nos sinais apresentados.

PARTE 2

Gráficos FFT

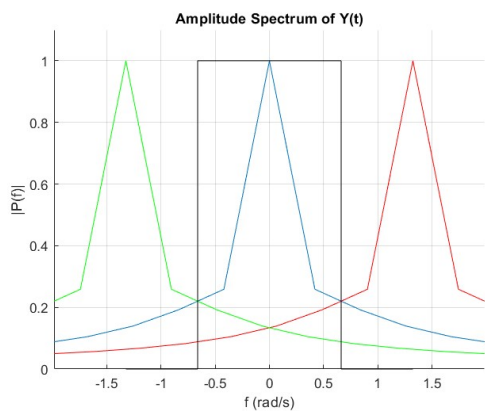


Figura 7: gráfico FFT do sinal com $\omega_0 = \omega_b$.

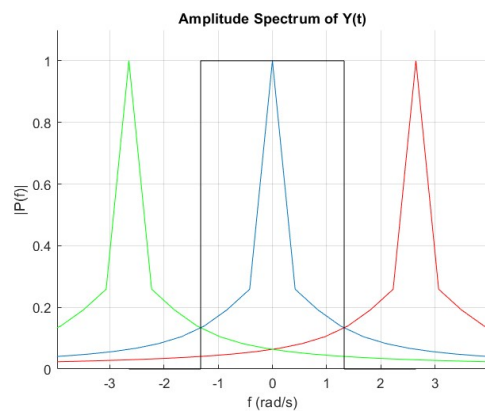


Figura 8: gráfico FFT do sinal com $\omega_0 = 2\omega_b$.

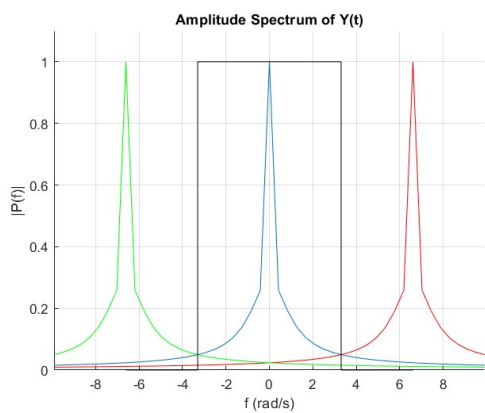


Figura 9: gráfico FFT do sinal com $\omega_0 = 5\omega_b$.

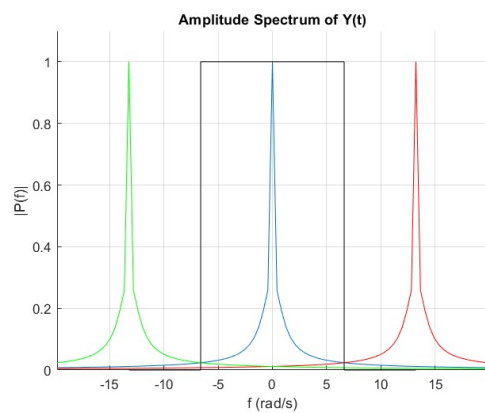


Figura 10: gráfico FFT do sinal com $\omega_0 = 10\omega_b$.

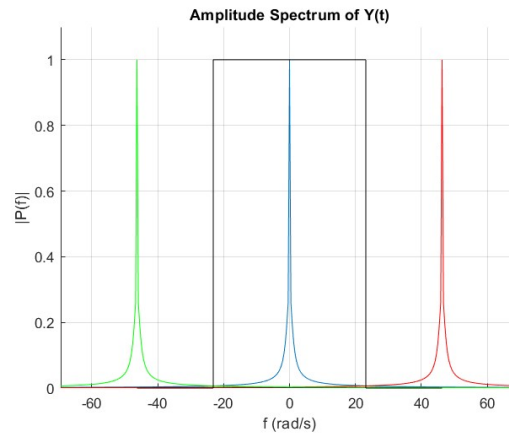


Figura 11: gráfico FFT do sinal com $\omega_0 = 35\omega_b$.

Questão

Para quais casos não é possível recuperar o sinal original contínuo a partir do sinal discreto? Ou seja, para quais casos o espectro de frequência original do sinal contínuo discreto não pode ser recuperado após a aplicação do filtro passa-baixa ideal no espectro de frequência do sinal discreto? Como isso está relacionado ao Teorema de Amostragem?

Os casos onde não é possível recuperar o sinal de original seria o da figura 7. Nela observariamos que os espectros de frequência estão sobrepostos, pois a frequência ω_0 escolhida não separa suficientemente a banda dos espectros, que tem valor $\omega_b = 0,6609 \text{ rad/s}$. No caso onde $\omega_0 = 2 \cdot \omega_b$, há sobreposição dos espectros exatamente no ponto $\omega = k \cdot \omega_b$, $k = 1, 2, 3, \dots$, mas ainda há como recuperar o sinal. Os outros casos não apresentam sobreposição de espectros.

Essa conclusão é esperada pelo *teorema da amostragem*, que previne a sobreposição dos espectros. A figura 7 tem $\omega_0 < 2 \cdot \omega_b$ e por isso não é capaz de recuperar o sinal original, enquanto as outras figuras, que concordam com o teorema, são recuperáveis.

Entretanto, os espectros apresentados apresentam um afastamento de $2\omega_0$, para $\omega_0 = k \cdot \omega_b$, o que sempre vai garantir o *teorema da amostragem*. Por isso, os espectros de todas as imagens não tem sobreposição de banda.

Referências

- [1] Manoel L. Aguiar. *Controle Digital - Notas de Aula de Teoria e de Laboratório*, chapter 3. July 2016. Notas de Aula, disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/8521087/mod_resource/content/1/TEO_Parte_1.pdf.