

# CONTROLE DIGITAL - SEL0620

## Tarefa 7 e 8 - Controlador PID Discreto

Hugo Hiroyuki Nakamura

NUSP: 12732037

Isaac Santos Soares

NUSP: 12751713

---

1. Mostre no início do relatório desta etapa, os seguintes dados que foram obtidos das experiências anteriores, e que serão utilizados como base para o projeto do controlador PID:

- a) Período de amostragem,  $T_{08}$ , utilizado no laboratório anterior para a malha fechada com controlador proporcional para  $K = 8$ . O período de amostragem  $T_{08}$  não deve ser inferior a 0,2 segundos.

O período de amostragem para  $K = 8$ , utilizando  $\omega_0 = 7 \cdot \omega_s$ , é de  $T_0 = 0,201$  [s].

- b) Função de transferência da planta do sistema discretizada com retentor de ordem zero para o período de amostragem  $T_{08}$  (indicado no item anterior).

$$G(z) = \frac{0.01917z + 0.01664}{z^2 - 1.618z + 0.654}$$

- c) Tempo de pico,  $t_{p1}$ , do sinal de saída da planta obtido com o sistema de malha fechada com controlador proporcional  $K = 1$ .

$$t_{p1} = 3,051 \text{ [s]}$$

- d) Tempo de subida,  $t_{r1}$ , do sinal de saída da planta obtido com o sistema de malha fechada com controlador proporcional  $K = 1$ .

$$t_{r1} = 1,471 \text{ [s]}$$

- e) Tempo de acomodação,  $t_{s1}$ , do sinal de saída da planta obtido com o sistema de malha fechada com controlador proporcional  $K = 1$ .

$$t_{s1} = 4,019 \text{ [s]}$$

2. Utilizando a ferramenta RLTOOL do Matlab, projete um controlador PID discreto que proporcione, além do erro de regime nulo, um tempo de pico semelhante (não mais que 20% maior) a  $t_{p1}$ , e um sobresinal máximo  $M_p$  de 6%. Ao invés de projetar para um tempo de pico semelhante, você pode também projetar para um tempo de subida e um tempo de acomodação semelhante a  $t_{r1}$  e  $t_{s1}$ , respectivamente. A função de transferência do controlador PID deve ter o seguinte formato:

$$G_{PID}(z) = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z^2 - z} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

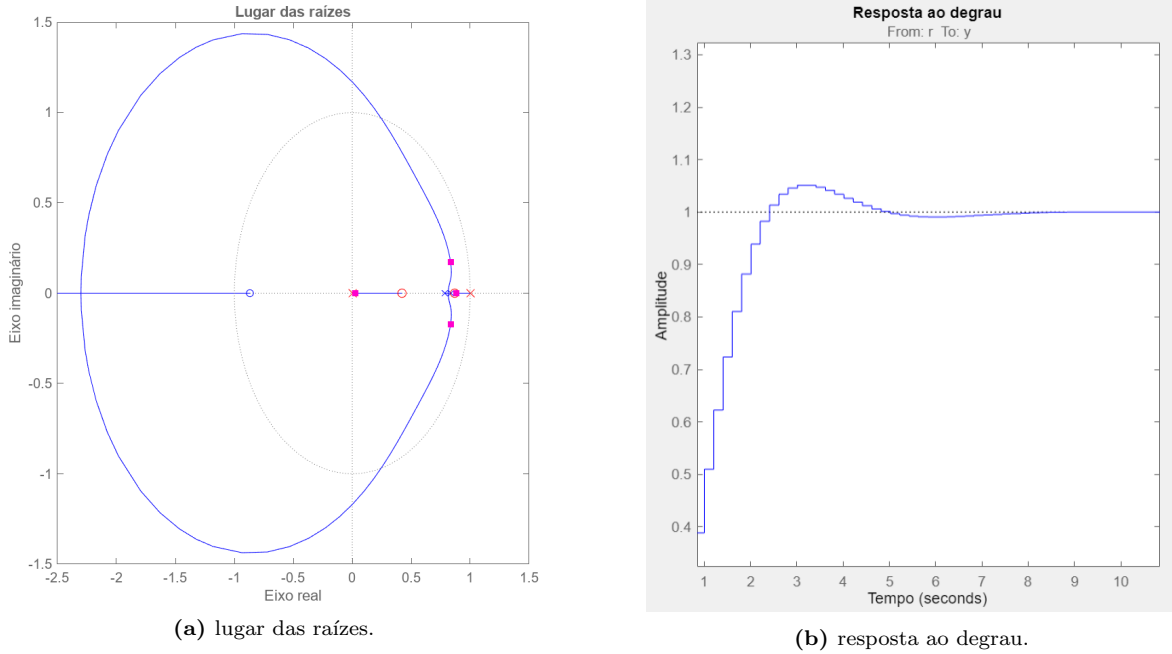
Lembre-se que, ao projetar o PID, a saída do controlador não deve ultrapassar os limites de entrada da planta quando o sistema de malha fechada é submetido ao degrau de amplitude  $r$ , ou seja, a entrada da planta deve ficar sempre dentro do intervalo  $-10 < u(k) < 10$ .

O controlador PID foi projetado com valores de  $t_p$ ,  $t_r$  e  $t_s$  semelhantes aos indicados anteriormente. Estes valores encontrados estão dispostos na Tabela 1.

Medida	Valor [s]	Erro [%]
Tempo de pico ( $t_p$ )	3,02	1,02
Tempo de subida ( $t_r$ )	1,56	6,05
Tempo de acomodação ( $t_s$ )	4,20	4,50

**Tabela 1:** medidas de tempo para o controlador PID.

As Figuras 1a e 1b apresentam o lugar das raízes e a resposta ao degrau do controlador.



**Figura 1:** sistema com o controlador  $G_{PID}(z)$  projetado no RLTOOL.

3. Mostre no relatório a função de transferência discreta do controlador projetado  $G_{PID}(z)$ .

$$G_{PID}(z) = \frac{2,434 - 3,139z^{-1} + 0.891z^{-2}}{1.000 - 1.000z^{-1}}$$

4. Mostre no relatório a função de transferência discreta do sistema de malha fechada (desconsiderando o distúrbio).

$$G_{MF}(z) = \frac{0.047z^{-1} - 0.020z^{-2} - 0.035z^{-3} + 0.015z^{-4}}{1.000 - 2.571z^{-1} + 2.252z^{-2} - 0.689z^{-3} + 0.015z^{-4}}$$

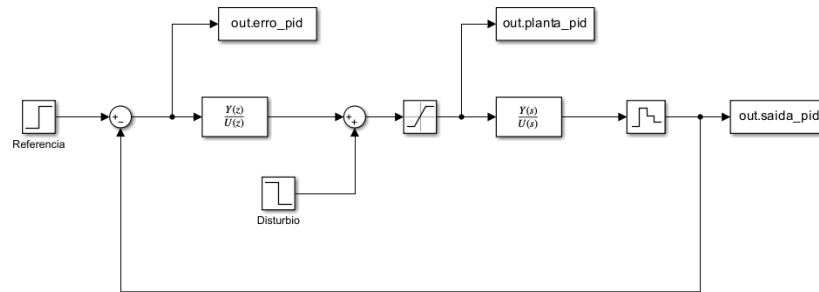
5. Mostre no relatório os polos e zeros de malha fechada em  $z$ .

A Tabela 2 apresenta os zeros e polos da função de transferência de malha fechada em  $z$ .

Raízes	Valor de $z$			
<b>Zeros</b>	-0,868	0,868	0,422	-
<b>Polos</b>	$0.834 + 0.172j$	$0.834 - 0.172j$	0,881	0,023

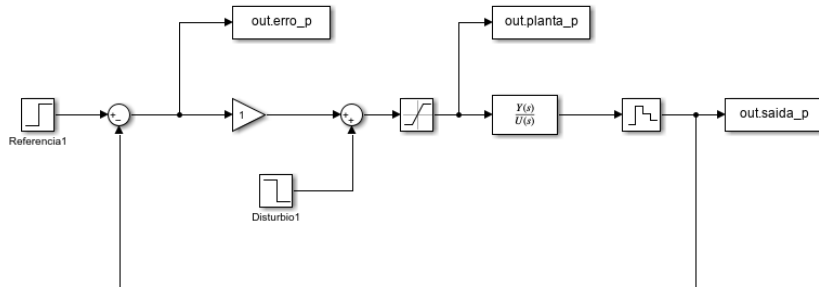
**Tabela 2:** zeros e polos da função de transferência de malha fechada.

6. Implemente no Simulink o sistema de malha fechada com controlador PID discreto projetado. Mostre no relatório o diagrama de Simulink implementado.



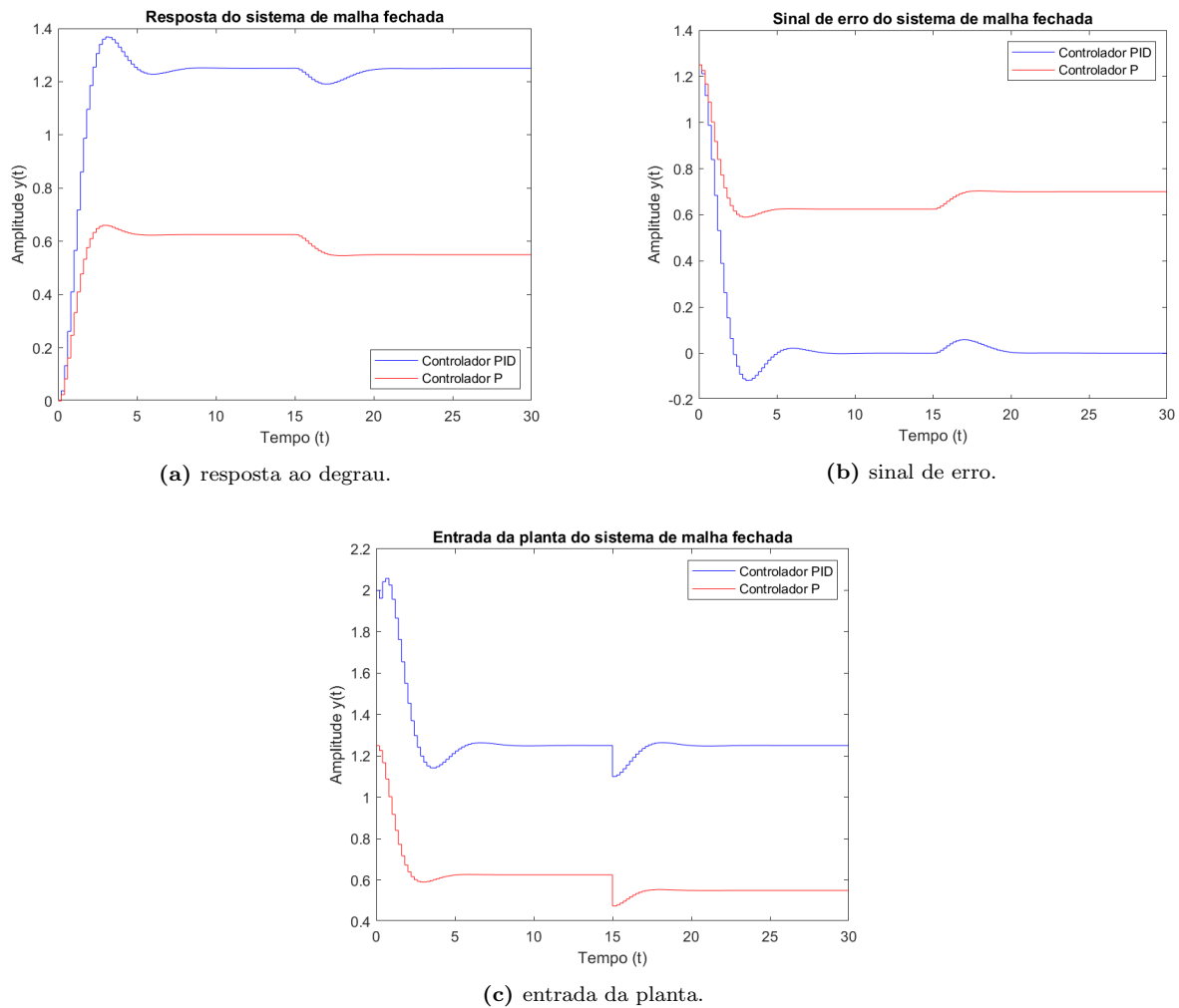
**Figura 2:** sistema de malha fechada com controlador PID no simulink.

7. Repita nesta experiência o Simulink do sistema de malha fechada com controlador P para  $K = 1$ , mas utilize na simulação o período de amostragem  $T_0 = 8$ .



**Figura 3:** sistema de malha fechada com controlador P de ganho unitário no simulink.

8. Mostre no relatório as curvas discretas de resposta do sistema (sinal de erro, sinal de controle e sinal de saída do sistema) do sistema de malha fechada no Simulink controlado pelo PID sobrepostas às respectivas curvas para o sistema com controlador proporcional com ganho  $K = 1$ .



**Figura 4:** respostas do sistema utilizando o controlador PID e o controlador P.

9. Quais os valores do erro de regime permanente antes do distúrbio e após o distúrbio para o sistema controlado com o PID (utilize o gráfico obtido pelo Simulink para obter os valores)? O que se pode observar comparando esses erros com o sistema de malha fechada com controle proporcional?

Os valores de erro de regime permanente do sistema com controlador PID e P de ganho unitário estão apresentados na Tabela 3 e 4, respectivamente.

**Tabela 3:** valores de erro em regime permanente do sistema de malha fechada com controlador PID.

Erro PID	Degrau	$e_{ss}$	$e_{ss}(\%)$
Pré distúrbio	1,25	$-2,259 \cdot 10^{-5}$	0,002
Pós distúrbio		$2,504 \cdot 10^{-5}$	0,002

**Tabela 4:** valores de erro em regime permanente do sistema de malha fechada com controlador P de ganho unitário.

Erro P	Degrau	$e_{ss}$	$e_{ss}(\%)$
Pré distúrbio	1,25	0,625	50,0
Pós distúrbio		0,700	56,0

Observa-se que a utilização do controlador PID produz erros baixíssimos, muito próximos de 0%, enquanto o controlador P de ganho unitário apresenta erro de metade do sinal. Além disso, é possível perceber, através da Figura 4b, que a aplicação do distúrbio gera efeitos ainda menores em regime permanente quando utilizado um controlador PID, visto que o sinal volta ao mesmo nível ao decorrer do tempo, diferentemente do sistema com controlador P.

10. Mostre uma tabela comparando o tempo de acomodação ( $t_s$ ) da resposta do sistema discreto considerando o critério de  $\pm 2\%$ , o tempo de subida ( $t_r$ ) da resposta do sistema discreto, o tempo de pico ( $t_p$ ), e o sobressinal ( $M_p$ ) para o sistema controlado com o PID e para o sistema com o controlador proporcional  $K = 1$ . Comente se o controlador PID atende aos requisitos de projeto.

As medições de tempo e sobressinal do sistema de malha fechada com o controlador P e PID estão na Tabela 5.

**Tabela 5:** características do sistema de malha fechada com controlador P e PID.

Característica	P	PID	Unidade
Tempo de pico ( $t_p$ )	2,81	3,02	[s]
Tempo de subida ( $t_r$ )	1,41	1,56	[s]
Tempo de acomodação ( $t_s$ )	4,08	4,20	[s]
Sobressinal ( $M_p$ )	5,59	5,10	[%]

A Tabela 6 apresenta a variação das características no uso do controlador PID para o controlador P. Observa-se que as variações do tempo estão próximas, com destaque para o tempo de pico, que não houve variação acima de 20%. O sobressinal esteve abaixo de 6%, como especificado.

**Tabela 6:** variação das características do sistema com PID para o com P.

Característica	Variação [%]
Tempo de pico ( $t_p$ )	1,02
Tempo de subida ( $t_r$ )	6,05
Tempo de acomodação ( $t_s$ )	4,50
Sobressinal ( $M_p$ )	8,77

Dessa forma, o sistema com o controlador PID atende os requisitos do projeto.