

# CONTROLE DIGITAL - SEL0620

## Tarefa 4 e 5 - Controle Proporcional

Hugo Hiroyuki Nakamura  
Isaac Santos Soares

NUSP: 12732037  
NUSP: 12751713

1. Implemente no Simulink um sistema de realimentação unitária contínuo para um controlador proporcional  $C(s) = Kp = 1$ . A Figura 2 representa o diagrama do Simulink para a malha de controle contínua. Além dos blocos utilizados na prática anterior, utilize os blocos Sum, Saturation, e Gain, que podem ser encontrados na sub-categoria de blocos chamada Commonly Used Blocks.

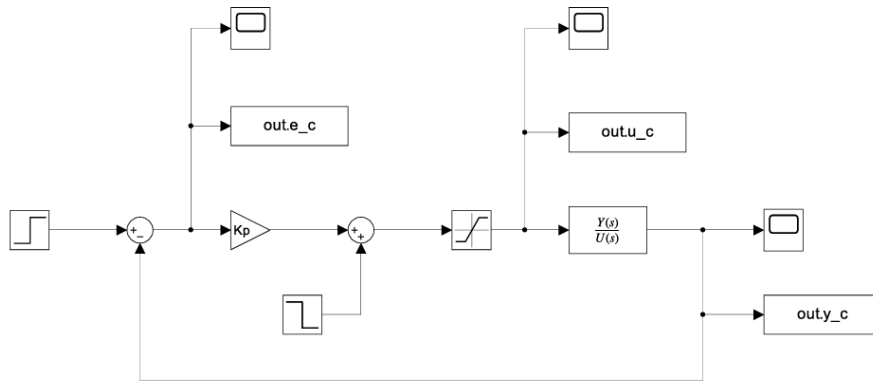


Figura 1: diagrama do sistema de realimentação unitária contínuo no Simulink para  $K_p = 1$ .

2. Implemente no Simulink um sistema de realimentação unitária discreta para um controlador proporcional  $C(z) = Kp = 1$ . A Figura 3 representa o diagrama do Simulink para a malha de controle discreta. Mantenha a planta como uma função de transferência contínua, mas discretize a saída utilizando um bloco Zero Order Holder. Como o controlador é apenas um ganho, então não é necessário utilizar o bloco de Zero Order Holder novamente na entrada da planta.

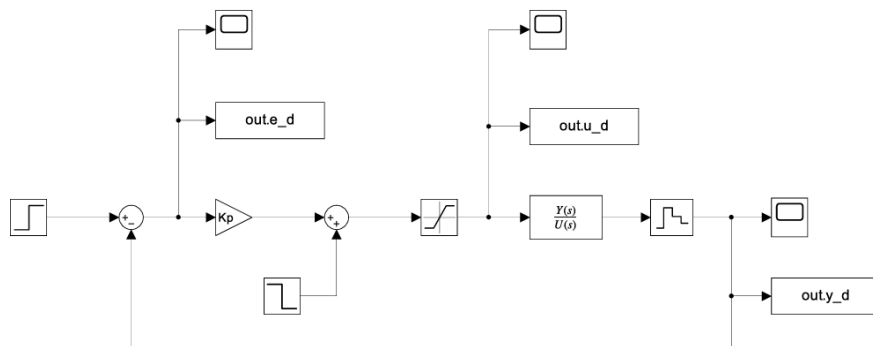
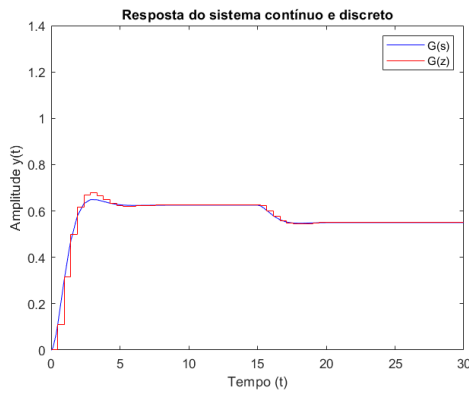


Figura 2: diagrama do sistema de realimentação unitária discreta no Simulink para  $K_p = 1$ .

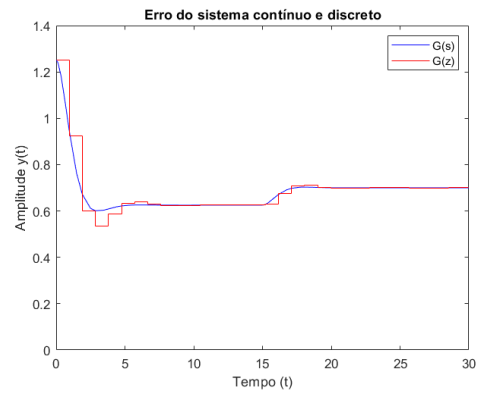
3. Defina o período de amostragem  $T_0$  do bloco Zero Order Holder. Verifique se o mesmo período de amostragem utilizado em malha aberta na experiência anterior pode ser utilizado na malha fechada. Para isso, compare qualitativamente a saída da malha fechada contínua com a da malha fechada discreta. Se preciso, altere o valor de  $T_0$  para a malha fechada. Explique sua escolha por manter ou alterar o valor de  $T_0$ .

O período de amostragem  $T_0$  foi de 0,951 [s]. Esse valor está em conformidade com o Teorema da Amostragem de Nyquist, garantindo que a discretização do sinal de resposta seja adequada. Qualitativamente, a discretização do sinal de resposta mostrou-se satisfatória, conforme ilustrado na figura 3a.

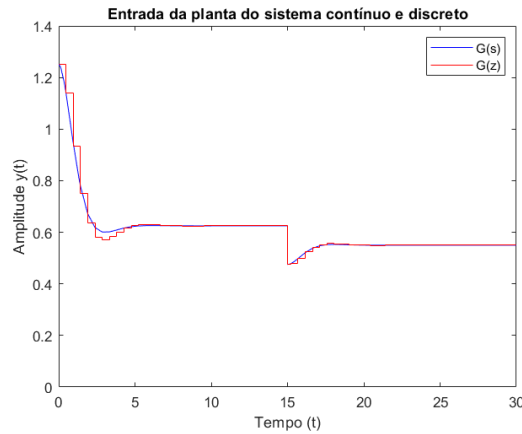
4. Mostre as curvas de resposta do sistema.



(a) resposta contínua e discreta do sistema.



(b) sinal com erro contínuo e discreto do sistema.



(c) entrada da planta contínua e discreta do sistema.

**Figura 3:** curvas de resposta do sistema

5. Qual o erro absoluto em regime permanente do sistema antes de ser aplicado o distúrbio? Qual o erro absoluto em regime permanente após o distúrbio ser aplicado? Em porcentagem, qual o valor de cada um dos erros em regime permanente (antes e após o distúrbio) em relação ao degrau de referência?

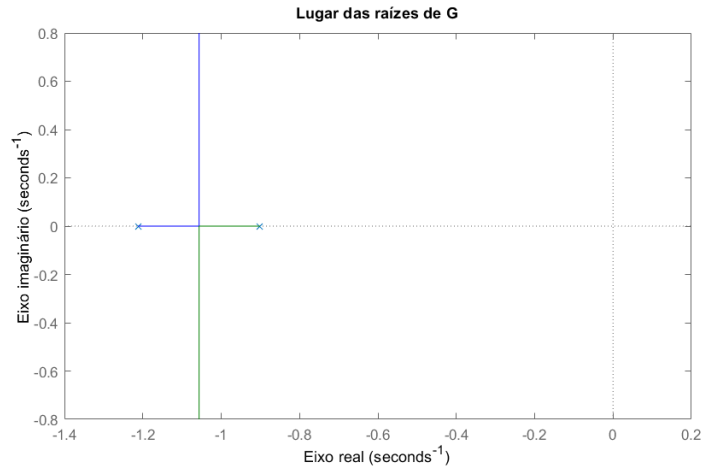
O erro absoluto em regime permanente antes e após a aplicação do distúrbio pode ser medido diretamente da Figura 3b, em ambos os regimes permanente antes e depois de 15 [s]. Os valores foram coletados e reunidos na Tabela 1.

**Tabela 1:** valores de erro antes e depois da aplicação do distúrbio

Tipo	Degrau	$e_{ss}$	$e_{ss}(\%)$
Sem distúrbio	1,25	0,625	50,0
Com distúrbio		0,700	56,0

6. Mostre o Lugar das Raízes do sistema contínuo de malha fechada controlado por um controle proporcional. Para isso, utilize o comando `rlocus`, no qual o argumento é a função de transferência de malha aberta para  $K_p = 1$ :

```
figure
rlocus(G)
```



**Figura 4:** lugar das raízes para  $G(s)$

7. Para quais valores de  $K_p$  o sistema é estável?

Seja  $G_{MF}$  o ganho de malha fechada do sistema

$$G_{MF} = \frac{1,092K_p}{s^2 + 2,113s + 1,092(K_p + 1)}.$$

Os polos do sistema são, respectivamente

$$p = -1,057 \pm \sqrt{0,024 - 1,092K_p}.$$

O único caso em que o sistema será instável é na presença de um polo no semiplano lateral direito, ou seja:

$$-1,057 + \sqrt{0,024 - 1,092K_p} > 0$$

$$K_p < -1,001$$

Dessa forma, como o ganho é sempre positivo, o sistema em malha fechada é estável para qualquer valor de  $K_p > 0$ .

8. Mostre o diagrama de Bode do sistema contínuo de malha aberta para  $K_p = 1$ , e as margens de ganho e fase. Para isso, utilize a seguinte sequência de comandos:

```
figure
bode(G)
margin(G)
```

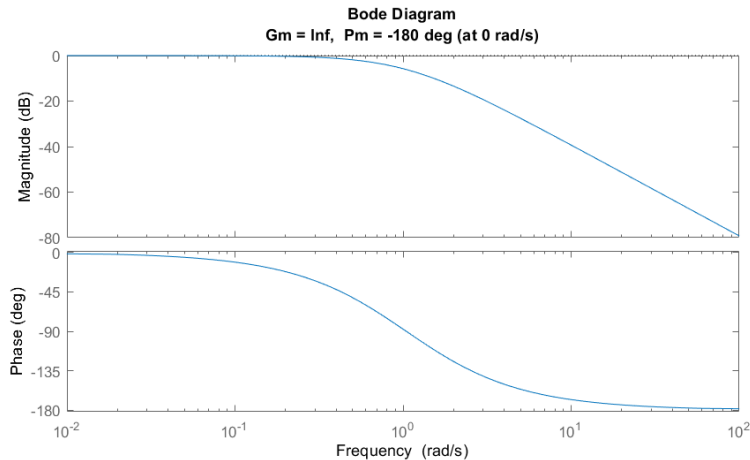


Figura 5: diagrama de bode para G e suas margens de ganho e fase.

9. Quais as margens de ganho e de fase do sistema? O que se pode concluir sobre a estabilidade do sistema para  $K_p = 1$ ?

As margens de ganho e de fase são, respectivamente,  $\infty$  e  $180^\circ$ . A margem de ganho infinita e a margem de fase positiva indicam que o sistema é estável.

10. O comando do Matlab chamado `feedback` pode ser usado para obter a função de transferência de malha fechada do sistema. Desconsiderando o distúrbio, e considerando que no workspace do Matlab já foram definidas a função de transferência contínua da planta G, a função de transferência discreta da planta Gz (encontrada com o valor de T0 definido para esta prática, se diferente da prática anterior), o ganho do controlador proporcional  $K_p$ , e a amplitude do degrau r, obtenha a função de transferência de malha fechada do sistema contínuo e do sistema discreto utilizando a seguinte sequência de comandos:

```
Gmf = feedback(Kp*G, 1)
Gmfz = feedback(Kp*Gz, 1)
```

11. Quais os polos e zeros das funções de transferência de malha fechada contínua e discreta (desconsiderando o distúrbio)?

**Tabela 2:** tabela de polos e zeros para as funções contínuas e discretas.

Tipo	Gmf	Gmfz
Polos	$-1.057 + 1.033i$	$0.240 + 0.458i$
	$-1.057 - 1.033i$	$0.240 + 0.458i$
Zeros	-	-0.511

12. Desconsiderando o distúrbio, plote a saída do sistema de malha fechada contínuo a uma entrada degrau de amplitude r. Sobreponha a saída contínua à saída do sistema de malha fechada discreto. Utilize a seguinte sequência de comandos do Matlab, considerando que a função de transferência de malha fechada contínua Gmf, a função de transferência discreta de malha fechada Gmfz, e a amplitude do degrau r já foram definidas:

```
figure
step(r*Gmf)
hold on
step(r*Gmfz)
```

Acrescente título e legenda para completar a figura.



**Figura 6:** respostas contínua e discreta para o sistema de malha fechada

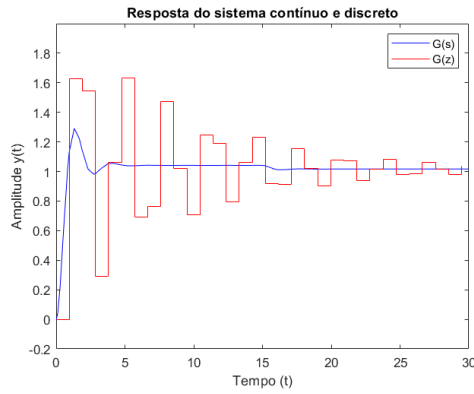
13. Qual o tempo de acomodação ( $t_s$ ) da resposta do sistema discreto considerando o critério de  $\pm 2\%$ ? Qual o tempo de subida ( $t_r$ ) da resposta do sistema discreto? Para encontrar esse valor, clique com o botão direito

do mouse no gráfico mostrado pelo MATLAB como resposta ao comando step. Então, selecione Characteristics e depois Settling Time ( $t_s$ ) e Rise Time ( $t_r$ ).

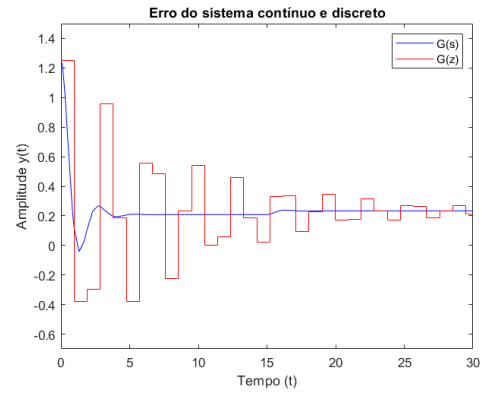
**Tabela 3:** tempo de acomodação e subida do sistema discreto.

Parâmetro	Valor [s]
Tempo de acomodação ( $t_s$ )	5,77
Tempo de subida ( $t_r$ )	1,47

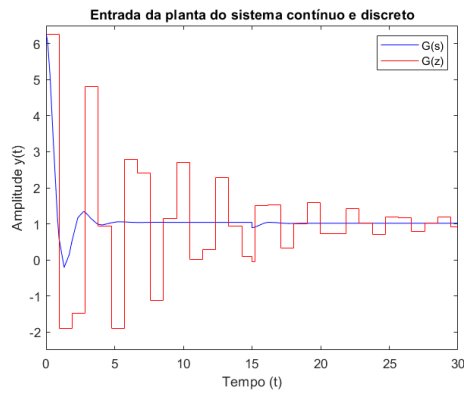
14. Considere agora os seguintes casos:  $K_p = 5$  e  $K_p = 8$ . Mostre as curvas de resposta do sistema para as simulações utilizando cada um dos valores de  $K_p$ .



(a) resposta ao degrau.

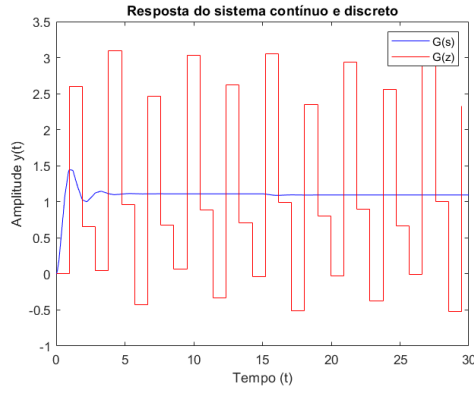


(b) sinal de erro.

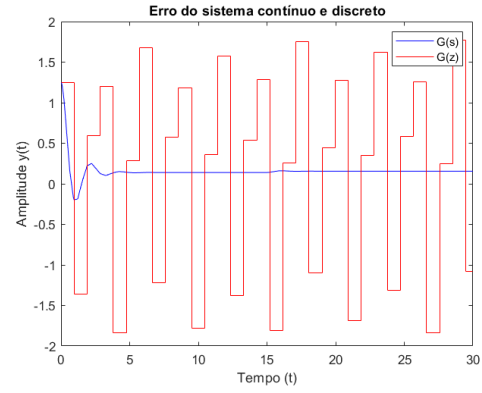


(c) entrada da planta.

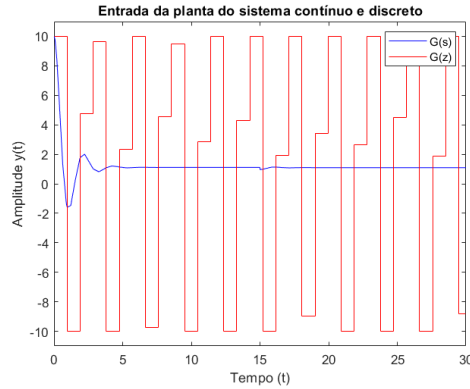
**Figura 7:** respostas do sistema para  $K_p = 5$ .



(a) resposta ao degrau.



(b) sinal de erro.



(c) entrada da planta.

**Figura 8:** respostas do sistema para  $K_p = 8$ .

15. Verifique se é possível utilizar o período de amostragem  $T_0$  definido para ganho  $K_p = 1$  para estes casos ( $K_p = 5$  e  $K_p = 8$ ). Explique.

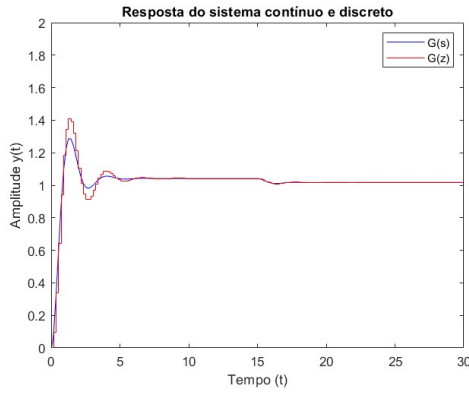
Utilizando o comando `bandwidth(Gmf)`, pode-se encontrar a largura de banda da função de transferência contínua de malha fechada para os três valores de  $K_p$ . Os resultados estão na Tabela 4.

**Tabela 4:** largura de banda e período de amostragem de  $Gmf$  para valores de  $K_p$ .

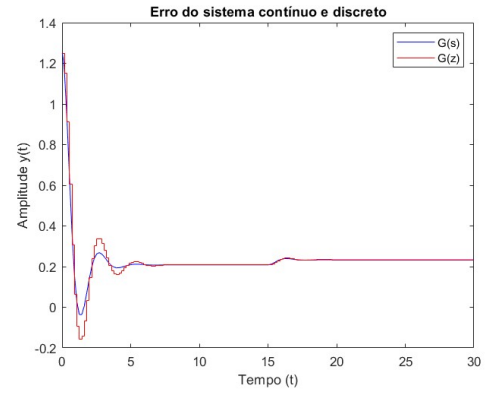
$K_p$	Largura de Banda [rad/s]	$T_0$ máximo [s]	$T_0$ escolhido [s]
1	1,460	2,152	0,430
5	3,486	0,901	0,180
8	4,472	0,703	0,141

Observa-se que quanto maior for o valor de  $K_p$ , maior é a largura de banda do sistema. Dependendo do novo valor, o teorema da amostragem pode não ser mais satisfeito e ocasionar sobreposição de sinal. Por esse motivo, utilizar o mesmo  $T_0 = 0,951$  [s] para o sistema com  $K_p$  maior resulta em uma dissimilaridade do sinal discreto com o sinal contínuo, como é possível visualizar nas Figuras 7 e 8. Dessa forma, a Tabela 4 propõe um novo valor para  $T_0$ , de modo que o critério de Nyquist para amostragem seja atingido.

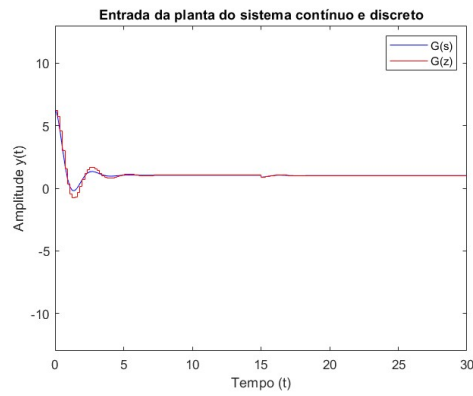
Refazendo as curvas de resposta do sistema com o novo período de amostragem escolhido, obtivemos os seguintes resultados:



(a) resposta ao degrau.



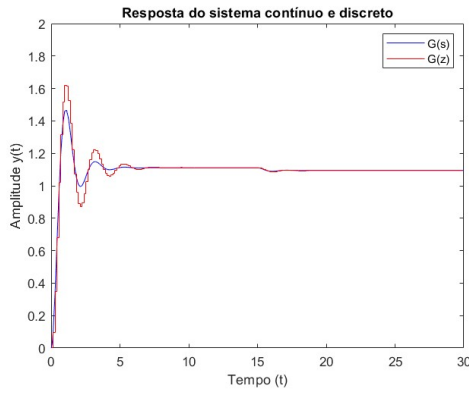
(b) sinal de erro.



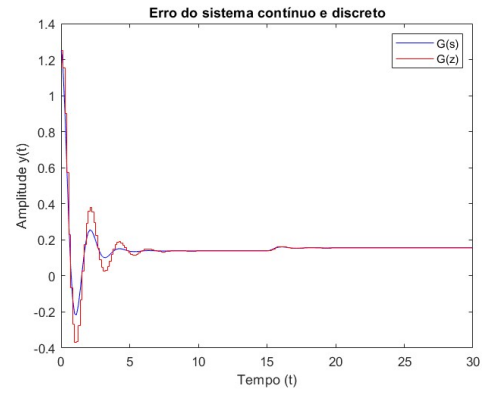
(c) entrada da planta.

**Figura 9:** respostas do sistema para  $K_p = 5$  com  $T_0 = 0,180$  [s].

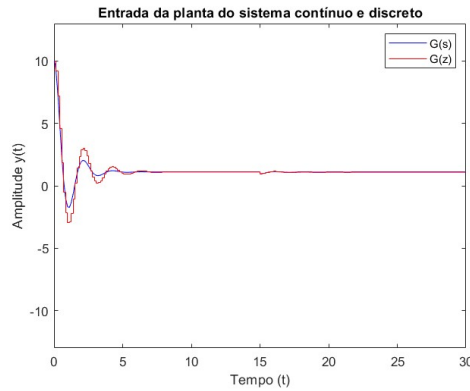




(a) resposta ao degrau.



(b) sinal de erro.



(c) entrada da planta.

**Figura 10:** respostas do sistema para  $K_p = 8$  com  $T_0 = 0,141$  [s].

17. Para cada valor de  $K_p$ : Qual o erro absoluto em regime permanente do sistema antes de ser aplicado o distúrbio? Qual o erro absoluto em regime permanente após o distúrbio ser aplicado? Em porcentagem, qual o valor de cada um dos erros em regime permanente (antes e após o distúrbio)?

**Tabela 5:** valores de erro antes e depois da aplicação do distúrbio para diferentes  $K_p$ .

$K_p$	Degrau	Sem distúrbio		Com distúrbio	
		$e_{ss}$	$e_{ss}(\%)$	$e_{ss}$	$e_{ss}(\%)$
1	1,25	0,625	50,00	0,700	56,00
5		0,208	16,64	0,234	18,72
8		0,139	11,12	0,156	12,48

18. Comente sobre o efeito do aumento do ganho proporcional no valor do erro em regime permanente.

Segundo a Tabela 5, observa-se que o aumento do ganho  $K_p$  reduz o valor do erro, no geral, e, também, diminui o impacto do distúrbio no erro. Isso evidencia que o aumento de  $K_p$  torna o sistema mais estável.

19. Comente se houve saturação na entrada da planta.

Para os valores  $K_p = 1$  e  $K_p = 5$ , não houve saturação na entrada da planta, o que pode ser visto nas Figuras 3c e 9c. Entretanto, para o caso  $K_p = 8$ , observa-se, através da Figura 10c, que o sinal discreto está limitado a 10 [V], indicando saturação na entrada da planta.

**20. Comente sobre o efeito do aumento do ganho proporcional no valor do tempo de subida e de acomodação (2%) antes do distúrbio.**

A Tabela 6 apresenta o tempo de acomodação e subida para o sistema de malha fechada, sem a presença de distúrbios, aplicando três valores  $K_p$  diferentes.

**Tabela 6:** tempos de acomodação e subida do sistema, sem distúrbio, para diferentes  $K_p$ .

$K_p$	Tempo de acomodação [s]	Tempo de subida [s]
1	4,02	1,470
5	3,28	0,581
8	3,53	0,439

É perceptível que o aumento de  $K_p$  resulta na diminuição do tempo de subida do sistema. Entretanto, o tempo de acomodação não mantém a mesma linearidade decrescente: ele começa a crescer novamente depois de  $K_p = 5$ .

**21. Encontre o valor de  $K_p$  necessário para que o erro de regime permanente (antes do distúrbio) seja igual a  $e_{ss}\%$  (ver Tabela 1), dado em porcentagem do valor de  $r$ . Por exemplo, se  $e_{ss}\% = 10\%$  e  $r = 1V$ , então o valor absoluto do erro deve ser 0.1.**

O valor de erro de regime permanente deve ser  $e_{ss}(\%) = 14,5$ . O cálculo do erro absoluto é o da Equação 1.

$$e_{ss} = \frac{e_{ss}(\%)}{100} \cdot R = \frac{R}{1 + K_p} \quad (1)$$

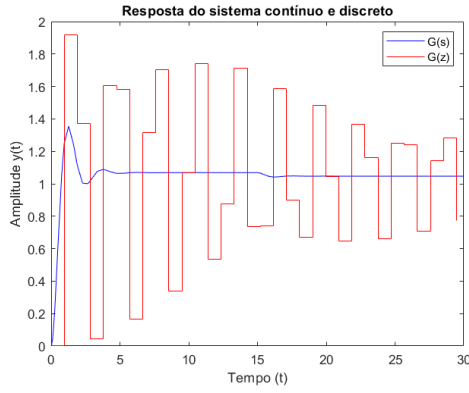
$$0,145 = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$K_p = \frac{1}{0,145} - 1$$

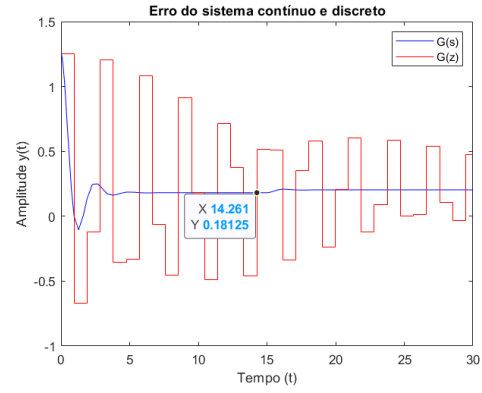
$$K_p = 5,987 \quad (2)$$

Dessa forma,  $K_p = 5,987$  (Equação 2) deve gerar um erro de 0,1812 (14,5%).

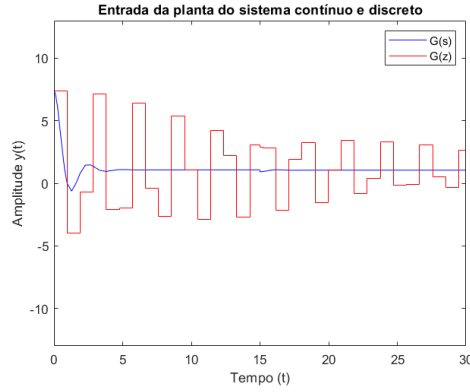
**22. Mostre as curvas de resposta do sistema para as simulações utilizando cada um dos valores de  $K_p$ .**



(a) resposta ao degrau.



(b) sinal de erro.



(c) entrada da planta.

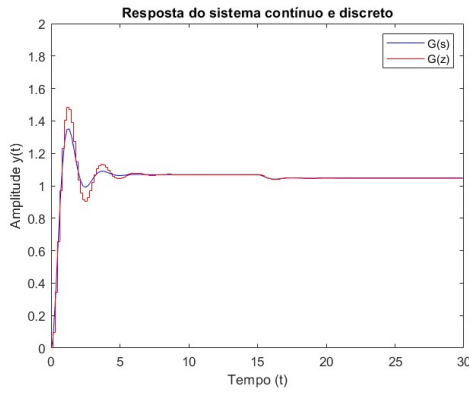
**Figura 11:** respostas do sistema para  $K_p = 5,987$ .

**23. Verifique se é possível utilizar o período de amostragem  $T_0$  definido para ganho  $K_p = 1$  para este caso. Explique.**

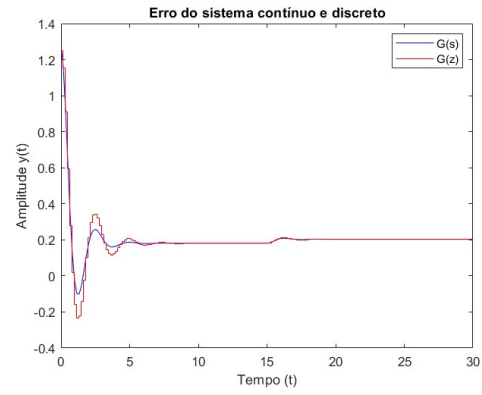
Através da Figura 11, é possível ver que o sinal discretizado não representa corretamente o sinal contínuo. Como explicado anteriormente, o aumento de  $K_p$  resulta num aumento de largura de banda, que por sua vez, pode resultar na sobreposição do sinal, ao não atender o *Teorema da Amostragem*.

Para o valor  $K_p = 5,987$ , a largura de banda do sistema passa a ser  $\omega_s = 3,807$  [rad/s]. Dessa forma, o novo período de amostragem, deve ser menor que  $T_0 = 0,825$  [s].

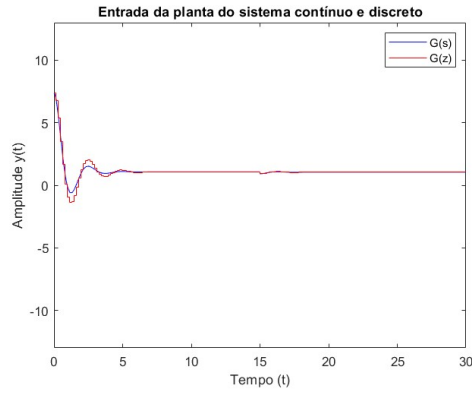
Utilizando o período de amostragem  $T_0 = 0,165$  [s], obtivemos as seguintes respostas do sistema:



(a) resposta ao degrau.



(b) sinal de erro.



(c) entrada da planta.

**Figura 12:** respostas do sistema para  $K_p = 5,987$  com  $T_0 = 0,165$  [s].

24. Qual o tempo de subida da resposta do sistema de malha fechada antes do distúrbio? Qual o tempo de acomodação do sistema de malha fechada (critério de 2%) antes do distúrbio?

**Tabela 7:** tempo de acomodação e subida do sistema para  $K_p = 5,987$ .

Parâmetro	Valor [s]
Tempo de acomodação ( $t_s$ )	3,060
Tempo de subida ( $t_r$ )	0,484