

# SEL0620 - Controle Digital

---

## Tarefa 2 - Sistemas Dinâmicos

(Exercício individual - peso 1)

Considere o seguinte sistema de segunda ordem representado pela função de transferência:

$$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

A largura de faixa  $w_b$  do sistema é medida quando o ganho do sistema cai  $3dB$  em relação ao ganho do sistema referente a  $w \rightarrow 0$ .

Os parâmetros  $\zeta$ ,  $w_n$ , e o valor de amplitude  $R$  para a entrada degrau que será utilizada, estão indicados na tabela disponível no Moodle.

### Parte 1

1. Mostre o gráfico de bode do sistema.
2. Encontre a partir do gráfico, ou use a função `bandwidth` do Matlab para encontrar a frequência de largura de banda,  $w_b$  em [rad/s], e  $f_b$  em [Hz]
3. Mostre a resposta contínua do sistema do sistema  $G(s)$  para uma entrada degrau de amplitude  $R$  sobreposta com a resposta discreta do sistema utilizando um retentor de ordem zero (zero order holder) para as seguintes frequências de amostragem:
  - $w_0 = w_b$
  - $w_0 = 2w_b$
  - $w_0 = 5w_b$
  - $w_0 = 10w_b$
  - $w_0 = 35w_b$
4. Baseado na largura de banda de um sistema,  $w_b$ , qual o critério (de acordo com alguma referência bibliográfica) que pode ser usado para a escolha de uma frequência de amostragem adequada para o sistema dinâmico?
5. Fazendo uma análise qualitativa dos resultados obtidos da simulação da discretização da resposta degrau do sistema para as frequências de amostragem do item 3, você concorda com o critério mencionado no item anterior? Comente.

### Parte 2

Através da Transformada de Fourier obtém-se uma representação em frequência  $\hat{y}(w)$  de um sinal em função do tempo  $y(t)$ . Através do gráfico da magnitude da Transformada de Fourier em função da frequência  $|\hat{y}(w)|$  é possível visualizar a importância relativa de cada frequência que compõe o sinal  $y(t)$ .

Um dos métodos numéricos para calcular a transformada de Fourier de um sinal discreto é a FFT (Fast Fourier Transform).

Todas as respostas transitórias obtidas anteriormente são na realidade representações discretas do sinal contínuo. Mesmo a resposta considerada como sendo \*contínua\*, é na verdade uma discretização do sinal com uma frequência  $w_0$  elevada.

A função disponibilizada no arquivo "plot\_fft\_discreto.m" foi implementada para mostrar uma análise da Transformada de Fourier de um sinal discretizado com frequência de amostragem  $w_0$  (considera-se discretização modulada por um trem de impulsos).

A curva em azul no gráfico resultante é o espectro de frequência do sinal original contínuo, as curvas em vermelho e verde são as repetições do espectro de frequência original causado pelo processo de amostragem. O espectro de frequência do sinal amostrado seria a soma das curvas em azul, vermelho, e verde (não está mostrado na figura). A curva contínua em preto representa um filtro passa-baixa ideal. Esse filtro passa-baixa deixaria passar o espectro das curvas azul, verde e vermelho, que está abaixo do nível lógico alto do filtro (em preto), e removeria o espectro de frequência das curvas quando o valor do filtro (curva em preta) é igual zero. Quando o somatório das curvas azul, verde e vermelho após a aplicação do filtro é semelhante ao espectro de frequência da curva original, então é possível dizer que a curva contínua pode ser recuperada a partir da curva discreta.

1. Para cada frequência de amostragem utilizada na Parte 1,  $w_0 = (w_b, 2w_b, 5w_b, 10w_b, 35w_b)$ , mostre o gráfico da FFT do sinal discreto (obtido com a função disponibilizada).
2. Para quais casos não é possível recuperar o sinal original contínuo a partir do sinal discreto? Ou seja, para quais casos o espectro de frequência original do sinal contínuo discreto não pode ser recuperado após a aplicação do filtro passa-baixa ideal no espectro de frequência do sinal discreto? Como isso está relacionado ao Teorema de Amostragem?

## Relatório:

Incluir no relatório:

- Função de transferência do sistema contínuo;
- Valores de  $w_n$  e  $\zeta$ ;
- Gráfico de bode do sistema;
- Largura de banda em [rad/s] e [Hz]
- Resposta a degrau contínua sobreposta a discreta para cada uma das frequências de amostragem solicitadas;
- Resposta às perguntas da [parte 1]

- Gráficos da análise de Fourier [parte2] para cada uma das frequências de amostragem solicitadas;
- Resposta às perguntas da [parte 2]