Esercizio 54. Supponiamo che il 20% delle copie di un libro falliscano un test di resistenza della rilegatura. Indichiamo con X il numero di copie scelte casualmente tra 15 che falliscono il test. Trovare $E[X]$ e $V[X]$.

$\left(\text{Risposta:} E[X] = 3,\ V[X] = 2.4\right)$

Esercizio 55. Il venti percento dei telefoni di un certo modello finiscono in assistenza mentre sono sotto garanzia. Di questi, il 60% possono essere riparati, mentre il restante 40% deve essere sostituito. Se una compagnia acquista dieci di questi telefoni, quanto è probabile che esattamente 2 di questi finiranno per essere sostituiti mentre sono sotto garanzia?

$\left(\text{Risposta:}\binom{10}{2}0.08^2 \cdot 0.92^2\right)$

Esercizio 56. Il casello per un ponte costa \$1.00 per le auto e \$2.50 per gli altri veicoli. Supponiamo che in una giornata, il 60% dei veicoli che passano sono auto. Se in un certo periodo della giornata passano 25 veicoli, qual è il valore atteso del ricavo per i pedaggi? (Suggerimento: Ponendo X il numero di auto passate, il ricavo $R(X)$ è una funzione lineare di X).

$\big($Risposta: $E[R] = 40\big)$

Esercizio 57. Supponiamo che lo 0.5% delle copie di un libro falliscano un test di resistenza della rilegatura. Indichiamo con X il numero di copie che, in un insieme di 2000 copie selezionate casualmente, falliscono il test. Trovare:

a) un approssimazione di $E[X]$ e $V[X]$;

b) un approssimazione di $P[X < 4]$.

(Risposta: a) $E[X] \simeq 10$, $V[X] \simeq 10$ - b) $P[X < 4] \simeq (\frac{10^0}{0!} + \frac{10^1}{1!} + \frac{10^2}{2!} + \frac{10^3}{3!})e^{-10}$)

Esercizio 58. Il numero di incidenti d'auto in una piccola città è distribuito come una distribuzione di Poisson con media 2. Considerati 3 giorni consecutivi, assumendo l'indipendenza tra i giorni, trovare:

a) la probabilità che ogni giorno ci sia esattamente un incidente;

b) la probabilità che il numero totale di incidenti sia 3;

c) la probabilità che il primo giorno non ci siano stati incidenti, sapendo che in totale ci sono stati 3 incidenti.

(Risposta: a) $8e^{-6}$ - b) $36e^{-6}$ - c) $\frac{8}{27}$)

Esercizio 60. Per costruire un sistema di un certo tipo, vengono presi 6 pezzi da una scatola contenente 20 pezzi già usati. Il sistema funzione se al più due dei sei componenti non funzionano. Se nella scatola cu sono 15 pezzi funzionanti e 5 no, qual è la probabilità che il sistema funzioni?

(Risposta: $\frac{\binom{5}{0}\binom{15}{6}+\binom{5}{1}\binom{15}{5}+\binom{5}{2}\binom{15}{4}}{\binom{20}{6}}$)

Esercizio 61. Un'urna contiene 4 palle rosse e 1 bianca. Si estrae una pallina (rimettendola poi nell'urna) finché non esce quella bianca. Sia N il numero di palline estratte (compresa quella bianca).

a) Calcolare la densità discreta di probabilità , media e varianza di N. Calcolare anche $P[N > 15|N > 10]$ e $P[N \geq 10|N \leq 15]$.

b) Immaginando di ripetere l'esperimento due volte (indipendenti tra di loro) e indicando con N_1 e N_2 il numero di estrazioni fatte nella prima e nella seconda volta. Posto $M = N_1 + N_2$, calcolare media, varianza e densità discreta di probabilità di M.

(Risposta: a) $N \sim Geo\left(\frac{1}{5}\right)$, $E[N] = 5$, $V[N] = 20$, $P[N > 15|N > 10] = \left(\frac{4}{5}\right)^5$, $P[N \geq 10|N \leq 15] = 1 - \frac{1-\left(1-\frac{1}{5}\right)^9}{1-\left(1-\frac{1}{5}\right)^{15}}$ - b) $M \sim NegBin(2, \frac{1}{5})$, $E[M] = 10$, $V[M] = 40$)

Esercizio 62. Supponiamo che una coppia desideri avere due figlie nella propria famiglia. Continueranno quindi a fare figli fino a che non realizzeranno il loro desiderio. a) Qual è la probabilità che la famiglia abbia x figli maschi?
b) Qual è la probabilità che la famiglia abbia 4 bambini?
c) Qual è la probabilità che la famiglia abbia al più 4 bambini? d) Qual è il valore atteso di figli maschi? Qual è il valore atteso di bambini?
$\Big($Risposta:a) $(x+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$ - b) $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$ - d) $E[X] = 4,\ E[\text{maschi}] = 2\Big)$

Esercizio 63. Un test per una malattia ha la probabilità di 0.2 di dare un falso positivo (ovvero di indicare la presenza della malattia in un soggetto sano) e di 0.1 di dare un falso negativo. Supponiamo che dieci persone facciano il test e che cinque siano malate mentre cinque no. Indichiamo con X il numero di test positivi.

a) X è distribuita come una binomiale? Spiegare.

b) Qual è la probabilità avere esattamente due risultati positivi?

(Risposta:)

Esercizio 64. Abbiamo tre monete, apparentemente indistinguibili. Le probabilità che esca testa sono $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ rispettivamente. Prendiamo casualmente una di queste monete e la lanciamo più volte. Calcolare:

a) la probabilità che non esca mai testa in 3 lanci;

b) la probabilità che esca esattamente 2volte testa in 3 lanci;

c) il valore atteso di teste in 3 lanci.

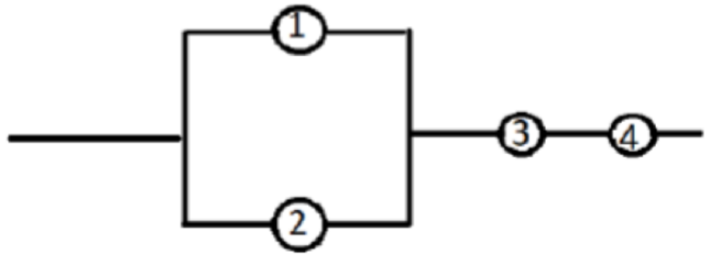
(Risposta: a) $\frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{4}\right)^0\left(\frac{3}{4}\right)^3\right]$ - b) $\frac{1}{3}\binom{3}{2}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]$)

Esercizio 65. Il tempo X (in minuti) che serve ad un assistente di laboratorio per preparare un esperimento è distribuito come una distribuzione uniforme $U[25, 35]$.
a) Determinare la densità di probabilità di X e disegnare. Calcolare $E[X]$, $V[X]$.
b) Qual è la probabilità che la preparazione richieda più di 33 minuti?
c) Qual è la probabilità che la preparazione richieda entro 2 minuti dal valor medio?
d) Dato a tale che $25 < a < a + 2 < 35$, qual è la probabilità che la preparazione richieda tra gli a e gli $a + s$ minuti?

(Risposta: a) $E[X] = 30$, $V[X] = \frac{100}{12}$ - b) $\frac{2}{10}$ - c) $\frac{4}{10}$ - d) $\frac{2}{10}$)

Esercizio 66. Abbiamo un sistema elettronico con quattro componenti come in figura Assumiamo che tutti i componenti abbiano tempi di vita indipendenti tutti con distribuzione uniforme in $[0, 10]$. Trovare il valore atteso di vita del sistema.

(Risposta: 3)



Esercizio 67. Su un segmento AB di lunghezza a e con punto medio C, viene scelto casualmente un punto D. Assumendo che la distanza X di D da A sia una variabile aleatoria con distribuzione uniforme in $(0, a)$, calcolare la probabilità q che i segmenti AD, BD ed AC possano essere usati per creare un triangolo.

$\left(\text{Risposta: } \frac{1}{2}\right)$