

Esercizio 19. Ramon ha fatto domanda di ammissione sia a Princeton sia a Stanford. Egli ritiene che la probabilità di essere ammesso a Princeton sia 0.4, quella per Stanford sia 0.5 e la probabilità di essere ammesso ad entrambe sia 0.2.

1. Qual è la probabilità che nessuna delle due università accetti la richiesta di Ramon?
2. Qual è la probabilità che Ramon venga ammesso a Stanford dato che è stato ammesso a Princeton?

(Risposta : 1) 0.3 - 2) 0.5)

Esercizio 20. Una fabbrica riceve da due fornitori dei regolatori di tensione nelle proporzioni 0.6 per il primo e 0.4 per il secondo. Si sa che il 95% dei regolatori forniti dal primo l'80% di quelli forniti dal secondo funzionano secondo le prescrizioni. Scelto a caso un regolatore e supposto che non funzioni secondo le prescrizioni, calcolare la probabilità che provenga dal secondo fornitore.

(Risposta: 0.727)

Esercizio 21. Un prigioniero è rinchiuso in una cella con 3 porte, di qui in poi denominate con A,B e C. La porta A si apre su un corridoio che riconduce il prigioniero nella cella dopo due ore e mezza di cammino; la porta B conduce ad un altro corridoio che lo riporta nella cella dopo quattro ore di cammino; la porta C gli ridà la libertà immediatamente. Il prigioniero sceglie la porta da utilizzare lanciando due dadi omogenei in questo modo:

- se la somma dei numeri apparsi sulle facce superiori è al più uguale a 5 sceglie la porta A
- se la somma dei numeri è almeno uguale a 10 sceglie la porta B
- negli altri casi sceglie la porta C. Se poi il prigioniero torna in cella, sceglie la porta tra le due non ancora provate in modo equiprobabile.

Qual è la probabilità che il prigioniero impieghi al più quattro ore per riacquistare la libertà?

(Risposta: $\frac{7}{9}$)

Esercizio 22. Dati $P[A] = 0.5$ e $P[B] = 0.6$, calcolare $P[A \cup B]$ sapendo che $P[B|A] = 0.4$.

(Risposta: 0.9)

Esercizio 23. L'urna U_1 contiene 1 pallina bianca e 2 nere, l'urna U_2 ne contiene 2 bianche e 3 nere. Si estraggono senza reimmissione 2 palline dall'urna U_1 e 2 dall'urna U_2 .

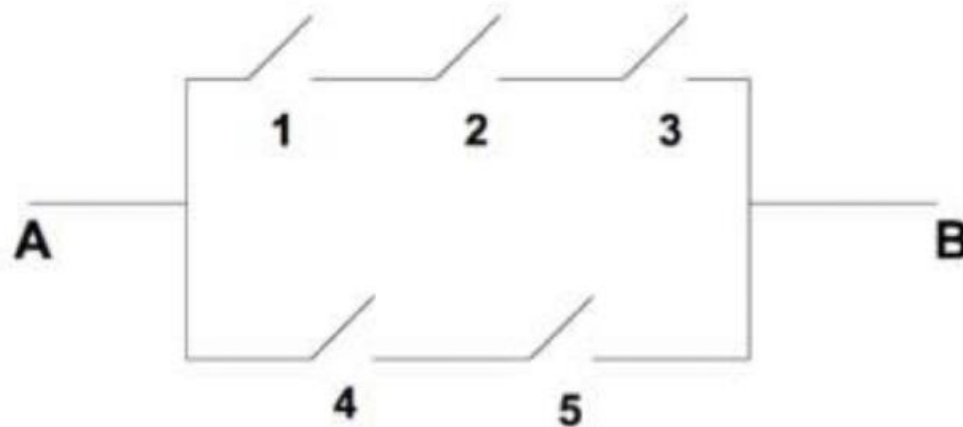
Le 4 palline estratte vengono poi messe in una terza urna U_3 , inizialmente vuota. Si estrae a caso una pallina da U_3 : qual è la probabilità che sia bianca?

(Risposta: $\frac{11}{30}$)

Esercizio 24. Le probabilità che passi l'acqua in ciascuno dei cinque punti di sbarramento nella figura sottostante sono rispettivamente $2p$ per i punti 1,2,3 e p per i punti 4 e 5. Tutti i punti di sbarramento sono indipendenti.

Qual è la probabilità che passi l'acqua tra i punti A e B?

(Risposta: $p^2(1 + 8p - 8p^3)$)



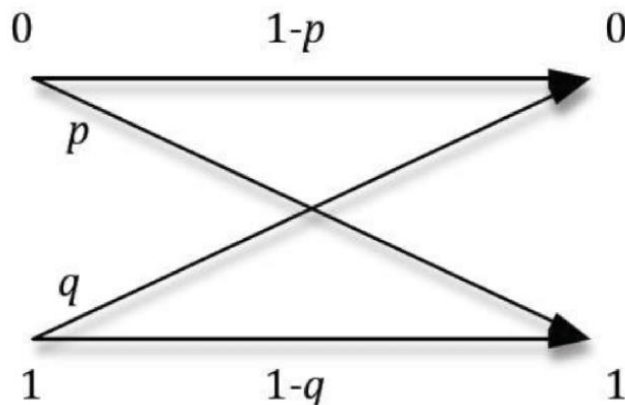
Esercizio 25. Si consideri un canale di trasmissione, rappresentato nella figura sottostante. Siano note le probabilità $p = 0.07$ (si trasmette 0 e si riceve erroneamente 1) e $q = 0.05$ (si trasmette 1 e si riceve erroneamente 0). Si assuma anche che la probabilità che la sorgente trasmetta un 1 sia pari a 0.6.

a) Qual è la probabilità di errore del canale? Si supponga che trasmissioni successive siano indipendenti.

b) Con quale probabilità si effettuano 3 trasmissioni senza errore?

c) Si effettua la seguente codifica: A=00, B=01, C=10, D=11. Con quale probabilità in canale commette errore, sapendo che trasmette la lettera A?

(Risposta: a) 0.058 - b) 0.8359 - c) 0.1351)



Esercizio 26. Siano date due urne U_1 e U_2 contenenti la prima 3 palline bianche e 2 nere, la seconda 2 bianche e 3 nere. Si lancia una moneta avente $P[T] = 0.4$. Se viene testa si effettuano estrazioni con reimmissione dall'urna U_1 , se viene croce si effettuano estrazioni, sempre con reimmissione, ma dall'urna U_2 . Indicato con B_j l'evento "alla j -esima estrazione la pallina estratta risulta bianca", calcolare:

a) $P[B_j]$ con $j = 1, 2, 3$; b) $P[B_3|B_1 \cap B_2]$; c) $P[U_1|B_1 \cap B_2]$

(Risposta: a) Tutti $\frac{12}{25}$ - b) $\frac{13}{25}$ - c) $\frac{3}{5}$)

Esercizio 27. Da un mazzo di n chiavi cerchiamo quella che apre la porta del nostro ufficio (proviamo una chiave alla volta e scartiamo quelle già provate). Qual è la probabilità di trovare la chiave giusta esattamente dopo k tentativi ($k \leq n$)?

(Risposta: $\frac{1}{n}$)

Esercizio 28. Alcuni oggetti sono prodotti da tre ditte A, B, C nelle seguenti percentuali 20%, 30%, 50% rispettivamente. La qualità di un oggetto prodotto da A non è accettabile con probabilità 0.01, se prodotto da B è 0.02 e 0.05 se invece è prodotto da C.

a) Calcolare la probabilità che, scelto casualmente un oggetto, la sua qualità non sia accettabile.

b) Se non è accettabile, qual è la probabilità che sia stato prodotto da A?

(Risposta: a) $\frac{33}{1000}$ - b) $\frac{2}{33}$)

Esercizio 29. Si consideri una particella, inizialmente in posizione 0, che ad ogni passo ha la stessa probabilità (indipendente dal passo precedente) di muoversi in avanti (+1) o indietro(-1).

- a) Descrivere la posizione della particella dopo due passi.
- b) Qual è la probabilità che dopo 50 passi la particella sia a 25? E a 26?
- c) Qual è la probabilità che la particella abbia fatto il primo passo in avanti sapendo che dopo tre salti si trova in -1?

(Risposta: a) $P[-2] = P[2] = \frac{1}{4}$, $P[0] = \frac{1}{4}$ - b) 0 - c) $\binom{50}{38} \frac{1}{2^{50}}, \frac{1}{3}$)

Esercizio 30. Da un mazzo di 20 chiavi cerchiamo quella giusta testandole ad una ad una casualmente. Calcolare la probabilità di trovare quella giusta esattamente 4 tentativi nei casi:

a) se scartiamo le chiavi già testate; b) se mischiamo le chiavi già testate con le altre.

(Risposta: a) $\frac{1}{20}$ - b) 0.04287)

Esercizio 31. Un segnale 0-1 è trasmesso da un canale binario asimmetrico con probabilità di errore nel trasmettere 1 pari a 0.08. La probabilità di trasmettere 1 è 0.75 mentre la probabilità di ricevere 1 è 0.70. Calcolare:

- a) la probabilità di errore nel trasmettere 0;
- b) la probabilità di errore;
- c) la probabilità di errore sapendo che è stato ricevuto 0;
- d) la probabilità di errore sapendo che è stato ricevuto 1.

(Risposta: a) 0.04 - b) 0.07 - c) $\frac{1}{5}$ - d) $\frac{1}{70}$)

Esercizio 32. Un articolo è prodotto da due compagnie A e B nella stessa percentuale. È stato stimato che, scelto casualmente un oggetto difettoso, la probabilità che sia stato prodotto da A è 0.25. Se gli articoli prodotti da A sono difettosi con probabilità 5%, qual è la probabilità che un articolo prodotto da B sia difettoso?

(Risposta: 15%)

Esercizio 33. Una scatola contiene trenta batterie di cui tre sono difettose. Vengono scelte casualmente, senza reimmissione, due batterie. Calcolare la probabilità che:

- a) entrambe siano difettose;
- b) nessuna sia difettosa;
- c) almeno una sia difettosa.
- d) ripetere l'esercizio nel caso in cui la prima batteria estratta venga rimessa nella scatola.

(Risposta: a) 0.00689 - b) 0.8069 - c) 0.1931 - d) 0.01, 0.81, 0.19)