

Detección de bordes

Métodos basados en operadores
lineales de gradiente

Bordes

- Variaciones fuertes de la intensidad que corresponden a las fronteras de los objetos visualizados
- Métodos basados en el gradiente: detectan los bordes en base a las derivadas espaciales de la imagen que se calculan mediante operadores de convolución

Ilustración

Dos regiones que contienen un borde y una superficie suave

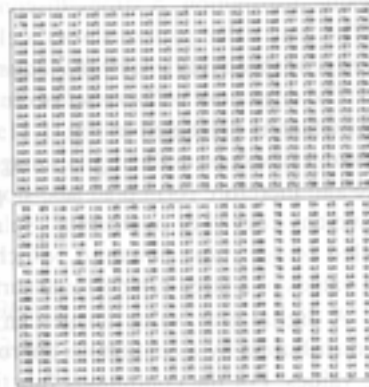


Figure 1.10: The gray value arrays for the two labeled windows in the image of the laboratory scene are numerically presented on the right. The "bottle window" shows a "homogeneous gray value pattern" and the "milk carton window" depicts an "edge".

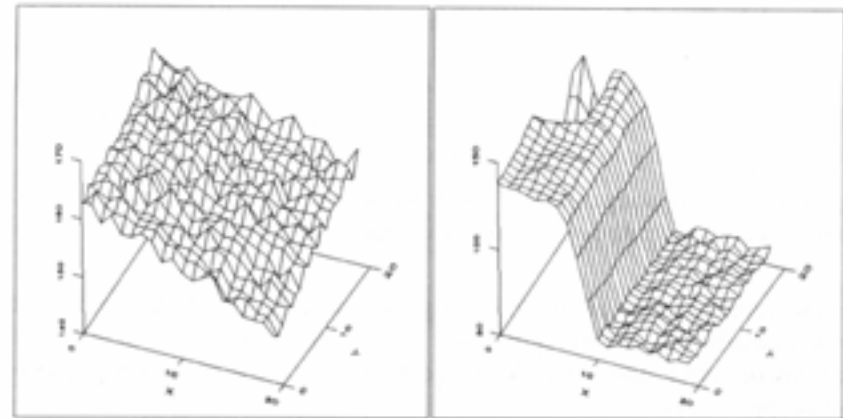


Figure 1.11: Gray value distributions of the two windows from Fig. 1.10. Left: lower window (gray value edge), right: upper window ("diagonally decreasing" homogeneous gray value distribution).

Gradiente

Para la imagen

$$z = E(x, y)$$

El gradiente

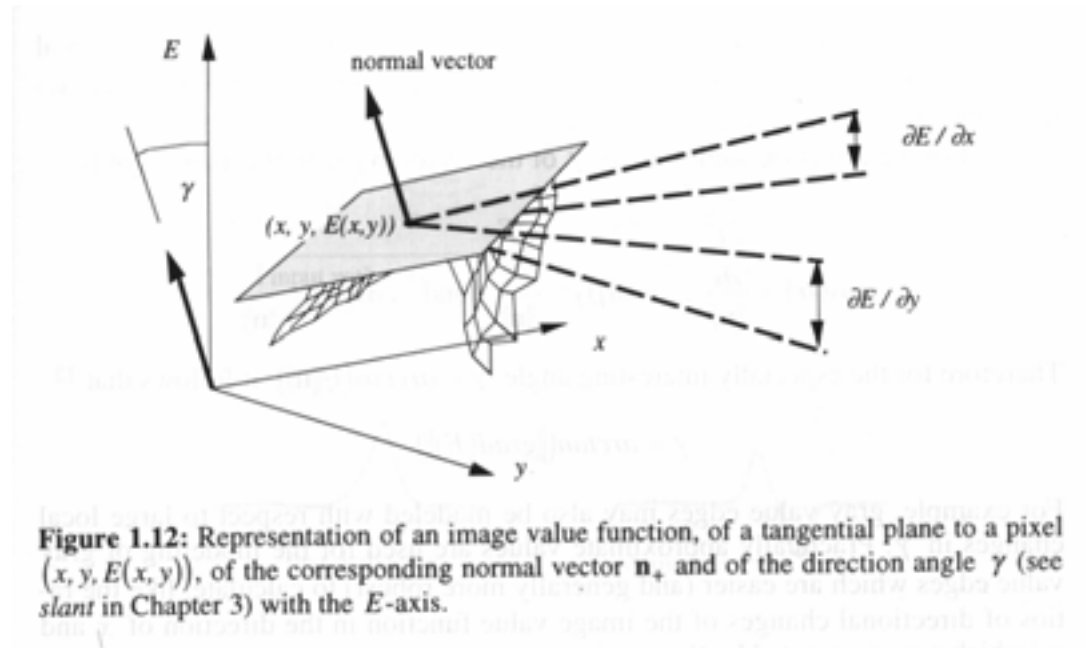
$$\text{grad}(E) = \left(\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial y} \right)^T$$

Los vectores normales

$$\mathbf{n}_- = \left(\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial y}, -1 \right)^T$$

$$\mathbf{n}_+ = \left(-\frac{\partial E}{\partial x}, -\frac{\partial E}{\partial y}, +1 \right)^T$$

El ángulo γ caracteriza la pendiente de la superficie y la existencia de bordes



Detección de bordes:

Vector gradiente

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Magnitud del vector gradiente $\nabla f = \text{mag}(\nabla f) = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2}$.

Orientación del vector gradiente $\alpha(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{G_y}{G_x} \right)$

Aproximación trivial al cálculo de la magnitud

$$\nabla f \approx [(z_5 - z_8)^2 + (z_5 - z_6)^2]^{1/2}$$

$$\nabla f \approx |z_5 - z_8| + |z_5 - z_6|$$

Diferencias cruzadas o método de Roberts

$$\nabla f \approx [(z_5 - z_9)^2 + (z_6 - z_8)^2]^{1/2}$$

$$\nabla f \approx |z_5 - z_9| + |z_6 - z_8|$$

Método de Prewitt

$$\nabla f \approx |(z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)| + |(z_5 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)|$$

Máscaras de Sobel

$$G_x = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$G_y = (z_5 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

(a)

1	0
0	-1

0	1
-1	0

(b) Roberts

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

(c) Prewitt

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

(d) Sobel

Figure 4.28 A 3×3 region of an image (the z 's are gray-level values) and various masks used to compute the derivative at point labeled z_5 . Note that all mask coefficients sum to 0, indicating a response of 0 in constant areas, as expected of a derivative operator.

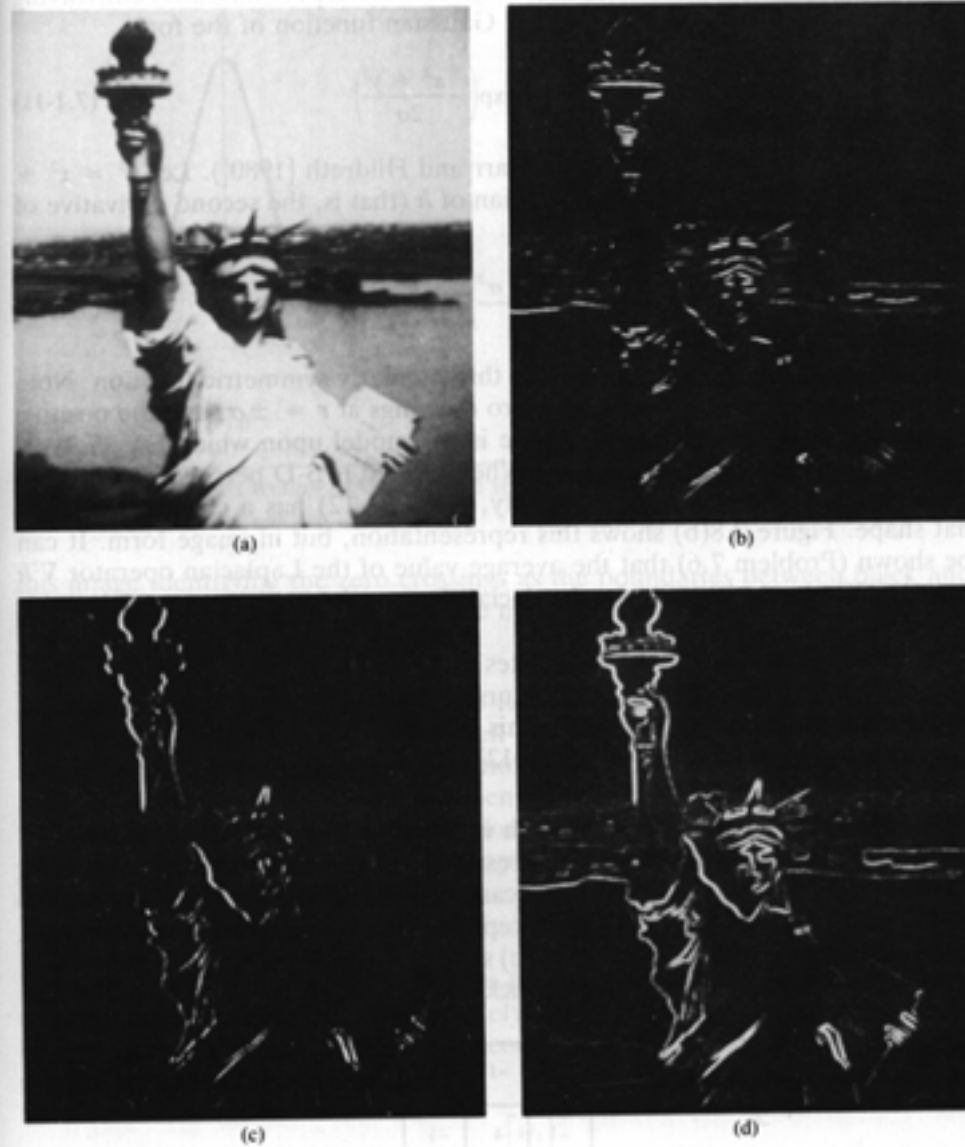


Figure 7.6 (a) Original image; (b) result of applying the mask in Fig. 7.5(b) to obtain G_x ; (c) result of using the mask in Fig. 7.5(c) to obtain G_y ; (d) complete gradient image obtained by using Eq. (7.1-5).

Magnitudes características

La magnitud del gradiente y de la normal también caracterizan los bordes

$$\|grad(E)\| = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)^2}, \quad \|grad(E)\|^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)^2.$$

Los ángulos de la normal con los ejes X,Y,Z

$$\|n\| = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)^2 + 1},$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\frac{\partial E}{\partial x}}{\|n\|}, \quad \cos(\beta) = \frac{\frac{\partial E}{\partial y}}{\|n\|} \quad \text{and} \quad \cos(\gamma) = \frac{1}{\|n\|}.$$

$$\arccos\left(\frac{1}{\|n\|}\right) = \arccot\left(\frac{1}{\sqrt{\|n\|^2 - 1}}\right) = \arccot\left(\frac{1}{\|grad(E)\|}\right) = \arctan(\|grad(E)\|)$$

El ángulo que caracteriza la existencia de bordes, se aproxima a veces por los ratios entre gradientes

$$\gamma = \arctan(\|grad(E)\|).$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} / \frac{\partial E}{\partial y} \quad \text{respectively} \quad \frac{\partial E}{\partial y} / \frac{\partial E}{\partial x}.$$

El Laplaciano de la imagen

$$\nabla^2 E = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2}, \quad \left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}\right) + 2\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x \partial y}\right)\left(\frac{\partial^2 E}{\partial y \partial x}\right) + \left(\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}\right).$$

Aproximación básica al Laplaciano

$$\nabla^2 f = 4z_5 - (z_2 + z_4 + z_6 + z_8)$$

Detección

La suavización de la imagen evita que se sobredetecten los bordes.

Los máximos de la primera derivada o los cruces por cero de la segunda derivada permiten detectar los bordes

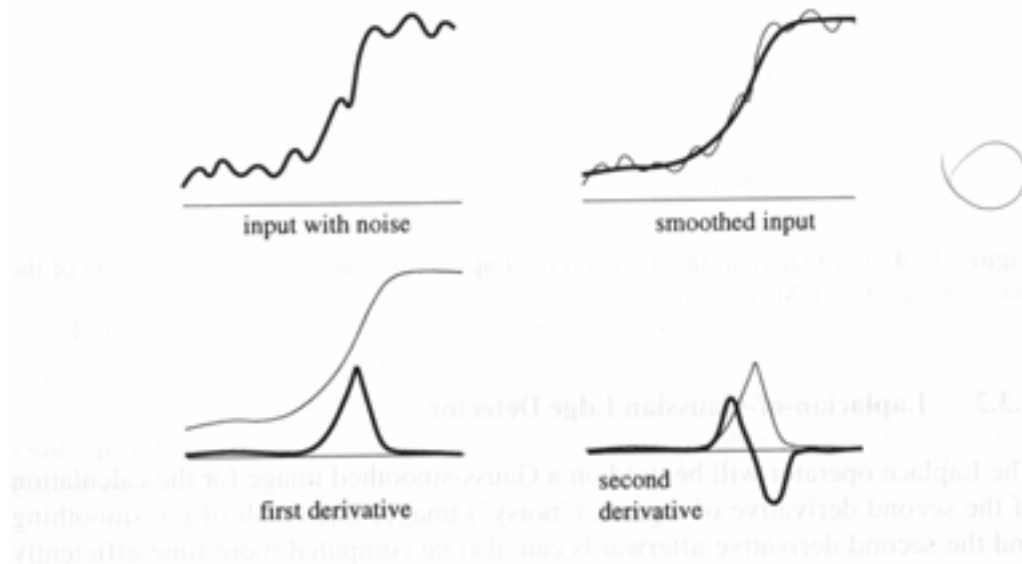


Figure 1.13: Representation of different one-dimensional curves (visualizing gray value distributions in a single image row or column).

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo

La detección de los bordes se puede examinar sobre los perfiles de las líneas de la imagen, sin ruido.

El perfil muestra las variaciones al pasar de una zona clara a una zona oscura y viceversa

La primera derivada detecta la variación. El máximo del valor absoluto coincide con el punto central del borde

La segunda derivada detecta los cambios en la pendiente y los cambios de la primera derivada. Los pasos por cero coinciden con el centro del borde

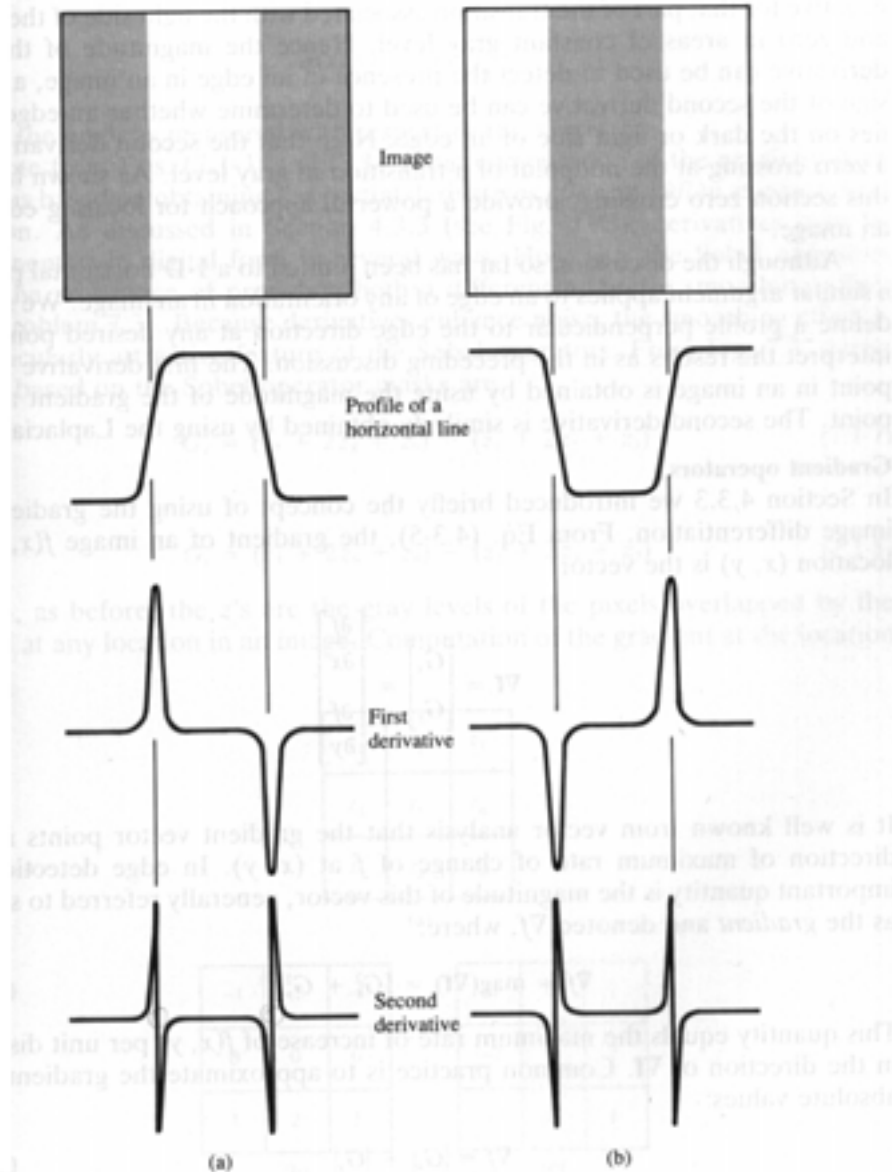


Figure 7.4 Edge detection by derivative operators: (a) light stripe on a dark background; (b) dark stripe on a light background. Note that the second derivative has a zero crossing at the location of each edge.

Laplaciano de la gaussiana (LoG)

La detección consiste en la suavización mediante la convolución con una gaussiana y la posterior detección mediante el cruce por cero del Laplaciano

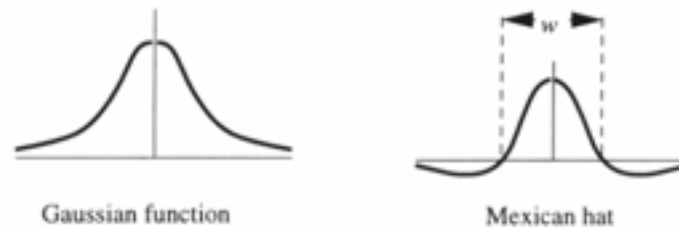


Figure 1.14: The Gaussian function and the Laplace derivation (multiplied by -1) of the Gaussian function ("Mexican hat").

$$\nabla^2(GAUSS * E),$$

$$GAUSS(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}},$$

σ^2 corresponde a la varianza de la gaussiana

$$\nabla^2(GAUSS * E) = \nabla^2(GAUSS) * E.$$

$$\nabla^2 GAUSS(r, \sigma) = -\left(1 - \frac{r^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc

$$h(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\nabla^2 h = \left(\frac{r^2 - \sigma^2}{\sigma^4}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r^2 = x^2 + y^2.$$

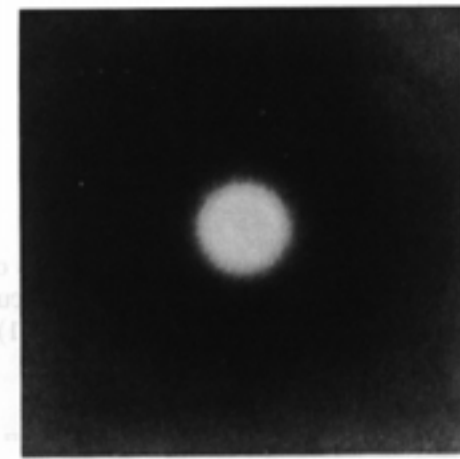
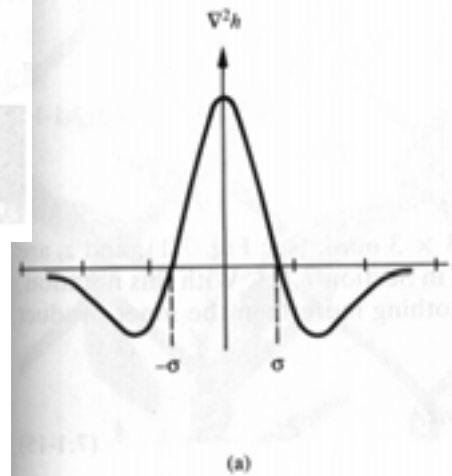


Figure 7.8 (a) Cross section of $\nabla^2 h$; (b) $\nabla^2 h$ shown as an intensity function (image). (From Marr [1982].)

Aproximación discreta a LoG

El kernel de convolución es separable

$$c(x, y) = c_1(x) \cdot c_2(y) + c_2(x) \cdot c_1(y),$$

$c_1(t)$ and $c_2(t)$ are one-dimensional functions

$$c_1(t) = \left(1 - \frac{t^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \text{ and } c_2(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right).$$

Tamaño del kernel

$$w = 2\sqrt{2} \cdot \sigma$$

Tamaño del circulo de valores positivos en el Mexican hat

$$3w \times 3w$$

$$3W \times 3W$$

Si w se muestrea con W valores

Condiciones sobre los coeficientes de la aproximación discreta al kernel de convolución

$$C_1 := \sum c_1(t) = 0 \quad \text{and} \quad C_2 := \sum c_2(t) = 1,$$

Aproximación discreta al LoG

Cálculo de los
coeficientes,
asumiendo $n=2k+1$
coeficientes

$$c_1(-t) = c_1(t) \text{ and } c_2(-t) = c_2(t)$$

Ajuste de los
coeficientes para
que cumplan las
condiciones

```

$$\begin{aligned} c_1(0) &:= 1; & c_2(0) &:= 1; \\ S_1 &:= 1; & S_2 &:= 1; \\ \text{for } t &:= 1 \text{ to } k \text{ do begin} \\ & c_1(t) := \left(1 - 8(3t/n)^2\right) \cdot \exp\left(-4(3t/n)^2\right); \\ & c_2(t) := \exp\left(-4(3t/n)^2\right); \\ & S_1 := S_1 + 2 \cdot c_1(t); \\ & S_2 := S_2 + (12/n\sqrt{\pi}) \cdot c_2(t) \\ \text{end \{for\};} \end{aligned}$$

```

```

$$\begin{aligned} S_1 &:= S_1/n; & S_2 &:= (1 - S_2)/n; \\ \text{for } t &:= 1 \text{ to } k \text{ do begin} \\ & c_1(t) := c_1(t) - S_1; \\ & c_2(t) := c_2(t) + S_2 \\ \text{end \{for\}} \end{aligned}$$

```

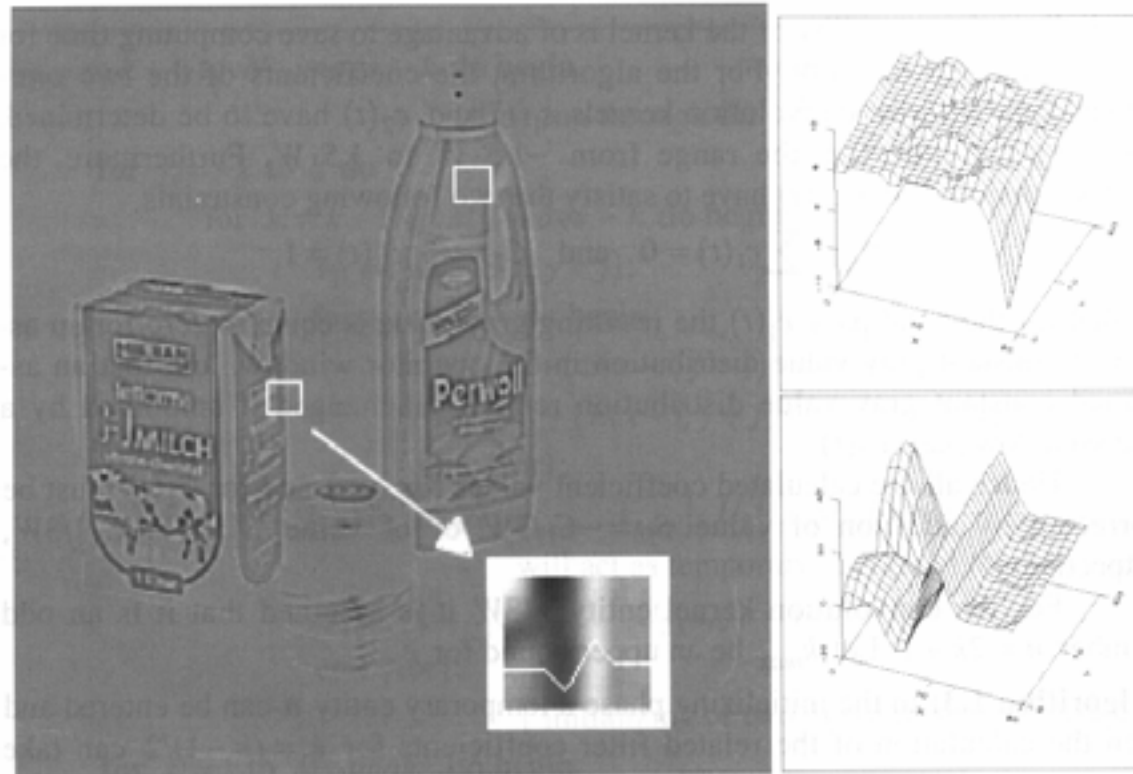


Figure 1.16: The resulting gray value distributions of the LoG operator for the two windows in Fig. 1.10 are shown on the right (note: also the negative values). The lower window contains a typical zero-crossing as an indication of an edge. The result of the LoG operator for the image in Fig. 1.10 is represented in the picture on the left using an increase of the calculated values by $(G_{\max} + 1)/2$. In the enlarged window the gray values were transformed linearly to improve the contrast.

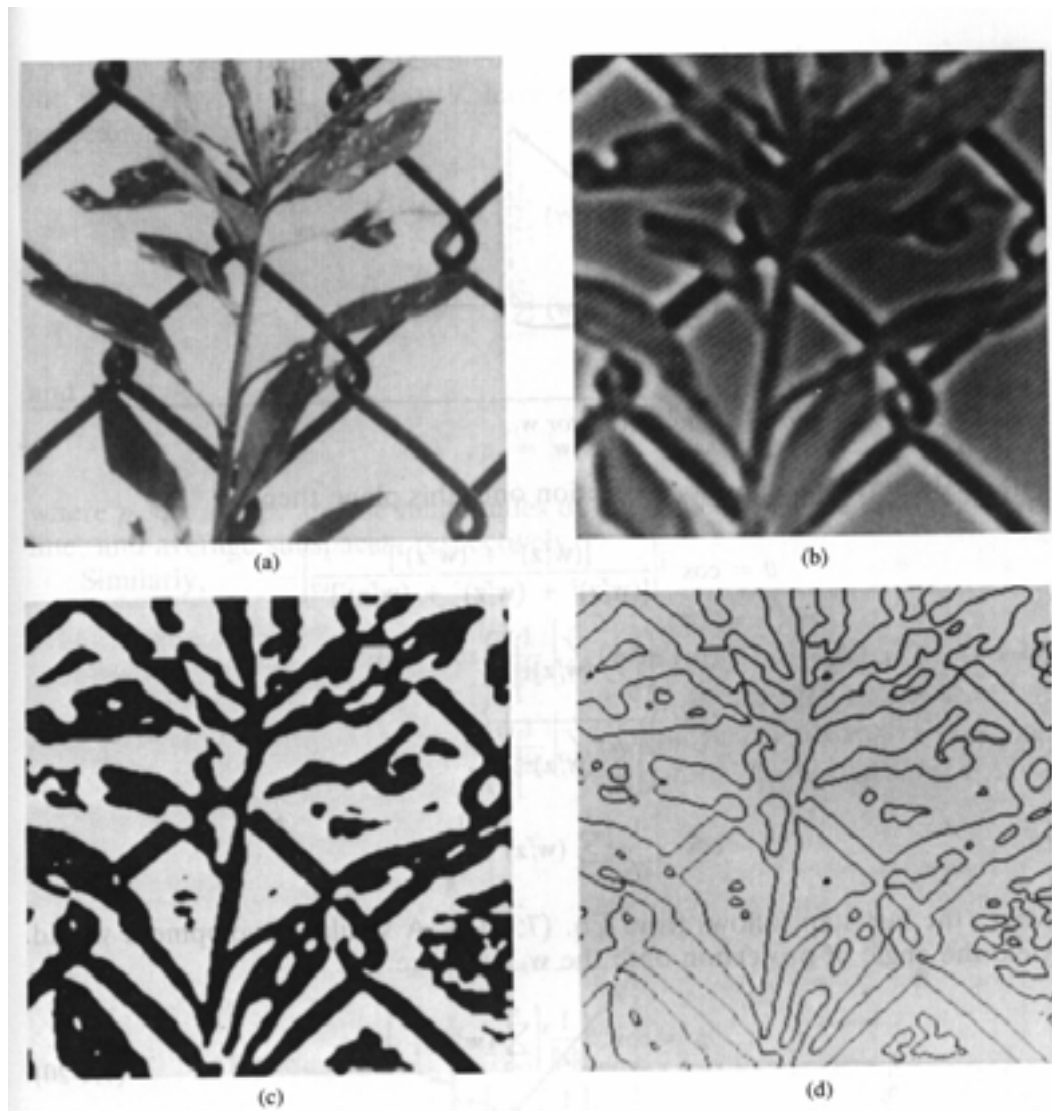


Figure 7.9 (a) Original image; (b) result of convolving (a) with $\nabla^2 h$; (c) result of making (b) binary to simplify detection of zero crossings; (d) zero crossings. (From Marr [1982].)

LoG

- El LoG fue propuesto por Marr
- Los resultados dependen de la varianza asumida en la gaussiana.
- Altos valores de la varianza dan fuertes suavizaciones y se pierden detalles
- El algoritmo original era un algoritmo multiescala en el que la varianza disminuye para refinar la detección

Continuación de bordes

- Los algoritmos de detección de bordes obtienen tramos separados de los bordes.
- La continuación de bordes es el proceso de enlazar trozos de un mismo borde.
 - Utilizando las características del borde (orientación)
 - Con métodos globales (transformada de Hough)

Combinación de magnitud y orientación

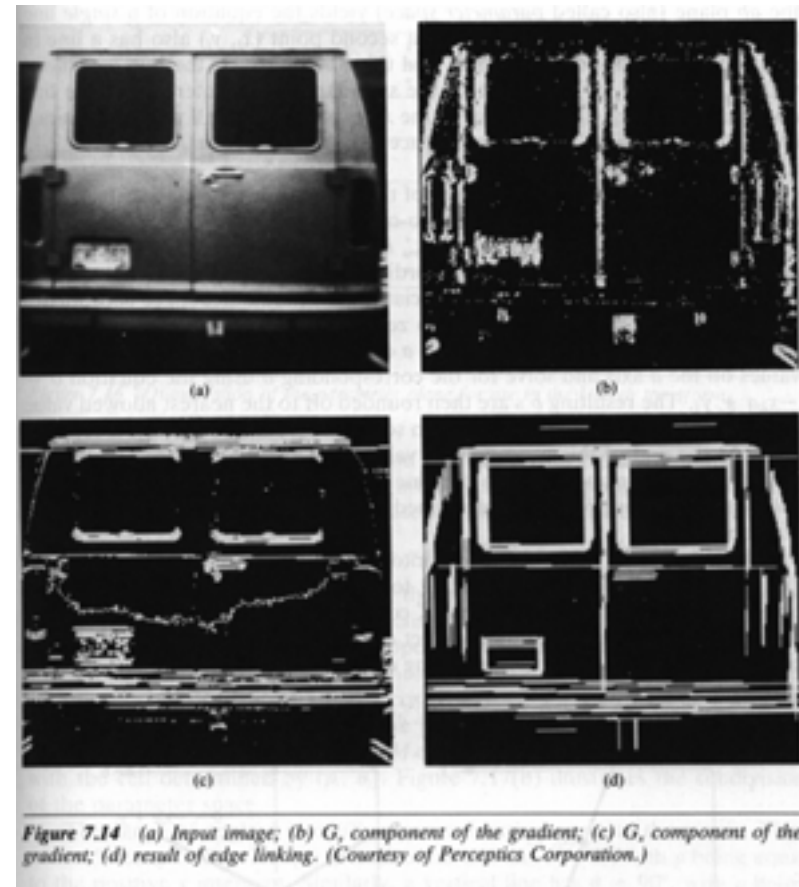
Se evaluan los pixels en un vecindario del final del borde.

Se considera que la magnitud y la orientación deben ser similares

$$|\nabla f(x, y) - \nabla f(x', y')| \leq T$$

$$|\alpha(x, y) - \alpha(x', y')| < A$$

En la imagen, se aplica Sobel y los umbrales son $T=25$, $A=15$



Procesado global con la transformada de Hough

Se basa en la dualidad de representación de las líneas. En el espacio (a,b) de parámetros de las líneas un punto corresponde a una única línea, una línea corresponde a todas las líneas que pasan por un punto determinado.

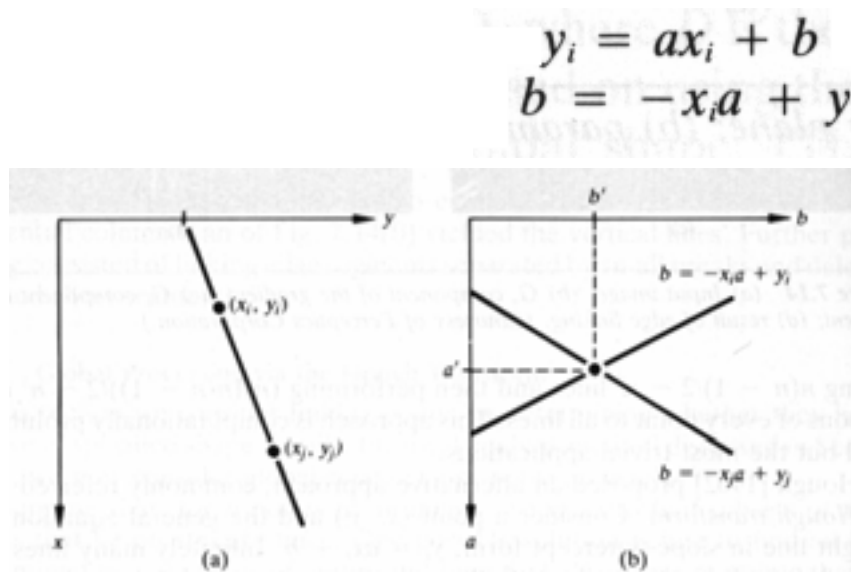


Figure 7.15 (a) xy plane; (b) parameter space.

El proceso consisten la cuantización del espacio de parámetros y el conteo de las ocurrencias de parámetros en cada “casilla”. Las casillas de valores máximos identifican las líneas detectadas

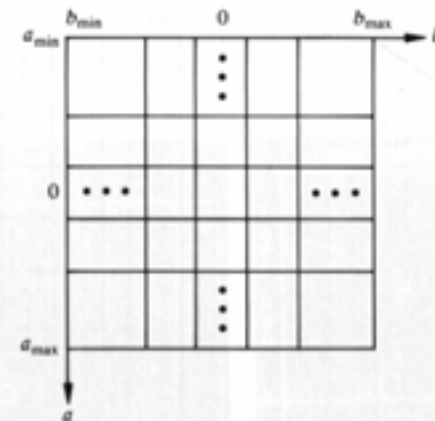


Figure 7.16 Quantization of the parameter plane for use in the Hough transform.

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc

Los mayores inconvenientes de la transformada de Hough es la decisión sobre la cuantización del espacio de parámetros y la representación de líneas de pendiente infinita.

Para evitar los problemas asociados a líneas de pendiente infinita, se introduce la transformada de Hough en coordenadas polares

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho.$$

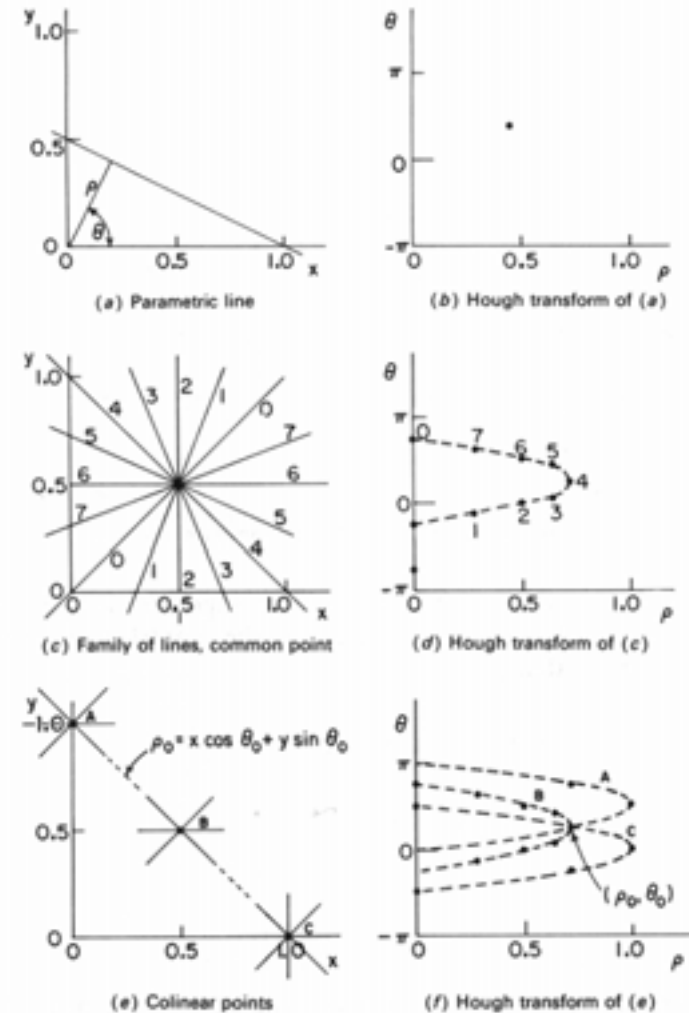
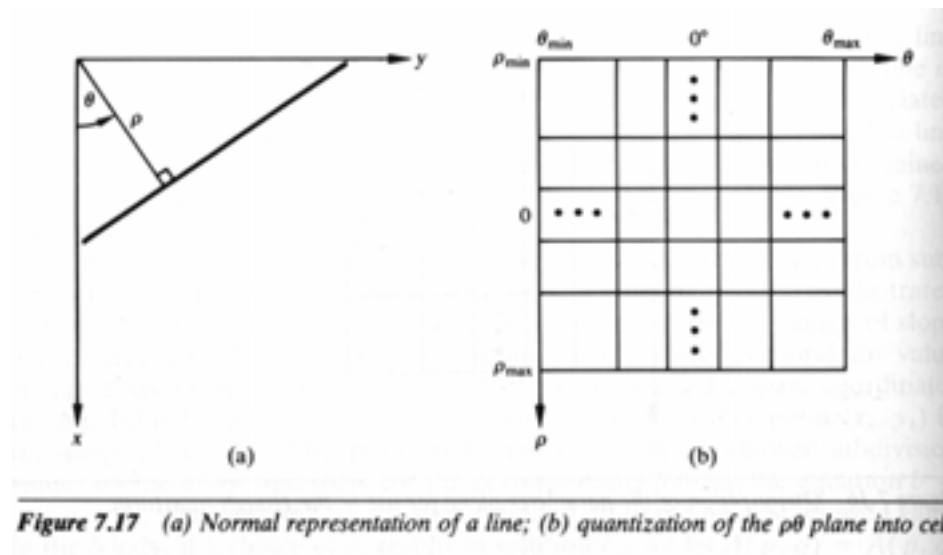


FIGURE 18.4-6. Hough transform examples.

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc

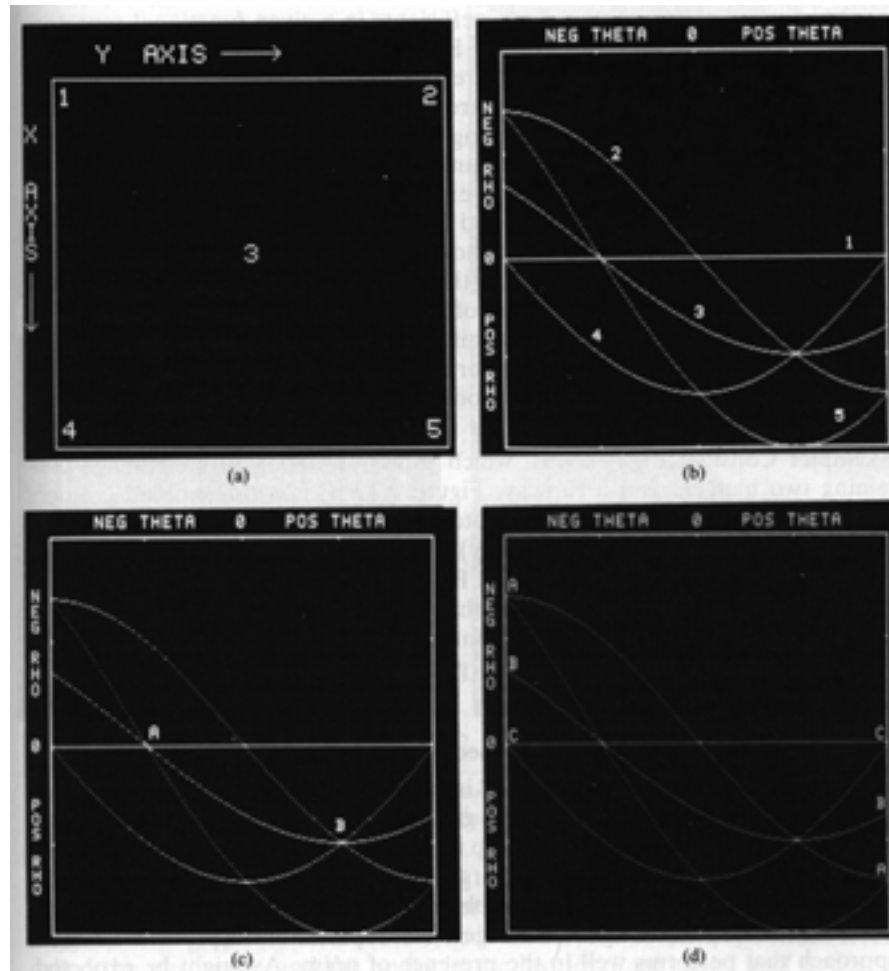


Figure 7.18 Illustration of the Hough transform. (Courtesy of D. R. Cate, Texas Instruments, Inc.)

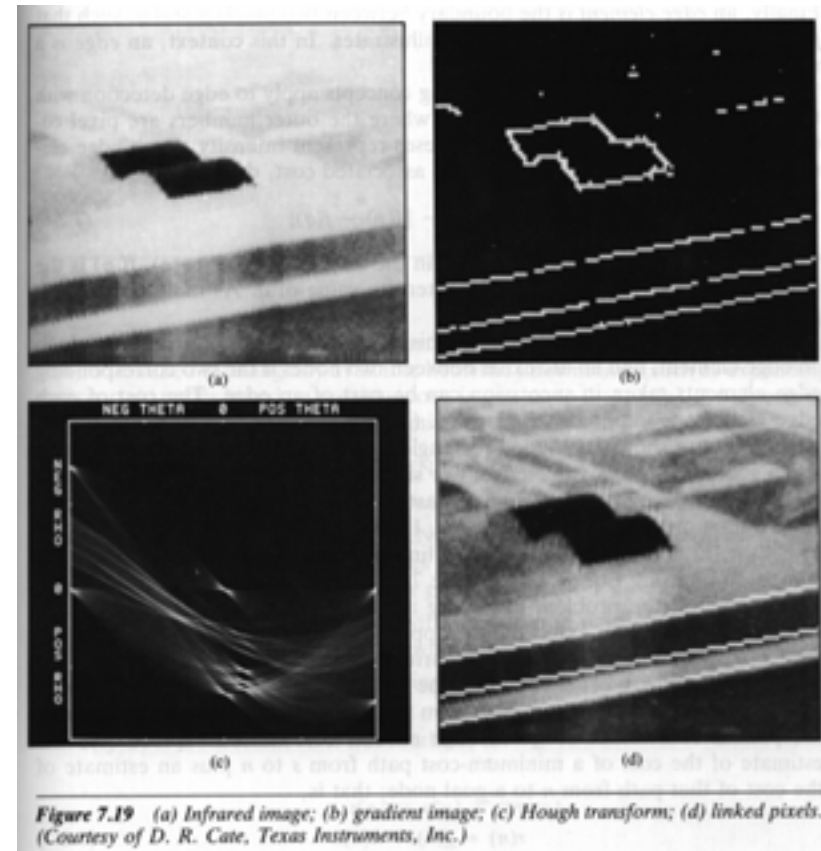


Figure 7.19 (a) Infrared image; (b) gradient image; (c) Hough transform; (d) linked pixels. (Courtesy of D. R. Cate, Texas Instruments, Inc.)

Modelos de lineas y bordes

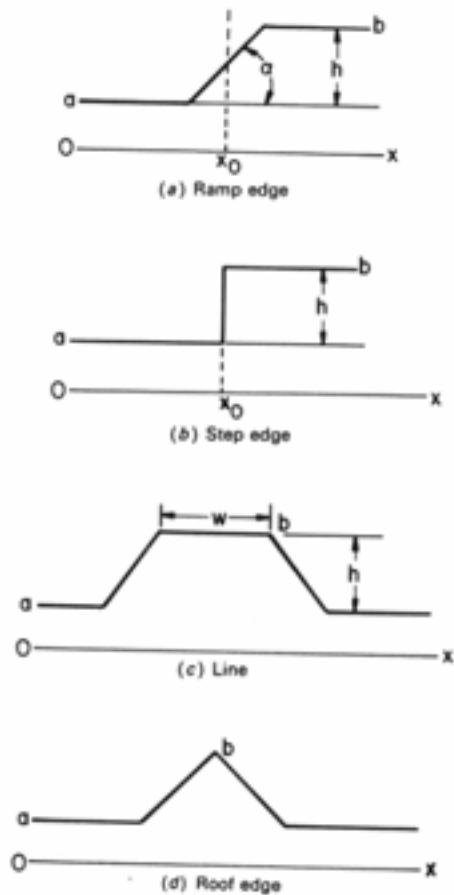


FIGURE 16.1-1. One-dimensional, continuous domain edge and line models.

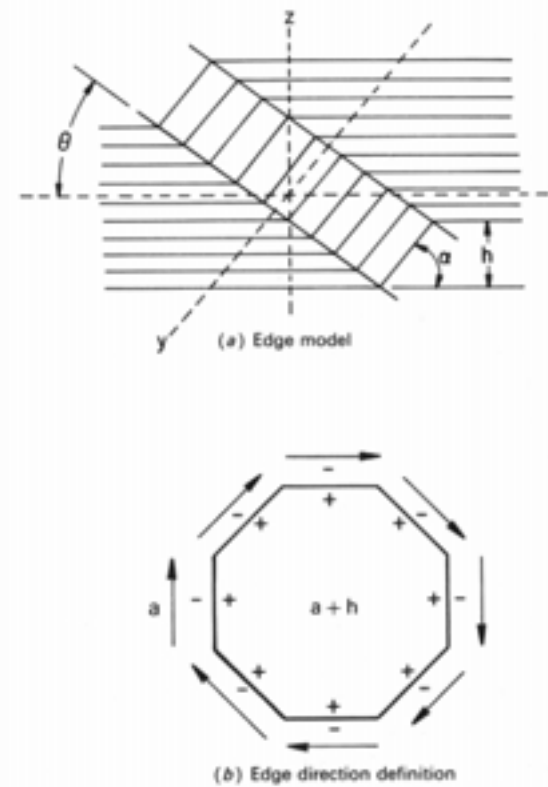
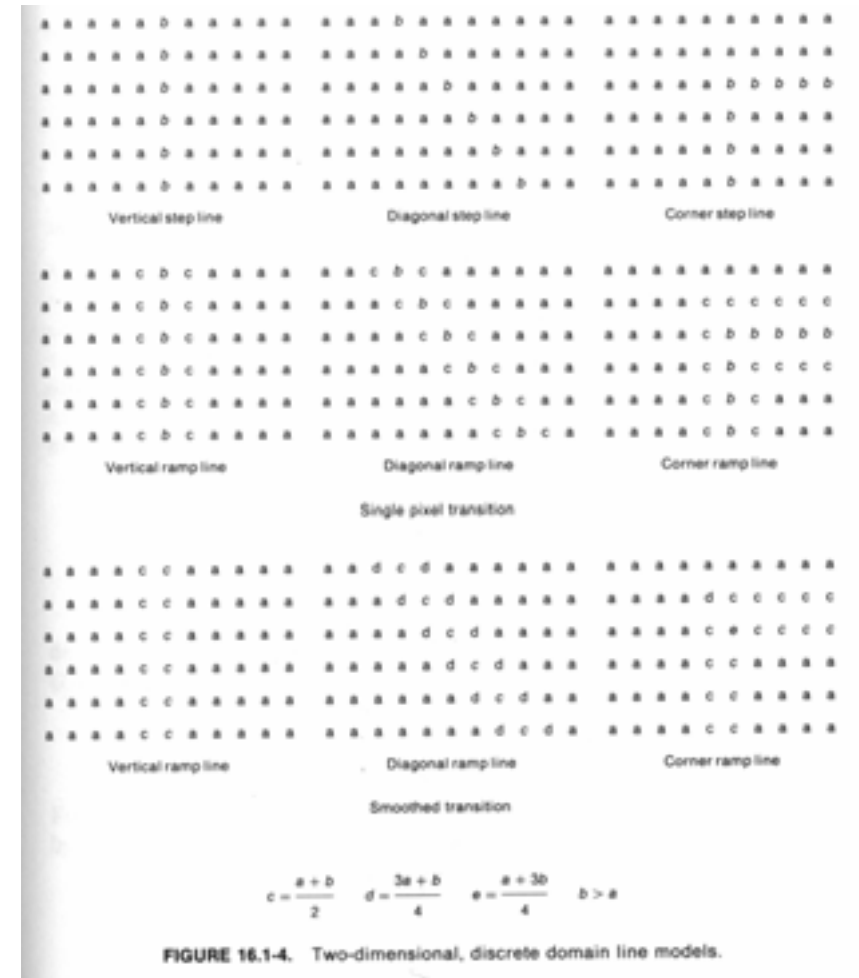
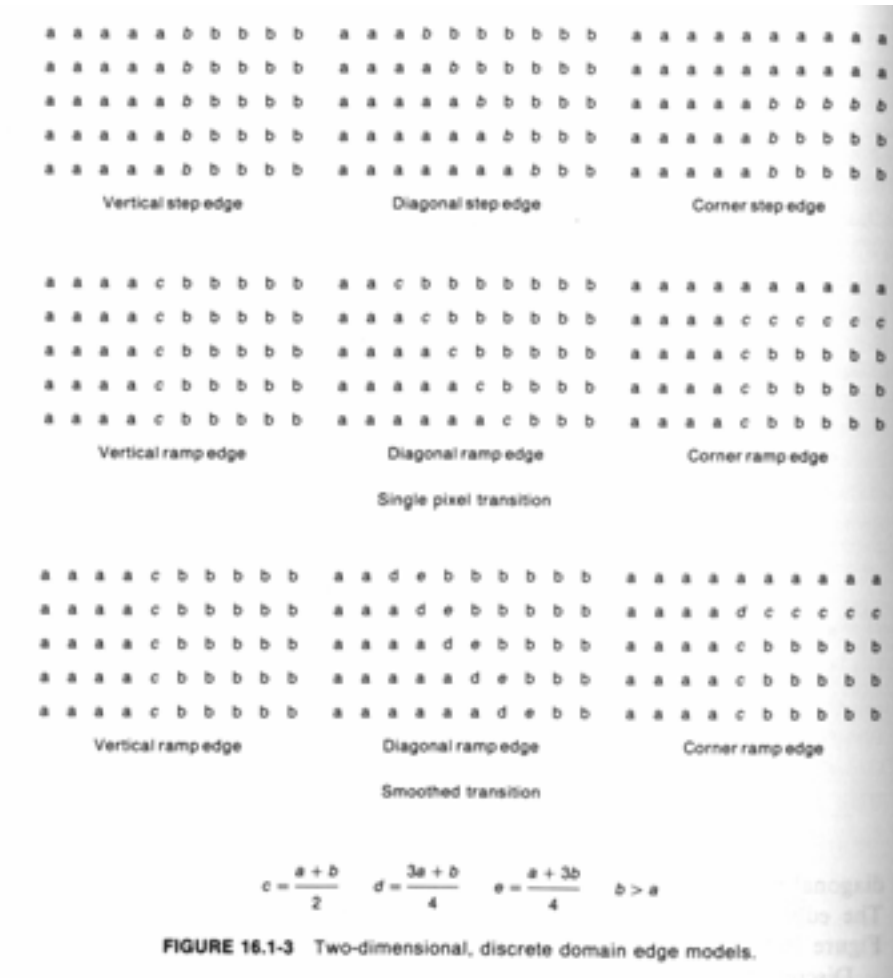
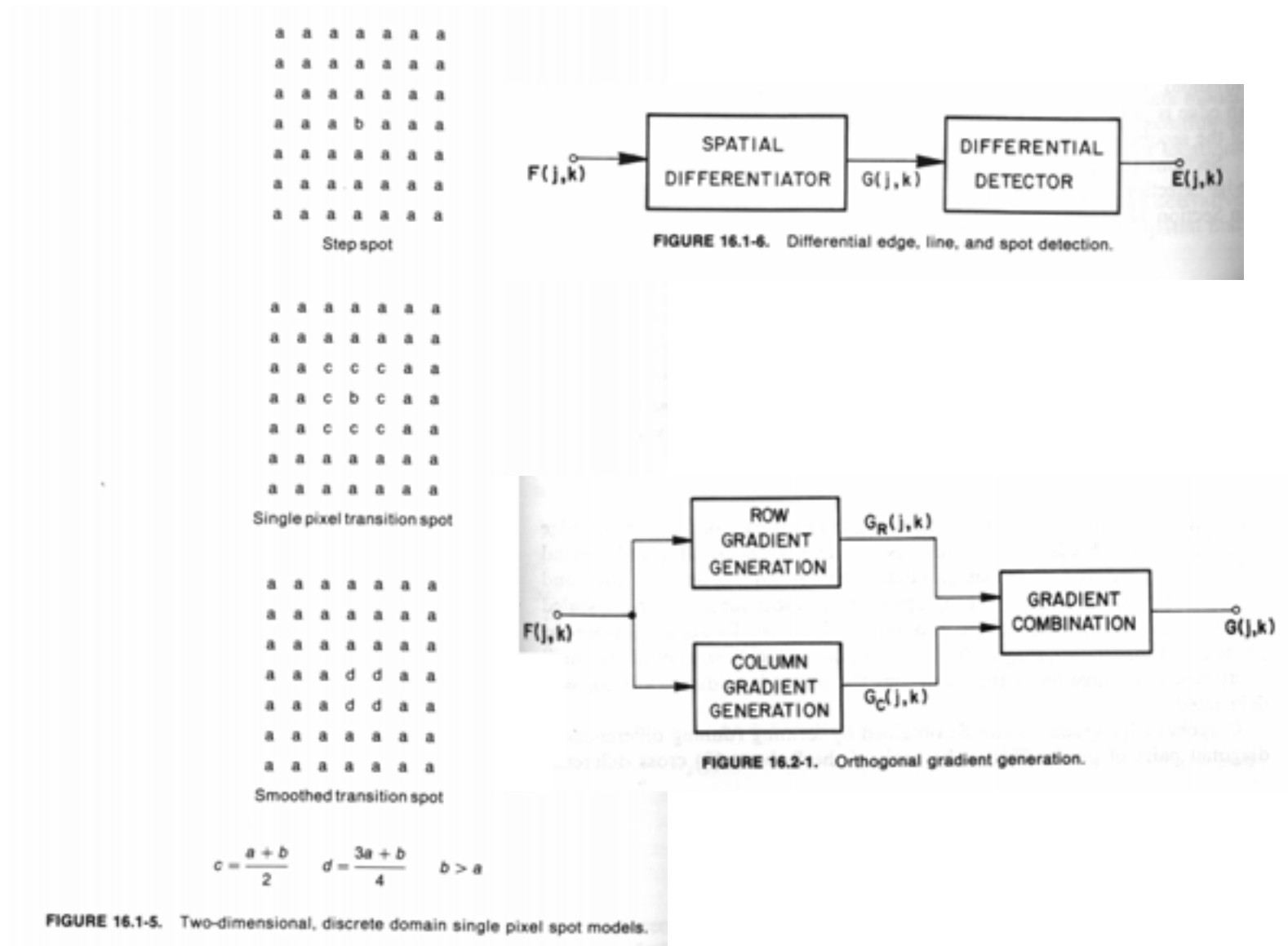


FIGURE 16.1-2. Two-dimensional, continuous domain edge model.

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc



Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc



Detección basada en las derivadas de primer orden (Pratt)

Gradiente $G(x, y) = \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \sin \theta$

Amplitud del gradiente en función de los gradientes por filas y columnas

$$G(j, k) = \{[G_R(j, k)]^2 + [G_C(j, k)]^2\}^{1/2}$$

$$G(j, k) = |G_R(j, k)| + |G_C(j, k)|$$

Orientación del gradiente respecto del eje de las filas

$$\theta(j, k) = \tan^{-1} \left\{ \frac{G_C(j, k)}{G_R(j, k)} \right\}$$

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc

Cálculo elemental del gradiente

$$G_R(j, k) = F(j, k) - F(j, k - 1)$$

$$G_C(j, k) = F(j, k) - F(j + 1, k)$$

Respuesta al modelo de borde vertical en escalon

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad h \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

Respuesta al modelo de borde vertical en rampa

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{h}{2} \quad \frac{h}{2} \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

Método de las diferencias modificado

$$G_R(j, k) = F(j, k + 1) - F(j, k - 1)$$

$$G_C(j, k) = F(j - 1, k) - F(j + 1, k)$$

Respuesta al modelo de borde vertical en rampa

$$0 \quad 0 \quad \frac{h}{2} \quad h \quad \frac{h}{2} \quad 0 \quad 0$$

A_0	A_1	A_2
A_7	$F(j, k)$	A_3
A_6	A_5	A_4

$$G(j, k) = \{[G_R(j, k)]^2 + [G_C(j, k)]^2\}^{1/2}$$

Modelo general de Prewitt

$$G_R(j, k) = \frac{1}{K + 2} [(A_2 + KA_3 + A_4) - (A_0 + KA_7 + A_6)]$$

$$G_C(j, k) = \frac{1}{K + 2} [(A_0 + KA_1 + A_2) - (A_6 + KA_5 + A_4)]$$

FIGURE 16.2-4. Numbering convention for 3 × 3 edge detection operators.

Respuesta al modelo de borde vertical en rampa

$$0 \quad \frac{h}{2} \quad h \quad \frac{h}{2} \quad 0$$

Respuesta del modelo del borde diagonal en rampa

$$0 \quad \frac{h}{\sqrt{2}(2 + K)} \quad \frac{h}{\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{2}(1 + K)h}{(2 + K)} \quad \frac{h}{\sqrt{2}} \quad \frac{h}{\sqrt{2}(2 + K)} \quad 0$$

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc

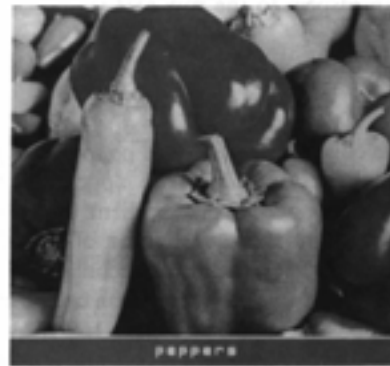
Operator	Row gradient	Column gradient
Pixel difference	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Separated pixel difference	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
Roberts	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Prewitt	$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
Sobel	$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
Frei-Chen	$\frac{1}{2 + \sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2 + \sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$

FIGURE 16.2-6. Impulse response arrays for 3 x 3 orthogonal differential gradient edge operators.

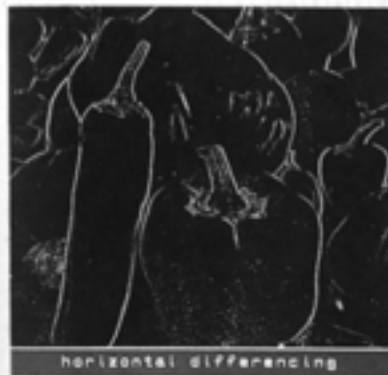
El cálculo de los gradientes por filas y columnas corresponden a la convolución con las máscaras correspondientes:

$$G_R(j, k) = F(j, k) \otimes H_R(j, k)$$

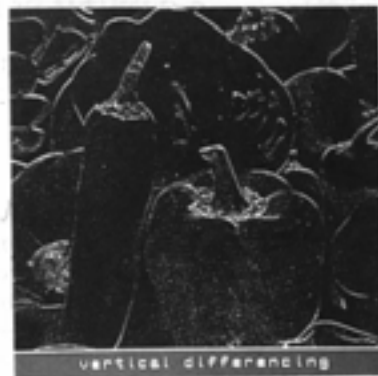
$$G_C(j, k) = F(j, k) \otimes H_C(j, k)$$



(a) Peppers



(b) Horizontal magnitude

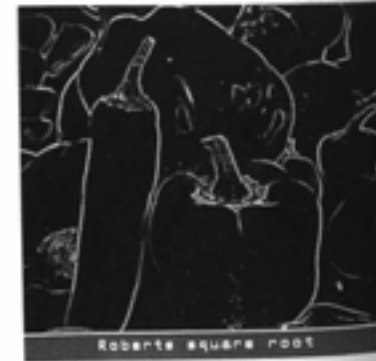


(c) Vertical magnitude

FIGURE 16.2-2. Example of horizontal and vertical differencing gradients for the peppers image.



(a) Magnitude

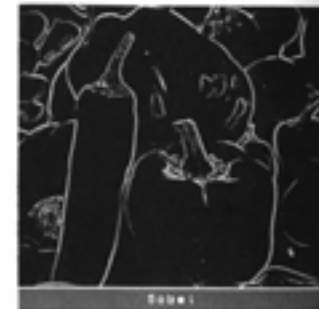


(b) Square root

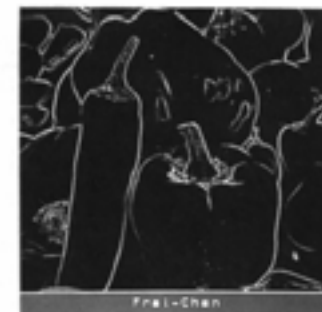
FIGURE 16.2-3. Examples of Roberts gradients for the peppers image.



(a) Prewitt



(b) Sobel



(c) Frei-Chen

FIGURE 16.2-5. Examples of Prewitt, Sobel, and Frei-Chen gradients for the peppers image.

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc

Prewitt 7x7 gradiente por filas (boxcar)

$$\mathbf{H}_R = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Pirámide truncada 7x7 gradiente por filas

$$\mathbf{H}_R = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Mascaras de gradiente basadas en la gaussiana

$$g(x, s) = [2\pi s^2]^{-1/2} \exp\{-1/2(x/s)^2\}$$

Argyle

$$\begin{aligned} H_R(x, y) &= -2g(x, s)g(y, t) & x \geq 0 \\ H_R(x, y) &= 2g(x, s)g(y, t) & x < 0 \end{aligned}$$

MacLeod

$$H_R(x, y) = [g(x + s, s) - g(x - s, s)]g(y, t)$$

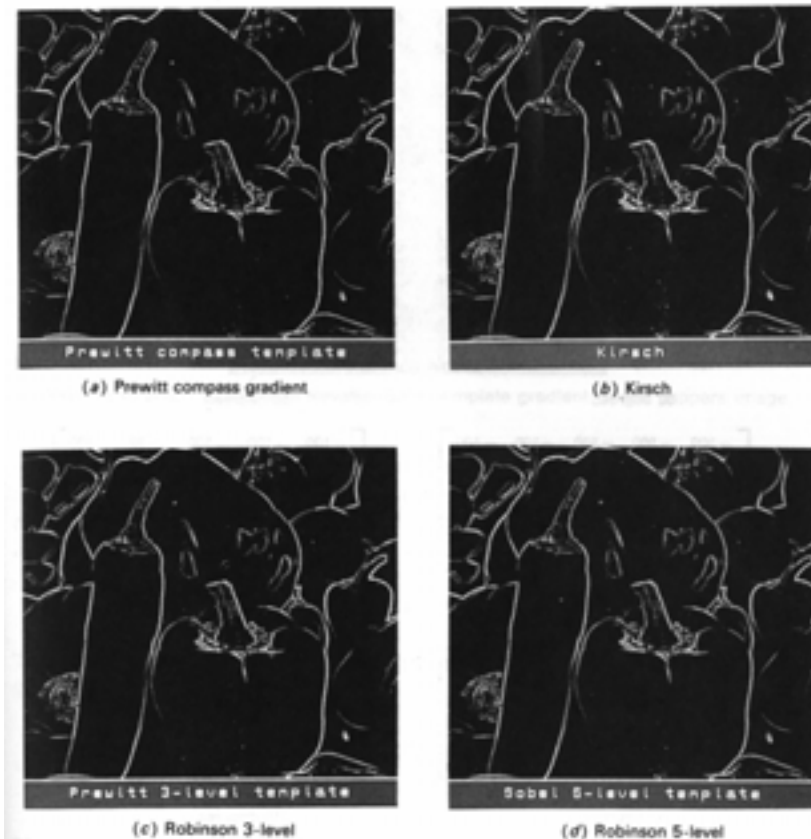
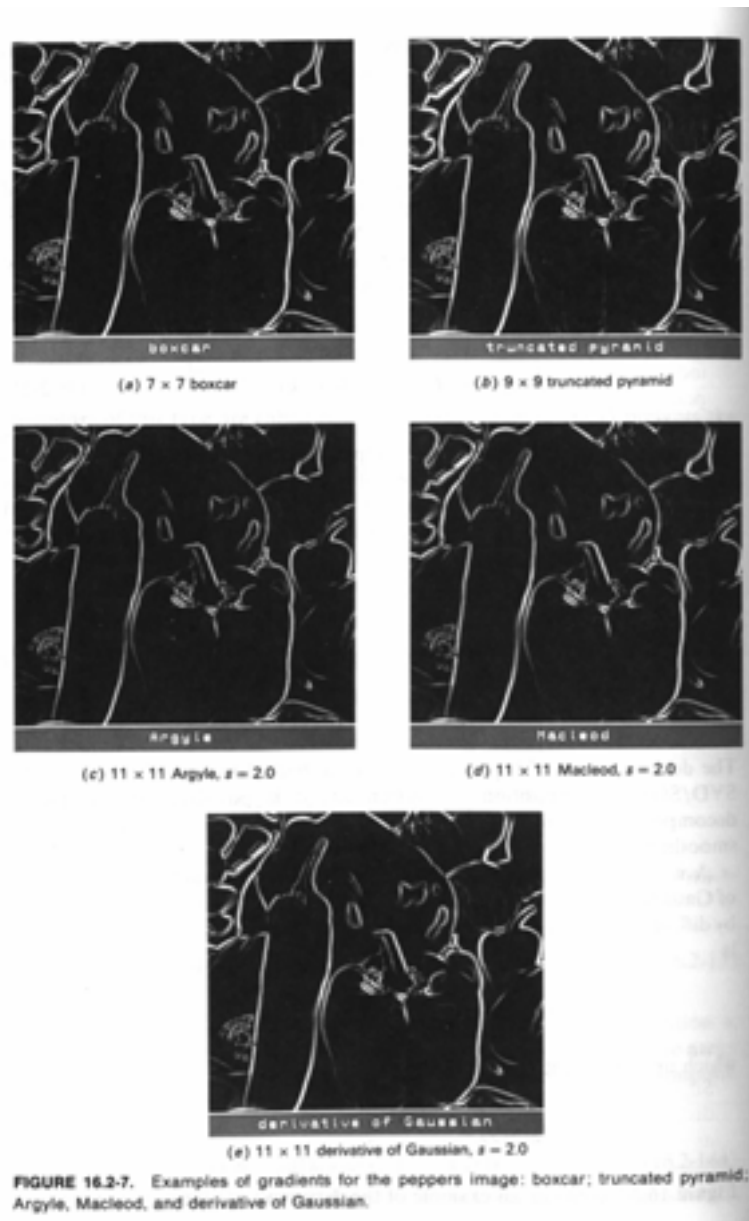
Derivada de la gaussiana DoG

$$\begin{aligned} H_R(x, y) &= \frac{-\partial[g(x, s)g(y, t)]}{\partial x} \\ H_R(x, y) &= \frac{-xg(x, s)g(y, t)}{s^2} \end{aligned}$$

El modelo general de las máscaras de convolución para detectar el gradiente

$$H(j, k) = H_G(j, k) \otimes H_S(j, k)$$

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientes, etc



Método de Canny

La detección corresponde a los máximos de $f(x) \otimes h(x)$.

El modelo de borde es un escalon corrompido con ruido gaussiano, el kernel de convolución se escoge de forma que maximice los siguientes criterios

Buena detección: maximiza el SNR del gradiente para minimizar las falsas detecciones

$$\text{snr} = \frac{h_E}{\sigma_n} S(h) \quad S(h) = \frac{\int_{-w}^0 h(x) dx}{\int_{-w}^w [h(x)]^2 dx}$$

Buena localización, los puntos detectados deben estar tan cerca como se pueda del centro del borde

$$\text{LOC} = \frac{h_E}{\sigma_n} L(h) \quad L(h) = \frac{h'(0)}{\int_{-w}^w [h'(x)]^2 dx}$$

Respuesta única, la distancia entre picos de respuesta cuando la señal es ruido es múltiplo de la anchura del la máscara

$$x_m = kW$$

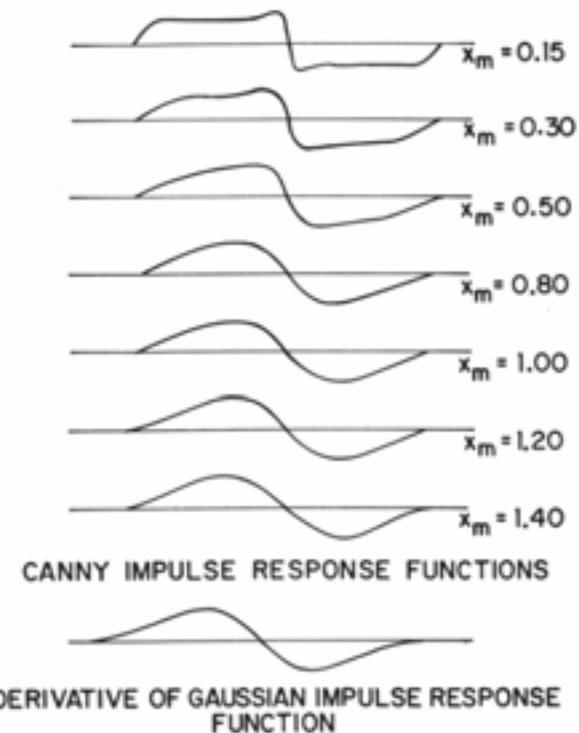


FIGURE 16.2-8. Comparison of Canny and derivative of Gaussian impulse response functions.

El diseño de $h(x)$ corresponde a maximizar $S(h)L(h)$ sujeto a respuesta única

Detección de bordes: metodos lineales de cálculo de gradientesk, etc

$$G(j, k) = \text{MAX}[|G_1(j, k)|, \dots, |G_m(j, k)|, \dots, |G_M(j, k)|]$$

$$G_m(j, k) = F(j, k) \otimes H_m(j, k)$$

Gradient direction	Prewitt compass gradient	Kirsch	Robinson 3-level	Robinson 5-level
East H_1	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
Northeast H_2	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
North H_3	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
Northwest H_4	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
West H_5	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Southwest H_6	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
South H_7	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$
Southeast H_8	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$
Scale factor	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

FIGURE 16.2-9. Template gradient 3 x 3 impulse response arrays.

Generación del gradiente mediante patrones (templates)

$\frac{1}{1900} \begin{bmatrix} 100 & 100 & 0 & -100 & -100 \\ 100 & 100 & 0 & -100 & -100 \\ 100 & 100 & 0 & -100 & -100 \\ 100 & 100 & 0 & -100 & -100 \\ 100 & 100 & 0 & -100 & -100 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{1102} \begin{bmatrix} 100 & -32 & -100 & -100 & -100 \\ 100 & 78 & -92 & -100 & -100 \\ 100 & 100 & 0 & -100 & -100 \\ 100 & 100 & 92 & -78 & -100 \\ 100 & 100 & 100 & 32 & -100 \end{bmatrix}$
0 degrees	30 degrees
$\frac{1}{1102} \begin{bmatrix} -100 & -100 & -100 & -100 & -100 \\ 32 & -78 & -100 & -100 & -100 \\ 100 & 92 & 0 & -92 & -100 \\ 100 & 100 & 100 & 78 & -32 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{1900} \begin{bmatrix} -100 & -100 & -100 & -100 & -100 \\ -100 & -100 & -100 & -100 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \end{bmatrix}$
60 degrees	90 degrees
$\frac{1}{1102} \begin{bmatrix} -100 & -100 & -100 & -100 & -100 \\ -100 & -100 & -100 & -78 & 32 \\ -100 & -92 & 0 & 92 & 100 \\ -32 & 78 & 100 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{1102} \begin{bmatrix} -100 & -100 & -100 & -32 & 100 \\ -100 & -100 & -92 & 78 & 100 \\ -100 & -100 & 0 & 100 & 100 \\ -100 & -78 & 92 & 100 & 100 \\ -100 & 32 & 100 & 100 & 100 \end{bmatrix}$
120 degrees	150 degrees
$\frac{1}{1000} \begin{bmatrix} -100 & -100 & 0 & 100 & 100 \\ -100 & -100 & 0 & 100 & 100 \\ -100 & -100 & 0 & 100 & 100 \\ -100 & -100 & 0 & 100 & 100 \\ -100 & -100 & 0 & 100 & 100 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{1102} \begin{bmatrix} -100 & 32 & 100 & 100 & 100 \\ -100 & -78 & 92 & 100 & 100 \\ -100 & -100 & 0 & 100 & 100 \\ -100 & -100 & -92 & 78 & 100 \\ -100 & -100 & -100 & -32 & 100 \end{bmatrix}$
180 degrees	210 degrees
$\frac{1}{1102} \begin{bmatrix} 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ -32 & 78 & 100 & 100 & 100 \\ -100 & -92 & 0 & 92 & 100 \\ -100 & -100 & -100 & -78 & 32 \\ -100 & -100 & -100 & -100 & -100 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{1900} \begin{bmatrix} 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -100 & -100 & -100 & -100 & -100 \\ -100 & -100 & -100 & -100 & -100 \end{bmatrix}$
240 degrees	270 degrees
$\frac{1}{1102} \begin{bmatrix} 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 78 & -32 \\ 100 & 92 & 0 & -92 & -100 \\ 32 & -78 & -100 & -100 & -100 \\ -100 & -100 & -100 & -100 & -100 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{1102} \begin{bmatrix} 100 & 100 & 100 & 32 & -100 \\ 100 & 100 & 92 & -78 & -100 \\ 100 & 100 & 0 & -100 & -100 \\ 100 & 78 & -92 & -100 & -100 \\ 100 & -32 & -100 & -100 & -100 \end{bmatrix}$
300 degrees	330 degrees

FIGURE 16.2-11. Nevatia-Babu template gradient impulse response arrays.