Apertura y Clausura (Opening and Closing)

Como vimos, la dilatación y la erosión están muy relacionadas con la forma; la primera operación expande la imagen mientras que la segunda la contrae. La dilatación y la erosión usualmente se usan de a pares, bien la dilatación seguida de la erosión o viceversa. En cualquier caso, el resultado de esta aplicación sucesiva de erosiones y dilataciones es una eliminación de detalles menores que no distorsiona la forma global del objeto.

La apertura de un conjunto A por el elemento estructural B, se define como

$$A \circ B = (A \odot B) \oplus B$$

Es decir, la apertura de A por B es la erosión de A por B seguida por la dilatación del resultado por B..

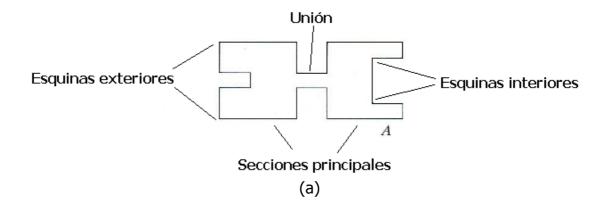
De forma similar, la clausura de un conjunto A por el elemento estructural B, se define como $A \bullet B = (A \oplus B)\Theta B$

O sea, es la dilatación de A por B seguida por la erosión del resultado por B.

La apertura generalmente suaviza los contornos de un objeto y elimina protuberancias finas. La clausura también suaviza los contornos pero, contrariamente a la apertura, generalmente fusiona las hendiduras finas y largas presentes en los objetos, elimina agujeros pequeños y rellena brechas en el contorno.

La figura 12 a) muestra un conjunto A y la figura 12 (b) muestra varias posiciones de un elemento estructural con forma de disco durante el proceso de erosión. El resultado de la erosión se puede ver en la figura 12 (c). Se debe notar la eliminación de las uniones entre las dos secciones principales. El ancho de estas uniones era menor al diámetro del elemento estructural. Los elementos salientes donde el elemento estructural (con forma de disco) no cabía fueron eliminados. La figura 12 (d) muestra la dilatación del conjunto erosionado, y la figura 12 e) el resultado final de la apertura. Nótese que las esquinas exteriores han sido redondeadas mientras que las esquinas interiores no fueron afectadas.

De manera similar, las figuras 12 (f) a 12 (i) muestran los resultados de la clausura de A con el mismo elemento estructural. Notamos que las esquinas interiores fueron redondeadas mientras que las esquinas exteriores permanecieron sin cambios. También se ve el suavizado que resultó en las partes del objeto luego de la apertura o de la clausura del conjunto A con el elemento estructural circular.



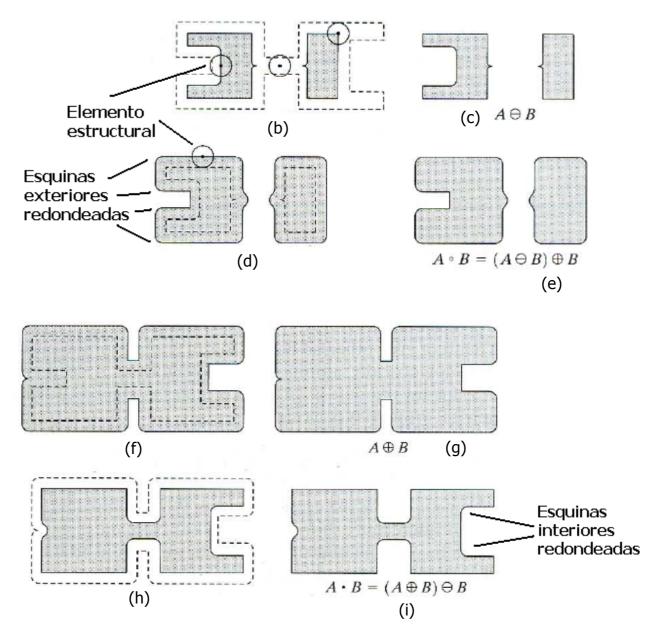


Figura 12: Apertura y clausura morfológica. El elemento estructural es el pequeño círculo mostrado en varias posiciones en (b). El punto negro es el centro del elemento estructural.

Como sucedía con la dilatación y la erosión, la apertura y la clausura son duales con respecto a la complementación y a la reflexión. Esto es

$$(A \bullet B)^{C} = (A^{C} \circ \hat{B})$$

Las operaciones morfológicas pueden ser usadas para construir filtros conceptualmente similares a los filtros espaciales. La imagen binaria de la figura 13 (a) muestra una parte de una huella digital contaminada con ruido. Aquí el ruido se manifiesta como elementos blancos en el fondo oscuro y como elementos negros en los componentes blancos de la huella digital. El objetivo es eliminar el ruido y sus efectos sobre la huella pero distorsionándola lo menos posible. Un filtro morfológico que consista en una apertura seguida de una clausura puede lograr este objetivo.



El elemento estructural elegido se exhibe en la figura 13 (b). Las figuras restantes muestran paso a paso la operación de filtrado. La figura 13 (c) expone el resultado de erosionar A con el elemento estructural. El ruido del fondo fue completamente eliminado en la etapa de erosión de la apertura debido a que en este caso todos las componentes de ruido son físicamente más pequeños que el elemento estructural. El tamaño de los elementos de ruido (puntos negros) contenidos en la huella digital ha sido aumentado. La razón es que estos elementos son contornos interiores que deben aumentar en tamaño cuando el objeto es erosionado. Esta ampliación es contrarrestada cuando se aplica la dilatación sobre la figura 13 (c). La figura 13 (d) muestra el resultado. Las componentes de ruido contenidos en la huella digital fueron reducidos en tamaño o borrados completamente.

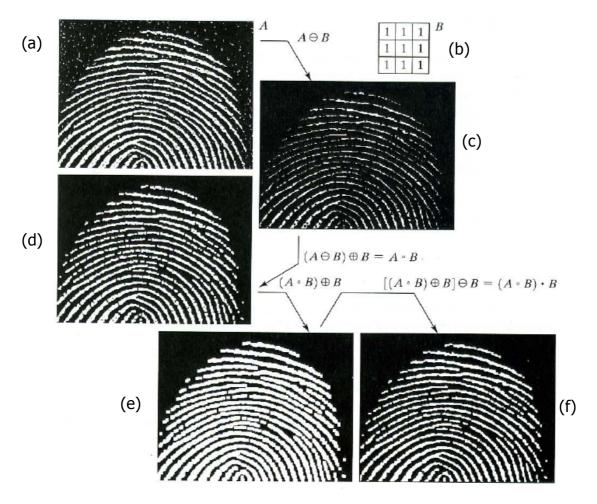


Figura 13: a) Imagen con ruido. b) Elemento estructural. c) Imagen erosionada. d) Apertura de A. e) Apertura de A. f) Clausura de la apertura.

Las operaciones recién descriptas constituyen la apertura de A por B. Notamos en la figura 13 (d) que el efecto neto de la apertura fue eliminar virtualmente todos las componentes de ruido, tanto en el fondo como en la huella digital. Sin embargo, se crearon nuevas grietas en los bordes de la huella digital. Para contrarrestar este efecto no deseado, realizamos la dilatación sobre la apertura, como se ve en la figura 13 (e). La mayoría de las rupturas han sido restauradas, pero los bordes se hicieron más gruesos, un efecto que debe ser arreglado por la erosión. El resultado, mostrado en la figura 13 (f), constituye la clausura de la apertura de la figura 13 (d). Este resultado final es notablemente libre de



ruido, pero tiene la desventaja de que algunos de los bordes de la huella no fueron completamente reparados y aún contienen rupturas. Esto no es totalmente inesperado, ya que no se pusieron condiciones en el procedimiento de filtrado para mantener la conectividad.

Transformación Hit-or-Miss (o Ganancia - Pérdida)

La transformación morfológica Hit-or-Miss es una herramienta básica para la detección de formas. Permite destacar en una imagen una determinada disposición de espacial de los pixeles. Para ello, emplea dos elementos estructurales que permiten relacionar la imagen A con su complementaria A^C.

Presentaremos este concepto con la ayuda de la figura 14 que muestra un conjunto A que consiste de tres figuras u objetos (subconjuntos) llamados X, Y y Z. El sombreado en las figuras 14 (a), (b) y (c) indica los conjuntos originales, mientras que el sombreado en 14 (d) y (e) indica el resultado de las operaciones morfológicas. El objetivo es encontrar la ubicación de uno de los objetos: el X.

Consideremos que el origen de cada objeto o subconjunto está en su centro. Supongamos que X está encerrado por una pequeña ventana, W. El fondo local de X con respecto a W se define como el conjunto (W-X), como se muestra en la figura 14 (b). La figura 14 (c) exhibe el complemento de A, que será utilizado luego. La figura 14 (d) muestra la erosión de A por X. Se debe recordar que la erosión de A por B es el conjunto de locaciones del origen de X, tales que X está completamente contenido en A. Otra interpretación sería que A®X puede ser visto como geométricamente como el conjunto de todas las ubicaciones del origen de X en los cuales X encontró una coincidencia en A. Teniendo en cuenta esto, en la figura 14, A consiste solamente de tres conjuntos disjuntos: X, Y y Z.

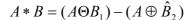
La figura 14 (e) muestra la erosión del complemento de A por el conjunto del fondo local, (W-X). La región sombreada exterior en la figura 14 (e) es parte de la erosión. Notamos que de la figura 14 (d) y (e) que el conjunto de ubicaciones para las cuales X encaja exactamente dentro de A es la intersección de la erosión de A por X y la erosión de A^C por (W-X) como se muestra en la figura 14 (f). Esta intersección es precisamente la ubicación buscada. En otras palabras, si B representa el conjunto compuesto por X y su fondo (background), la coincidencia (o conjunto de coincidencias) de B en A es

$$A * B = (A\Theta X) \cap (A^{C}\Theta(W - X))$$

Podemos generalizar la notación haciendo $\mathbf{B} = (\mathbf{B_1}, \mathbf{B_2})$, donde $\mathbf{B_1}$ es el conjunto formado por los elementos de B asociados con un objeto y $\mathbf{B_2}$ es el conjunto de los elementos de B asociados con el fondo correspondiente. De esta manera, $\mathbf{B_1} = \mathbf{X}$ y $\mathbf{B_2} = (\mathbf{W} - \mathbf{X})$. Con esta notación, la ecuación anterior se puede escribir

$$A * B = (A \Theta B_1) \cap (A^C \Theta B_2)$$

Así, el conjunto $A\otimes B$ contiene todos los puntos (origen) en los cuales, simultáneamente, B_1 encontró una coincidencia (hit) en A y B_2 encontró una coincidencia en A^C . Usando la definición de diferencia de conjuntos y la relación dual entre erosión y dilatación, podemos escribir la ecuación



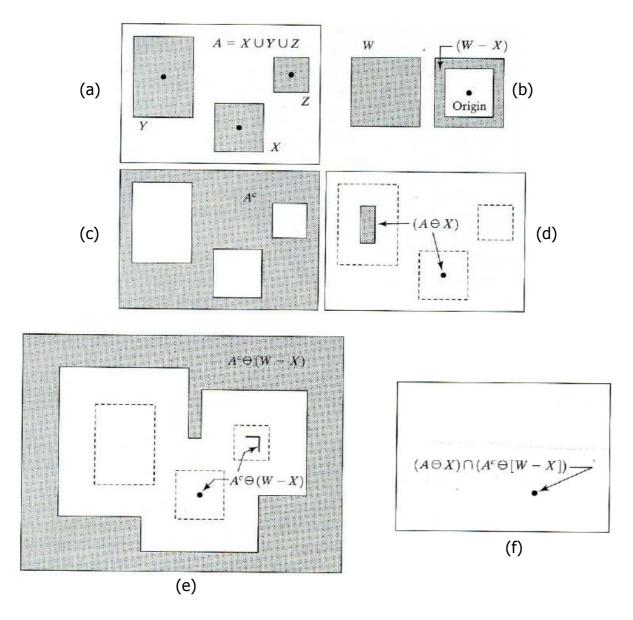


Figura 14: a) Conjunto A. b) Una ventana, W, y el fondo local de X con respecto a W, (W-X). c) Complemento de A. d) Erosión de A por X. e) Erosión de A^C por (W-X). f) Intersección de (d) y (e), mostrando la posición del origen de X.

La razón por la que usamos un elemento estructural B_1 asociado con los objetos y un elemento B_2 asociado con el background se basa en el hecho de que dos o más conjuntos son distintos sólo si forman conjuntos disjuntos (desconectados). Esto queda garantizado si cada objeto está rodeado por un fondo de al menos un píxel de ancho. En algunas aplicaciones, podemos estar interesados en detectar ciertos patrones de 1's y 0's dentro de un conjunto, en cuyo caso no se requiere de un fondo. En tal caso, la transformada hitor-miss se reduce a una simple erosión.