הסרת חלודה - שברים

תלמידים יקרים,
בקובץ זה מובאים מושגים וחוקים בסיסיים בנושא שברים. מטרת הקובץ היא לרענן את זיכרונכם ולעזור לכם להסיר חלודה שנצברה מאז הפעם האחרונה שתרגלתם חשבון.

קריאה מעמיקה של קובץ זה תסייע לכם במהלך התרגול בערכה.

בהצלחה!

תוכן עניינים:

מהו שבר?

שבר הוא מספר שמוצג כחילוק בין שני מספרים שלמים. נראה דוגמה לשבר – חצי:

$$\frac{1}{2}$$

שבר מורכב ממונה ומכנה, המונה הוא המספר העליון והמכנה הוא המספר התחתון. בין המונה למכנה מפריד קו שבר שמייצג את פעולת החילוק. את תרגיל החילוק יש לקרוא מלמעלה למטה, כך שלמעשה אפשר לכתוב את השבר חצי גם כך –

1:2 (אחד חלקי שתיים)

או לקרוא אותו כך – אחד מתוך שתיים.

כיוון ששבר הוא דרך ייצוג של פעולת החילוק ומשום שכל מספר חלקי 1 שווה לעצמו, אפשר לייצג כל מספר כשבר. לדוגמה – המספר 32 שווה גם לפעולת החילוק 32:1. בשברים זה ייראה כך –

$$32 = \frac{32}{1}$$

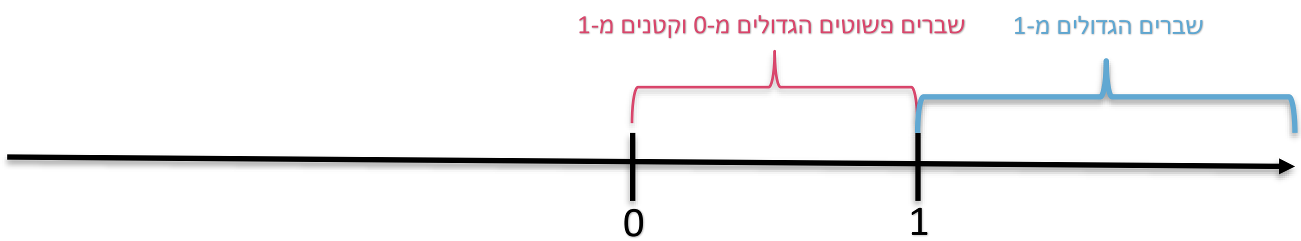
שברים על ציר המספרים

ניתן לחלק את השברים לשני סוגים:
א. שברים פשוטים הגדולים מ-0 וקטנים מ-1. בשברים אלו המונה תמיד יהיה קטן מהמכנה. לדוגמה:

$$\frac{3}{7}$$

ב. שברים הגדולים מ-1. שברים אלו ניתנים להצגה בשתי צורות – כשברים מדומים (שברים שבהם המונה גדול מהמכנה וכשברים מעורבים (מורכבים משילוב של שבר פשוט ומספר שלם). לדוגמה:

$$4\frac{1}{2}$$



המרת מספר מעורב לשבר

ככלל, נעדיף לעבוד עם שברים ולא עם מספרים מעורבים שכן העבודה איתם פשוטה יותר. כדי להפוך מספר מעורב לשבר נכפול את המספר השלם במכנה, ולתוצאה נוסיף את המונה - זה יהיה המונה של השבר המדומה. המכנה שלו יהיה זהה למכנה שבשבר המעורב. נראה דוגמה:

$$8\frac{2}{3}=?$$

שלב ראשון – נכפול את המספר השלם במכנה:

$$8\cdot 3=24$$

שלב שני – נוסיף לתוצאה את המונה:

$$24+2=26$$

שלב שלישי – נחלק את התוצאה הסופית במכנה:

$$\frac{26}{3}$$

קיבלנו שהשבר ששווה למספר המעורב שמונה ושני שליש הוא עשרים ושש חלקי שלוש:

$$8\frac{2}{3}=\frac{26}{3}$$

הרחבה וצמצום של שבר

כפי שלמדנו, שברים מיוצגים באמצעות פעולת החילוק. שני תרגילי חילוק שונים יכולים, לפעמים, להניב תוצאה זהה. למשל –

בשני תרגילי החילוק הבאים התוצאה היא 4 – 16:4 ו- 8:2.

ולכן אפשר להסיק ששני השברים הבאים שווים:

$$\frac{16}{4}=\frac{8}{2}$$

מה ההבדל בין השברים? השבר השמאלי הוא **הרחבה** של השבר הימני והשבר הימני הוא **צמצום** של השבר השמאלי. כדי להרחיב שבר יש לכפול את המונה והמכנה באותו מספר:

$$\frac{8}{2}=\frac{8\cdot 2}{2\cdot 2}=\frac{16}{4}$$

כדי לצמצם שבר יש לחלק את המונה והמכנה באותו מספר:

$$\frac{16}{4}=\frac{16:2}{4:2}=\frac{8}{2}$$

כפי שראינו, פעולת הצמצום לא משנה את ערכו של השבר, אלא רק את הצורה שלו. הסיבה לכך היא שכשכופלים או מחלקים את המונה ואת המכנה של השבר **באותו מספר** המספרים מצטמצמים ל-1. חילוק וכפל ב-1 לא משנים את תוצאת התרגיל.

לדוגמה: הרחבה של השבר $\frac{3}{7}$, כלומר כפל של המונה והמכנה במספר זהה (במקרה זה 2), זהה להכפלתו של השבר ב-1, ולכן מותרת.

$$\frac{3\cdot 2}{7\cdot 2}=\frac{3}{7}\cdot\cancel{\frac{2}{2}}=\frac{3}{7}\cdot 1=\frac{3}{7}$$

פעולות בין שברים

א. חיבור וחיסור שברים –

כדי לחבר או לחסר שברים חייבת להיות ביניהם "שפה משותפת". שפת השברים היא המכנים שלהם, ולכן יש להביא את השברים למכנים זהים. אם המכנים זהים, אפשר פשוט לבצע את פעולת החיבור או החיסור בין המונים ונשאיר את המכנים כמו שהם. לדוגמה:

$$\frac{1}{12}+\frac{8}{12}=\frac{9}{12}$$

אם המכנים שונים נצטרך להרחיב או לצמצם את השברים כדי שהמכנים יהיו זהים, ורק אז לבצע את פעולת החיבור או החיסור ביניהם.

לדוגמה:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=?$$

עלינו לחשוב – לאיזה מכנה משותף נוח אפשר להעביר את השברים הללו?

המכנה המשותף הנוח ביותר יהיה המספר הקטן ביותר שמתחלק בכל אחד מהמכנים ללא שארית. אם אנחנו מתקשים למצוא אותו אפשר לכפול את כל המכנים זה בזה. אמנם זה לא תמיד ייתן את המכנה הכי קטן, אבל תמיד אפשר לצמצם את התוצאה בסוף התרגיל.
בדוגמה שלנו המספר הקטן ביותר שמתחלק ב-5,3 וב-4 הוא 60.
כעת נבחן כל שבר בנפרד ונחשוב – במה עלינו להכפיל את המכנה כדי להגיע ל-60?
כשנמצא את המספר הנכון נרחיב את השבר כולו פי אותו המספר.

$$\frac{1\cdot 15}{4\cdot 15}+\frac{1\cdot 20}{3\cdot 20}-\frac{1\cdot 12}{5\cdot 12}=\frac{15}{60}+\frac{20}{60}-\frac{12}{60}$$

לאחר יצירת המכנה המשותף נבצע את פעולת החיבור או החיסור בין המונים ונשאיר את המכנים כפי שהם:

$$\frac{15+20-12}{60}=\frac{23}{60}$$

שימו לב – בחלק מהתרגילים אחד המכנים יהיה כפולה של השני. במקרים האלו נעדיף להרחיב רק את השבר בעל המכנה הקטן יותר, כך שהמכנה שלו יהיה זהה למכנה הגדול.

ב. כפל שברים -

כשכופלים שברים אין צורך ליצור מכנה משותף אלא פשוט כופלים מונה במונה ומכנה במכנה.

לדוגמה:

$$\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{2}=\frac{12}{14}$$

אפשר לצמצם כדי להגיע לשבר נוח יותר:

$$\frac{12}{14}=\frac{6\cdot\cancel{2}}{7\cdot\cancel{2}}=\frac{6}{7}$$

שימו לב, כדאי לצמצם שברים שהמונה או המכנה שלהם הוא מספר גדול לפני שכופלים ביניהם.

ג. חילוק שברים –

יש שתי דרכים להצגת פעולת חילוק בין שברים. הראשונה היא באמצעות סימן החלוקה הרגיל שאנו מכירים והשנייה באמצעות קו שבר ארוך שמחלק בין שני שברים. תוכלו להחליף בין התצוגות כדי לבחור את שיטת החילוק הנוחה לכם. נציג את שיטת החילוק בכל אחת מהתצוגות:

- <u>כפל בהופכי:</u>
  משאיר את השבר השמאלי כפי שהוא, וכופלים אותו בהופכי של השבר הימני. כלומר, הופכים בין המונה למכנה של השבר שבו מחלקים, וכופלים בין השברים. לדוגמה -

$$\frac{13}{2}:\frac{15}{3}=\frac{13}{2}\cdot\frac{3}{15}=\frac{13\cdot3}{2\cdot15}=\frac{39}{30}$$

- <u>שיטת האוזן:</u>
  שלב ראשון - כותבים שבר חדש, במונה מציבים את השבר המחולק (שנמצא **לפני סימן החילוק**) ובמכנה מציבים את השבר המחלק (שנמצא **אחרי סימן החילוק**):

$$\frac{13}{2}:\frac{15}{3}=\frac{\frac{13}{2}}{\frac{15}{3}}$$

שלב שני – מציירים חצי עיגול (אוזן גדולה) שמחברת בין המספרים שנמצאים בקצוות הטור וחצי עיגול (אוזן קטנה) שמחברת בין שני המספרים שנמצאים באמצע:

$$\frac{\frac{13}{2}}{\frac{15}{3}}=?$$

שלב שלישי – כופלים את המספרים שבאוזן הגדולה ומחלקים אותם במכפלה של האוזן התחתונה:

$$\frac{3 \cdot 13}{15 \cdot 2} = \frac{39}{30}$$

שימו לב – אפשר וכדאי להשתמש בשיטות אלו גם אם מחלקים מספר שלם בשבר או שבר במספר שלם. פשוט כתבו את המספר השלם כשבר (עם מכנה 1). לדוגמה:

$$5 \cdot \frac{11}{14} = \frac{5}{1} \cdot \frac{11}{14} = \frac{55}{14}$$

שברים עשרוניים

שבר עשרוני הוא צורת כתיבה נוספת של שבר בעל מכנה שהוא מספר עשרוני כמו 10, 100, 1000 וכו'.
שבר עשרוני נכתב כמו מספר שלם שלימינו נקודה (הנקראת נקודה עשרונית) ומימינה מספרים נוספים. המספרים הנוספים הם שארית החלוקה של המונה במכנה ויש להם שמות ייחודיים. נראה דוגמה:

7.854

המספר 8 הוא המספר הראשון מימין אחרי הנקודה. המספר הזה נקרא גם מספר העשיריות ולכן במספר זה יש 8 עשיריות.

המספר 5 הוא המספר השני מימין אחרי הנקודה. המספר הזה נקרא גם מספר המאיות ולכן במספר זה יש 5 מאיות.

המספר 4 הוא המספר השלישי מימין אחרי הנקודה. המספר הזה נקרא גם מספר האלפיות ולכן במספר זה יש 4 אלפיות.

איך כותבים מספר עשרוני כשבר?

נדגים על המספר 7.854

שלב ראשון – כתיבת המונה:
מתעלמים מהנקודה העשרונית ומעתיקים את המספר למונה:

$$\frac{7854}{}$$

שלב שני – כתיבת המכנה:

המכנה של שבר עשרוני חייב להיות מספר עשרוני (10, 100, 1000.......). איך נדע איזה מספר עשרוני? נכתוב מספר עשרוני עם מספר אפסים הזהה למספר הספרות שיש מימין לנקודה בשבר העשרוני. בדוגמה שלפנינו יש 3 ספרות מימין לנקודה בשבר העשרוני (7.854) ולכן נכתוב מספר עשרוני עם 3 אפסים (1000):

$$\frac{7854}{1000}$$

נראה דוגמה מסובכת יותר:

איך הופכים את המספר העשרוני 0.013 כשבר?

שלב ראשון –

$$\frac{13}{}$$

שלב שני –

במספר 0.013 יש 3 ספרות מימין לנקודה, ולכן נכתוב במכנה את המספר 1000.

$$\frac{13}{1000}$$

איך ממירים שבר רגיל לשבר עשרוני?

שלב ראשון - מרחיבים או מצמצים את השבר כך שבמכנה שלו יהיה מספר עשרוני, לדוגמה:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 25}{4\cdot 25}=\frac{75}{100}$$

שלב שני – כותבים את המספר שבמונה ושמים נקודה עשרונית מצד ימין.

$$75.$$

שלב שלישי – סופרים כמה אפסים יש במכנה ומזיזים את הנקודה שמאלה לפי כמות האפסים שספרנו. במקרה שלפנינו יש שני אפסים במספר העשרוני שבמכנה ולכן נזיז את הנקודה שני מיקומים שמאלה:

$$.75$$

כיוון שאין עוד ספרה אחרי הספרה 7 יש לכתוב את הספרה 0 משמאל לנקודה העשרונית:

$$0.75$$

נראה דוגמה נוספת: איך הופכים את השבר $\frac{7}{500}$ למספר עשרוני?

שלב ראשון – נרחיב את השבר כך שבמכנה יהיה מספר עשרוני:

$$\frac{7}{500}=\frac{7\cdot 2}{500\cdot 2}=\frac{14}{1000}$$

שלב שני – נכתוב את המספר שבמונה ונשים נקודה עשרונית מצד ימין:

$$14.$$

שלב שלישי – יש במספר שבמכנה 3 אפסים ולכן נזיז את הנקודה 3 מיקומים שמאלה: שימו לב שבמקרה זה אחרי שני מיקומים "נגמרו" המספרים שאפשר לשים אחריהם את הנקודה, ולכן במקרים אלו נוסיף אפסים:

$$.014$$

שימו לב – כפל ב-10 מקדם את הנקודה העשרונית מקום אחד ימינה וחילוק ב-10 מקדם את הנקודה העשרונית מקום אחד שמאלה.

חילוק בעזרת חוק הפילוג

כאשר נתון לנו תרגיל חילוק בין שני מספרים גדולים כדאי להשתמש בחוק הפילוג. נראה דוגמה:

$$682:62=?$$

נעביר את תרגיל החילוק לצורת שבר:

$$\frac{682}{62}=$$

נחפש כפולה של המכנה שקרובה למספר שבמונה. הכפולה הנוחה והאינטואיטיבית ביותר למספר 62 שקרובה ל-682 היא 620.

כעת, נציג את המונה כסכום של 620 ושל השארית שתשלים ל-682:

$$\frac{620+62}{62}=$$

נפצל את השבר לשני שברים עם פעולת חיבור ביניהם:

$$\frac{620}{62}+\frac{62}{62}=?$$

עכשיו אפשר לצמצם את השברים כדי להגיע למספרים נוחים יותר:

$$\frac{620}{62}+\frac{62}{62}=\frac{620:62}{62:62}+\frac{62:62}{62:62}$$

$$\frac{10}{1}+\frac{1}{1}=10+1=11$$

תוצאת החילוק היא 11.

סדר פעולות חשבון

- כשיש סוגריים, קודם כל מבצעים את הפעולה שבתוך הסוגריים.
- מתייחסים לפעולות שמתבצעות מעל ומתחת לקו שבר כפעולות שמתבצעות בתוך סוגריים.
- לאחר הסוגריים אפשר לעבוד לפעולות כפל וחילוק, באיזה סדר שנוח לנו.
- השלב האחרון הוא חיבור וחיסור, גם כאן מותר להתחיל מאיזה מהם שנוח לנו.

לדוגמה:

$$2+5\cdot\frac{12:3+2}{5+6-3\cdot 2+1}+(9-1\cdot 7)=?$$

תחילה נפתור את התרגיל שבתוך הסוגריים, יש להתחיל עם הכפל ולאחר מכן החיסור:

$$9-1\cdot 7=?$$

$$9-7=2$$

נעבור לתרגיל שבמונה השבר:

$$12:3+2=?$$

נתחיל בחילוק ואז נעבור לחיבור:

$$4+2=6$$

נעבור לתרגיל שבמכנה השבר:

$$5+6-3\cdot 2+1=?$$

נתחיל עם הכפל ואז נעבור לחיבור ולחיסור:

$$5+6-6+1=6$$

נסכם את כל התוצאות:

$$2+5\cdot\frac{6}{6}+2=?$$

השבר מצטמצם והופך ל-1, נכפיל אותו ב-5 ואז נעבור לחיבור:

$$2+5+2=9$$