

מבחן במבוא לתורת המשחקים 12.01.2022

יש לענות על ארבע מתוך חמש השאלות

תרגיל 1 :

א. מצאו את פתרון המשחק הבא באמצעות מחיקת אסטרטגיות נשלטות חזק, שחקן 1 (השמאלי ביותר) הוא בעל אסטרטגיות U,D שחקן 2 בעל אסטרטגיות L,R ושחקן 3 בעל אסטרטגיות A,B

	L	R
U	0,3,1	2,2,2
D	2,1,1	5,4,0
	A	

	L	R
U	1,2,2	2,1,3
D	0,3,2	1,4,2
	B	

- a. רשמו את האסטרטגיות שרשמתם לפי סדר המחיקה.
b. רשמו את ערך המקסמין של שחקן 3, ואת הערך שלו
ב. מצאו את כל שיווי המשקל במשחק הבא באמצעות אסטרטגיות מעורבות ו/או טהורות

	L	R
U	1,0	0,1
D	0,1	3,0

תרגיל 2:

בהינתן המשחק הקואליציוני הבא עם 4 שחקנים, קבוע $T \geq 10$ ומתקיים ל $S \in \{\{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2\}\}$, $v(S) = v(S \cup \{4\}) = 10$, $v(\{1,2,3,4\}) = T$, אחרת $v(S) = 0$

- א. עבור $T = 10$ חשבו את ערך שפלי ופתרון מסוים מהליבה (אם היא לא ריקה).
- ב. הראו שניתן להגיע לפתרון בסעיף הקודם בלי חישוב (רמז: השתמשו בתכונות ערך שפלי, ובמשפט שלמדנו על הליבה)
- ג. חשבו את ערך ה T המינימאלי שעבורו הליבה אינה ריקה.

תרגיל 3:

משחק הקפצת הצפרדע: הצפרדע בקומה - 1. משחק שני שחקנים, אם הצפרדע בקומה a , כל שחקן בתורו מעלה את הצפרדע לקומה גבוהה יותר החל מקומה $a + 1$ עד לקומה $a + X$, או להקפיץ את הצפרדע לקומה $2 \cdot a$, השחקן הראשון שהביא את הצפרדע לקומה Y או גבוהה ממנה, ניצח

- א. הראו שעבור $Y=100$ קיים X שבו לשחקן 1 אחד אסטרטגיה מנצחת.
- ב. הראו שעבור $Y=100$ קיים X שבו לשחקן 2 אסטרטגיה מנצחת.
- ג. חשבו את האסטרטגיה המנצחת עבור $X=2, Y=16$
- ד. הראו שלכל Y, X אם בנוסף שחקן אחד יכול לבחור את שהקומה ההתחלתית במשחק תהייה 1 או 2 אז יש לו אסטרטגיה מנצחת

תרגיל 4:

א. מצאו שידוך יציב המתקבל מחיזור גברים, ושידוך יציב המתקבל מחיזור נשים עבור העדפה הבאה:

3	2	1		3	2	1	
גלי	בר	אורנה	אנדרי:	אנדרי	גל	בוריס	אורנה:
אורנה	גלי	בר	בוריס:	בוריס	אנדרי	גל	בר:
בר	אורנה	גלי	גל:	אנדרי	בוריס	גל	גלי:

- ב. הוכיחו/הפריכו, הניחו כי מספר הגברים והנשים שווה ל $n \leq 3$
- a. גל נמצא בראש רשימתה של גילה וגילה נמצאת בראש רשימתו של גל, הוכיחו/הפריכו כי בכל שידוך יציב גל וגילה משודכים זה לזו.
- b. דן נמצא בתחתית רשימתה של דינה, דינה נמצאת בתחתית רשימתו של דן, הוכיחו/הפריכו קיים שידוך יציב שבו דן ודינה משודכים זה לזו.

תרגיל 5:

פרויקט ציבורי - נתונים n שחקנים, לכל שחקן ערך פרטי v_i שהפרויקט יתקיים, עלות הקמת הפרויקט הוא C , תכננו מנגנון VCG הממקסם את הרווחה החברתית (הרווחה החברתית היא $\sum_i v_i - C$, אם הפרויקט מבוצע ו-0 אחרת).

א. חשבו את התשלומים ואת תוצאת המנגנון עבור:

$$a. \quad C = 10, v = (3, 4, 5)$$

$$b. \quad C = 10, v = (3, 4, 1)$$

$$c. \quad C = 10, v = (3, 3, 4, 5)$$

- ב. האם במנגנון VCG הפרויקט תמיד יבוצע? אם לא, הראו את התנאי כפוי של v_i, C
- ג. מה יהיו התשלומים לשחקנים במקרה אם הפרויקט יבוצע, מה התשלומים אם הפרויקט לא יבוצע. , הראו את התשלומים כפוי של v_i, C
- ד. האם התשלומים שייאספו יכסו תמיד את הקמת הפרויקט? האם התשלומים שייאספו לעולם לא יכסו את הקמת הפרויקט?