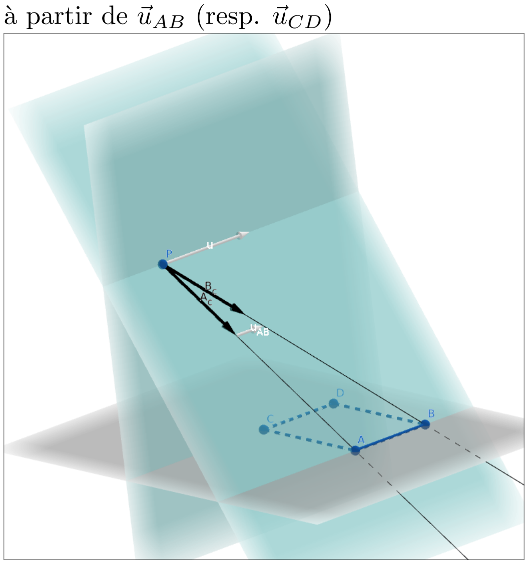
Maths pour localiser un ArUco

Ayman AIT HADDOU

October 16, 2025

1 Explications

On considère un tag ArUco carré $(ABDC)$ comme dans l'illustration ci dessous.
On a la caméra en P qui capture une image du tag.
À l'aide de opencv, on retrouve les vecteurs $\vec{A}_c$, $\vec{B}_c$, $\vec{C}_c$ et $\vec{D}_c$.
Où si l'on pose $\mathcal{P}$ le plan orthogonal à la direction de la caméra du coté de la direction de la caméra et à distance 1 de P, $\vec{X}_c$ est le vecteur de P au point de $(XP) \cap \mathcal{P}$.
On cherche dans un premier temps $\vec{u}$ un vecteur directeur de $(A, P, B) \cap (C, P, D)$ qui est collinéaire à $\vec{AB}$ et à $\vec{AC}$.
On va ensuite chercher le vecteur $\vec{u}_{AB}$ (resp. $\vec{u}_{CD}$) colinéaire à $\vec{AB}$ (resp. $\vec{CD}$) entre $P + \vec{A}_c$ à un point de (PB) (resp. entre $P + \vec{C}_c$ à un point de (PD))
Ensuite comme on connait la vraie longueur des côtés du carré $(ABDC)$ en comparant $||\vec{u}_{AB}||$ (resp. $||\vec{u}_{CD}||$) on peut rerouver le facteur par lequel multiplier pour trouver $\vec{PA}$ (resp. $\vec{PC}$) à partir de $\vec{A}_c$ (resp. $\vec{C}_c$) et $\vec{AB}$ (resp. $\vec{CD}$) à partir de $\vec{u}_{AB}$ (resp. $\vec{u}_{CD}$)



2 Recherche de $\vec{u}$

Soit $\vec{u}$ un vecteur directeur de $(A,P,B) \cap (C,P,D)$. On pose $\vec{n_1} = \vec{A_c} \wedge \vec{B_c}$ normal à (A,P,B) et $\vec{n_2} = \vec{C_c} \wedge \vec{D_c}$ normal à (C,P,D).
On prend alors $\vec{u} = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2$

3 Calcul de $\vec{u}_{AB}$

On raisonne uniquement sur le points et les vecteurs du plan (APB) on raisonnera de même pour C et D.

Dans le plan vectoriel parrallèle à (APB) (sa direction), on cherche $\vec{u}_{AB}$ le projeté de $\vec{B_c} - \vec{A_c}$ sur $Vect(\vec{u})$ parallèlement à $Vect(\vec{B_c})$. (regarder l'illustration pour comprendre le sens géometrique)

On pose avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

$$\vec{A_c} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{B_c}$$

On a

$$\begin{cases} \alpha\vec{u}\cdot\vec{u} & +\beta\alpha\vec{B_c}\cdot\vec{u} & = \vec{A_c}\cdot\vec{u} \\ \alpha\vec{u}\cdot\vec{B_c} & +\beta\alpha\vec{B_c}\cdot\vec{B_c} & = \vec{A_c}\cdot\vec{B_c} \end{cases}$$

On pose alors

$$\begin{aligned} a &= \vec{u}\cdot\vec{u} & d &= \vec{A_c}\cdot\vec{u} \\ b &= \vec{u}\cdot\vec{B_c} & e &= \vec{A_c}\cdot\vec{B_c} \\ c &= \vec{B_c}\cdot\vec{B_c} \end{aligned}$$

on a

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

et enfin

$$\vec{u}_{AB} = \alpha\vec{u}$$

4 Comparaison de $\vec{u}_{AB}$ à $\vec{AB}$ ce qui donne $\vec{PA}$

On remarque

$$AB\vec{A_c} = ||\vec{u}_{AB}||\vec{PA}$$

On a enfin

$$\vec{PA} = \frac{AB}{||\vec{u}_{AB}||}\vec{A_c}$$

$$\vec{PB} = \frac{AB}{||\vec{u}_{AB}||}(\vec{A_c} + \vec{u}_{AB})$$

De même on peut trouver $\vec{PC}$ et $\vec{PD}$.