

מטלה 3 – נורמליזציה

מתרגל אחראי: אדם עוזיאל.

שאלה 1:

נתונה תבנית של יחסים $R=(A,B,C,D,E)$, ונתונה הקבוצה הבאה של תלויות פונקציונליות החלות עליה:

$$F=\{ABC \rightarrow E, BD \rightarrow AE, D \rightarrow AB, C \rightarrow BE\}$$

א. מצאו כיסוי קנוני ל-F.

הערה: למי ששכח המונח כיסוי קנוני הוא שם נרדף למונח כיסוי מינמלי

ב. מצאו את כל המפתחות הקבילים של R.

ג. אם R אינה ב-BCNF פרקו את R פירוק משמר מידע ומשר תלויות בצורה הגבוהה ביותר האפשרית (BCNF), ואם אי אפשר (3NF).

א.

$$F = \{ABC \rightarrow C, BD \rightarrow AE, D \rightarrow AB, C \rightarrow BE\}$$

$$F_c = ?$$

$$G \leftarrow \{(x \rightarrow A) | \exists Y ((x \rightarrow Y) \in F \wedge A \in Y)\}$$

$$G = \{ABC \rightarrow E, BD \rightarrow A, BD \rightarrow E, D \rightarrow A, D \rightarrow B, C \rightarrow B, C \rightarrow E\}$$

$$BD \rightarrow A : D^+ = \{D, A\} \twoheadrightarrow D \rightarrow A$$

אבל קיים $D \rightarrow A$, לכן $BD \rightarrow A$ מיותרת!

$$G = \{ABC \rightarrow E, BD \rightarrow E, D \rightarrow A, D \rightarrow B, C \rightarrow B, C \rightarrow E\}$$

$$BD \rightarrow E : B^+ = \{B\}; D^+ = \{D, B\}$$

$$ABC \rightarrow E : AB^+ = \{A, B\}; BC^+ = \{B, C, E\}$$

ניתן להגיע ל-E ע"י חישוב הסגור BC^+ , לכן התכונה A מיותרת בתלות $ABC \rightarrow E$!

$$G = \{BC \rightarrow E, BD \rightarrow E, D \rightarrow A, D \rightarrow B, C \rightarrow B, C \rightarrow E\}$$

$$BC \rightarrow E : B^+ = \{B\}; C^+ = \{C, B, E\}$$

ניתן להגיע ל-E ע"י חישוב הסגור C^+ , לכן התכונה B מיותרת בתלות $BC \rightarrow E$

$$G = \{C \rightarrow E, BD \rightarrow E, D \rightarrow A, D \rightarrow B, C \rightarrow B, C \rightarrow E\}$$

$$F_c = G = \{BD \rightarrow E, D \rightarrow A, D \rightarrow B, C \rightarrow B, C \rightarrow E\}$$

ב.

נשים לב ש-C ו-D קיימים רק בצידי שמאל של תלויות $x \rightarrow y$ לכן הם בהכרח חלק ממפתח כביל.

כמו כן, נשים לב שהתכונות E ו-A קיימים רק בצידי שמאל של תלויות $x \rightarrow y$ לכן הם בהכרח לא חלק ממפתח כביל.

נמצא את המפתחות:

$$C^+ = \{C, E, B\} \neq G$$

$$CD^+ = \{C, D, A, B, E\} = G \rightarrow \text{CD is key!}$$

$$CB^+ = \{C, B, E\} \neq G$$

$$DB^+ = \{D, B, A, E\} \neq G$$

ג.

ג. אם R אינה ב-BCNF פרקו את R פירוק משמר מידע ומשר תלויות בצורה הגבוהה ביותר האפשרית (BCNF), ואם אי אפשר – 3NF).

$$G = \{ABC \rightarrow E, BD \rightarrow AE, D \rightarrow AB, C \rightarrow BE\}, R = A, B, C, D$$

$$\text{keys} : CD$$

התלות $ABC \rightarrow E$ מפרה BCNF לכן נפרק את R לשתי רלציות:

$$R_1 = \{A, B, C, E\} \quad R_2 = \{A, B, C, D\}$$

נמשיך לפרק את הרלציות באופן רקורסיבי, ברלציה השמאלית A מפר את BCNF:

$$R_{11} = \{B, E, C\} \quad R_{12} = \{A, C\}$$

שתי הרלציות הנ"ל ב-BCNF, הרלציה הימנית מורכבת משתי תכונות לכן ב-BCNF, ברלציה השמאלית כל התכונות תלויות C שהוא המפתח.

$$R_{21} = \{A, B, D\} \quad R_{22} = \{D, C\}$$

שתי הרלציות הנ"ל ב-BCNF, הרלציה הימנית מורכבת משתי תכונות לכן ב-BCNF, ברלציה השמאלית כל התכונות תלויות D שהוא המפתח.

הפירוק הנ"ל משמר תלויות, אם נבצע חיתוך בין כל הטבלאות נוכל לקבל בחזרה את התלויות המקוריות. כמו כן הפירוק הינו משמר מידע, ניתן לעשות חיתוך בין כל 2 תת רלציות מתאימות, לבדוק את הסגור ולראות שמתקיים שימור המידע.

שאלה 2:

נתונה הטבלה R(A, B, C, D, E, F) עם התלויות הבאות:

$$A, B \rightarrow D$$

$$B \rightarrow E$$

$$C, E \rightarrow F$$

$$F \rightarrow A, C$$

i. מצאו את כל המפתחות המינימאליים של R.

ii. בצעו פירוק (lossless) של R ל-BCNF כפי שנלמד בכיתה. התשובה צריכה לכלול את צעדי הגזירה (עם צעדים והתלות שהיוותה הפרה ל-BCNF בכל צעד), ואת הטבלאות שנוצרו עם השדות וכל המפתחות המינימאליים שלהן.

iii. האם השתמשתם בפירוק בסעיף ii בתלות פונקציונלית שמפרה את BCNF אך לא את 3NF? הסבירו בקצרה.

א.

$$F = \{AB \rightarrow D, B \rightarrow E, CE \rightarrow F, F \rightarrow AC\}, R = (A, B, C, D, E, F)$$

תחילה, נחשב את הכיסוי המינימלי F_C .

$$G \leftarrow \{(x \rightarrow A) \mid \exists Y((x \rightarrow Y) \in F \wedge A \in Y)\}$$

$$G = \{AB \rightarrow D, B \rightarrow E, CE \rightarrow F, F \rightarrow A, F \rightarrow C\}$$

נבדוק האם יש תכונות מיותרות בצד שמאל של תלות $x \rightarrow y$:

$$BD \rightarrow D : A^+ = \{A\}, B^+ = \{B, E\}$$

$$CE \rightarrow F : C^+ = \{C\}, E^+ = \{E\}$$

אין תכונות מיותרות בצידי שמאל.

כעת נבדוק האם יש תלות שניתנת להסקה מתלויות אחרות:

$$F_C = G = \{AB \rightarrow D, B \rightarrow E, CE \rightarrow F, F \rightarrow A, F \rightarrow C\}$$

התכונה B קיימת רק בצידי שמאל של תלויות $x \rightarrow y$, לכן היא בהכרח חלק ממפתח כביל

נחשב סגורים:

$$B^+ = \{B, E\}$$

$$BC^+ = \{B, C, E, F, A, D\} = R \rightarrow BC \text{ is key}$$

$$BF^+ = \{B, F, A, C, D, E\} = R \rightarrow BF \text{ is key}$$

ב.

ii. בצעו פירוק (lossless) של R ל-BCNF כפי שנלמד בכיתה. התשובה צריכה לכלול את צעדי הגזירה (עם צעדים והתלות שהיוותה הפרה ל-BCNF בכל צעד), ואת הטבלאות שנוצרו עם השדות וכל המפתחות המינימאליים שלהן.

$$F_C = G = \{AB \rightarrow D, B \rightarrow E, CE \rightarrow F, F \rightarrow AC\}$$

התלות $AB \rightarrow D$ מפרה BCNF כיוון ש- AB אינו מפתח על של רלציה R , נפרק:

$$AB^+ = \{A, B, D, E\} \rightarrow R_1 = (A, B, D, E), R_2 = (A, B, C, F)$$

עבור $R_1, AB \rightarrow D$ מפרה BCNF, שוב כוון ש- AB אינו מפתח על של רלציה R_1 , נפרק:

$$AB^+ = \{A, B, D\} \rightarrow R_{11} = \{A, B, D\}, R_{12} = \{B, E\}$$

הרלציה R_{11} מקיימת BCNF כיוון שבתלות $AB \rightarrow D$, D ת"פ בכל המפתח של רלציה R_{11} (שכאמור הינו AB). הרלציה R_{12} מקיימת BCNF כי 2 תכונות.

$$R_{21} = (F, A, C), R_{22} = (F, B)$$

רלציה $R_{22} = (F, E)$ מורכבת מ-2, לכן מקיימת BCNF. רלציה $R_{21} = (F, A, C)$ מקיימת גם כן BCNF היות והמפתח שלה הינו F , והת"פ הניתנות הינן $F \rightarrow A, F \rightarrow C$.

סהכ מהפירוק קיבלנו את הרלציות:

$$R_{11} = \{A, B, D\}, R_{12} = \{B, E\}, R_{21} = (F, A, C), R_{22} = (F, B)$$

ניתן גם לראות שזהו פירוק $LOSSLESS$, ז"א פירוק שמשר מידע, כיוון שאם נעשה ג'וין על כל הרצלויות שקיבלנו, נקבל חזרה את הרלציה R המקורית.

ג.

iii. האם השתמשתם בפירוק בסעיף ii בתלות פונקציונלית שמפרה את BCNF אך לא את 3NF? הסבירו בקצרה.

לא, בכל הפירוקים שביצענו הופר גם BCNF וגם 3NF, ההפרות היו או ששדה היה תלוי בשדה שאינו מפתח או בשדה שהוא מפתח אבל לא מפתח העל ברלציה.