$$\sum_{n=1}^{\infty} \overset{\text{ortak terim}}{a_n} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \Rightarrow \text{Sonsuz seri}$$

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n \Rightarrow \text{Kısmi toplamlar}$$

• Eğer S_n yakınsak ve $\lim_{n\to\infty} S_n = S$ ise $\sum a_n$ serisi yakınsaktır.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a.r^{n-1} = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + \dots \Rightarrow \text{Geometrik seri}$$

$r=1$ ise geo. seri ıraksaktır.
$r\neq 1$ ise geo. seri incelenir.
$|r|<1$ olduğunda seri yakınsaktır ve toplamı $\frac{a}{1-r}$
$|r|\geq 1$ ise seri ıraksaktır.

Sıkıştırma Teoremi

$a_n \leq b_n \leq c_n$ ve $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n = L$ ise $\lim_{n\to\infty} b_n = L$ dur.

Teorem

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisi yakınsak ise $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$'dır. (Tam tersi geçerli değildir)

Iraksaklık testi

$\lim_{n\to\infty} a_n$ yoksa veya $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisi ıraksaktır.

Eğer bir seri için "$\lim_{n\to\infty} S_n$" limitini bulmakta zorlanıyorsak, bu durumda farklı karşılaştırma testleri

İntegral Testi

$a_n = f(n)$ olmak üzere $[1,\infty)$ aralığında tanımlı, pozitif, azalan bir f fonksiyonu için $\int_1^{\infty} f(x)dx$ yakınsak ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisi yakınsaktır.

$\int_1^{\infty} f(x)dx$ ıraksak ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisi ıraksaktır.

$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}}$, p serisi olarak adlandırılır. Bu seri için

$p > 1$ yakınsak

$p \leq 1$ ıraksaktır.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots$, harmonik seri ($p=1$ olan p serisi)

Karşılaştırma Testleri

$\sum a_n$ ve $\sum b_n$ pozitif terimli seriler olsun.

- $\sum b_n$ yakınsak ve her n için $a_n \leq b_n \Rightarrow \sum a_n$ yakınsaktır.
- $\sum b_n$ ıraksak ve her n için $a_n \geq b_n \Rightarrow \sum a_n$ ıraksaktır.

Limit Karşılaştırma Testi

$\sum a_n$ ve $\sum b_n$ pozitif terimli seriler ve

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$ ise ($c>0$ ve sonlu) her iki seride

ya yakınsak veya her iki seride ıraksaktır.

$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}}$, alterne bir seridir.

Alterne Seri Testi

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot b_n = b_1 \mp b_2 \mp \cdots$

- her n için $b_{n+1} \leq b_n$
- $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$

ise yakınsaktır.

Mutlak Yakınsaklık

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = |a_1| + |a_2| + \dots \quad \text{serisi olsun.}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ yakınsak ise $\sum a_n$ serisi Mutlak yakınsaktır.

$\sum a_n$ serisi Mutlak yakınsak ise $\sum a_n$ aynı zamanda yakınsaktır.

Oran Testi

- $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L < 1$ ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ mutlak yakınsaktır.
- $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L > 1$ veya $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \infty$ ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisi ıraksaktır.

$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 1$ ise bilgi vermez.