

Lezione 5 Codici ridondanti e non 2

martedì 3 ottobre 2023 13:54

Torniamo ad un esercizio sulla virgola mobile : Convertire 0.3 in virgola mobile:

Si supponga di avere mantissa a 5 bit e esponente a 4 bit

Numero	Moltiplicato per 2	Resto
0.3	0.6	0
0.6	1.2	1
0.2	0.4	0
0.4	0.8	0
0.8	1.6	1

Qui il processo si interrompe che si ripete , quindi il risultato è :

0.01001(si ripetono)

Riportando il risultato nella forma canonica $1.x$ si ha che :

1,001(periodico)* 2^{-2}

Il quale riportando la mantissa a 5 bit diventa :

1,0011001* 2^{-2}

Riassumendo quindi :

N=7

Esponente = $-2+7=+5 \rightarrow 0101$

S=0

Andiamo a vedere ora l'errore assoluto e quello relativo :

$$\varepsilon_A = x - x' \quad \varepsilon_R = \frac{x - x'}{x}$$

Il primo vale :

$$0.3 - (2^{-2})(1*2^{-3} + 1*2^{-4}) = 0.003125$$

(qui si prende il valore normalizzato , o meglio la parte della mantissa)

Il secondo invece :

$$(0.3 - 0.296875) / 0.3 = 0.104$$

Mentre per quanto riguarda il numero corretto di cifre si fa il log:

$$-\log(0.0104) = 2 !!!$$

Vediamo ora un metodo che serve per costruire codici a distanza $h \geq 3$: **codice di humming**: data una qualunque sequenza di bit da trasmettere, vi si associano n bit di parità , in modo che il messaggio venga codificato.

Posizione cifra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Dato codificato	p1	p2	d1	p4	d2	d3	d4	p8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	p16	d12	d13	d14	d15	
Copertura bit di parità	p1	✓		✓		✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓	
	p2		✓	✓			✓	✓			✓	✓			✓	✓			✓	✓	
	p4				✓	✓	✓	✓				✓	✓	✓	✓	✓					✓
	p8								✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓					
	p16																✓	✓	✓	✓	✓

Vediamo ora in dettaglio come funziona:

1. **Ipotesi fondamentale** :
 - a. $N+1 \leq 2^n - n$
2. Bit di parità o controllo sono nelle posizioni delle potenze di 2 : 1,2,4,8 ecc ecc

Esempio :

1. Codificare 10011010
2. $N=8$ per trovare k si va a tentativi:
 - a. $K=3$ non rispetta disequazione : $9 \leq 7$ FALSO
 - b. $K=4$ rispetta disequazione : $9 \leq 16-4$ Vero -> prendiamo questo valore di k
 - c. $M=n+k \rightarrow 8+4=12$
3. Si scrive il messaggio nel seguente modo includendo i bit di parità :
 - a. ****1*0001*1010 [^], dove gli "*" sono i bit di parità nelle posizioni delle potenze di 2, assumendo la cifra meno significativa a sinistra**
4. Vediamo la rappresentazione in binario delle configurazioni:

1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100

Dopo mi fermo perché uso 12 bit massimo!

5. Dato che abbiamo 4 bit di parità dobbiamo trovare la parità di tutte le k parole : per ogni bit dobbiamo vedere il bit n -esimo settato ad "1" se presente :
 - a. $P1 = 1,3,5,7,9,11$
 - i. Di questa configurazione prendiamo i valori nella [^] corrispondenti , ignorando il primo numero in cui compare :
 - ii. Nel nostro caso : $1+0+1+1+1$
 - b. $P2 = 2,3,6,7,10,11$
 - i. Nel nostro caso : $1+0+1+0+1$
 - c. $P4 = 4,5,6,7,12$
 - i. Nel nostro caso : $0+0+1+0$
 - d. $P8 = 8,9,10,11,12$ non vado oltre perché ho solo 12 bit
 - i. Nel nostro caso : $1+0+1+0$
 - e. Di ognuna di queste configurazioni facciamo or tra gli addendi : se totale è pari il bit di parità vale 0 , altrimenti 1
 - i. In questo esempio ho come sequenza 0110
 - f. **Assemblo il messaggio finale inserendo al posto di "*" i bit corrispondenti :**

i. 011100101010