

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA
INGEGNERIA CIVILE E A&T E INFORMATICA

SECONDA PROVA DI VALUTAZIONE IN ITINERE - 14 GIUGNO 2019
A.A. 2018-2019

Durata della prova 2 ore

Punteggi: 1) 5 + 5 + 6 + 6; 2) 4 + 4.

Totale = 30.

Esercizio 1 Si consideri il vettore aleatorio (X, Y) con densità congiunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} 15x^2y & \text{se } 0 < x < y < 1; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- (i) Trovare le densità di X e Y e calcolare $Cov(X, Y)$.
- (ii) Trovare la densità condizionale di X dato $Y = 1/2$ e calcolare $E[X|Y = 1/2]$.
- (iii) Calcolare $P(Y < \frac{1}{2}|X < \frac{1}{4})$ e $P(X + Y \leq 1)$;
- (iv) Trovare la funzione di ripartizione della variabile aleatoria $Z = \frac{X}{Y}$ e determinarne la densità. Calcolare inoltre la densità della v.a. $W = -\ln Z$

Esercizio 2 Si commissiona uno studio per valutare la proporzione θ di incidenti mortali sul numero totale di incidenti automobilistici avvenuti nei fine settimana. A tale proposito si osserva un campione di 100 incidenti e per ogni $i \leq 100$ si pone $X_i = 1$ se l' i -esimo incidente è stato mortale, $X_i = 0$ altrimenti. Si rileva che sul campione in esame, 16 incidenti sono stati mortali.

- (i) Calcolare un intervallo di confidenza di livello 0.99 per il parametro θ ;
- (ii) Sia $\theta = \frac{1}{5}$. Utilizzando l'approssimazione normale, stimare la probabilità che su 400 incidenti almeno 20 siano stati mortali.