TIPI DI DENSITÀ

$X \sim Uni(a,b) \Rightarrow f(x) = \mathbb{1}_{(a,b)}(x) \cdot \frac{1}{b-a}$

$X \sim exp(\lambda) \Rightarrow f(x) = \mathbb{1}_{(0,+\infty)}(x) \cdot \lambda e^{-\lambda x}$ | $F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = P(X \leq x)$ | $P(X > x) = e^{-\lambda x} = S(x)$

PROPRIETÀ DI MANCANZA DI MEMORIA:

$P(X > t+s \mid X > s) = P(X > t)$

$X \sim N(m, \sigma^2) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$

$X \sim N(0,1) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ (NORMALE STANDARD)

$X \sim \Gamma(\alpha, \lambda) \Rightarrow f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}$, con $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$, $\Gamma(n) = (n-1)!$

DENSITÀ DI UN CERCHIO (X, Y), $f(x,y) = \frac{1}{\pi} \mathbb{1}_C(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & \text{se } x^2+y^2 \leq 1 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$

MEDIA E VARIANZA DI V.A CONTINUE

$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$ $\quad Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$, con $E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f_X(x)\, dx$

$X \sim Uni(0,1)$, $E(X) = \frac{1}{2}$, $Var(X) = \frac{1}{12}$

$X \sim N(0,1)$, $E(X) = 0$, $Var(X) = 1$

$X \sim exp(\lambda)$, $E(X) = \frac{1}{\lambda}$, $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

$X \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$, $E(X^\beta) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \lambda^\beta} = E(X^\beta) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\lambda}, & \text{se } \beta = 1 \\ \frac{\alpha(\alpha+1)}{\lambda^2}, & \text{se } \beta = 2 \end{cases}$, $Var(X) = \frac{\alpha}{\lambda^2}$

DENSITÀ CONDIZIONALE

$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$, $\quad f_{Y|X}(y|x) = \frac{f(x,y)}{f_X(x)}$

SE X, Y INDIPENDENTI $\Rightarrow \frac{f(x,y)}{f_Y(x)} = \frac{f_X(x) \cdot \cancel{f_Y(y)}}{\cancel{f_Y(y)}} = f_X(x)$

MEDIA CONDIZIONALE

$E[X \mid Y=y] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_{X|Y}(x|y)\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \frac{f(x,y)}{f_Y(y)}\, dx$, ovvero la media della densità condizionata

ADDIZIONE DI V.A GENERALE

$$Z = X + Y, \quad f_Z(z) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, z-x)\, dx, & X, Y \text{ non indip} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) \cdot f_Y(z-x)\, dx, & X, Y \text{ indip} \end{cases}$$

ADDIZIONE DI V.A. Gamma

$X \sim \Gamma(\alpha, \lambda_1)$, $Y \sim \Gamma(\beta, \lambda_2)$, AVREMO: $X + Y = Z \sim \Gamma(\alpha+\beta, \lambda)$

con $\lambda_1 = \lambda_2$ — solo se X, Y indip

ADDIZIONE DI V.A NORMALI

$X \sim N(m, \sigma^2)$, $Y \sim N(\mu, \tau^2)$, AVREMO: $X + Y = Z \sim N(m + \mu, \sigma^2 + \tau^2)$

solo se X, Y indip

NORMALIZZAZIONE

$X \sim N(0,1)$, $Y = \sigma X + m \implies Y \sim N(m, \sigma^2)$

QUINDI SE: $\left\{\begin{array}{l} Z = \sigma X + m \\ Z \sim N(m, \sigma^2) \end{array}\right\} \implies X = \dfrac{Z - m}{\sigma} \sim N(0,1)$

TROVARE MARGINALI DA CONGIUNTA

$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\, dy$, $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\, dy$