# 商品组合的风险分析与风险管理

## ——衍生品系列研究之（十）

报告发布日期 2017 年 12 月 14 日

证券分析师 朱剑涛
021-63325888*6077
zhujiantao@orientsec.com.cn
执业证书编号：S0860515060001

### 相关报告

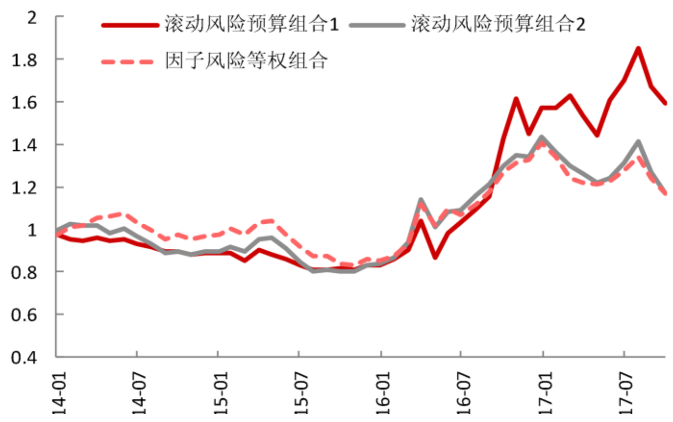
| | |
|---|---|
| 商品市场宏观风险因子模型初探 | 2017-12-13 |
| 局部波动率模型场外期权定价与对冲 | 2017-12-12 |
| 局部波动率模型期权定价实证研究 | 2017-09-08 |
| 商品期货中的 alpha 策略 | 2017-07-11 |

### 研究结论


- **商品组合的风险来源**：Markowitz 现代投资组合理论的前提是风险来自于不同的资产本身，但对于商品组合来说，这种基于资产的风险分析具有一些缺点：尽管易于对组合风险进行分解，但当资产数量较多时或不同资产强相关时，很难对目标风险进行适当性地管理
- 而在 Barra 风险因子模型的思想下，组合风险可被认为来源于风险因子，而风险溢价在是承担相应风险的补偿。一般情况下风险因子具有一定的正交性，能够更清晰地剥离出不同因子所带来的风险，而且基于因子能更好地对组合进行风险预算管理。
- **组合风险分析**：在因子空间内，因子的权重为风险暴露系数，因子风险贡献度除了与资产协方差矩阵有关之外，还和因子截面暴露矩阵有关。我们认为，本质上这方式在没有约束条件时等价于基于资产的风险分解，二者可以通过一个由暴露度矩阵及其左零空间矩阵所构成的非奇异矩阵进行相互转换。
- 对南华等商品指数的实证分析发现，贡献度较高的品种多集中在黑色系、橡胶等波动风险较高的品种上；而从因子角度来看则需要联系商品市场所处的宏观环境的变化，2015 年之前 Currency 影响较大，随后由于央行降息降准，Liquidity 的影响占据主导，而近期通胀因素的影响逐渐起势。
- **组合风险管理**：风险预算组合的特点是不能控制总体风险，却能控制各影响因子的相对大小，但也无法严格与预算匹配，这是由于(1)考虑了限制换手率等约束条件的优化问题有时并不能获得最优解；(2)风险因子模型的平均 Adj-$R^2$ 仅 43%，大部分特定风险收益无法被模型所解释。
- (1)在构建因子风险等权组合时如果也考虑特定风险的话，组合的表现优于同期资产 EW 组合、资产 ERC 组合；(2)某个因子的风险预算足够大时，就相当于只暴露于这一个因子，在无换手限制时组合净值就很大程度上接近于单因子累计收益表现；(3)依据风险因子持续性的特点所构造的滚动风险预算策略获得 12.9%年化收益，夏普比率约 0.44。


### 风险提示

- 量化模型失效风险
- 市场极端环境的冲击



# 目录

目前大多数 CTA 策略都具有一定的品种依赖性，比如趋势型的策略较适用于动量特征明显的黑色系品种，但是单品种单策略的 CTA 业绩往往容易有较大波动，投资组合采用多品种多策略同时运行，通过低相关性来降低组合的波动风险。但有时候一旦无法配置合理的比例，组合也将面临具大的风险。因此，我们认为有必要对和商品期货组合相关的风险配置问题进行较为深层地探索。本篇报告的核心内容是从资产的角度和从风险因子的角度，分别对国内商品所构建的组合进行**事后的风险分析**，并通过最优化问题对组合进行**事前的目标风险管理**。

对投资组合进行风险分析和风险管理的首要问题是确定组合风险度量方式，一般情况下对风险度量的方法 $\mathbf{R}$ 的认定需要满足一致性和凸性（T. Roncalli，2013），从数学角度来看则是应该具有以下几个性质：次可加性、齐次性、单调性和平移不变性。除了在实务中较为常用的风险度量方式有标准差 $\sigma$ 、在险价值 VaR 和期望亏空 Expected Shortfall，后两者与衡量尾部风险有关，计算结果涉及 $\alpha$ 分位数，还有一些与收益相关的风险指标，比如特雷诺比率、夏普比率等。而为了简便和统一，**在本篇报告中的所有涉及风险度量的研究分析我们都采用标准差**。

# 一、组合风险分析

除了衡量组合风险，完成对组合风险管理的重要一步也是对组合风险进行分解，目的是分析组合暴露的风险和哪些因素（资产或因子）相关。继 PanAgora 基金的 Edward Qian 提出了风险均衡（Risk Parity）思想之后，越来越多的人开始关注到风险贡献度的概念，即，**(1)风险的贡献度等于风险的暴露与对应的边际风险贡献的乘积，(2)所有风险因素的风险贡献度之和又等于整个组合的风险，这两点是风险平价思想的核心，也被称为欧拉配置原则**。反过来，组合风险分解便是欧拉分解过程，应同样满足上述条件。

在我们看来，组合风险分析（即分解风险）可以从不同类别的风险暴露空间来进行：一个是在资产空间内的风险分析（Asset-based Risk Analysis），资产的权重其实是组合在该资产上的风险暴露值，每个资产都是组合风险的独立来源，或者说该空间内的“基”是各项资产，而权重便是在“基”上的“投影”；而另一个是在因子空间内的风险分析（Factor-based Risk Analysis），此时组合的风险来源于各个风险因子的贡献，该空间内的“基”由各个独立的风险因子构成（包括普通风险因子和特定风险因子），而在“基”上面的投影是组合在风险因子上的风险暴露值，组合风险暴露值实际上又来源于截面上各资产的因子暴露度矩阵与组合内各资产的权重向量的内积。

## 1.1 理论推导

接下来我们首先介绍一下这两种风险分解方式的理论推导过程。

### 1.1.1 基于资产的风险分解

对于一个含有 N 种资产的投资组合来说，假设它在各个资产上的权重分布由 N×1 阶的列向量 $\mathbf{x} = (x_1 \quad \cdots \quad x_N)'$ 来表示。那么该**组合的整体风险就可以由权重分布列向量 $\mathbf{x}$ 和组合内各个资产间的协方差矩阵 $\mathbf{\Sigma}$** 来描述，

$$\sigma(\mathbf{x}) = \sqrt{\mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}} = \sqrt{\sum_i^N \sum_j^N x_i x_j Cov(r_i, r_j)}$$

其中对协方差矩阵 $\mathbf{\Sigma}$ 的估计可以由样本区间内的资产历史收益率来进行估计。由于对于某资产组合来说，可进行调控的仅仅只是资产 i 在整个组合中所占的比重，所以我们就需要计算出资产 i 的权重变化对整个组合风险的影响，也就是单个资产的边际风险（或者叫做边际波动率），

$$MC_a(x_i) = \left(\frac{\partial\sigma(\mathbf{x})}{\partial\mathbf{x}}\right)_i = \left(\frac{1}{2}(\mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{x})^{-\frac{1}{2}} \cdot (2\mathbf{\Sigma}\mathbf{x})\right)_i = \frac{(\mathbf{\Sigma}\mathbf{x})_i}{\sqrt{\mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}}。$$

那么资产 i 对应的风险贡献度则也可计算出来，

$$RC_a(x_i) = x_i \cdot MC_a(x_i) = x_i \frac{\partial\sigma(\mathbf{x})}{\partial x_i} = \frac{x_i(\mathbf{\Sigma}\mathbf{x})_i}{\sqrt{\mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}},$$

如果用占比来表示资产 i 的风险贡献度的话，则为 $\%RC_a(x_i) = \frac{RC_a(x_i)}{\sigma(\mathbf{x})} = \frac{x_i(\mathbf{\Sigma}\mathbf{x})_i}{\mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}$。同时对于像 $\mathbf{R} = \sigma(\mathbf{x})$ 这样的任何具有**凸函数形式的风险度量，它的风险分解方式均满足欧拉分解**（Euler decomposition），也就是说所有资产的风险贡献度总和应该等于组合的整体风险，即 $\sigma(\mathbf{x}) = \sum_i RC_a(x_i) = \sum_i \frac{x_i(\mathbf{\Sigma}\mathbf{x})_i}{\sqrt{\mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}} = \sqrt{\mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}$。

所以一旦估计出了组合内各个资产之间的协方差矩阵 $\mathbf{\Sigma}$ 就可以将组合风险分解至各个资产上，这样就可以通过权重分布得到组合的风险贡献分布。如果某资产风险贡献度越高，就说明组合的风险越易受到该资产风险波动的影响，这时若想要降低组合风险的话就需要降低组合在该资产上暴露的头寸。除此之外，在给定了一个目标函数及其约束条件（一般为带非线性约束条件的非线性函数）之后，我们也可以通过序列二次规划(Sequential Quadratic Programming)等最优化算法以获得最合适的组合权重分布，最终达到控制组合风险的目的。

但是如果组合内资产数量很多时（N 很大），如果仍然采用以上基于资产的风险分解方式进行组合风险管理的话，就会变得"臃肿"而有些不合适了，一方面是因为由于截面上资产数量过大，而如果样本长度 L 小于资产数量 N，就会致使采取历史收益率序列估计出来的样本协方差偏差较大，而**组合优化结果又非常敏感于样本协方差的估计准确度**，所以一点点的偏差就会得到差别很大的最优权重分布；而另一方面，对组合在某目标函数（N 元的非线性凸函数）下进行权重优化时的计算过程也会变得非常复杂，降低计算效率，甚至也可能无法得到最优解。我们知道股票组合内的股票数量一般都会很大，这样的风险分解方式一般不太适合对股票组合进行风险管理，而像 FOF 组合、商品期货组合可以采用这样的方式，因为一般情况下它们的子资产数量都不会太多。

T. Roncalli 在其著作《Introduction to Risk Parity and Budgeting》中提出，如果从风险预算策略（在后文 2.2 部分会详细提及）构建的角度来考虑，基于资产的风险管理存在着几个陷阱，对

于某些组合中如果某些资产之间的相关性较高时，很难满足风险预算组合复制不变性和正向线性组合不变性（T. Roncalli, 2013）。简单地举个例子来说，如果组合内某两个资产是完全相同，从资产的角度分解出来的风险贡献度就会相同，那么实际上就会影响风险平价的优化结果，也就很难达到风险分散的目的。而如果资产之间的相关性很低，那么便可以很好地控制各个资产上的风险贡献，以用过最优的权重分布来降低组合的风险。

### 1.1.2 基于因子的风险分解

在我们的上一篇专题报告《商品市场宏观风险因子模型初探》中，基于宏观风险因子的几个特点，构建了宏观因子的结构化的风险因子模型。模型的本质其实就是从因子的角度对收益率做出一定的解释，可以用一系列风险因子的风险暴露系数与对应的风险溢价来进行表述，具体地形式如下，

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{A}\mathbf{f} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{N1} & \cdots & B_{NK} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{pmatrix}$$

$\mathbf{A}$ 是 N×K 阶的因子暴露度矩阵，$\mathbf{f}$ 是 K×1 阶的因子收益率向量，$\boldsymbol{\varepsilon}$ 是 N×1 阶的残差收益率向量，表示与资产相关的特定风险因子（即不能由 K 个已知因子所引起的、和资产特定相关的因子）带来的风险溢价。

我们此时就可以通过上述风险因子模型对资产间的协方差矩阵进行估计，一般情况下，该**多因子模型进行截面线性回归之后满足因子收益与残差收益之间不相关的条件**，即 $Cov(f_i, \varepsilon_j) = 0$ 对任意的 i∈（1，…，K）以及任意的 j∈（1，…，N）都成立。因此，我们可以将对各个资产间协方差矩阵再次分解成两个部分，一部分是和 K 个风险因子相关，而另一部分则与和 N 个资产的特定风险相关，

$$\boldsymbol{\Sigma} = Cov(\mathbf{A}\mathbf{f} + \boldsymbol{\varepsilon}) = Cov(\mathbf{A}\mathbf{f}) + Cov(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{A}' + \mathbf{D}$$

其中 $\boldsymbol{\Omega} = Cov(\mathbf{f})$ 表示因子收益率的协方差矩阵（阶数为 K×K），而 $\mathbf{D} = Cov(\boldsymbol{\varepsilon})$ 是特定风险收益率的协方差矩阵（阶数为 N×N），由于在多因子模型的框架下任意资产之间的特定风险收益率的相关性为 0，则 $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j = 0$，所以矩阵 $\mathbf{D}$ 实际只有对角元处的元素不为 0。

我们再回过头来看一下多因子模型表达式 $\mathbf{r}_a = \mathbf{A}\mathbf{f} + \boldsymbol{\varepsilon}$，并假设资产权重向量为 $\mathbf{x} = (x_1 \quad \cdots \quad x_N)'$，那么组合的收益率就可以被表述成 $\Pi = \mathbf{x}'\mathbf{r}_a = \mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{f} + \mathbf{x}'\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y}'\mathbf{f} + \boldsymbol{\eta}$，其中因子的权重向量为 $\mathbf{y} = (y_1 \quad \cdots \quad y_N)'$，则有 $\mathbf{y} = \mathbf{A}'\mathbf{x}$。这个式子就**把资产权重向量转为了因子的权重向量**，但实际问题处理时最终还是要求解资产权重向量的分布，因此也就意味着在知晓 $\mathbf{y}$ 分布时需要得到对应的 $\mathbf{x}$ 的分布，即求解方程 $\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{y}$，这里为了方便，假设 $\mathbf{B} = \mathbf{A}'$，为 $\mathbf{A}$ 的转置矩阵。

仔细看这个方程后发现，这其实相当于在求解一个非齐次线性方程。由于因子风险暴露矩阵 $\mathbf{A}$ 是 N×K 阶的，而一般情况下 N 大于 K（观测数超过因子数），所以矩阵 $\mathbf{B}$ 的行数小于列数，意味着方程若有解也只能为通解，而不是唯一解。理论情况下，该方程仅在系数矩阵的秩与增广矩阵的秩相同时 $\mathrm{rank}(\mathbf{B}) = \mathrm{rank}(\mathbf{B} \mid \mathbf{y})$ 是有解的，而且通解的形式为 $\mathbf{x} = \mathbf{B}^{+}\mathbf{y} + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^{+}\mathbf{B})\xi$，其中 $\mathbf{B}^{+}$ 是矩阵 $\mathbf{B}$ 的 Moore-Penrose 广义逆矩阵，$\xi$ 是任意的 N 维列向量，这里我们就简单假设 $\xi = \mathbf{x}$，则上式通解就可以整理为 $\mathbf{x} = \mathbf{B}^{+}\mathbf{y} + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^{+}\mathbf{B})\mathbf{x}$ 。

我们知道对于矩阵来说有 4 个基本子空间，其中左零空间的维数(n-r)与列空间的维数(r)之和与矩阵的行数(n)相同。所以我们可以构造一个非奇异矩阵 $(\mathbf{M} \quad \mathbf{N})$ ,并且矩阵 $\mathbf{N}$ 是矩阵 $\mathbf{M}$ 的左零空间，即满足 $\mathbf{M}'\mathbf{N} = \mathbf{0}$ 。对于这样的构造矩阵我们可以得到如下的等式关系，$\mathbf{I} = (\mathbf{M} \quad \mathbf{N})(\mathbf{M} \quad \mathbf{N})^{-1}\begin{pmatrix} \mathbf{M}' \\ \mathbf{N}' \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{N} \end{pmatrix} = \mathbf{M}\mathbf{M}^{+} + \mathbf{N}\mathbf{N}^{+}$。那么借由该关系式，再次考虑前文中的解的形式，假设 $\overset{+}{\mathbf{B}}$ 是 $\mathbf{B}^{+}$ 的左零空间，那么便有关系 $\mathbf{I} = \mathbf{B}^{+}(\mathbf{B}^{+})^{+} + \overset{+}{\mathbf{B}}(\overset{+}{\mathbf{B}})^{+} = \mathbf{B}^{+}\mathbf{B} + \overset{+}{\mathbf{B}}\mathbf{B}$，所以可得 $\mathbf{x} = \mathbf{B}^{+}\mathbf{y} + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^{+}\mathbf{B})\mathbf{x} = \mathbf{B}^{+}\mathbf{y} + \overset{+}{\mathbf{B}}\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{B}^{+}\mathbf{y} + \overset{+}{\mathbf{B}}\mathbf{y}$，这里有假设 $\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$ 。

最终经过上述一系列推导，我们得到了用因子的权重向量 $(\mathbf{y}, \mathbf{y})$ 所表示出的资产权重向量 $\mathbf{x}$ 的一种表达形式，

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}^{+}\mathbf{y} + \overset{+}{\mathbf{B}}\mathbf{y} \text{ 且 } \mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x} \text{ 。}$$

之所以说是某一种表达形式，这是因为 $\overset{+}{\mathbf{B}}$ 虽是 $\mathbf{B}^{+}$ 的左零空间，但却是由构成通解的基向量组合而成的矩阵，因此**特定风险因子的权重并不能完全确定下来，所以这时如果单看某一种特定风险因子的权重是没有实际意义的**。但是对于普通的风险因子来说却不存在这个问题，因为矩阵 $\mathbf{B}$ 是确定的，一定有关系 $\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$ 存在。

此时若仍然假设组合的风险度量方式为 $\mathbf{R} = \sigma(\mathbf{x}) = \sigma(\mathbf{y}, \mathbf{y})$ 来表述，我们可以分别求得对普通风险因子以及特定风险因子的风险贡献度的度量，具体计算过程如下，

$$RC_f(f_i) = y_i \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y_i} = y_i \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{y}}\right)'_i = (\mathbf{B}\mathbf{x})_i \left(\frac{\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}{\sigma(\mathbf{x})}\mathbf{B}^{+}\right)'_i = \frac{(\mathbf{A}'\mathbf{x})_i \cdot (\mathbf{A}^{+}\mathbf{\Sigma}\mathbf{x})_i}{\sigma(\mathbf{x})}$$

$$RC_f(f_j) = y_j \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y_j} = y_j \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{y}}\right)'_j = (\mathbf{B}\mathbf{x})_j \left(\frac{\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}{\sigma(\mathbf{x})}\overset{+}{\mathbf{B}}\right)'_j = \frac{(\mathbf{B}\mathbf{x})_j \cdot (\mathbf{B}\mathbf{\Sigma}\mathbf{x})_j}{\sigma(\mathbf{x})}$$

其中因子 i（i∈（1，…， K））表示普通的风险因子 j（j∈（1，…，N-K））表示特定风险因子，但实际上**单独看某个特定风险因子并无意义，这些特定风险因子的总和才有意义，表示所有的特定风险**。而因子以上两式便是分解到各个风险因子上的风险，而组合的风险也同样地满足欧拉分解，

$$\mathbf{R} = \sum_{i}^{K} RC_f(f_i) + \sum_{j}^{N-K} RC_f(f_j) = \frac{\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{A}^{+}\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}{\sigma(\mathbf{x})} + \frac{\mathbf{x}'\mathbf{B}\overset{+}{\mathbf{B}}\mathbf{\Sigma}\mathbf{x}}{\sigma(\mathbf{x})} = \sigma(\mathbf{x})$$

### 1.1.3 对风险分解的本质的理解

在前文基于风险因子的风险分解中，我们将风险分解到了普通风险因子和特定风险因子上了，这里虽然不能确定特定风险因子是哪些，但是可以用数学的方式假设出它们的形式，即 $\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$ 。再代入到多因子模型当中，我们便可以将残差收益率改写为特定风险因子 j（j∈（1，⋯，N-K））及对应的风险收益率 $f_j$，最终多因子模型也将被再次重写为如下形式，

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{A}\mathbf{f} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{A}\mathbf{f} + \mathbf{B}'\tilde{\mathbf{f}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \tilde{\mathbf{f}} \end{pmatrix} = \mathbf{L}\mathbf{r}_f ,$$

因为这里 $\mathbf{B} = \ker(\mathbf{A}')'$，所以 $\mathbf{A}'\mathbf{B}' = 0$，也就是说 $\mathbf{B}'$ 是矩阵 $\mathbf{A}$ 的左零空间，矩阵 $\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}' \end{pmatrix}$ 就是个非奇异矩阵。从这一点来看，实际上资产收益率就可以通过一个线性变换矩阵与因子收益率（因子的总个数与资产数量相同）产生了关系，资产的权重向量 $\mathbf{x}$ 与因子权重向量 $\bar{\mathbf{y}}$ （$\bar{\mathbf{y}}$ 包含了 $\mathbf{y}$ 所代表的特定风险权重）之间就满足 $\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{L}'$ :。所以组合的风险便可以表述为 $\mathbf{R} = \sum_i^N x_i \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i} = \sum_i^N \bar{y}_i \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \bar{y}_i}$ 。那么**不管是基于资产的风险分解还是基于因子的风险分解，方法的本质是相同的，只是分解所使用的“基”向量不同而已，而一般情况下不同的“基”之间可以通过线性变换矩阵来相互转换。**

T. M. Idzorek 和 M. Kowara 在一篇文章中对比了基于资产的资产配置与基于因子的资产配置这两种方法的异同（T. M. Idzorek and M. Kowara，2013），他们指出**从数学的角度来看在因子权重空间进行无约束的优化并没有比在资产权重空间进行优化提升了任何效用，如果在资产收益与因子收益之间存在一对一的映射关系，那么任何一种收益空间所包含的信息是相同的。**

尽管两种方式的本质是类似的，但是我们认为，**一旦加入了各自特定的约束条件，二者的映射空间大小就变得不一致**，这时候需要对具体问题采用适合的方式进行分析，而在后续风险预算的部分我们会将会讨论加入了约束条件的权重优化问题。而另一方面，正如我们在第一部分末尾处提及的，原始资产收益之间往往会存在着一定程度的相关性，这样就会降低对风险的有效分解，无法更好地对组合风险进行管理，反而**一般情况下因子之间的相关性都比较低（因子正交性较高）**，那么组合风险就可以被分解到几个独立的因子上面，这样对组合风险的优化也将变得更加有效。

### 1.1.4 对风险贡献度的正负值的理解

在资产权重空间内，边际风险表示资产 i 的权重的每一点变化所造成整体组合风险的变化，那么风险贡献度可以用资产 i 的权重与其边际风险的乘积来表示，$RC_a(x_i) = x_i \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i}$ 。我们将上式中关于边际风险的部分的详细解析形式写出来，结果如下，

$$RC_a(x_i) = x_i \frac{(\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{x})_i}{\sqrt{\mathbf{x}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{x}}} = \frac{x_i \sum_j Cov(r_i, r_j)\, \mathrm{x}_j}{\sqrt{\mathbf{x}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{x}}} = \frac{x_i \sum_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j\, \mathrm{x}_j}{\sqrt{\mathbf{x}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{x}}} ,$$

可以看到能够影响某资产风险贡献正负的除了权重分布向量之外，还有相关系数，并且需要考虑资产 i 与其他资产协方差与权重向量的乘积之和。在**不能做空仅可以做多**时，$\mathbf{x}>0$，一般情况下风险贡献度是非负值，但也有例外，

(1) 如果 $RC_a(x_i)>0$ 说明由资产 i 所引发的风险对组合整体风险的贡献为正，此时如果值越大，意味着组合受资产 i 的影响越大，原因可能是资产 i 的权重配置比例过高，也可能是资产 i 与其他资产的相关性太高，“牵一发而动全身”的可能性较大，从而致使边际波动率较高。

(2) 如果 $RC_a(x_i)=0$ 则说明资产 i 的风险变动情况与组合风险无关，没有任何贡献，意味着组合内没有配置资产 i 或者资产 i 与其他资产的相关性为 0（即边际波动率等于 0）。

(3) 某些条件下风险贡献度仍然会有负值出现，$RC_a(x_i)<0$，说明资产 i 的风险变动情况与组合的风险变动情况是相反的，当资产 i 的风险上升时，组合风险反而能下降。出现这种情况的原因可能是其边际风险为负值，也就是说资产 i 与其他资产的相关性为全部负值（对应的协方差也为负），此时会使得风险贡献度为负。但是这只是一种可能性，因为**与其他资产的相关系数 $\rho_{ij}$ 的正负只是决定边际风险正负的充分而非必要条件**，还要考虑协方差与权重的内积和的正负。

而在没有限制做空时，上述情况发生的可能性就更多了。在因子权重空间内，因子权重符号和风险暴露矩阵有关，可正可负，而**因子的边际风险则还需要考虑暴露矩阵的广义逆与资产协方差的共同作用**，$MC_f(y_i)=\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y_i}=\frac{(\mathbf{A}^+\Sigma\mathbf{x})_i}{\sqrt{\mathbf{x}'\Sigma\mathbf{x}}}$。在仅可以做多的情况下，假如矩阵 $\mathbf{A}^+\Sigma$ 的第 i 行元素全部为负，那么第 i 个因子的风险贡献度就会一定为负值，但是需要提醒的是反过来就不一定成立了。

## 1.2 实证分析

接下来我们便分别从资产和因子两个角度分别尝试对商品组合的风险进行实证分析，为了简便计算，并且能够保证**品种前后一致性**、**数据完整性**，我们在这里考虑一个虚拟的商品组合，组合内的品种由截止到 2014 年 1 月初已经上市一段时间的**一篮子活跃品种来**组成，共计 19 个（PTA，白糖，甲醇，棉花，PVC，豆粕，豆一，豆油，焦炭，塑料，玉米，棕榈油，黄金，螺纹钢，铝，铅，铜，橡胶，锌）。同样地，简单起见我们暂时只考虑这些品种的等权组合（各资产权重相等且为 1/19）。在从风险因子的角度来分解组合风险时，我们发现若直接采用上一篇报告（《商品宏观风险因子模型初探》）给出的 5 个有效且显著的风险因子——Bond、Inflation、Liquidity、Cycle 和 Currency，被分解出来的因子风险贡献度经常有负值出现，这就说明因子仍然存在着一定的相关性，可能需要再做进一步筛选。除此之外，在对该商品组合进行风险分析之前，我们还需要确定一个重要参数——协方差矩阵。

### 1.2.1 风险因子的重新选择

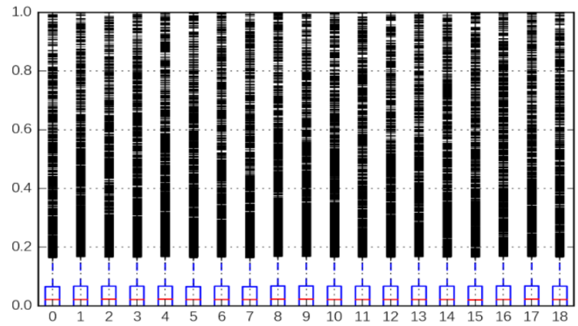
每一种组合在构建之后，我们会依据目标函数所得到的最优资产权重信息，计算出基于风险因子的风险贡献度。但是根据前文中的内容，我们发现经常有因子的风险贡献度为负值，正如我们在第一部分关于风险贡献度正负所讨论的内容中提到的，这实际上和因子暴露度矩阵 **A** 以及因子之间的相关性的表现有关。下图展示了各个因子的因子暴露值在全部样本区间内的相关性矩阵，Bond 因子与 Inflation、Liquidity 因子之间的相关性较高，说明了其实 Bond 因子有一定的可替代性，这会很大程度地影响基于因子所分解出来的风险贡献度的正负情况。这里的计算由于需要用到协方差矩阵，我们先暂使用历史的 252 个交易日的收益率估计出来的资产协方差矩阵。

**图 1：风险因子暴露间的相关性矩阵**

| | Bond | Inflation | Liquidity | Currency | Cycle |
|---|---|---|---|---|---|
| Bond | 1.00 | 0.23 | -0.37 | 0.07 | -0.11 |
| Inflation | 0.23 | 1.00 | 0.25 | 0.04 | -0.12 |
| Liquidity | -0.37 | 0.25 | 1.00 | -0.11 | 0.06 |
| Currency | 0.07 | 0.04 | -0.11 | 1.00 | -0.16 |
| Cycle | -0.11 | -0.12 | 0.06 | -0.16 | 1.00 |

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

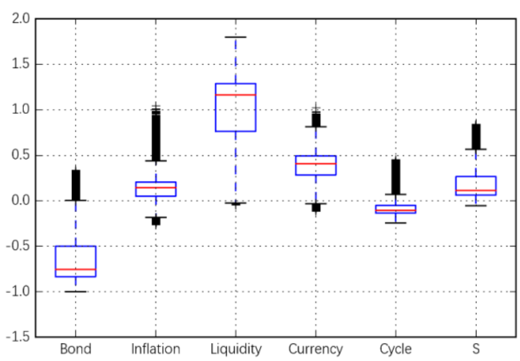
**图 2：20000 组随机资产权重分布**




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

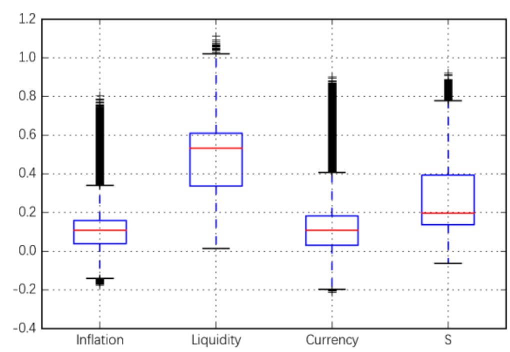
为了更好地展示因子贡献度的表现，然后我们随机生成了 20000 组 19×1 的权重向量以尽可能地模拟资产权重空间内的分布（需要说明的是我们这里仅仅从独立地给各组随机分配权重的角度考虑，由于数据长度的限制并未全覆盖至整个权重空间），并选取 2016 年 6 月的资产协方差矩阵和因子暴露矩阵做为计算参数，将 20000 组的权重向量分别计算出各个因子的风险贡献度，最终统计了这 20000 组风险贡献度的表现。所有的权重向量和对应的因子风险贡献度的箱形图如下面所示。对于随机的资产权重向量，Bond 因子所反映出来的风险贡献度也大多数为负，而 Cycle 因子的风险贡献度就基本接近于 0。

**图 3：随机权重对应的 5 因子的风险贡献度**




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

**图 4：随机权重对应的 3 因子的风险贡献度**




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

基于上面因子的表现，我们认为若仅采用 Inflation、Liquidity 和 Currency 三个因子会更加合适地表现出组合风险在因子上面的风险贡献。在接下来所有基于风险因子分解的内容，我们都采用基于这三个因子的风险分解。

### 1.2.2 协方差矩阵估计方式的选择

多数业界投资管理人都对 Markowitz 投资组合理论提出过批评，原因其实并不是模型方法有问题，而是在于 Markowitz 模型对输入参数（组合资产协方差矩阵）太过敏感了，从而质疑方法的稳定性。一方面，传统的模型大多采用基于历史数据估计得到的经验协方差，导致组合往往在极端环境下因资产相关性骤升而无法优化得到更理想的分散化。另外一方面，这种**由历史数据所估计出来的经验协方差矩阵，条件数往往过高**，导致有时候一旦协方差矩阵稍作改变，最终优化的结果便会产生较大差异。所以，我们需要对协方差矩阵进行重新估计。

一种较常见的方式是采用 Ledoit-Wolf 压缩法估计，将一个能够更快速收敛的有偏估计量与经验协方差估计量通过压缩系数合成到一起，新的协方差损失了一定的无偏性但却获得了更快速的收敛。其实只要保证叠加的估计量 $\mathbf{\Phi}$ 是有偏的，对它的选取一般是没有限制的。而在实际计算时，我们可以采用由单位矩阵来作为叠加的有偏阵，新的协方差矩阵为

$$\mathbf{\Sigma} = \alpha\mathbf{\Phi} + (1-\alpha)\mathbf{\Sigma}$$

而式中的压缩系数，则通过最小化新协方差与经验协方差之间产生损失来获得。这种方法在协方差矩阵特征变量较多而样本观测值较少时比较适用。

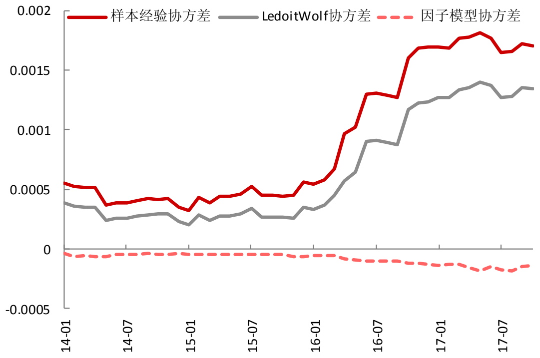
另一种对协方差的估计方式是线性多因子模型，如前文〝基于因子的风险分解〞部分所提，组合的收益率可以被描述成普通因子的收益与特定因子收益，线性模型实际上假设了特定因子收益与普通因子收益之间无关，那么组合的协方差便可以简化为

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{A}\mathbf{\Omega}\mathbf{A}' + \mathbf{D}$$

其中 $\mathbf{\Omega}$ 是对因子协方差矩阵的估计，而 $\mathbf{D}$ 是由各资产方差所构成对角阵，它的非对角元为 0，也就意味着该模型假设了不同资产的特定收益间也是不相关的。

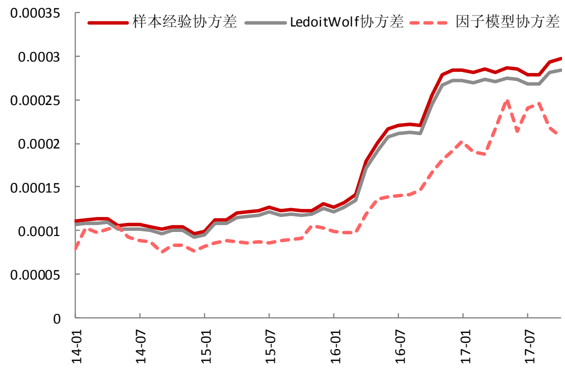
但是到底哪种估计方式更加有效呢？我们利用过去 2 年的月度历史数据分别对这三种协方差进行了估计。

**图 5：资产 i 与 j（i≠j）的平均协方差**




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

**图 6：资产 i 与 j（i=j）的平均协方差**



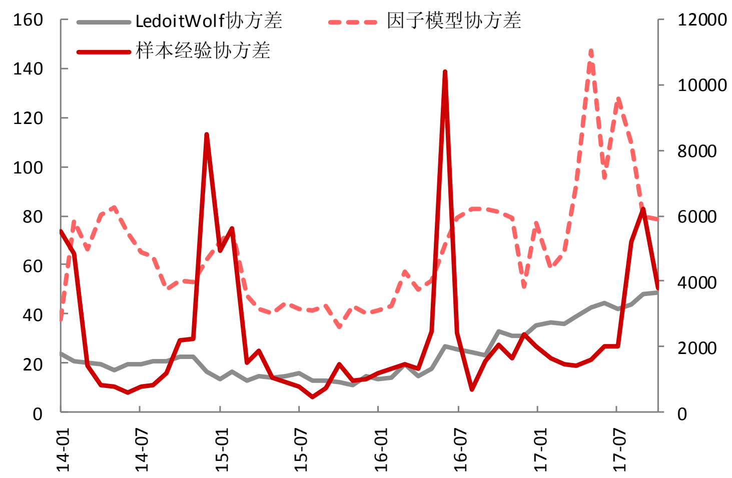

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

通过对一篮子商品组合的协方差矩阵的估计，我们发现若采用因子模型对组合协方差进行估计，得到的不同资产之间的协方差与经验协方差（当样本足够长时是无偏的）之间的误差比较明显。从在上面的两个图可以看出，因子模型所估计出来的协方差的非对角元明显地接近于 0，反映出对不同资产间的协方差的估计偏差较大；而对角元处的数值则相对地与资产实际波动率较为相近，但是经过统计，我们也发现在这样的条件下，**因子模型中的特定风险方差对经验协方差的对角元的贡献占比较高**，也就是说资产的波动风险有较高的比例来源于特定风险的波动。

一般情况下，因子模型所估计得到的协方差矩阵与压缩法估计得到的协方差矩阵偏差应该不会很大。深究因子模型所估计出来的协方差偏差很大的原因，我们认为：（1）这和因子模型中的假设有关，一方面假设了特定因子收益与普通因子收益之间无关，另一方面也假设了不同资产间的特定因子收益无关，而实际上这两点假设都会直接造成对实际协方差的估计偏差；（2）我们仍然延续上一篇报告中给出的宏观风险因子，但因子模型的 Adj-$R^2$ 的平均大小仅为 43%，无法被宏观风险因子所解释的特定收益占比较高，所以导致因子模型的特定风险方差的影响较大。

另外，为了考察协方差矩阵的稳定性、反映当协方差矩阵稍有偏差时是否对组合的优化结果产生较明显的差异，我们也可以计算矩阵的条件数（$\mathrm{cond}(\Sigma)=\|\Sigma\|\cdot\|\Sigma^{-1}\|$）的变化情况，结果如下图所示。

**图 7：三种协方差的条件数**




数据来源：东方证券研究所

协方差矩阵的条件数越大，意味着越不够稳定。样本经验协方差的条件数一般情况下都相对较高，而 Ledoit-Wolf 压缩法估计的协方差能够大大降低协方差的条件数，这也是在实际应用时大都采用压缩法的目的之一。而因子模型得到的协方差虽然也能得到一定的稳定性，但是前文中分析它与经验协方差的偏差较为明显。

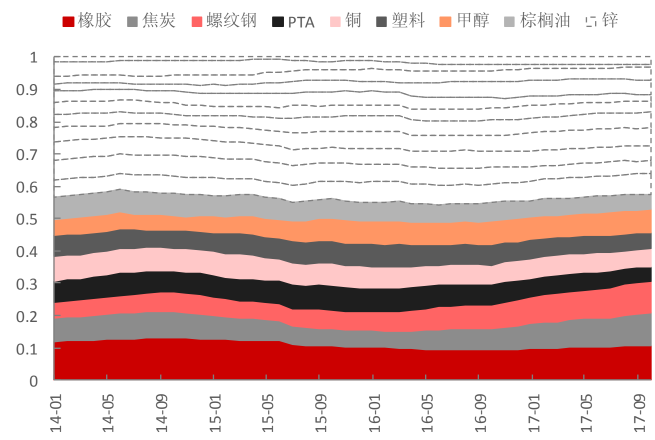
上面的结果都是基于月度数据估计出的协方差，如果采用日度收益率数据的话，样本长度就会增加，协方差的收敛特征就会更明显了。所以在我们的后续计算中，**统一采用 Ledoit-Wolf 压缩法并且使用 2 年的日度数据对协方差进行估计**。

### 1.2.3 对等权重组合风险分解的实证

在设定好了风险分析的协方差估计方式之后，我们首先尝试对前文提及的一篮子商品的等权重组合进行风险分解的实证分析。

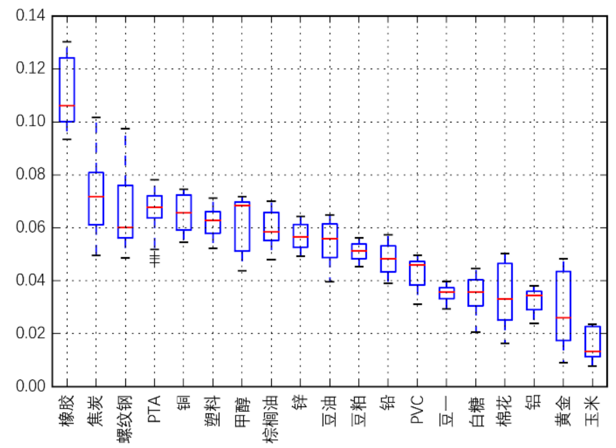
等权重组合是最简单的组合构建方式，意味着每项资产的权重都相等，但是由于每种资产的波动风险不尽相同，所以通过基于资产的风险分解所得到的各个资产的风险贡献度也不相同。下面分别展示了基于资产和基于风险因子的风险分解情况，其中基于资产的风险贡献度波动相对较小，这是由于长期来看资产本身的波动变化并不大。但是不同资产波动的相对大小，却影响了其风险贡献度的大小。比如组合内橡胶、焦炭、螺纹钢等由于自身波动就较大，所计算出的平均风险贡献度也排列靠前，而风险贡献度最低的包括玉米、黄金、铝和白糖等几个品种。

图 8：等权重组合基于资产的风险分解



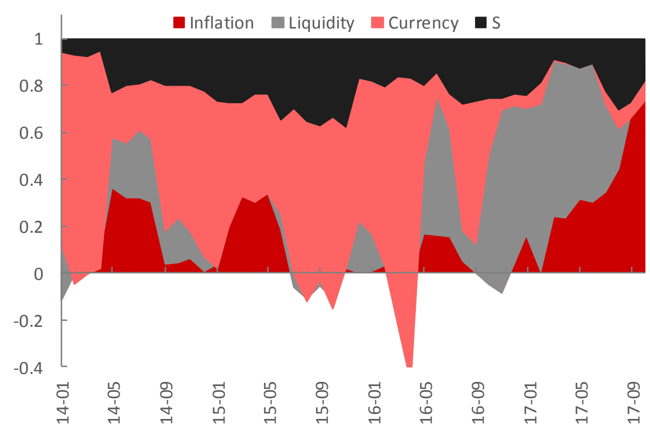

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 9：等权重组合各资产的风险贡献度分布



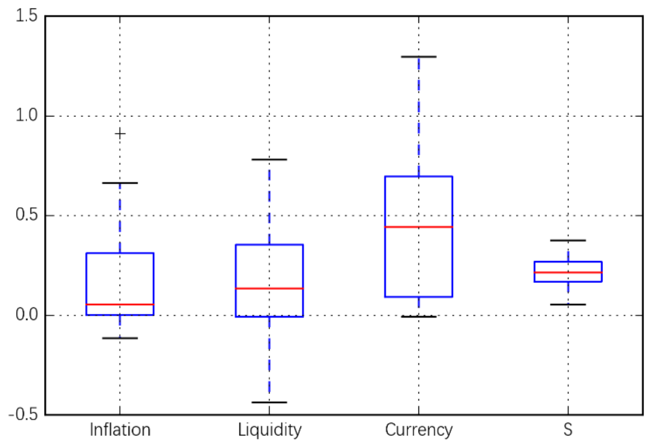

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 10：等权重组合基于风险因子的风险分解




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 11：等权重组合各因子的风险贡献度分布




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

从风险因子的角度来看，风险因子的波动就比较明显，不同时期组合在各个因子上的暴露程度不一样。从上面的图中可以看到，在 2016 年 4 月之前 Currency 因子风险贡献度占比一直较高，而之后 Liquidity 因子的贡献占比逐步升高，而到了 2017 年 5 月之后，Inflation 因子的作用又变为主导。对于这些因子在不同时期的表现，我们在接下来对商品指数风险分解的内容中会做更详细的分析，这里就暂不讨论。

### 1.2.4 对商品指数风险分解的实证

商品组合我们选用南华商品综合指数（Wind 代码 NH0100.NHF）和监控中心商品综合指数（Wind 代码 CCCI.FMM）。之所以选择对这两种商品指数进行分析是因为它们的历史权重信息都可以直接从各自官方网站上获取，而且都是由一篮子商品复合组合，这一点与 Wind 商品指数 CCFI.WI 不同，因为后者是基于大类商品指数再度复合而成的指数。

(1) 南华商品综合指数

该指数每年 6 月 1 日定期调整权重及样本范围，如果市场发生较大变化时也会临时地对指数样本权重做出调整。我们利用从其官方网站上的历史权重信息，利用每一次的调仓给出的权重，以及 Ledoit-Wolf 压缩法估计的资产协方差矩阵，计算出分解到各个资产上的风险贡献度占比。由于品种数量较多，我们这里仅仅展示各调仓期风险贡献最高的前五个资产，结果如下表所示。

**表 1：南华商品综合指数基于资产的风险分解——前五风险贡献度**

| 调仓日期 | 资产风险贡献度第一名 | | 资产风险贡献度第一名 | | 资产风险贡献度第三名 | | 资产风险贡献度第四名 | | 资产风险贡献度第五名 | | 前五累计贡献度 | 风险分散度 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2009-6-1 | 铜 | 23.4% | 橡胶 | 14.8% | 豆油 | 11.4% | 豆一 | 11.1% | 锌 | 9.2% | 69.9% | 78.3% |
| 2010-6-1 | 铜 | 26.8% | 橡胶 | 13.4% | 锌 | 7.6% | 豆油 | 7.2% | 棕榈油 | 7.1% | 62.1% | 72.4% |
| 2011-6-1 | 铜 | 17.2% | 橡胶 | 16.9% | 螺纹钢 | 9.9% | 锌 | 9.6% | 白糖 | 8.7% | 62.2% | 73.7% |
| 2012-6-1 | 铜 | 23.3% | 橡胶 | 21.1% | 螺纹钢 | 8.4% | 锌 | 7.6% | 白糖 | 5.8% | 66.3% | 67.3% |
| 2012-9-7 | 铜 | 25.2% | 橡胶 | 23.8% | 螺纹钢 | 7.0% | 锌 | 6.4% | 白糖 | 5.8% | 68.2% | 64.7% |
| 2013-6-3 | 橡胶 | 22.3% | 铜 | 17.2% | 焦炭 | 12.6% | 螺纹钢 | 10.8% | PTA | 5.1% | 68.0% | 64.9% |
| 2014-6-2 | 橡胶 | 25.5% | 铜 | 16.1% | 焦炭 | 15.8% | 白银 | 9.3% | 螺纹钢 | 8.2% | 74.8% | 61.8% |
| 2015-3-27 | 橡胶 | 18.8% | 铜 | 13.3% | 焦炭 | 10.7% | 螺纹钢 | 9.2% | 焦煤 | 7.1% | 59.1% | 73.2% |
| 2015-6-1 | 橡胶 | 18.9% | 铜 | 12.7% | 螺纹钢 | 9.7% | 焦炭 | 9.2% | 白银 | 8.0% | 58.4% | 76.7% |
| 2016-6-1 | 铁矿石 | 14.3% | 橡胶 | 12.3% | 螺纹钢 | 12.1% | 铜 | 12.0% | 焦炭 | 9.0% | 59.7% | 74.2% |
| 2017-6-1 | 螺纹钢 | 17.2% | 铁矿石 | 16.1% | 焦炭 | 14.3% | 橡胶 | 10.5% | 铜 | 9.3% | 67.3% | 62.5% |

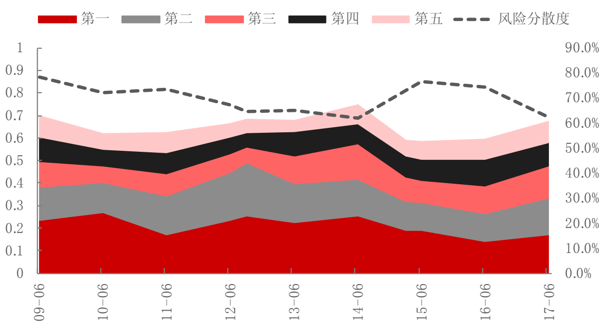
数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

从表中的结果可以看出，橡胶、铜、螺纹钢、焦炭等在历史各期的风险贡献度都排名均比较靠前。另外，南华商品指数对铜的配置比例一直在 11%-15%的范围，属于配置比例较多的品种，但是铜在 2012 年及以前的风险贡献度都是最高的，而在近几年铜的贡献度有所降低，反而黑色系的螺纹钢、铁矿石、焦炭的风险贡献度比例显著提高，一方面和该指数对黑色系品种的配置比例有小幅提升，另一方面和黑色系品种波动较大，边际风险变动较高有关。除此之外，我们也对历史各期各资产风险贡献度的占比进行了风险分散度的统计（方法基于香农熵计算，$I^{*} = \exp\left(-\sum_{i} RC_{a}(x_{i})\ln(RC_{a}(x_{i}))\right)$），该数值越大表明风险越分散。

从前面的图表中的结果也看出，南华商品指数暴露在风险贡献度上最高的这个资产上的风险占比基本都在 20%左右，排名最高的 5 个资产的风险贡献度累计占比高达 70%。从风险是否分散

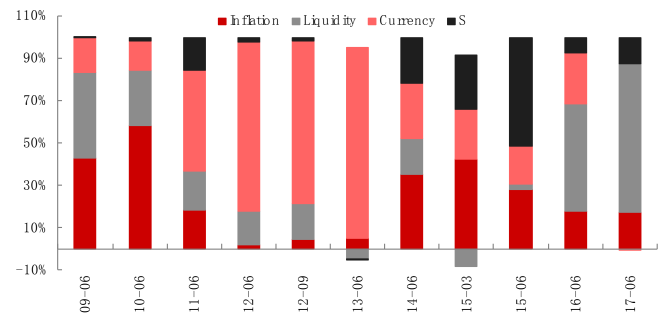
的角度来看的话，该指数基于香农熵计算出来的分散度一直处于较高的水平（该值越小说明越不分散）。

图 12：南华商品综合指数基于资产的风险分解——累计风险贡献度




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 13：南华商品综合指数基于风险因子的风险分解

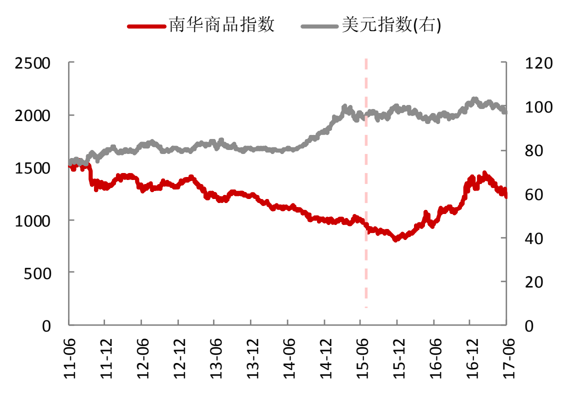



数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

然后我们从宏观风险因子模型的角度对南华商品指数进行了风险分解，结果如上图所示。从结果中我们发现在 2011 年-2015 年的区间内 Currency 因子的风险贡献度相对更高一些，而最近两年时间内 Currency 因子的风险贡献度降低，反而 Liquidity 因子的风险贡献度提升了。

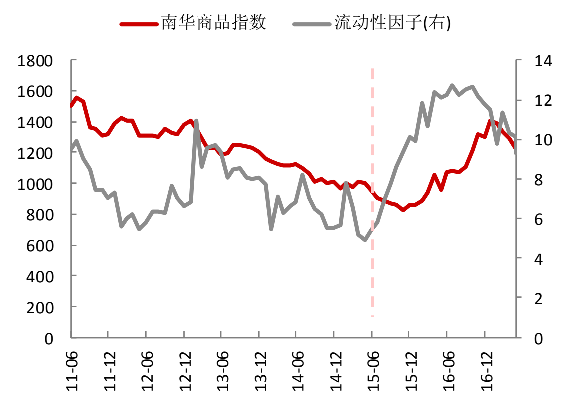
一方面南华商品指数与美元指数（Currency 因子）在 2011 年 6 月至 2015 年 6 月之间的相关系数为-0.78，而在 2015 年 6 月至 2017 年 6 月的时间段内南华商品指数与流动性因子的相关性则升至 0.41。而另一方面，由于该指数主要配置的铜在 2015 年之前的风险贡献度较高，而从长期历史来看铜作为全球性的大宗商品之一，除了黄金、白银、原油之外与美元指数之间的相关性也一直较高，所以在这段区间内指数受外汇因子的影响较大。而在 2015 年之后该指数提升了黑色系的配置比例，铁矿石、螺纹钢等黑色系品种的风险贡献度上升至高位，从上一篇关于宏观因子初探的报告中我们得知这些品种又比较敏感于国内 M1、M2 同比等反映流动性的宏观变量的变动，所以自然地，该指数在近两年受 Liquidity 因子的影响较大。

图 14：南华商品指数与美元指数




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 15：南华商品指数与流动性因子




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

(2) 监控中心商品指数

该指数是由中国期货市场监控中心开发的综合性商品期货指数，主要选取已上市的运行成熟、流动性强、市场深度充裕的商品期货品种作为样本。与南华商品指数不一样的是，该指数样本选入的门槛较高，目前的样本数量仅 20 个品种。二者对铜的配置都比较高，但是监控中心商品指数却并没有对黑色系品种配置较高比例，而是对农产品白糖、豆粕等配置了相对较高的比例。下面的图表展示了从资产角度所分解出的风险贡献度以及风险分散度的变化。

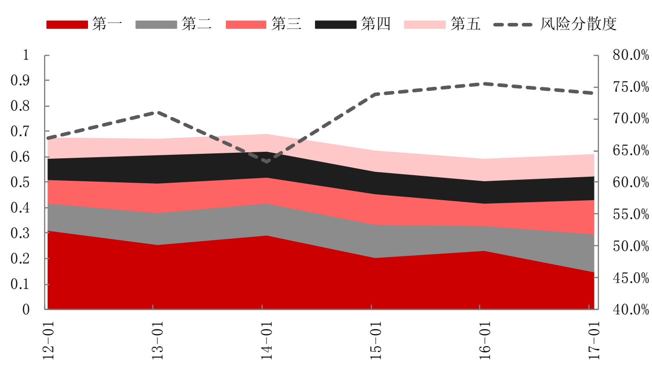
**表 2：监控中心商品指数基于资产的风险分解——前五风险贡献度**

| 调仓日期 | 资产风险贡献度第一名 | | 资产风险贡献度第二名 | | 资产风险贡献度第三名 | | 资产风险贡献度第四名 | | 资产风险贡献度第五名 | | 前五累计贡献度 | 风险分散度 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2012-1-1 | 铜 | 31.0% | 橡胶 | 11.1% | 豆油 | 9.2% | 锌 | 8.2% | 白糖 | 7.9% | 67.37% | 66.9% |
| 2013-1-1 | 铜 | 25.8% | 橡胶 | 12.5% | 豆油 | 11.3% | 豆粕 | 11.2% | 白糖 | 6.0% | 66.85% | 71.1% |
| 2014-1-1 | 铜 | 29.1% | 橡胶 | 12.5% | 豆油 | 10.6% | 豆粕 | 10.0% | 螺纹钢 | 6.7% | 68.95% | 63.2% |
| 2015-1-1 | 铜 | 20.6% | 豆粕 | 13.0% | 橡胶 | 11.8% | 豆油 | 9.2% | 螺纹钢 | 8.0% | 62.51% | 73.8% |
| 2016-1-1 | 铜 | 23.4% | 豆粕 | 9.6% | 螺纹钢 | 8.9% | 橡胶 | 8.7% | 铁矿石 | 8.5% | 59.09% | 75.4% |
| 2017-1-1 | 螺纹钢 | 14.9% | 铜 | 14.8% | 铁矿石 | 13.5% | 豆粕 | 9.2% | 橡胶 | 8.3% | 60.74% | 74.1% |

数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

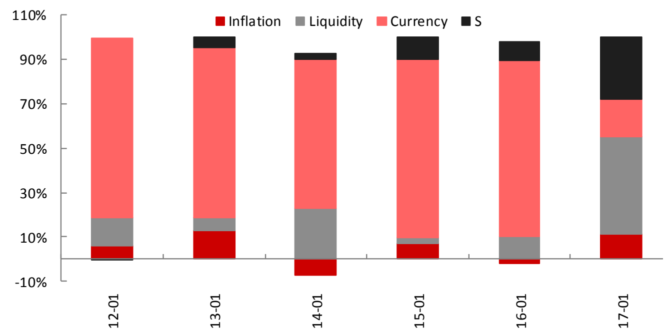
相比南华商品指数，根据监控中心商品指数公布的权重数据所计算出来的各资产风险贡献度的分散度更高一些。下面的图展示了从因子的角度所分解的指数的各项风险，但结果基本与南华商品指数的结果一致，这里就不再做详细赘述了。

**图 16：监控中心商品指数基于资产的风险分解——累计风险贡献度**




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

**图 17：监控中心商品指数基于风险因子的风险分解**




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

# 二、组合风险管理

之前的所有风险分析都是事后的，在已知了组合的权重分布情况的条件下，对组合的风险进行分解分析。但是在接下来的研究中，我们会从事前的角度对组合的风险进行一定的目标管理，并按照不同的目标函数进行组合权重优化，构建出不同的商品组合。

## 2.1 主动管理组合

前文中我们曾对一篮子商品构建的等权重组合（Equal Weight，EW）进行了风险分析，接下来我们仍**以基于资产的风险分解为前提**，构建出了作为风险管理的几种常见的主动管理组合：最小方差组合（Minimum Variance, MV）、最大分散化组合（Maximum Diversification, MD）和等权风险贡献度组合（Equal Risk Contribution, ERC）。这些组合构建的方式也是常见的风险加权指数的构建方式，区别仅在于这 4 种组合的目标函数不同。

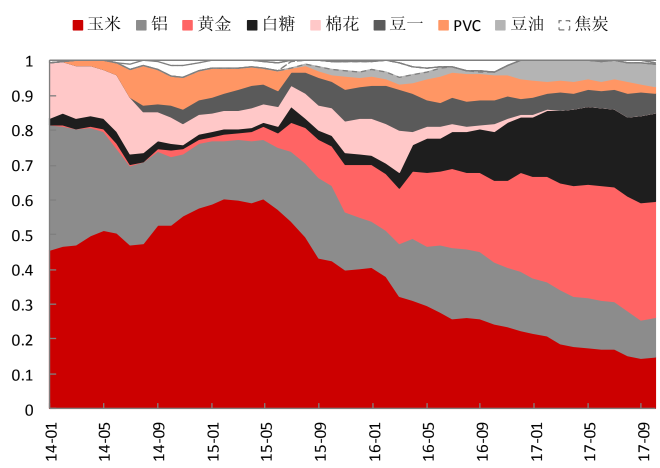
**(1) 最小方差组合**

最小方差组合强调的是方差最小，是收益风险有效边界上最左侧的点，区别与 Markowitz 的均值-方差组合，因为最小方差组合侧重于风险最小。实际上该组合所需要满足的目标函数如下，

$$\mathbf{x}^{*} = \arg\min\left(\frac{1}{2}\mathbf{x}'\Sigma\mathbf{x}\right)$$

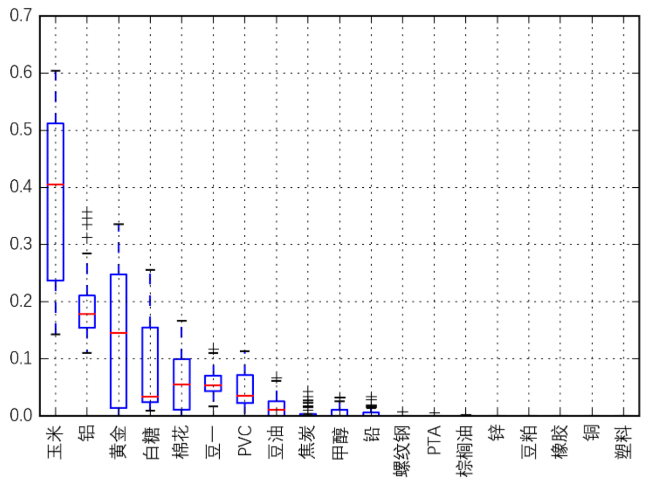
约束条件为 $\sum_i x_i = 1$ 和 $0 \le x_i \le 1$ 。

图 18：最小方差组合基于资产的风险分解



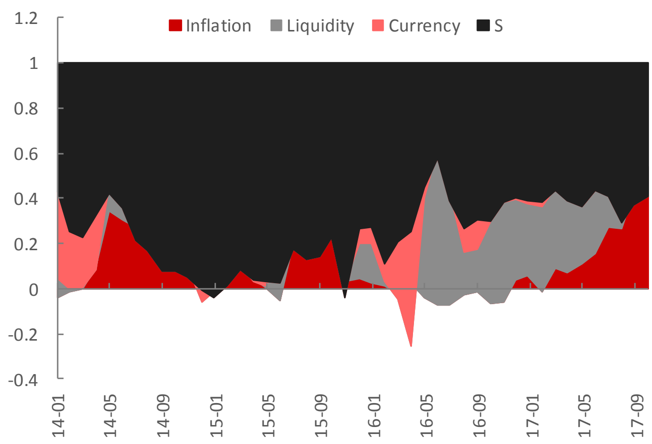

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 19：最小方差组合各资产的风险贡献度分布



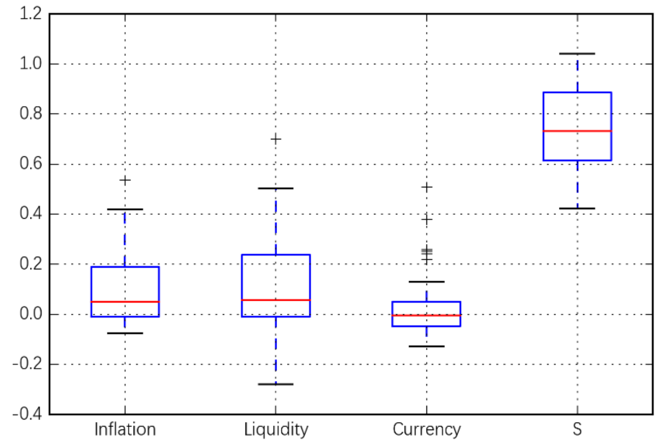

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 20：最小方差组合基于风险因子的风险分解




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 21：最小方差组合各因子的风险贡献度分布




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

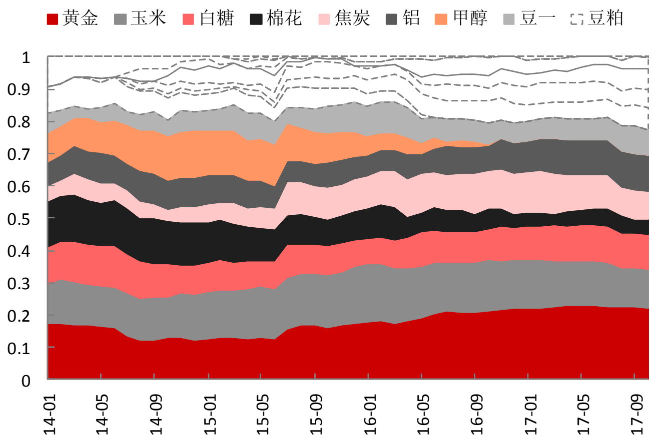
可以发现最小方差组合实际的风险贡献来源基本上都来自于一些本身波动风险就小的品种，比如玉米、黄金、铝等，而实际上最优权重向量中那些波动较大的品种的权重大部分情况下都是 0。由于组合内有权重数值的品种数量较少，所以当从风险因子的角度考虑组合风险的时候，大部分的风险都无法被分解到已知的三个因子上。因此对于最小方差组合来说，虽然整体风险较小，但是我们其实很难控制其在风险因子上的贡献。

**(2) 最大分散化组合**

加权平均波动率与组合波动率的比值被称为分散化率，若组合只有一种资产，分散化率为 1，而一般情况下分散化率大于 1。最大分散化组合以以下函数为目标，以找到能够使得组合波动风险最分散化的权重，$\mathbf{x}^* = \arg\max\left(\frac{\mathbf{x}'\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\mathbf{x}'\Sigma\mathbf{x}}}\right)$

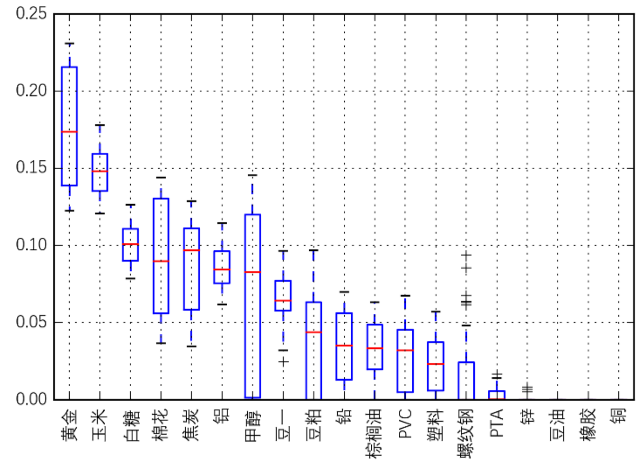
约束条件为 $\sum_i x_i = 1$ 和 $0 \le x_i \le 1$ 。

图 22：最大分散化组合基于资产的风险分解



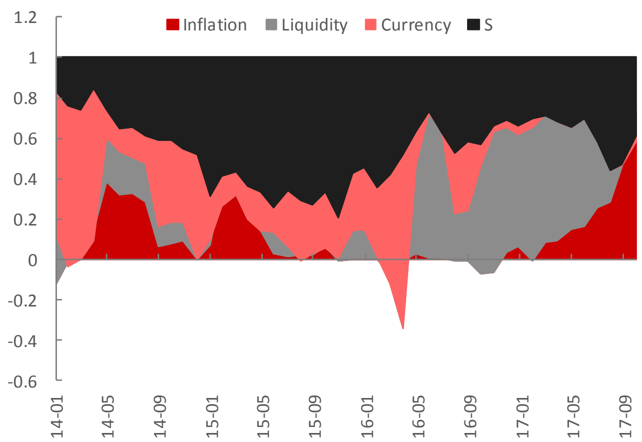

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 23：最大分散化组合各资产的风险贡献度分布



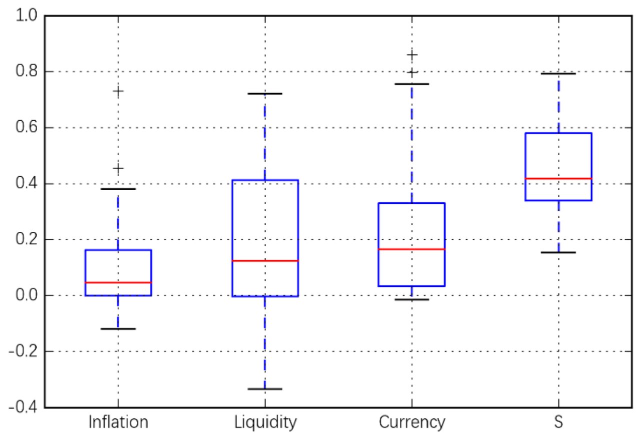

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 24：最大分散化组合基于风险因子的风险分解




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 25：最大分散化组合各因子的风险贡献度分布




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

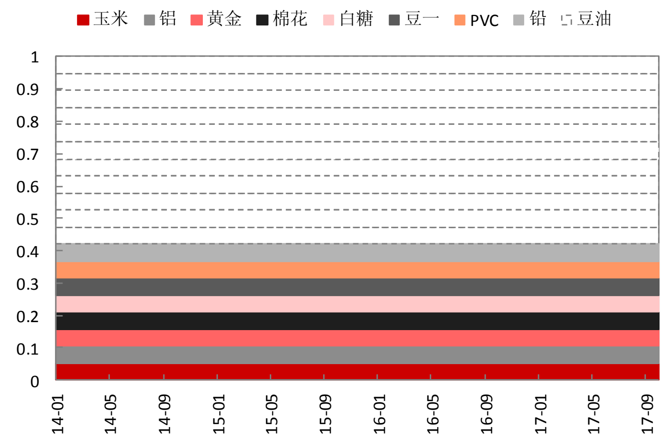
**(3) 风险等权组合**

该组合就是要求每个资产的资产风险贡献度相等，那么目标函数可以写为，

$$\mathbf{x}^* = \arg\min\left(\sum_i \sum_j \left(RC_a(x_i) - RC_a(x_j)\right)^2\right)$$

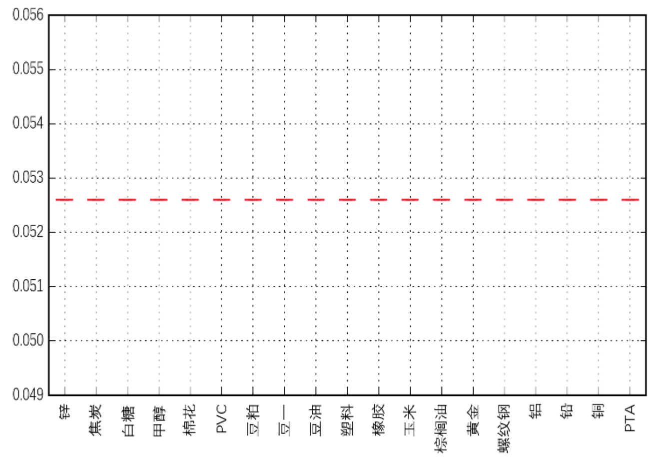
约束条件为 $\sum_i x_i = 1$ 和 $0 \le x_i \le 1$ 。

**图 26：风险等权组合基于资产的风险分解**



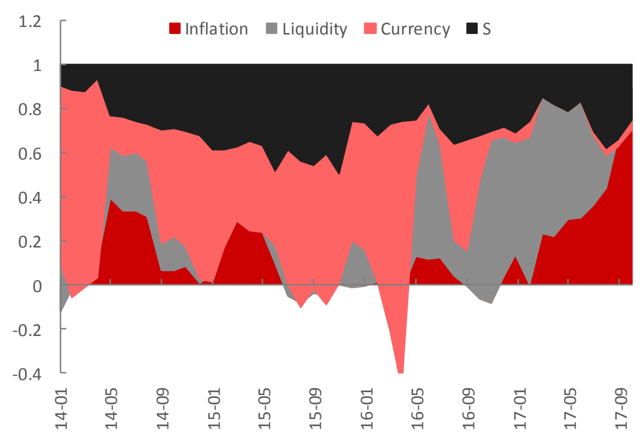

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

**图 27：风险等权组合各资产的风险贡献度分布**



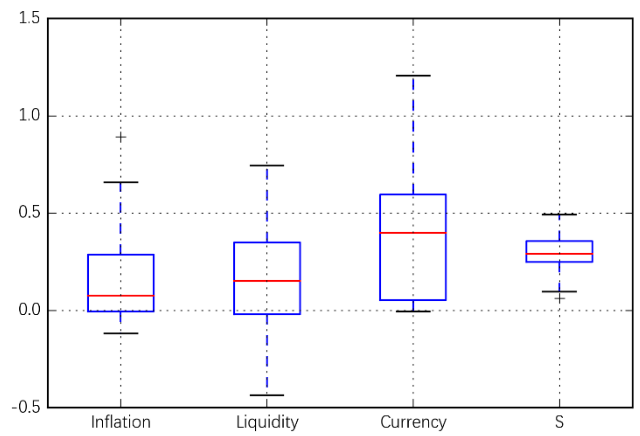

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

**图 28：风险等权组合基于风险因子的风险分解**




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

**图 29：风险等权组合各因子的风险贡献度分布**

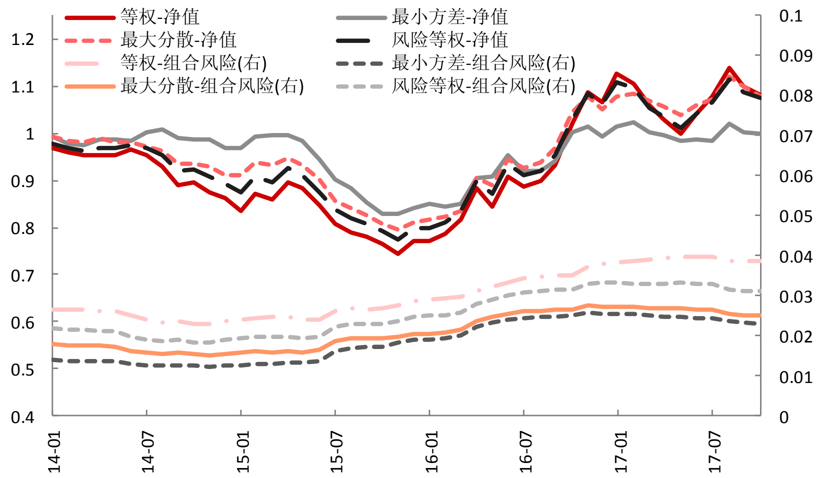



数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

该组合是从资产的角度分解得到的各项资产的风险贡献度全部相同，由于一般情况下以 252 个历史交易日收益率序列所估计出来的资产协方差矩阵元素都是正的，所以各项资产的边际风险也为正，那么等权风险组合的目标函数一般都会得到最优解。另外，也正是因为各个资产之间的相关性相对较高，我们发现该组合得到的各项资产的权重分布与等权组合的权重分布差别不是很大。与此同时，基于风险因子分解得到的因子风险贡献度的大小也基本和第一种组合得到的结果类似。

最终，我们汇总了这常见的 4 种方式所得到的组合，下图展示了它们的净值表现以及组合风险的表现情况。

图 30：不同构建方式所得到的组合净值及组合风险的表现




数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

表 3：不同构建方式所得到的组合的业绩指标

| | 等权-净值 | 最小方差-净值 | 最大分散-净值 | 风险等权-净值 |
|---|---|---|---|---|
| 累计收益率 | 8.2% | -0.2% | 7.9% | 7.5% |
| 年化收益率 | 2.1% | -0.1% | 2.0% | 1.9% |
| 年化波动率 | 13.0% | 8.0% | 9.4% | 10.8% |
| 夏普比率 | -0.03 | -0.31 | -0.04 | -0.05 |
| 最大回撤率 | -23.2% | -17.8% | -19.7% | -20.9% |
| 收益最大回撤比 | 0.09 | 0.00 | 0.10 | 0.09 |
| 胜率(M) | 37.0% | 50.0% | 39.1% | 41.3% |
| 盈亏比 | 1.99 | 1.03 | 1.90 | 1.67 |

数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

从组合净值上看，我们从资产风险贡献的角度所考虑构建的这 4 种组合差别并不特别明显。最小方差组合的净值表现得最为平稳，其组合风险也一直都是 4 种组合中最小的，等权组合的组合风险反倒是最大的。

基于资产风险的等权风险组合的净值和组合风险基本上介于等权组合和最小方差组合之间，这一点与 B. Bruder 和 T. Roncalli 的研究结论一致，他们曾通过将目标函数转化为含常数 c 的一般性优化问题，然后利用单调性证明了等权风险组合的波动率位于最小方差组合和等权重组合之间（B. Bruder and T. Roncalli， 2012），

$$\sigma(\mathbf{x}_{MV}) \le \sigma(\mathbf{x}_{ERC}) \le \sigma(\mathbf{x}_{EW})。$$

## 2.2 风险预算组合

事实上有很多种方法来获得主动型投资组合，前文中的最小方差组合其实就是一种激进程度较低的组合，是假设各资产预期收益相同时的 Markowitz 组合。而等权重组合没有了协方差矩阵参数的影响，因此可以算是非最优形式的投资组合。我们再次看一下等权风险组合（ERC），这其实就是风险均衡策略的应用，Bridgewater 旗下的 All Weather 基金所采用的核心策略就是风险均衡。但是，实务上尽管使用风险均衡策略有时候在面对不同的复杂市场环境时，很难管理好组合的风险，尤其是组合内部分资产间的相关性较高时。这时便引发了风险预算（Risk Budgeting）的概念，类似于权重预算、业绩预算的做法，风险预算是给那些能够引发风险的因素分配预算权重，目的是能够主动地控制组合在这些风险因素上的暴露程度。我们仍然从两个角度——资产和风险因子，来说明风险预算的组合构建方式。

### 2.2.1 基于资产的风险预算

假设风险预算向量$\mathbf{b}=(b_1 \quad \cdots \quad b_N)'$，且$\sum_i b_i = 1$，那么资产 i 的风险贡献度占组合风险的比值应与$b_i$相匹配，我们便可以写出风险预算组合的目标函数如下，

$$\mathbf{x}^* = \arg\min\left(\sum_i \left(\frac{RC_a(x_i)}{\sigma(\mathbf{x})} - b_i\right)^2\right)$$

如果考虑相对范数$L_2$，则目标函数还可以用如下函数来替换

$$\mathbf{x}^* = \arg\min\left(\sum_i \sum_j \left(\frac{RC_a(x_i)}{b_i} - \frac{RC_a(x_j)}{b_j}\right)^2\right)$$

这两种目标函数的约束条件都是$\sum_i x_i = 1$和$0 \le x_i \le 1$，

求解上述优化问题，可以采用序列二次规划（SQP）算法。在资产数目很大的时候，如果能够写出 Jacobian 矩阵和 Hessian 矩阵将会大大减少计算次数。实际在写程序实现该过程时，需要适当地选择误差容忍度和循环次数，否则很容易无法得到最优解。当然，有些情况由于约束条件的限制，确实不存在最优解。B. Bruder 和 T. Roncalli 给出了一个等价的优化问题，目标函数如下，

$$\mathbf{x}^* = \arg\min\left(\sqrt{\mathbf{x}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{x}}\right),$$

而约束条件是$\sum_i b_i \ln \tilde{x}_i \ge c$和$\tilde{x}_i \ge 0$，这里参数$c$是一个任意的常量。可以证明，上述优化问题若存在解，那么解满足式子$x_i \frac{\partial \sigma(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial x_i} = \lambda b_i$，关于$x_i$的风险贡献度与风险预算呈比例关系，实际上不同的参数$c$的大小控制了$x_i$的相对大小，$x_i$是没有被归一化的，那么关于资产的权重的最优解，我们可以通过归一化来获得，即

$$x_i^* = \frac{x_i}{\sum_i x_i}。$$

一般情况下，风险预算的显式解析解是无法写出的。不过，我们可以通过找到一些概念上的解释。考虑资产 i 的组合 Beta 的公式，实际可以写成资产 i 的边际风险与组合风险的比值，表示资产 i 对组合风险的敏感程度，

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_p)}{\sigma^2(\mathbf{x})} = \frac{1}{\sigma(\mathbf{x})}\frac{\partial\sigma(\mathbf{x})}{\partial x_i} = \frac{(\mathbf{\Sigma x})_i}{\sigma^2(\mathbf{x})},$$

那么资产 i 的风险贡献度占比就可以表示为权重与组合 Beta 的乘积，

$$\frac{RC_a(x_i)}{\sigma(\mathbf{x})} = x_i\beta_i。$$

所以风险等权等价于 $\frac{x_i\beta_i}{b_i} = \frac{x_j\beta_j}{b_j}$，那么目标权重的表达式就可以写为

$$x_i^* = \frac{b_i\beta_i^{-1}}{\sum_j b_j\beta_j^{-1}}。$$

由于上式中资产 i 的组合 Beta $\beta_i$ 实际和资产间的相关系数以及各个资产的波动率有关，所以我们现在可以假设资产之间的协方差为固定的常数 $\rho_{ij,i\neq j} = \rho$，并且考虑常相关系数的三种情况，最终将上式简化得到解析结果。当 $\rho = 0$ 时，资产之间没有任何相关性，$x_i^* = \frac{\sqrt{b_i\sigma_i^{-1}}}{\sum_j\sqrt{b_j\sigma_j^{-1}}}$；当 $\rho = 1$ 时，资产之间完全相关时，$x_i^* = \frac{b_i\sigma_i^{-1}}{\sum_j b_j\sigma_j^{-1}}$；当 $\rho = -\frac{1}{n-1}$ 为常相关性矩阵的下限，$x_i^* = \frac{\sigma_i^{-1}}{\sum_j\sigma_j^{-1}}$。

而风险等权组合现在看来其实是风险预算组合的一种特例，条件是 $b_i = b_j$，所以最优权重的表达式就变成了 $x_i^* = \frac{\beta_i^{-1}}{\sum_j\beta_j^{-1}}$，和组合内各资产的边际风险的占比相关。

### 2.2.2 基于因子的风险预算

和 2.2.1 中所介绍的基于资产的风险预算策略相类似的是，我们也可以写出关于风险因子风险贡献度的风险预算最优化目标函数，但是不一样的是风险预算权重向量的长度仅和风险因子个数一样，$\mathbf{b}=(b_1 \quad \cdots \quad b_K)'$，也就是说风险预算其实只包括能够确定的普通风险因子，而不包括无法被确定的特定风险因子。下面是目标函数的两种表述形式，

$$\left(\mathbf{y}^*,\tilde{\mathbf{y}}^*\right)=\arg\min\left(\sum_i^m\left(\frac{RC_f(y_i)}{\sigma(\mathbf{y},\tilde{\mathbf{y}})}-b_i\right)^2\right),$$

$$\text{或}\left(\mathbf{y}^*,\tilde{\mathbf{y}}^*\right)=\arg\min\left(\sum_i^m\sum_j^m\left(\frac{RC_f(y_i)}{b_i}-\frac{RC_f(y_j)}{b_j}\right)^2\right),$$

它们的约束条件均为$\sum_i\left(\mathbf{B}^+\mathbf{y}+\tilde{\mathbf{B}}^+\tilde{\mathbf{y}}\right)_i=1$和$0\le\left(\mathbf{B}^+\mathbf{y}+\tilde{\mathbf{B}}^+\tilde{\mathbf{y}}\right)_i\le 1$。同样地，按照 B. Bruder 和 T. Roncalli 的想法，上面的优化问题仍可以转化为如下的另一种优化问题，目标函数为，

$\left(\mathbf{y}^*,\tilde{\mathbf{y}}^*\right)=\arg\min\left(\sigma\left(\mathbf{y},\tilde{\mathbf{y}}\right)\right)$，约束条件为$\sum_i^m b_i\ln y_i\ge c$和$y_i\ge 0$，如果仅做多的话，还需要加入约束条件$0\le\left(\mathbf{B}^+\mathbf{y}+\tilde{\mathbf{B}}^+\tilde{\mathbf{y}}\right)_i\le 1$。

T. Roncalli 在其研究著作中提出了在假设$\tilde{\mathbf{y}}=\varphi(\mathbf{y})$时的对上述优化问题的简化，但是经过我们的测试发现，这种优化存在着几个问题：（1）风险预算$\mathbf{b}$由于只涉及到普通风险因子而没有特定风险因子，所以实际通过风险预算向量所获得的组合，只能满足实际风险贡献度的相对大小与$\mathbf{b}$匹配，而不是绝对大小；（2）由于优化问题限制了因子暴露$y_i$只能为正值，所以就使得$\mathbf{x}$的值域受到一定限制，而且约束条件数量相对较多，就使得优化问题较容易出现无解或者收敛较慢的情况。所以我们主要采用第一种方式来做基于因子的风险预算优化问题；（3）尽管我们采用了具有低条件数的 Ledoit-Wolf 压缩法估计的协方差，但是在基于风险因子的预算策略的优化问题中，由于还需要考虑暴露矩阵$\mathbf{A}$作用之后的影响（即$\mathbf{A}\mathbf{A}^+\boldsymbol{\Sigma}$），我们计算发现$\mathbf{A}\mathbf{A}^+\boldsymbol{\Sigma}$的条件数一般情况都较$\boldsymbol{\Sigma}$有所增加，所以各期不同的暴露矩阵$\mathbf{A}$导致各期优化得到的资产权重向量变化有可能较大，对应的实际结果便是使得每期的换手率较高。

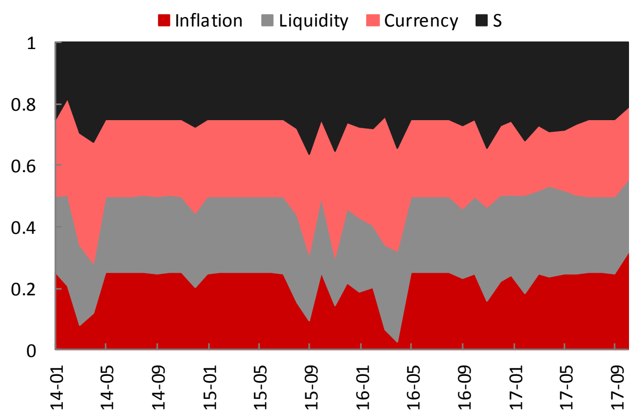
在暂不考虑交易成本的情况下，我们假设组合的换手率可以由各项资产权重变化的绝对大小之和来表示，即$TO_t=\sum_i\left|x_{i,t}-x_{i,t-1}\right|$，然后我们在优化问题中再加入对换手率的限制，即每期的换手率不得高于 1/3，$TO_t\le 0.33$。

下面我们主要介绍一些实际的基于风险因子的风险预算策略的组合风险管理问题。

**(1) 因子风险等权组合**

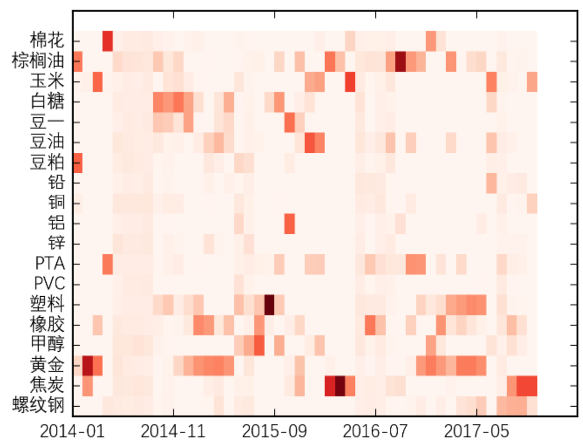
因子风险等权组合是从因子的角度考虑风险等权，除了三个普通的风险因子 Inflation、Liquidity、Currency 之外，我们把无法被因子模型所解释到的那部分特定风险当做另一个因子 S。如果给各个因子的设定的风险预算相同的话，即可认为该组合就是基于因子的风险等权组合。我们假设风险预算权重为（0.25，0.25，0.25），剩余的 25%的风险代表对特定风险因子贡献的预算。

图 31：无限制时风险等权组合的因子风险贡献度




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

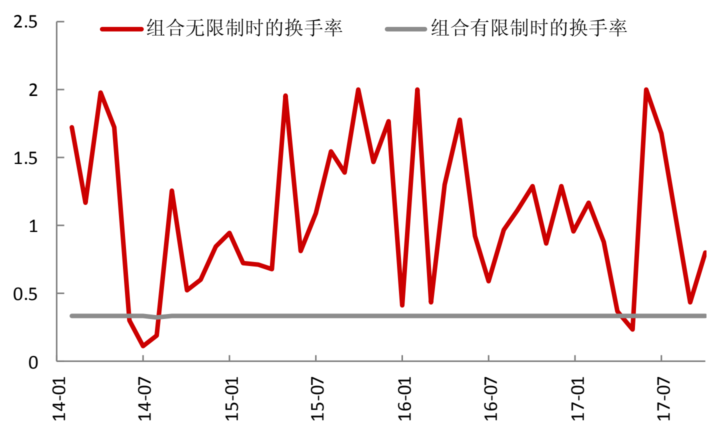
图 32：无限制时风险等权组合的资产权重分布




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

首先，上图分别展示了，在没有加入每期换手率不高于 1/3 的约束条件是，各个时期优化之后所得到的实际各因子的风险贡献度，以及对应的资产权重历史分布情况。可以看到，在有些时候目标函数所得到的最优结果仍然并不能完全与风险预算向量相匹配，这是由于那些时期的因子暴露矩阵决定了优化问题可能不存在最优解，那么我们实际所得到的结果就只能在一定程度的接近预算分布，而不能严格地与预算分布相匹配。

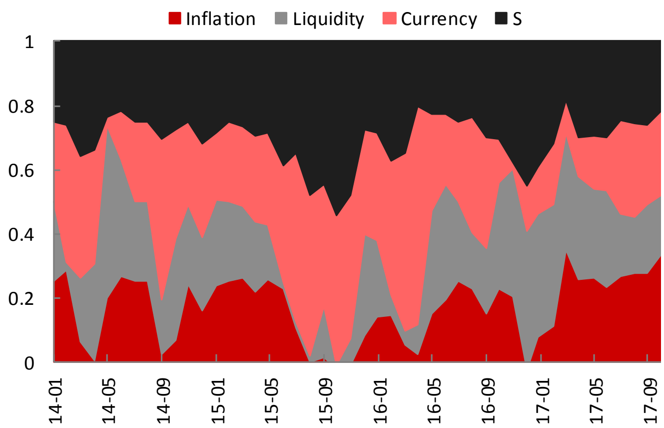
图 33：风险等权组合在有无限制时的换手率




数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

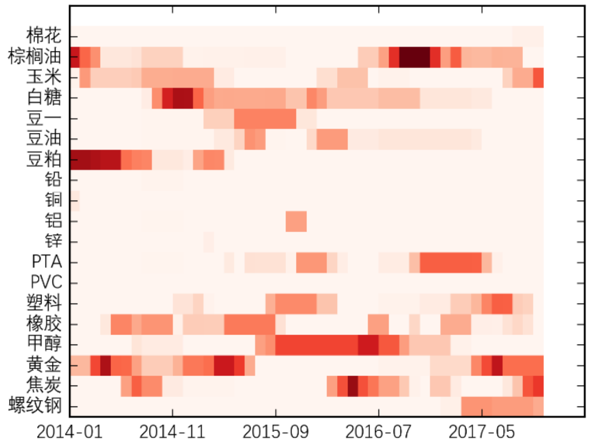
在基于风险因子的风险等权（三个因子预算权重相等）的组合中，我们对每一种商品都有一定比例的配置，这是因为几乎所有的品种都受三个风险因子的影响。平均来看，在这样的基于风险因子的风险预算组合中对黄金的配置比例稍高。但是在没有换手率的限制时，组合内的持仓平均来看较为分散，而且很多时候出现较高的权重，平均的换手率为 1 倍。但是如果加入对换手率的限制，如下图所示，可能由于多了一项约束条件使得优化问题更难获得最优解了，但是持仓更加集中了一些，不会出现某个品种的持仓超过 50%。由于持仓品种的权重不会变化那么明显了，所以风险等权组合在加入换手率限制之后波动较没有换手率限制的时候更低了一些。

**图 34：有限制时风险等权组合的因子风险贡献度**



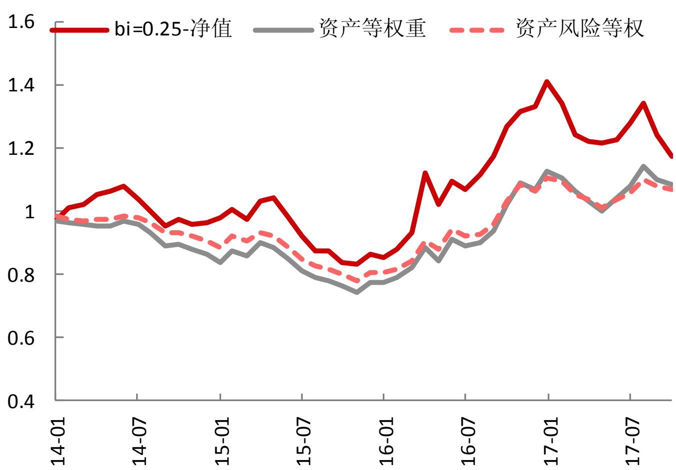

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

**图 35：有限制时风险等权组合的资产权重分布**




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

**图 36：因子风险等权组合与资产等权重、资产风险等权组合的净值对比**




数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

表 4：因子风险等权组合与资产等权重、资产风险等权组合的业绩指标对比

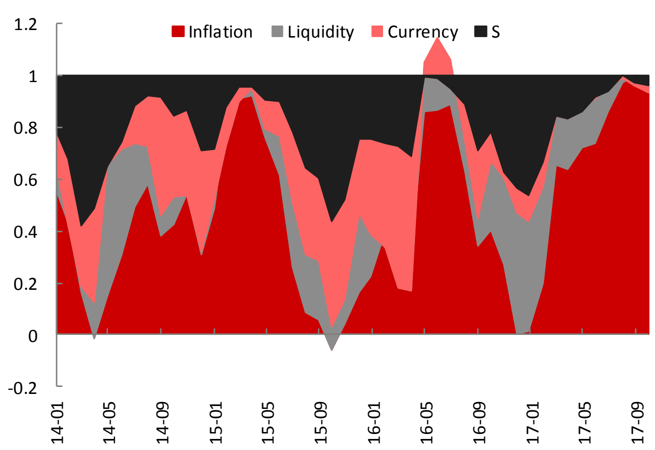
| | bi=0.25—净值 | 资产等权重 | 资产风险等权 |
|---|---|---|---|
| 累计收益率 | 17.1% | 8.2% | 6.6% |
| 年化收益率 | 4.2% | 2.1% | 1.7% |
| 年化波动率 | 18.0% | 13.0% | 10.5% |
| 夏普比率 | 0.10 | -0.03 | -0.07 |
| 最大回撤率 | -22.9% | -23.2% | -20.7% |
| 收益最大回撤比 | 0.18 | 0.09 | 0.08 |
| 胜率(M) | 54.3% | 37.0% | 41.3% |
| 盈亏比 | 1.07 | 1.99 | 1.65 |

数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

我们对比了资产等权重组合（EW）和基于资产的风险等权组合（ERC）的表现，其组合的净值以及业绩指标的表现如上面的图表所示。因子风险等权组合是因子的风险贡献度相等，而资产风险等权组合则是资产的风险贡献度相等。实际上，在基于因子的风险等权组合中我们需要考虑未知的特定风险因子的贡献度，所以真正意义的因子风险等权组合就是（0.25，0.25，0.25），剩余的25%表示特定风险的预算。从上面的净值表现来看，如果从因子的角度对组合风险做到均衡管理的话，组合还是能够得到比 EW 组合、基于资产的 ERC 组合更好的收益。但这种方式的缺点，是组合的总体风险也高于一般的资产权重等权组合、资产风险等权组合，也就反映出风险预算策略实际并不能控制组合整体风险的大小，但是却能控制在各风险因子风险贡献度的相对大小。

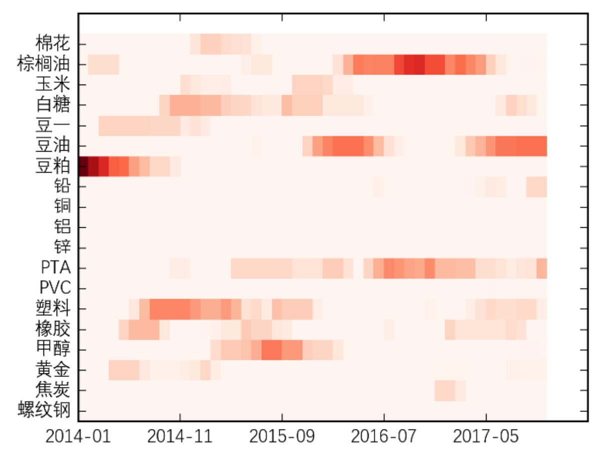
### (2) 单因子暴露组合

图 37：Inflation 因子全暴露组合的因子风险贡献度



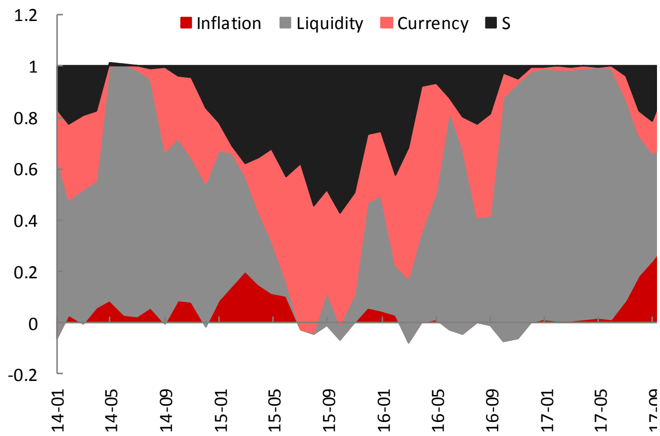

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 38：Inflation 因子全暴露组合的资产权重分布



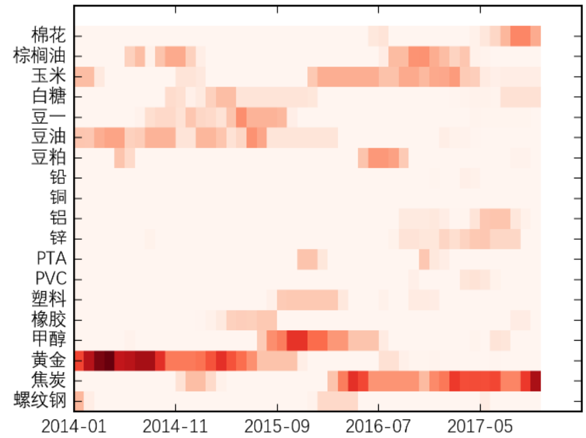

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 39：Liquidity 因子全暴露组合的因子风险贡献度




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

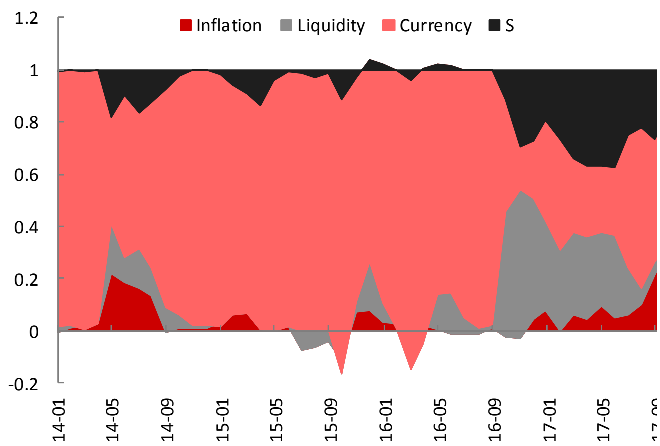
图 40：Liquidity 因子全暴露组合的资产权重分布




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

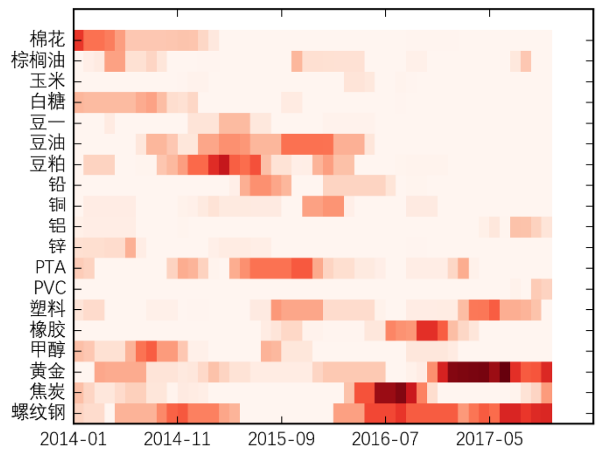
因子风险等权组合相当于组合平均了各个影响因子所带来的波动风险，那么如果我们想让组合只和某一个风险因子的影响有关，就可以通过提高这个因子的风险预算来实现对该因子风险的暴露的提升。假设对三个风险因子 Inflation、Liquidity、Currency 的风险预算比例为（0.98，0.01，0.01），如果该预算条件下能够得到最优解的话，也就意味着我们构建出了一个仅受 Inflation 因子影响的组合，而受其他两个因子的影响特别微小，我们将这样的组合称为单因子暴露组合。同理，如果风险预算为（0.01，0.98，0.01）、（0.01，0.01，0.98），表示 Liquidity 因子和 Currency 因子的完全暴露组合。但通过这样的预算方式进行优化，并不一定能够实现完全的只暴露于单个因子，因为有些时候优化问题无法得到完全最优解，这时特定风险因子是无法被确定的，所以优化得到的特定风险因子的权重可能并不为零（如上面图中特定因子的风险贡献度的面积所示）。

图 41：Currency 因子全暴露组合的因子风险贡献度



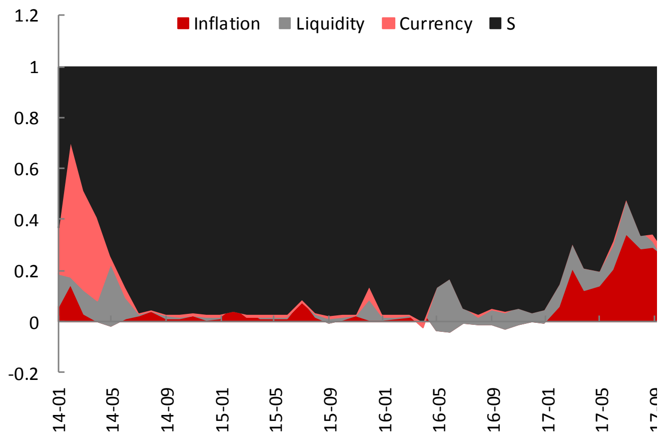

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 42：Currency 因子全暴露组合的资产权重分布



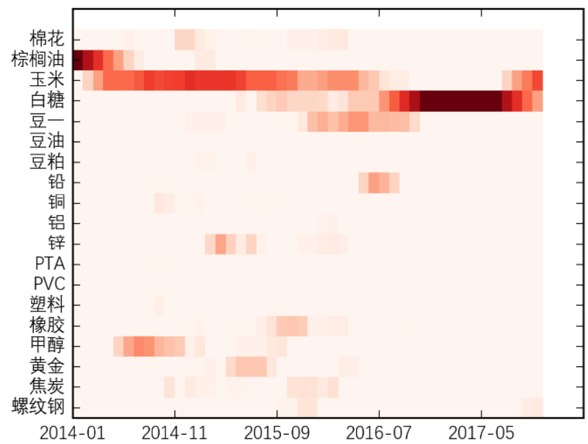

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 43：S 因子全暴露组合的因子风险贡献度




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

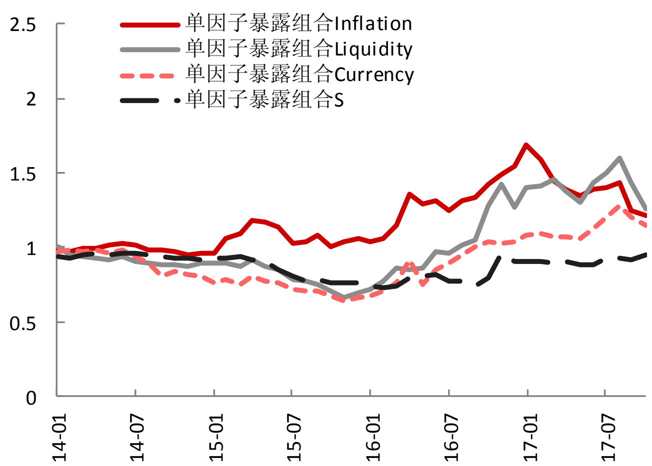
图 44：S 因子全暴露组合的资产权重分布




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

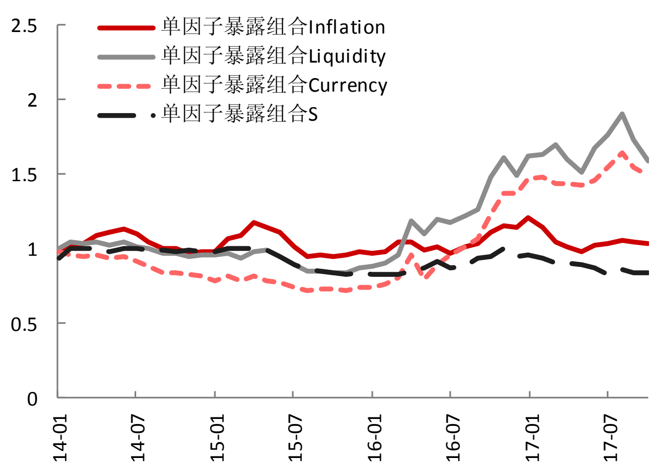
可以看到，暴露于不同风险因子的组合的持仓分布并不一样，原因在于商品本身对这些风险因子的敏感程度不尽相同。对于暴露于 Inflation 因子的组合来说，多数重要配置品种都是和宏观通胀、消费等因素较为相关的；暴露于 Liquidity 因子的组合，更多的配置在一些与流动性风险相关的品种上；而对于暴露于 Currency 因子的组合来说，由于多数品种都会受到外汇变化的影响，所以该组合的配置相对分散一些；而玉米、白糖等则特定时间段内主要为特定风险做出了贡献，说明在这些时候相关品种受主要的风险因子的影响特别小。

图 45：无换手限制时单因子全暴露组合的净值表现




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 46：有换手限制时单因子全暴露组合的净值表现




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

表 5：有换手限制时单因子全暴露组合的业绩指标表现

| | 单因子暴露组合 Inflation | 单因子暴露组合 Liquidity | 单因子暴露组合 Currency | 单因子暴露组合 S |
|---|---|---|---|---|
| 累计收益率 | 3.3% | 58.3% | 48.5% | -16.0% |
| 年化收益率 | 0.9% | 12.7% | 10.9% | -4.4% |
| 年化波动率 | 14.0% | 22.3% | 20.4% | 10.4% |
| 夏普比率 | -0.11 | 0.46 | 0.42 | -0.66 |
| 最大回撤率 | -19.3% | -20.2% | -26.4% | -18.4% |
| 收益最大回撤比 | 0.04 | 0.63 | 0.41 | -0.24 |
| 胜率(M) | 54.3% | 54.3% | 50.0% | 43.5% |
| 盈亏比 | 0.92 | 1.43 | 1.65 | 0.97 |

数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

最后我们也同样对这三种单因子以及特定风险因子完全暴露的组合的净值做了展示，结果如上图所示（分别是加入换手率限制与否的情况）。我们知道在风险因子模型中，组合若承担一定的风险就会获得相应的风险补偿，既然这三种组合是暴露单因子的，所以组合的净值与单因子收益率的累积净值的表现（可参见我们的上一篇报告）有一定的相关性。但由于实际无法得到完全暴露于同一个因子的优化结果，致使无法控制单因子暴露组合对特定风险因子的暴露值，所以这三个风险因子的单因子暴露组合的净值还是和理论上的单因子累积收益有些区别。总的来说，我们认为在某些情况下（风险预算优化问题有实际最优解时），风险预算策略确实还是能较好地实现对组合风险的管理，并方便、简单地控制组合在各影响因子上所暴露的风险相对大小。

### (3) 滚动风险预算组合

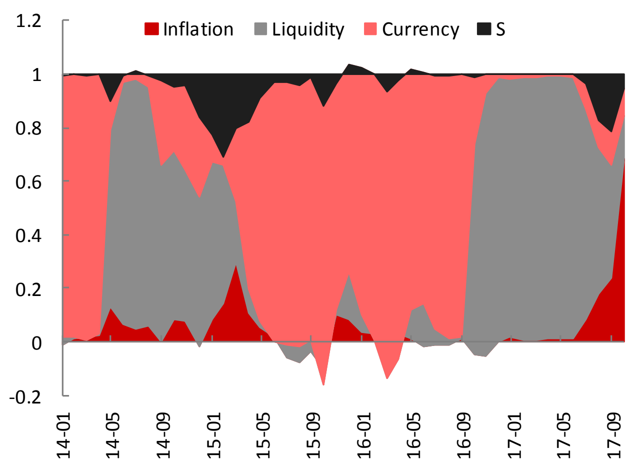
我们在前文中已分析得知等资产权重的组合在三个风险因子上的分布特点：在 2014 年 1 月至 2016 年 4 月之前的大部分时间内组合受 Currency 因子的影响较大，而在之后组合则先后对 Liquidity 因子和 Inflation 因子变得敏感。而我们现在知道如果组合完全暴露于 Currency 因子的话，外汇上涨时便组合价值便会降低，而外汇下跌时组合价值升高。Currency 因子所对应的美元指数在这一段时间区间内恰好处于升势，所以此时组合对于 Currency 过多的暴露便会导致组合净值下降。相反地，Liquidity 因子和 Inflation 因子对组合价值的影响是同向的，因为价格本身会因流动性增加和通胀上升而“水涨船高”，所以组合净值会在这样的宏观环境中升值。其实换句话说，**并没有作用一直特别突出的因子，组合风险的暴露情况也要依据所处的宏观环境**。所以比较合适的策略应该能够时时监控当前组合对各个风险因子的暴露（风险分析），并及时地进行风险预算优化（风险管理），做好组合风险配置。

现在我们设计这样的一个滚动的风险预算策略：每一期的期末计算当前持仓下各个风险因子的暴露情况，如果某个风险因子占比最高，说明此时组合受该因子的影响最大，那么接下来就以该因子完全暴露为优化目标，将优化结果作为新一期的持仓。这是第一种滚动的风险预算策略组合（组合 1）。之所以这么设置预算策略，是因为我们并不能对未来风险收益做出正确预测，但未来的风

险具有一定的持续性，假如组合风险能够稳定暴露在某一个因子上或许在某些适当的宏观环境下还是能够获得到稳定的风险收益。所以这样的组合也许更适合宏观类的风险因子。

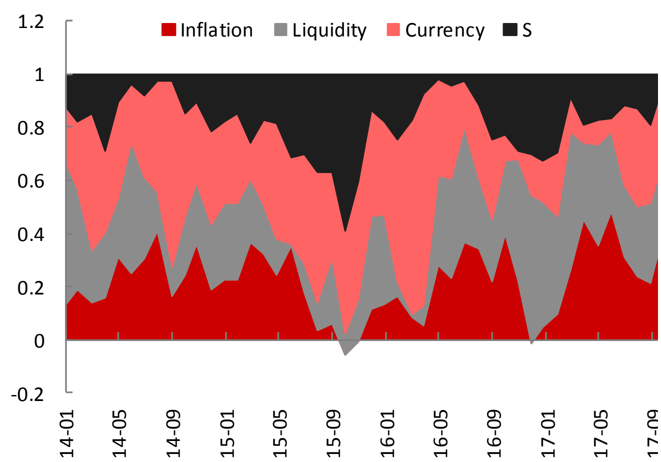
但是，为了对比，我们又构建了与第一种策略组合相反的组合：如果某风险因子的贡献度最大，那么下一期就完全不暴露这个风险因子，将风险预算等权分配给其他的风险因子上，这是对比组合2。另外，这两种组合如果在遇到风险贡献度最高的因子是特定风险因子 S 时，都采用风险预算为（0.33，0.33，0.33）的预算策略，否则容易导致策略一直暴露与特定风险因子 S 上。

图 47：滚动风险预算组合 1 的因子风险暴露度



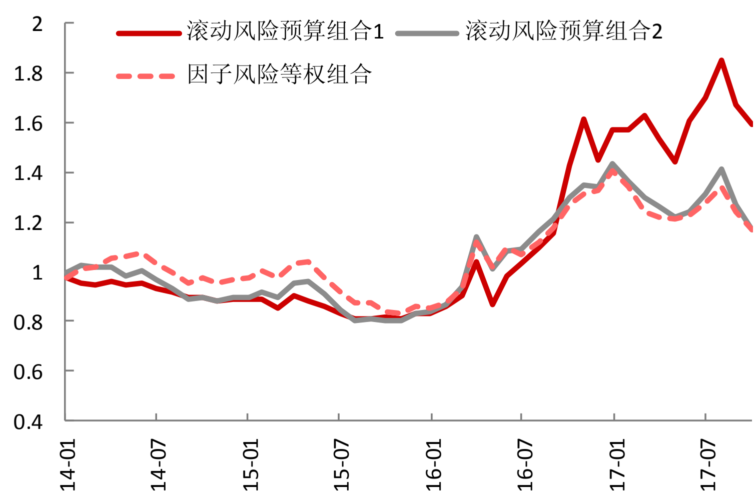

数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 48：滚动风险预算组合 2 的因子风险暴露度




数据来源：东方证券研究所 & wind 资讯

图 49：两种滚动风险预算组合与因子风险等权组合的净值对比




数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

滚动风险预算组合 1 的由于对风险的预算有一定的持续性，所以风险预算会跟随宏观环境的变化而变化；而滚动风险预算组合 2 则更加接近于将因子的风险贡献度平均化，而这一点从上面风险度的分布图也可以看出。所以，组合 1 净值的波动可能更大，组合的年化波动率 24%，夏普比率为 0.44，而组合 2 的表现则更加地接近于因子风险等权组合（如上面的净值图所示），其年化波动率为 20%，夏普比率为 0.09。而同期商品指数的表现较差一些，比如万得商品指数的夏普仅-0.23，南华商品指数为 0.08。

**表 6：两种滚动风险预算组合、因子风险等权组合与同期商品指数的业绩指标对比**

| | 滚动风险预算组合 1 | 滚动风险预算组合 2 | 因子风险等权组合 | 万得商品指数 | 南华商品指数 | 监控中心商品指数 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 累计收益率 | 59.4% | 17.0% | 17.1% | -4.5% | 15.4% | 2.4% |
| 年化收益率 | 12.9% | 4.2% | 4.2% | -1.2% | 3.8% | 0.6% |
| 年化波动率 | 23.9% | 19.8% | 18.0% | 15.5% | 17.2% | 11.4% |
| 夏普比率 | 0.44 | 0.09 | 0.10 | -0.23 | 0.08 | -0.16 |
| 最大回撤率 | -17.3% | -22.1% | -22.9% | -29.0% | -29.0% | -24.1% |
| 收益最大回撤比 | 0.75 | 0.19 | 0.18 | -0.04 | 0.13 | 0.03 |
| 胜率(M) | 50.0% | 54.3% | 54.3% | 45.7% | 41.3% | 60.9% |
| 盈亏比 | 1.68 | 1.07 | 1.07 | 1.25 | 1.88 | 1.25 |

数据来源：东方证券研究所 & Wind 资讯

## 三、总结

由于商品市场带有杠杆等特点，已上市的多数品种都具有较大的波动特征，所以目前市场上多数实盘的 CTA 基金都不会只以单独某一个品种来构建策略，而是考虑多个品种，或单策略或多策略，或如之前报告中所讲的阿尔法多空策略。不管怎样，一旦组合内包含的品种数量较多，我们便不得不考虑各个品种所带来的风险对组合风险的影响。本篇报告一方面对组合风险进行事后的分析，以将风险归至不同的影响因素上，另一方面则对这些影响因素所带来的风险进行事前的管理，通过设定目标函数进行组合优化，获得构建组合的最优资产权重。

对组合风险的分析依赖于影响因素所在空间，若考虑以资产本身作为影响因素，那么分解风险便是以资产权重为对象；若考虑以风险因子为影响因素，那么分解风险是以因子的权重为对象，不过因子的权重仍然和资产的权重有关，除此还有因子截面暴露度矩阵。对于标准差这样的风险度量方式，不管在哪种空间，风险贡献度都应满足欧拉配置原则。另外，分析所得到的风险贡献度有正也有负，在仅考虑做多时，该正负符号就应该和边际风险的正负有关，更进一步地，应和资产之间的相关性表现有关。以基于资产的风险分解为例，如果某个资产对其他资产的相关性全部为负相关，那么该资产的边际风险贡献度就一定为负，所以影响因素之间的相关性可作为分析风险贡献度符号的依据之一。

分解组合风险的重要应用是依据风险贡献的表现情况进行风险的管理。一般情况下，若在资产空间内以资产权重为优化对象，较为常见的构建组合的方式包括等资产权重、最小方差、最大分散化和风险等权。我们利用国内商品市场上的 19 个交易较为活跃的品种来实现上述的几种组合，对组合内各个品种的资产风险贡献度进行了分析统计，同时也从风险因子的角度也对每种组合进行了分析。这里我们通过对资产权重空间的模拟，结果发现通过因子暴露度矩阵和资产协方差矩阵共同作用之后而映射到因子权重空间，Bond 因子的风险贡献度基本为负值，原因在于该因子实际与其他因子之间存在着较为明显的负相关。所以在对组合进行因子风险分析和管理的时候，我们是只采用了影响更为显著的三个因子 Inflation、Liquidity 和 Currency。

最后，我们着重讨论了基于因子风险分解的风险预算组合，通过分析我们认为风险预算仅能作为控制因子风险贡献度相对大小的工具，而不能实现对组合整体风险大小的控制。我们可以通过所设定的风险预算大小，来实现组合对暴露于风险因子上的风险的控制。实际上因子风险等权组合仅是风险预算组合的一个特例。而当暴露于某个因子上的预算足够高时，那么组合的净值表现实际上会比较接近于所暴露的这个因子理论上的因子收益率的累计净值。通过几种对基于风险预算策略而构建的组合的实际问题的分析，我们所以，我们认为风险预算组合并不能控制组合的整体风险的绝对大小，而是仅仅控制分配组合在各影响因子上的所暴露的风险贡献的相对大小。

总的来说，我们认为尽管易于从资产的角度分解组合风险，但由于不同资产之间存在着显著相关性，尤其当资产数量较多时，不易于对组合风险进行预算管理；而风险因子具有一定的正交性，能够更清晰地展示并方便地剥离出不同因子所带来的风险，以更好地对组合风险进行预算管理。

# 风险提示

1. 量化模型基于历史数据分析得到，未来存在失效的风险，建议投资者紧密跟踪模型表现。
2. 极端市场环境可能对模型效果造成剧烈冲击，导致收益亏损。

# 参考文献

[1]. Roncalli T. (2013), Introduction to Risk Parity and Budgeting, Chapman & Hall/CRC Financial Mathematics Series
[2]. Benjamin Bruder, & Thierry Roncalli. (2012). Managing risk exposures using the risk budgeting approach. Mpra Paper.
[3]. Idzorek, T. M., & Kowara, M. (2013). Factor-based asset allocation vs. asset-class-based asset allocation. Financial Analysts Journal, 69(3), 19-29.

## 分析师申明

**每位负责撰写本研究报告全部或部分内容的研究分析师在此作以下声明：**

分析师在本报告中对所提及的证券或发行人发表的任何建议和观点均准确地反映了其个人对该证券或发行人的看法和判断；分析师薪酬的任何组成部分无论是在过去、现在及将来，均与其在本研究报告中所表述的具体建议或观点无任何直接或间接的关系。

## 投资评级和相关定义

报告发布日后的 12 个月内的公司的涨跌幅相对同期的上证指数/深证成指的涨跌幅为基准；

**公司投资评级的量化标准**

买入：相对强于市场基准指数收益率 15%以上；

增持：相对强于市场基准指数收益率 5%～15%；

中性：相对于市场基准指数收益率在-5%～+5%之间波动；

减持：相对弱于市场基准指数收益率在-5%以下。

未评级——由于在报告发出之时该股票不在本公司研究覆盖范围内，分析师基于当时对该股票的研究状况，未给予投资评级相关信息。

暂停评级——根据监管制度及本公司相关规定，研究报告发布之时该投资对象可能与本公司存在潜在的利益冲突情形；亦或是研究报告发布当时该股票的价值和价格分析存在重大不确定性，缺乏足够的研究依据支持分析师给出明确投资评级；分析师在上述情况下暂停对该股票给予投资评级等信息，投资者需要注意在此报告发布之前曾给予该股票的投资评级、盈利预测及目标价格等信息不再有效。

**行业投资评级的量化标准：**

看好：相对强于市场基准指数收益率 5%以上；

中性：相对于市场基准指数收益率在-5%～+5%之间波动；

看淡：相对于市场基准指数收益率在-5%以下。

未评级：由于在报告发出之时该行业不在本公司研究覆盖范围内，分析师基于当时对该行业的研究状况，未给予投资评级等相关信息。

暂停评级：由于研究报告发布当时该行业的投资价值分析存在重大不确定性，缺乏足够的研究依据支持分析师给出明确行业投资评级；分析师在上述情况下暂停对该行业给予投资评级信息，投资者需要注意在此报告发布之前曾给予该行业的投资评级信息不再有效。

## 免责声明

本证券研究报告（以下简称"本报告"）由东方证券股份有限公司（以下简称"本公司"）制作及发布。

本报告仅供本公司的客户使用。本公司不会因接收人收到本报告而视其为本公司的当然客户。本报告的全体接收人应当采取必要措施防止本报告被转发给他人。

本报告是基于本公司认为可靠的且目前已公开的信息撰写，本公司力求但不保证该信息的准确性和完整性，客户也不应该认为该信息是准确和完整的。同时，本公司不保证文中观点或陈述不会发生任何变更，在不同时期，本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的证券研究报告。本公司会适时更新我们的研究，但可能会因某些规定而无法做到。除了一些定期出版的证券研究报告之外，绝大多数证券研究报告是在分析师认为适当的时候不定期地发布。

在任何情况下，本报告中的信息或所表述的意见并不构成对任何人的投资建议，也没有考虑到个别客户特殊的投资目标、财务状况或需求。客户应考虑本报告中的任何意见或建议是否符合其特定状况，若有必要应寻求专家意见。本报告所载的资料、工具、意见及推测只提供给客户作参考之用，并非作为或被视为出售或购买证券或其他投资标的的邀请或向人作出邀请。

本报告中提及的投资价格和价值以及这些投资带来的收入可能会波动。过去的表现并不代表未来的表现，未来的回报也无法保证，投资者可能会损失本金。外汇汇率波动有可能对某些投资的价值或价格或来自这一投资的收入产生不良影响。那些涉及期货、期权及其它衍生工具的交易，因其包括重大的市场风险，因此并不适合所有投资者。

在任何情况下，本公司不对任何人因使用本报告中的任何内容所引致的任何损失负任何责任，投资者自主作出投资决策并自行承担投资风险，任何形式的分享证券投资收益或者分担证券投资损失的书面或口头承诺均为无效。



提示客户及公众投资者慎重使用未经授权刊载或者转发的本公司证券研究报告，慎重使用公众媒体刊载的证券研究报告。

**东方证券研究所**

**地址：** 上海市中山南路 318 号东方国际金融广场 26 楼

**联系人：** 王骏飞

**电话：** 021-63325888*1131

**传真：** 021-63326786

**网址：** www.dfzq.com.cn

**Email：** wangjunfei@orientsec.com.cn