TUGAS BESAR 1 ALJABAR LINEAR DAN GEOMETRI 2019/2020

oleh

Jon Felix Germinian	13518025
Ilham Syahid Syamsudin	13518028
Chokyi Ozer	13518107

TEKNIK INFORMATIKA
SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

2019

BAB I Deskripsi Masalah

(i) Sistem persamaan linier (SPL) $Ax = b$ dengan n peubah (*variable*) dan m persamaan adalah berbentuk

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
\vdots \qquad\qquad & \quad \vdots \\
\vdots \qquad\qquad & \quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m
\end{aligned}
$$

yang dalam hal ini x_i adalah peubah, a_{ij} dan b_i adalah koefisien Î R. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n pebuah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak, atau hanya satu (unik/tunggal).

(ii) Sebuah matriks M berukuran n ´ n

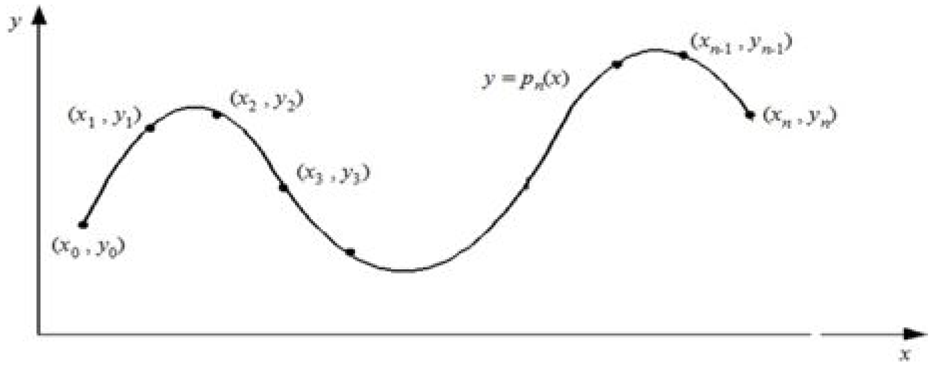
$$
M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}
$$

determinannya adalah

$$
\det(M) = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{vmatrix}
$$

(iii) Balikan (*inverse*) matriks M berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan banyak cara: menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan dan menggunakan matriks adjoin.

Kembali ke sistem persamaan linier (SPL). SPL memiliki banyak aplikasi dalam bidang sains dan rekayasa, salah satunya adalah mengestimasi nilai fungsi dengan interpolasi polinom. Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). Tentukan polinom $p_n(x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga $y_i = p_n(x_i)$ untuk i = 0, 1, 2, …, n.



Setelah polinom interpolasi $p_n(x)$ ditemukan, $p_n(x)$ dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang $[x_0, x_n]$.

Polinom interpolasi derajat n yang menginterplolasi titik-titik (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). adalah berbentuk $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$. Jika hanya ada dua titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah $p_1(x) = a_0 + a_1x$ yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), dan (x_2, y_2), maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah $p_2(x) = a_0 + a_1x$ $+ a_2x^2$ atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), dan (x_3, y_3), polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah $p_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$ untuk i = 0, 1, 2, …, n, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$,

$$
\begin{aligned}
&a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \ldots + a_n x_0^n = y_0 \\
&a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \ldots + a_n x_1^n = y_1 \\
&\ldots \qquad\qquad \ldots \\
&a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_n x_n^n = y_n
\end{aligned}
$$

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai a_0, a_1, …, a_n, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513). Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada x = 9.2. Polinom kuadratik berbentuk $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sistem persamaan lanjar yang terbentuk adalah

$$
\begin{aligned}
a_0 + 8.0a_1 + 64.00a_2 &= 2.0794 \\
a_0 + 9.0a_1 + 81.00a_2 &= 2.1972 \\
a_0 + 9.5a_1 + 90.25a_2 &= 2.2513
\end{aligned}
$$

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan a_0 = 0.6762, a_1 = 0.2266, dan a_2 = -0.0064. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah $p_2(x) = 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x^2$. Dengan menggunakan polinom ini, maka nilai fungsi pada x = 9.2 dapat ditaksir sebagai berikut: $p_2(9.2) = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064(9.2)_2 = 2.2192$.

BAB II Teori Dasar

1. Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss merupakan operasi yang dilakukan pada sebuah matriks untuk mengubahnya menjadi sebuah matriks eselon. Matriks eselon adalah matriks yang memenuhi kriteria berikut: 1) Baris yang seluruhnya berisi 0 berada dibawah matriks, 2) Entri awalan pada baris yang tidak 0 adalah 1, dan 3) Entri awalan pada baris yang tidak 0 berada disebelah kanan entri awalan baris-baris sebelumnya. Untuk menghasilkan matriks eselon dari sebuah matriks sembarang, Eliminasi Gauss menggunakan operasi baris elementer. Algoritma yang dapat digunakan komputer sebagai berikut:

1) Tukar semua baris sehingga baris dengan jumlah 0 paling sedikit berada diatas dan jumlah 0 paling banyak berada dibawah
2) Mengalikan barisan paling atas sehingga entri awalan bernilai 1 atau baris seluruhnya berisi 0.
3) Menjumlahkan barisan dibawahnya dengan kelipatan baris tersebut sehingga entri awalan baris dibawahnya berada di kanan entri awalan baris tersebut
4) Ulangi langkah kedua untuk baris dibawahnya, hingga tidak ada baris lagi di bawahnya.

2. Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss-Jordan merupakan operasi yang dilakukan pada sebuah matriks untuk mengubah matriks tersebut menjadi sebuah matriks eselon tereduksi. Matriks eselon tereduksi serupa dengan matriks eselon pada umumnya, hanya saja semua entri pada kolom diatas dan dibawah entri awalan bernilai 0. Eliminasi Gauss-Jordan, seperti Eliminasi Gauss, menggunakan operasi baris elementer. Algoritma yang dapat digunakan komputer sebagai berikut:

1) Melakukan eliminasi Gauss pada matriks
2) Menjumlahkan baris di atas kedua (bila ada) dengan kelipatan baris tersebut sehingga entri pada kolom di atasnya bernilai 0.
3) Ulangi langkah kedua untuk baris di bawah baris yang ditinjau, hingga tidak ada baris lagi di bawahnya.

3. Determinan

Determinan suatu matriks adalah suatu fungsi skalar dengan domain matriks bujur sangkar. Dengan kata lain, determinan merupakan pemetaan dengan domain berupa matriks bujur sangkar, sementara kodomain berupa suatu nilai skalar. Determinan suatu matriks sering digunakan dalam menganalisa suatu matriks, menentukan solusi sistem persamaan linear dengan aturan cramer, pemeriksaan baris suatu ruang vektor dan lain-lain.

4. Matriks Balikan

Jika sebuah matriks dikali dengan matriks balikannya, atau disebut juga dengan invers dari matriks tersebut, maka akan dihasilkan matriks identitas yang ukurannya sama dengan ukuran kedua matriks tersebut.

$$A \cdot A^{-1} = I$$

Syarat dari bisa-tidaknya dibuat matriks balikan dari sebuah matriks (inversible) adalah matriks tersebut merupakan matriks persegi.

5. Matriks Kofaktor

Sebuah kofaktor adalah merupakan sebuah determinan dari minor dari sebuah matriks. Minor (M_{ij}) dari sebuah matriks A adalah sebuah matriks bagian (sub-matriks) dari matriks A yang mengecualikan baris kolom ke-i dan baris ke-j. Kofaktor memiliki rumus sebagai berikut:

$$C_{ij} = |M_{ij}| \cdot (-1)^{i+j}$$

Matriks kofaktor adalah sebuah matriks yang berisi kofaktor-kofaktor dari matriks tertentu.

6. Matriks Adjoin

Matriks adjoin merupakan transpose dari matriks kofaktor dari sebuah matriks. Transpose merupakan operasi yang menukar semua baris dengan semua kolom pada sebuah matriks

7. Kaidah Cramer

Kaidah Cramer menyatakan bahwa sebuah sistem persamaan linear $Ax = b$ dapat diselesaikan dengan mengubah A menjadi sebuah matriks. Untuk setiap x_n , nilai dari x_n adalah nilai determinan dari A_n dibagi dengan determinan dari A . A_n adalah matriks A dengan kolom ke-n ditukar dengan nilai-nilai pada b.

8. Interpolasi Polinom

Untuk n-jumlah titik pada sebuah bidang datar, dapat dicari sebuah polinom yang menghubungkannya. Polinom ini dapat dicari dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
&a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \ldots + a_n x_0^n = y_0 \\
&a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \ldots + a_n x_1^n = y_1 \\
&\ldots \qquad\qquad\quad \ldots \\
&a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_n x_n^n = y_n
\end{aligned}$$

Xn dan Yn adalah absis dan ordinat dan sebuah titik. An merupakan nilai koefisien dari tiap suku pada polinom yang harus dicari. Setelah mendapatkan semua An, rumus polinom yang dihasilkan adalah:

$$a_o + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n = y$$

BAB III Implementasi

Program yang dibuat membagikan kode ke dalam beberapa class berdasarkan kegunaan prosedur-prosedur yang dijalankan, dan tipe data abstrak yang dibuat. Program ini memuat 1 class program utama, 3 class tipe data abstrak, dan 5 class yang menjalankan prosedur lainnya.

1. Main.java

Program utama yang hanya menjalankan prosedur menu utama yang terletak pada class Menu.

2. Input.java

Class ini menyediakan satu prosedur, yaitu prosedur pembacaan matriks dan dapat menyesuaikan untuk matriks yang harus berbentuk persegi.

3. Menu.java

Class ini memiliki prosedur yang menjalankan *core-loop* dari program ini. *Core-loop* dijalankan di prosedur Run(). Class ini juga mengurus masukan matriks dari beberapa fitur program. Input yang didapat akan mengalihkan program ke prosedur lain sebelum kembali ke *core-loop* program. Bila ada menu tambahan yang harus ditampilkan, class ini juga dapat mengurusnya melalui prosedur lain yang dimiliki class Menu.

4. Matriks.java

Matriks adalah class yang berisi tipe data abstrak matriks. Class matriks dibagi menjadi beberapa bagian:

a. Atribut - Berisi nilai-nilai yang disimpan pada objek Matriks. Meliputi KolMin, BrsMin, KolMax, BrsMax, Baris (jumlah baris), Kolom (jumlah kolom), dan Mat (array berdimensi-ganda).
b. Konstruktor - Berisi pembuat matriks yang dapat menerima array double dua dimensi, jumlah baris dan kolom, atau sebuah nama file.
c. Selektor - Meliputi method GetFirstIdxKol, GetFirstIdxBrs, GetLastIdxKol, GetLastIdxBrs, dan NbElmt
d. Tipe Matriks Umum - Membuat matriks baru yang berupa matriks Identitas atau matriks Hilbert.
e. Input/Output - Memuat prosedur yang dipakai untuk membaca-tulis matriks dari dan ke command line.
f. Operasi dasar - Memuat operasi dasar antar matriks. Prosedur hanyalah operasi perkalian
g. Operasi baris elementer - Meliputi method Swap (tukar baris), KaliBaris (dengan sebuah konstanta), PlusBaris, dan MinusBaris.

h. Predikat - Hanya memiliki predikat IsIdentitas.
i. Fungsi Skalar - Merupakan kelompok fungsi yang dijalankan pada matriks untuk menghasilkan suatu bilangan skalar. Fungsi dan prosedur yang termasuk pada kelompok ini adalah determinan (baik metode OBE atau metode kofaktor), dan pencarian kofaktor.
j. Fungsi Matriks - Merupakan kelompok fungsi yang dijalankan pada matriks untuk menghasilkan suatu matriks lainnya. Memuat fungsi dan prosedur Minor, Transpose, Matriks Kofaktor, Matriks Adjoin, Invers (baik metode Gauss-Jordan atau dengan matriks adjoin), Eliminasi Gauss, Eliminasi Gauss-Jordan, Copy, dan Concat (menggabungkan dua matriks bersebelahan).

5. SPL.java

Class ini menjalankan pembacaan matriks hingga output hasil dari sebuah SPL dengan menggunakan 4 metode. Metode yang digunakan adalah metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks invers, dan metode kaidah Cramer.

6. Expression.java

Expression adalah class tipe data abstrak yang berisi sebuah expresi penjumlahan linear dari satu atau beberapa variabel. Expression memiliki atribut exp yang digunakan untuk menyimpan expresi penjumlahan parametriknya. Class Expression juga mengurus penggunaan variabel baru agar tidak memiliki konflik nama dengan variabel yang sudah ada. Selain itu, terdapat beberapa fungsi selektor dan setter yang berurusan dengan *get/set* koefisien dari suku pada ekspresi. Terdapat fungsi ToString yang mengubah ekspresi menjadi sebuah string yang lebih mudah dipahami pengguna. Ada juga predikat yang mendeteksi kekosongan suatu ekspresi.

7. Nilai.java

Nilai adalah class tipe data abstrak yang berisi sebuah nilai yang terdiri dari sebuah koefisien/konstanta dan sebuah variabel independen. Variabel disimpan sebagai sebuah indeks yang lebih mudah dipahami komputer, dan sebagai sebuah string yang lebih mudah dipahami pengguna. Metode yang dimiliki Nilai meliputi konversi dari variabel dalam representasi indeks ke string dan sebaliknya.

8. Determinan.java

Class Determinan menyediakan dua prosedur untuk menjalankan dua opsi menu metode perhitungan determinan, yaitu metode operasi baris elementer dan metode kofaktor.

9. Invers.java

Class Invers menyediakan dua prosedur untuk menjalankan dua opsi menu metode perhitungan matriks balikan, yaitu metode eliminasi Gauss-Jordan dan metode adjoin.

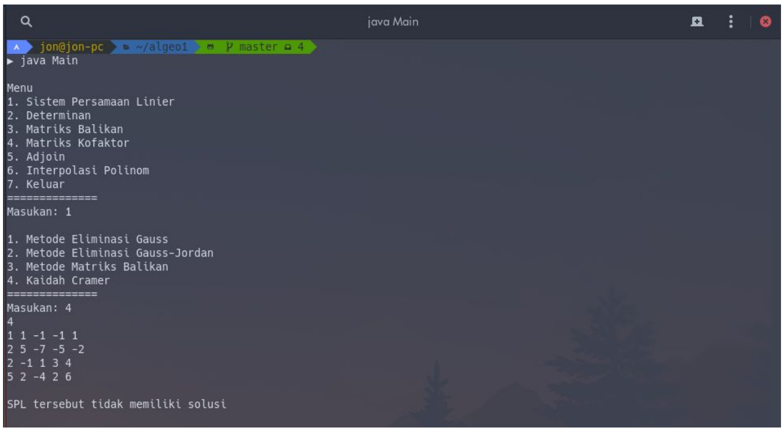
10. Interpolasi.java

Class Interpolasi hanya menyediakan dua prosedur, yaitu prosedur pencarian polinom yang menginterpolasi antara beberapa titik dan prosedur iinput sebagai dari file.

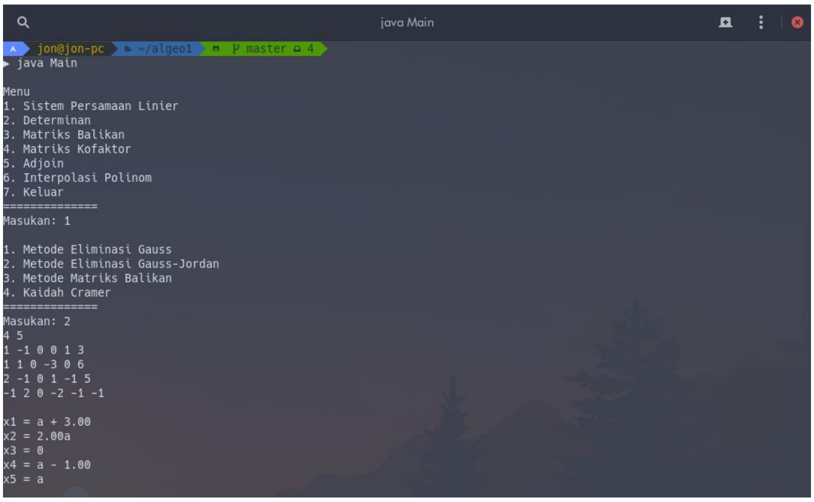
BAB IV EKSPERIMEN

1. Solusi SPL Ax=b

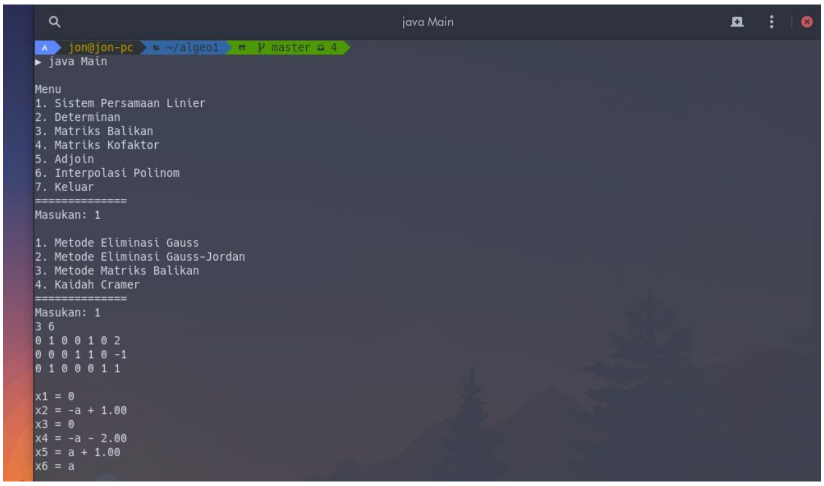
    a.



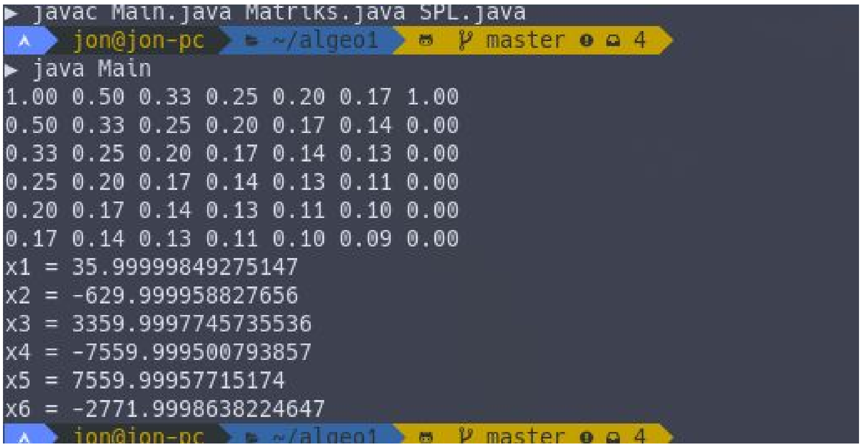
    b.



    c.

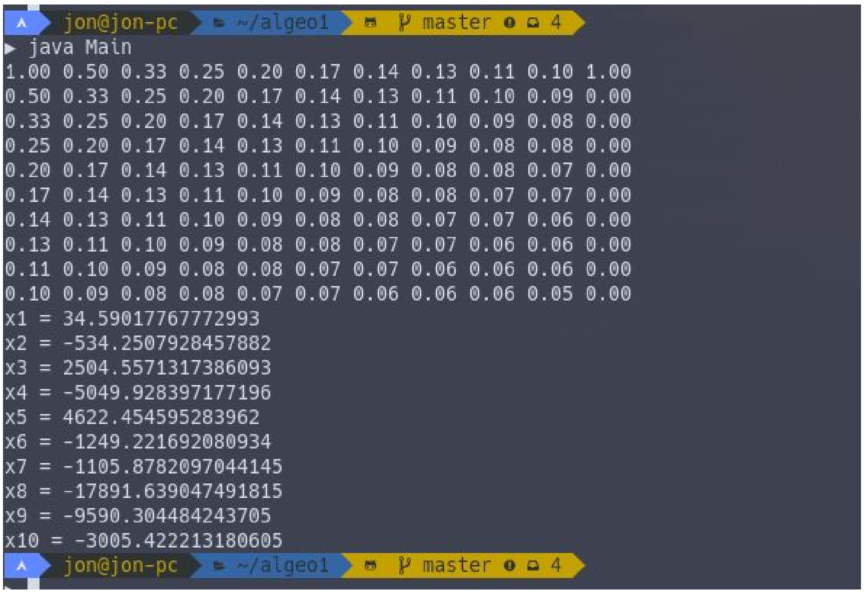


d.



```
▶ javac Main.java Matriks.java SPL.java
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
▶ java Main
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 1.00
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.00
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.00
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.00
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.00
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.00
x1 = 35.99999849275147
x2 = -629.999958827656
x3 = 3359.9997745735536
x4 = -7559.999500793857
x5 = 7559.99957715174
x6 = -2771.9998638224647
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
```

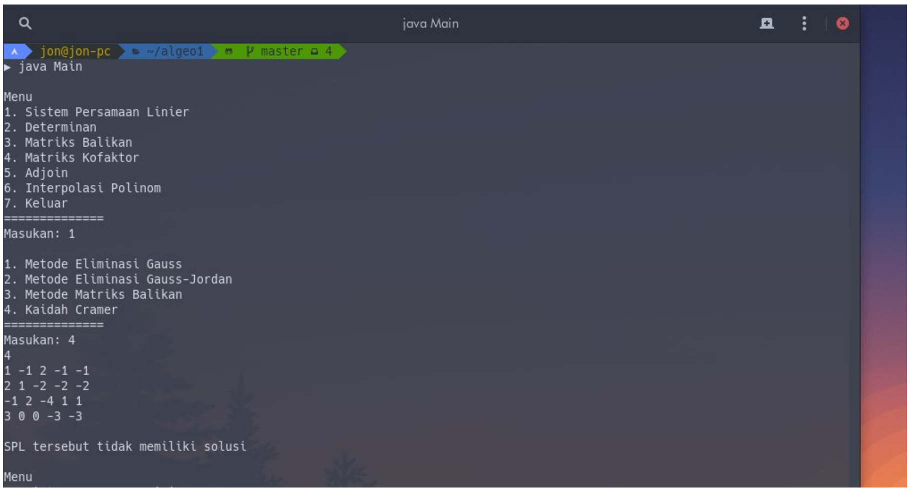
e.



```
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
▶ java Main
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 1.00
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.00
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.00
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.00
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.00
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.00
0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.00
0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.00
0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.06 0.00
0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.06 0.05 0.00
x1 = 34.59017767772993
x2 = -534.2507928457882
x3 = 2504.5571317386093
x4 = -5049.928397177196
x5 = 4622.454595283962
x6 = -1249.221692080934
x7 = -1105.8782097044145
x8 = -17891.639047491815
x9 = -9590.304484243705
x10 = -3005.422213180605
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
```

2. SPL Matriks Augmented

a.



```
java Main
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 1

1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
==============
Masukan: 4
4
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3

SPL tersebut tidak memiliki solusi

Menu
```

b.

```
java Main
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 1

1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
==============
Masukan: 1
6 4
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0

SPL tersebut tidak memiliki solusi
```

3. SPL berbentuk

a.

```
java Main
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 1

1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
==============
Masukan: 4
4
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3

x1 = -0.22432432432432434
x2 = 0.18243243243243243
x3 = 0.7094594594594594
x4 = -0.2581081081081081
```

b.

```
java Main
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 1

1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
==============
Masukan: 1
12 9
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8
0 0 0.4289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0 3.81
0 0 1 0 0 1 0 0 1 18
0 1 0 0 1 0 0 1 0 12
1 0 0 1 0 0 1 0 0 6
0.04289 0.75 0.61396 0 0.04289 0.75 0 0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289 7.04

SPL tersebut tidak memiliki solusi

Menu
```

4. Matriks 5x5

```
java Main
jon@jon-pc ~/algeo1 master 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 2

1. Metode Operasi Baris Elementer
2. Metode Matriks Kofaktor
==============
Masukan: 2
Masukan jumlah baris : 5
5 6 2 1 4
2 1 5 7 1
4 2 1 6 7
1 4 6 1 5
7 2 8 1 3

Determinan dari matriks tersebut adalah 11560.0
```

```
java Main
jon@jon-pc ~/algeo1 master 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 3

1. Metode Adjoin
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
==============
Masukan: 1
Masukan jumlah baris : 5
5 6 2 1 4
2 1 5 7 1
4 2 1 6 7
1 4 6 1 5
7 2 8 1 3

0.06 -0.03 0.03 -0.15 0.11
0.20 0.07 -0.10 0.04 -0.11
-0.07 0.04 -0.06 0.09 0.06
0.02 0.13 0.03 -0.04 -0.06
-0.10 -0.12 0.14 0.10 0.01
```

```
java Main
jon@jon-pc ~/algeo1 master 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 4
Masukan jumlah baris : 5
5 6 2 1 4
2 1 5 7 1
4 2 1 6 7
1 4 6 1 5
7 2 8 1 3

5.00 6.00 2.00 1.00 4.00
2.00 1.00 5.00 7.00 1.00
4.00 2.00 1.00 6.00 7.00
1.00 4.00 6.00 1.00 5.00
7.00 2.00 8.00 1.00 3.00

670.00 2330.00 -780.00 190.00 -1100.00
-338.00 826.00 428.00 1526.00 -1412.00
356.00 -1212.00 -656.00 308.00 1624.00
-1757.00 429.00 1062.00 -481.00 1142.00
1317.00 -1269.00 658.00 -679.00 98.00
Apakah Anda ingin menyimpannya dalam file (y/n)? n
```

```
java Main
jon@jon-pc  ~/algeo1  master 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 5
Masukan jumlah baris : 5
5 6 2 1 4
2 1 5 7 1
4 2 1 6 7
1 4 6 1 5
7 2 8 1 3

670.00 -338.00 356.00 -1757.00 1317.00
2330.00 826.00 -1212.00 429.00 -1269.00
-780.00 428.00 -656.00 1062.00 658.00
190.00 1526.00 308.00 -481.00 -679.00
-1100.00 -1412.00 1624.00 1142.00 98.00
```

Matriks 10x10

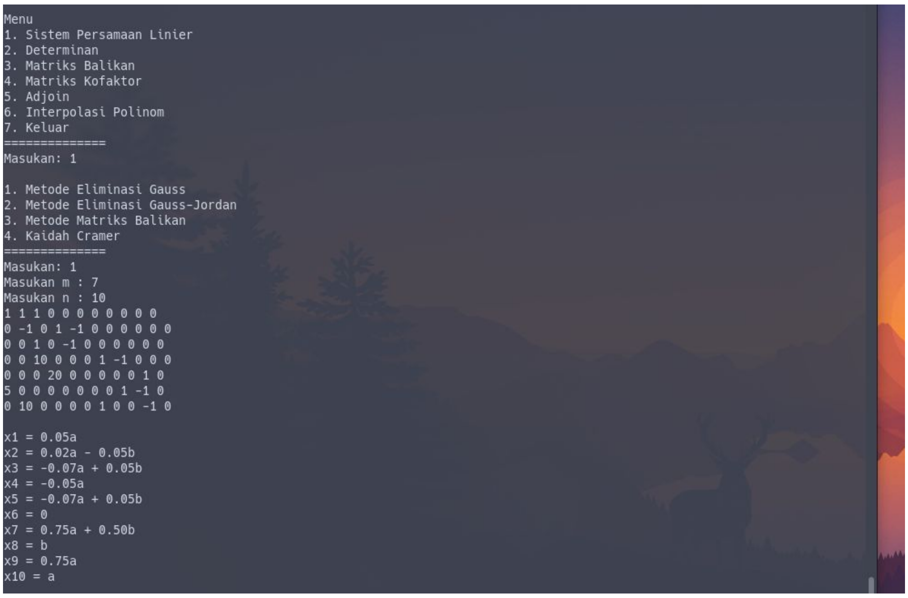
```
1. Metode Operasi Baris Elementer
2. Metode Matriks Kofaktor
==============
Masukan: 1
Masukan jumlah baris : 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
9 0 1 2 3 4 5 6 7 8
8 9 0 1 2 3 4 5 6 7
7 8 9 0 1 2 3 4 5 6
6 7 8 9 0 1 2 3 4 5
5 6 7 8 9 0 1 2 3 4
4 5 6 7 8 9 0 1 2 3
3 4 5 6 7 8 9 0 1 2
2 3 4 5 6 7 8 9 0 1

Determinan dari matriks tersebut adalah 4.500000000000003E9

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 2

1. Metode Operasi Baris Elementer
2. Metode Matriks Kofaktor
==============
Masukan: 2
Masukan jumlah baris : 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
9 0 1 2 3 4 5 6 7 8
8 9 0 1 2 3 4 5 6 7
7 8 9 0 1 2 3 4 5 6
6 7 8 9 0 1 2 3 4 5
5 6 7 8 9 0 1 2 3 4
4 5 6 7 8 9 0 1 2 3
3 4 5 6 7 8 9 0 1 2
2 3 4 5 6 7 8 9 0 1

Determinan dari matriks tersebut adalah 4.5E9
```

```
Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 3

1. Metode Adjoin
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
==============
Masukan: 2
Masukan jumlah baris : 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
9 0 1 2 3 4 5 6 7 8
8 9 0 1 2 3 4 5 6 7
7 8 9 0 1 2 3 4 5 6
6 7 8 9 0 1 2 3 4 5
5 6 7 8 9 0 1 2 3 4
4 5 6 7 8 9 0 1 2 3
3 4 5 6 7 8 9 0 1 2
2 3 4 5 6 7 8 9 0 1

0.00 -0.10 0.10 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 -0.10 0.10 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 -0.10 0.10 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 -0.10 0.10 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -0.10 0.10 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -0.10 0.10 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -0.10 0.10 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -0.10 0.10
0.10 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -0.10
-0.10 0.10 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
```

```
Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 4
Masukan jumlah baris : 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
9 0 1 2 3 4 5 6 7 8
8 9 0 1 2 3 4 5 6 7
7 8 9 0 1 2 3 4 5 6
6 7 8 9 0 1 2 3 4 5
5 6 7 8 9 0 1 2 3 4
4 5 6 7 8 9 0 1 2 3
3 4 5 6 7 8 9 0 1 2
2 3 4 5 6 7 8 9 0 1

1.00 2.00 3.00 4.00 5.00 6.00 7.00 8.00 9.00 0.00
0.00 1.00 2.00 3.00 4.00 5.00 6.00 7.00 8.00 9.00
9.00 0.00 1.00 2.00 3.00 4.00 5.00 6.00 7.00 8.00
8.00 9.00 0.00 1.00 2.00 3.00 4.00 5.00 6.00 7.00
7.00 8.00 9.00 0.00 1.00 2.00 3.00 4.00 5.00 6.00
6.00 7.00 8.00 9.00 0.00 1.00 2.00 3.00 4.00 5.00
5.00 6.00 7.00 8.00 9.00 0.00 1.00 2.00 3.00 4.00
4.00 5.00 6.00 7.00 8.00 9.00 0.00 1.00 2.00 3.00
3.00 4.00 5.00 6.00 7.00 8.00 9.00 0.00 1.00 2.00
2.00 3.00 4.00 5.00 6.00 7.00 8.00 9.00 0.00 1.00


10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 460000000.00 -440000000.00
-440000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 460000000.00
460000000.00 -440000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 460000000.00 -440000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 460000000.00 -440000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 460000000.00 -440000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 460000000.00 -440000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 460000000.00 -440000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 460000000.00 -440000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 460000000.00 -440000000.00 10000000.00
Apakah Anda ingin menyimpannya dalam file (y/n)? n
```

```
Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 5
Masukan jumlah baris : 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
9 0 1 2 3 4 5 6 7 8
8 9 0 1 2 3 4 5 6 7
7 8 9 0 1 2 3 4 5 6
6 7 8 9 0 1 2 3 4 5
5 6 7 8 9 0 1 2 3 4
4 5 6 7 8 9 0 1 2 3
3 4 5 6 7 8 9 0 1 2
2 3 4 5 6 7 8 9 0 1

10000000.00 -440000000.00 460000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 -440000000.00 460000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 -440000000.00 460000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 -440000000.00 460000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 -440000000.00 460000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 -440000000.00 460000000.00 10000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 -440000000.00 460000000.00 10000000.00
10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 -440000000.00 460000000.00
460000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 -440000000.00
-440000000.00 460000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00 10000000.00
```

5.



```
Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 1

1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
==============
Masukan: 1
Masukan m : 7
Masukan n : 10
1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
0 -1 0 1 -1 0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 -1 0 0 0 0 0 0
0 0 10 0 0 0 1 -1 0 0 0
0 0 0 20 0 0 0 0 0 1 0
5 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0
0 10 0 0 0 0 1 0 0 -1 0

x1 = 0.05a
x2 = 0.02a - 0.05b
x3 = -0.07a + 0.05b
x4 = -0.05a
x5 = -0.07a + 0.05b
x6 = 0
x7 = 0.75a + 0.50b
x8 = b
x9 = 0.75a
x10 = a
```

6.

```
jon@jon-pc  ~/algeo1   master ❶ ⌂ 4
▶ java Main

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Matriks Kofaktor
5. Adjoin
6. Interpolasi Polinom
7. Keluar
==============
Masukan: 6

1. Input dari Keyboard
2. Input dari File
==============
Masukan: 1
Masukan n : 8
Silahkan masukan Matriks :
1971 21.6
1980 27.4
1990 35.4
1995 39.2
2000 35.7
2010 43.2
2015 46.7
2019 49.1

a1 = 129346700713435200.0000000000
a2 = -1438784507742862.2000000000
a3 = 725641241446.4579000000
a4 = -121976140.9955564300
a5 = -164.9199569588
a6 = 3.1443283103
a7 = -0.0005252291
a8 = 0.0000000376
```

Dari hasil interpolasi tersebut didapatkan sebuah polinom 129346700713435200 - 1438784507742862.2a + 725641241446.46a^2 - 121976141a^3 - 164.92a^4 + 3.14a^5 - 0.0005252291a^6 + 0.0000000376a^7

BAB V KESIMPULAN

Matriks merupakan sebuah alat di matematika yang dapat memudahkan memecahkan masalah-masalah yang cara penyelesaiannya tidak *straightforward* seperti penyelesaian Sistem Persamaan Linear baik menemukan nilai pasti atau persamaan parametrik. Di dalam Matriks ada beberapa operasi seperti determinan yang dapat dicari dengan dua cara yaitu cara kofaktor dan operasi baris elementer. Operasi lain Matriks juga meliputi mencari Matriks Kofaktor dan Adjoin dari sebuah Matriks. Operasi dalam Matriks ini dapat dipakai untuk menyelesaikan sebuah Sistem Persamaan Linear. Interpolasi adalah sebuah salah satu model prediksi data sesuai dengan data yang ada dengan membangun sebuah persamaan polinom.