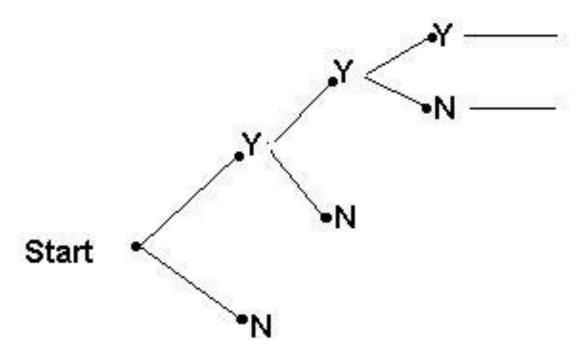
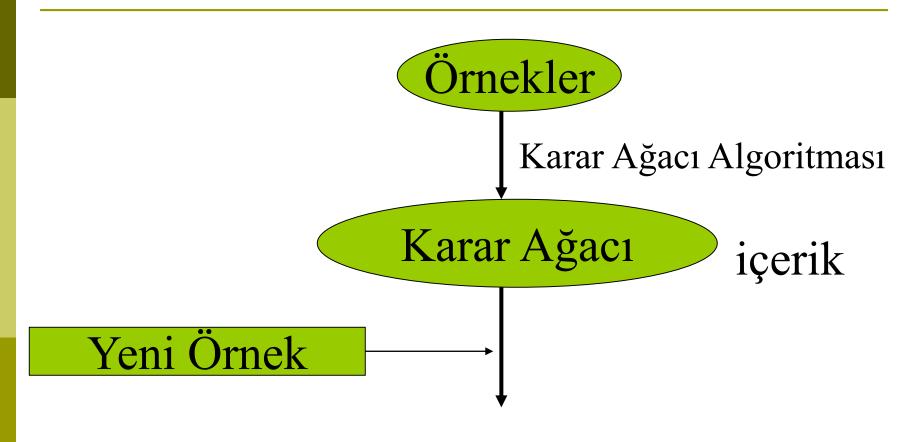
Makine Öğrenmesi

Karar Ağaçları Doç. Dr. İlhan AYDIN

Karar Ağaçları (Decision trees)

Karar Ağaçları, Tree yapısında olup bir olayın sonuçlandırılmasında sorunun cevabına göre hareket ederler.





sınıflandırma

Karar Ağacı algoritması 2 aşamadan oluşmaktadır:

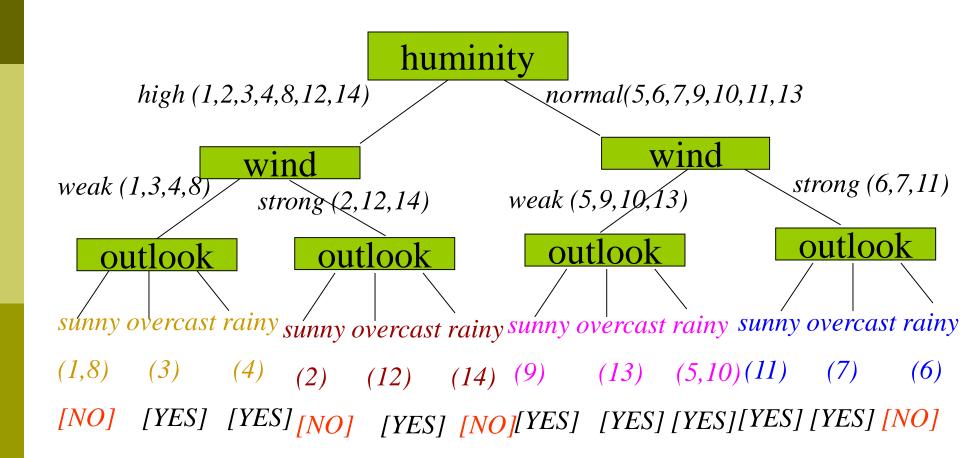
- Ağacı oluşturma
 - En başta bütün öğrenme kümesi ağaçtadır.
- Ağacı budama
 - Öğrenme kümesindeki gürültülü verilerden oluşan ve test kümesinde hataya neden olan dallar silinir.

- Entropy'e Dayalı Algoritmalar ID3, C 4.5
- Sınıflandırma ve Regresyon Ağaçları (CART) Twoing, Gini
- Bellek Tabanlı Sınıflandırma Algoritmaları K-EnYakın Komşu

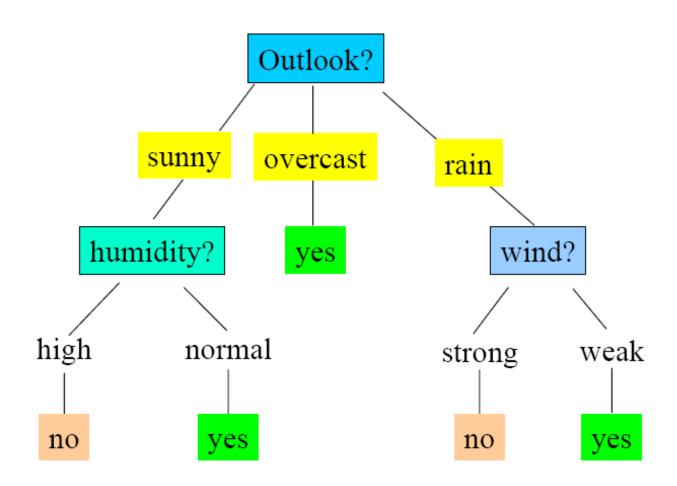
Örnek Karar Ağacı: Play Tennis? (hava tenis oynamaya uygun mu?)

| Day | Outlook | Temperature | Huminity | Wind | PlayTennis |
|-----|----------|-------------|----------|--------|------------|
| 1 | sunny | hot | high | weak | no |
| 2 | sunny | hot | high | strong | no |
| 3 | overcast | hot | high | weak | yes |
| 4 | rain | mild | high | weak | yes |
| 5 | rain | cool | normal | weak | yes |
| 6 | rain | cool | normal | strong | no |
| 7 | overcast | cool | normal | strong | yes |
| 8 | sunny | mild | high | weak | no |
| 9 | sunny | cool | normal | weak | yes |
| 10 | rain | mild | normal | weak | yes |
| 11 | sunny | mild | normal | strong | yes |
| 12 | overcast | mild | high | strong | yes |
| 13 | overcast | hot | normal | weak | yes |
| 14 | rain | mild | high | strong | no |

Özelliklerden biri kök seçilir (outlook, temp, huminity, wind)



veya



Karar Ağacı iyi bir çözümdür

ancak

optimum değildir

optimum bir karar ağacının oluşturulması için bir kuralın olması gerekir

Bilgi kazancı ölçümü: Entropi

Entropy rastgeleliğin, belirsizliğin ve beklenmeyen durumun ortaya çıkma olasılığını gösterir.

Sınıflandırmada

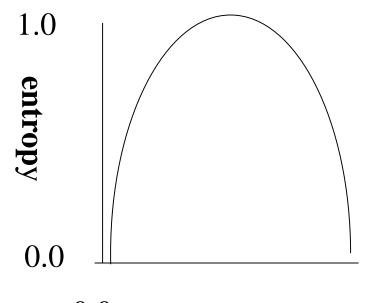
- örneklerin tümü aynı sınıfa ait ise entropy=0
- örnekler sınıflar arasında eşit dağılmış ise entropi=1
- örnekler sınıflar arasında rastgele dağılmış ise 0<entropi<1

Information Gain (Bilgi Kazancı- maksimum kazanç)

Entropy(S)
$$\equiv -p_{\oplus} \log_2 p_{\oplus} - p_{\Theta} \log_2 p_{\Theta}$$

Bütün örnekler aynı sınıfa ait ise E(S)=0 (homojen)

Bütün örnekler sınıflara eşit dağılmış ise E(S)=1 (heterojen)



11/37

Karar Ağacı oluşturma algoritması (ID 3) Adım:1

- Karar ağacının hangi kararı alacağı belirlenir.
 - Örnek veri setinde tenis oynamaya gidilip gidilmeyeceğine (play tennis) karar verilecektir.

Sistemin Entropy si hesaplanır Adım:2

$$E(s_1, s_2, ..., s_n) = -\sum_{i=1}^m \frac{s_i}{s} \log_2 \frac{s_i}{s} \qquad \text{m sinif sayisi}$$

14 tane örnek 9 tane YES

5 tane NO

Entropy(S) =
$$-p_{\oplus} \log_2 p_{\oplus} - p_{\Theta} \log_2 p_{\Theta}$$

Entropy(S) =
$$-(9/14) \log_2(9/14) - (5/14) \log_2(5/14)$$

 $Entropy(S) \equiv 0.940$

Adım:3

Ağacın en üstünde yani kökte/root ta konumlanacak nitelik (özellik) belirlenir.

Neye göre belirlenir?

Bilgi kazancı (information gain) en yüksek olan ÖZELLİK ağacın en üstünde konumlandırılır.

Adım: 4

Bilgi kazancı (information gain) nasıl hesaplanır?

A özelliğinin, S örneği için kazancı (information gain)

$$Gain(S,A) \equiv Entropy(S) - \Sigma P(v) Entropy(S(v))$$

v: Values of A

$$P(v) \equiv |S(v)| / |S|$$

$$S:[9+,5-]$$

$$E = 0.940$$

Gain(S,wind) = ?

Gain(S,huminity) = ?

Gain(S,temperature) = ?

Gain(S,outlook) = ?



weak strong

$$[6+,2-]$$
 $[3+,3-]$

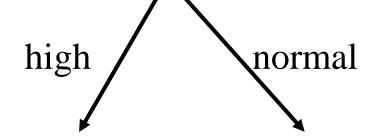
$$E = 0.811$$
 $E = 1.0$

$$Gain(S,wind) = 0.940 - [(8/14)[-(6/8)log_2(6/8) - (2/8)log_2(2/8)]]$$

$$-[(6/14)[-(3/6)\log_2(3/6)-(3/6)\log_2(3/6)]]$$

$$= 0.048$$

Huminity



$$[3+,4-]$$
 $[6+,1-]$

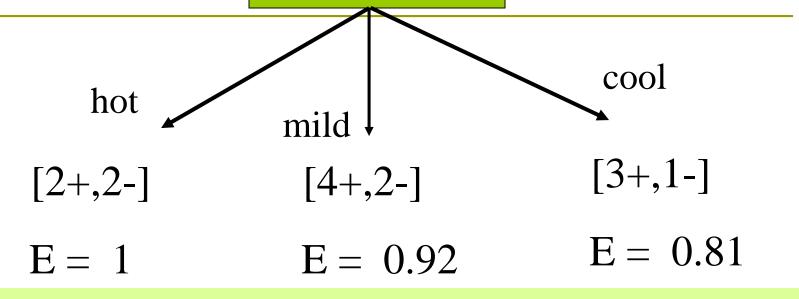
$$E = 0.98$$
 $E = 0.59$

$$Gain(S,huminity) = 0.940 - [(7/14)[-(3/7)log_2(3/7) - (4/7)log_2(4/7)]]$$

$$-[(7/14)[-(6/7)log_2(6/7) - (1/7)log_2(1/7)]]$$

$$= 0.15$$





Gain(S,temperature) = 0.940

$$- \left[(4/14) \left[-(2/4) \log_2(2/4) - (2/4) \log_2(2/4) \right] \right]$$

$$- \left[(6/14) \left[-(4/6) \log_2(4/6) - (2/6) \log_2(2/6) \right] \right]$$

$$- \left[(4/14) \left[-(3/4) \log_2(3/4) - (1/4) \log_2(1/4) \right] \right]$$

$$= 0.027$$





[4+,0-]

overcast

$$E = 0.97$$

$$E = 0.97$$

$$E = 0$$

Gain(S,temperature) = 0.940

$$-[(5/14)[-(2/5)\log_2(2/5)-(3/5)\log_2(3/5)]]$$

$$-[(5/14)[-(3/5)\log_2(3/5)-(2/5)\log_2(2/5)]]$$

$$-[(4/14)[-(4/4)\log_2(4/4)-(0/4)\log_2(0/4)]]$$

$$= 0.246$$

Gain(S,wind) = 0.048

Gain(S,huminity) = 0.15

Gain(S, temperature) = 0.027

Gain(S,outlook) = 0.246

outlook

$$S_{sunny} = [+2,-3]$$

$$E(sunny) = -(2/5)\log_2(2/5) - (3/5)\log_2(3/5) = 0.97$$

$$Gain(S_{sunny,huminity}) = ?$$

$$Gain(S_{sunny,temp}) = ?$$

$$Gain(S_{sunny,wind}) = ?$$

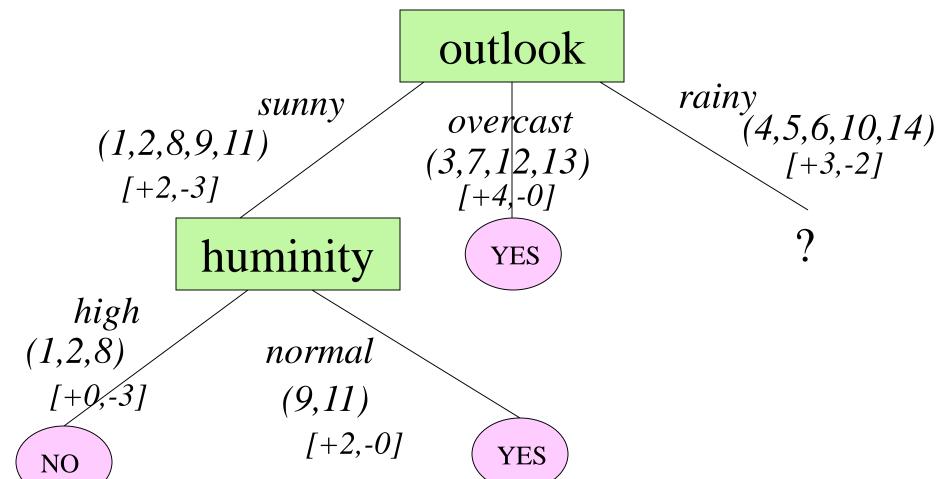
Gain(
$$S_{\text{sunny,huminity}}$$
) = 0.97

$$-(2/5)[-(2/2)\log_2(2/2)-(0/2)\log_2(0/2)]$$

$$-(3/5)[-(0/3)\log_2(0/3)-(3/3)\log_2(3/3)]$$
= 0.97

$$\begin{aligned} \text{Gain}(S_{\text{sunny,wind}}) &= 0.97 \\ &- (3/5)[-(1/3)\log_2(1/3)-(2/3)\log_2(2/3)] \\ &- (2/5)[-(1/2)\log_2(1/2)-(1/2)\log_2(1/2)] \\ &= 0.019 \end{aligned}$$

$$Gain(S_{sunny,temp}) = 0.57$$



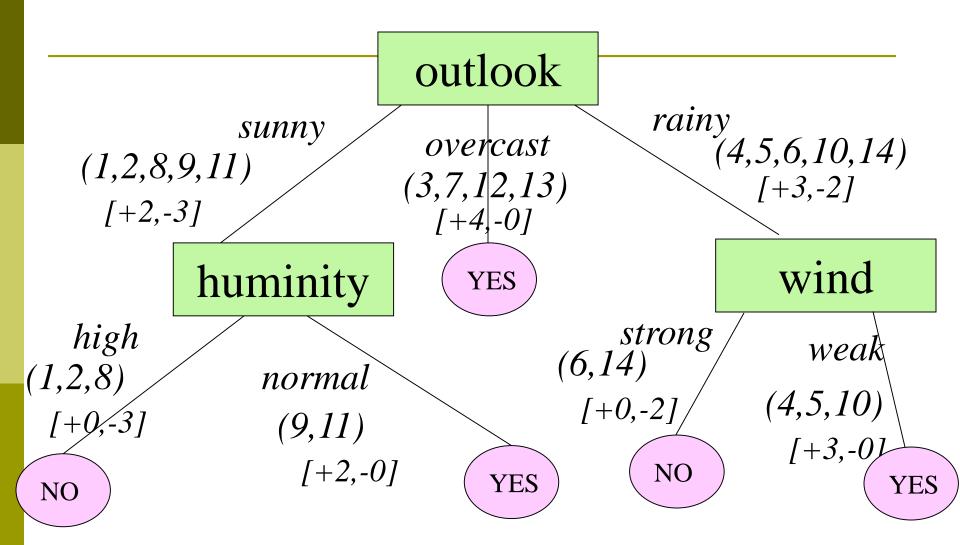
Aynı işlem

 $Gain(S_{rainy,huminity}) = ?$

 $Gain(S_{rainy,temp}) = ?$

 $Gain(S_{rainy,wind}) = ?$

bulmak için yapılır.



Karar Ağacı kullanarak sınıflandırma

Avantajları:

- Karar ağacı oluşturmak zahmetsizdir
- Küçük ağaçları yorumlamak kolaydır
- Anlaşılabilir kurallar oluşturulabilinir
- Sürekli ve ayrık nitelik değerleri için kullanılabilir

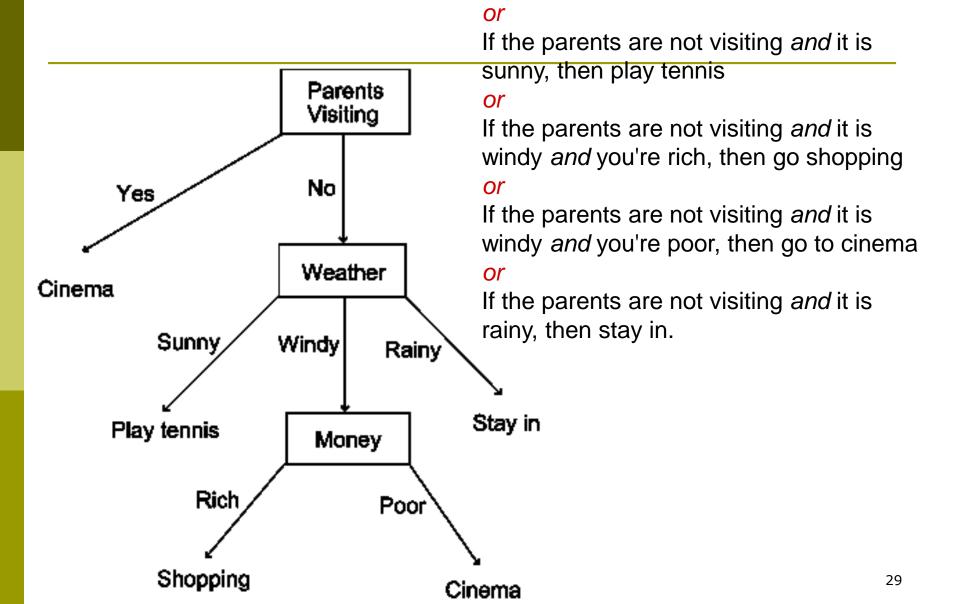
Karar Ağacı kullanarak sınıflandırma

Dezavantajları:

- Sürekli nitelik değerlerini tahmin etmekte çok başarılı değildir
- Sınıf sayısı fazla ve öğrenme kümesi örnekleri sayısı az olduğunda model oluşturma çok başarılı değildir
- Zaman ve yer karmaşıklığı öğrenme kümesi örnekleri sayısına, nitelik sayısına ve oluşan ağacın yapısına bağlıdır
- Hem ağaç oluşturma karmaşıklığı hem de ağaç budama karmaşıklığı fazladır

Örnek: Karar Ağacı oluşturma

| weekend | weather | parent | money | decision |
|---------|---------|--------|-------|----------|
| w1 | sunny | yes | rich | cinema |
| w2 | sunny | no | rich | tennis |
| w3 | windy | yes | rich | cinema |
| w4 | rainy | yes | poor | cinema |
| w5 | rainy | no | rich | stay in |
| w6 | rainy | yes | poor | cinema |
| w7 | windy | no | poor | cinema |
| w8 | windy | no | rich | shopping |
| w9 | windy | yes | rich | cinema |
| w10 | sunny | no | rich | tennis |



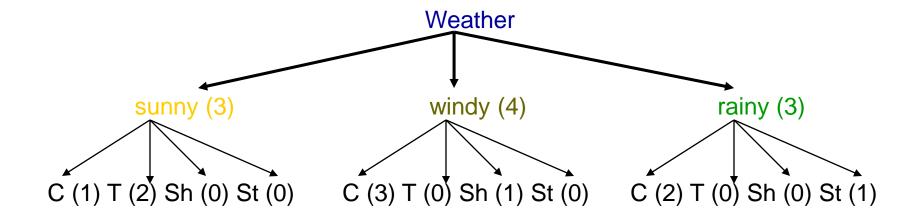
cinema

If the parents are visiting, then go to the

Önce sistemin Entropy si hesaplanır.

$$\begin{split} \text{Entropy(S)} &= -p_{\text{cinema}} \; \log_2(p_{\text{cinema}}) \; -p_{\text{tennis}} \; \log_2(p_{\text{tennis}}) \; -p_{\text{shopping}} \; \log_2(p_{\text{shopping}}) \; -p_{\text{stay_in}} \; \log_2(p_{\text{stay_in}}) \\ &= -(6/10) \; * \; \log_2(6/10) \; -(2/10) \; * \; \log_2(2/10) \; -(1/10) \; * \; \log_2(1/10) \; -(1/10) \; * \; \log_2(1/10) \\ &= -(6/10) \; * \; -0.737 \; -(2/10) \; * \; -2.322 \; -(1/10) \; * \; -3.322 \; -(1/10) \; * \; -3.322 \\ &= 0.4422 + 0.4644 + 0.3322 + 0.3322 = 1.571 \end{split}$$

Köke yerleştirilecek özellik belirlenir (weather, parents, money?)

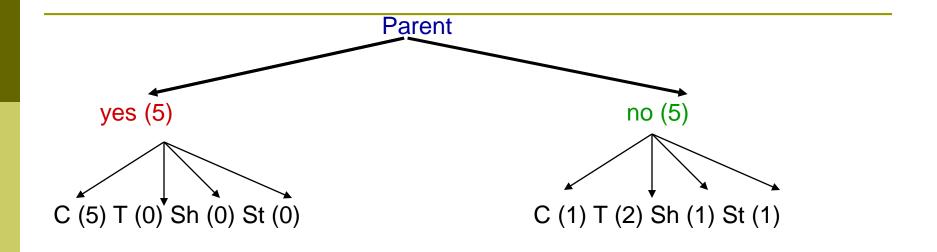


$$Gain(S, weather) = 1.571 - [(3/10)[-(1/3)log_2(1/3) - (2/3)log_2(2/3)]]$$

$$-[(4/10)[-(3/4)log_2(3/4) - (1/4)log_2(1/4)]]$$

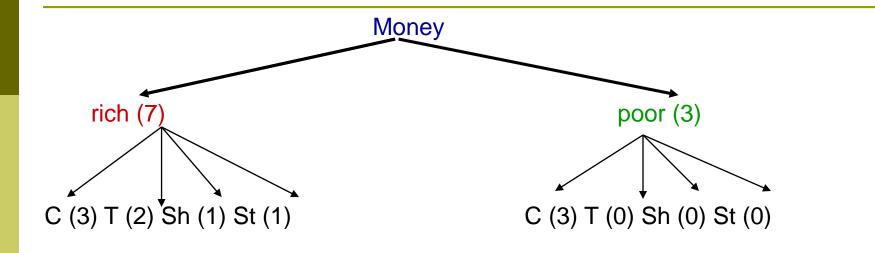
$$-[(3/10)[-(1/3)log_2(1/3) - (2/3)log_2(2/3)]]$$

$$= 0.70$$

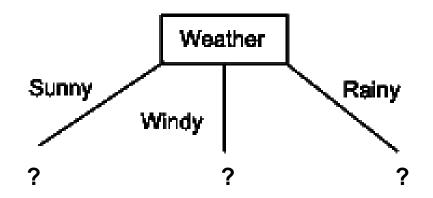


$$Gain(S,parent) = 1.571 - [(5/10)[-(1/5log_2(1/5) - (2/5)log_2(2/5) - (1/5)log_2(1/5) - (1/5)log_2(1/5)] - [(5/10)[-(5/5)log_2(5/5) - 0]]$$

$$= 0.61$$



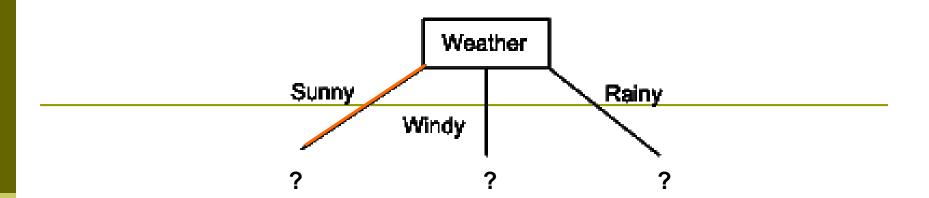
$$Gain(S,money) = 1.571 - [(7/10)[-(3/7log_2(3/7) - (2/7)log_2(2/7) - (1/7)log_2(1/7) - (1/7)log_2(1/7)] \\ - [(3/10)[-(3/3)log_2(3/3) - 0]] \\ = 0.2816$$



 $S_{sunny} = \{W1, W2, W10\}$. W1, W2 ve W10, sırasıyla Cinema, Tennis ve Tennis.

S_{windy} = {W3, W7, W8, W9}. W3, W7, W8 ve W9 sırasıyla Cinema, Cinema, Shopping ve Cinema.

S_{rainy} = {W4, W5, W6}. W4, W5 ve W6 sırasıyla Cinema, Stay in ve Cinema.



Sunny'nin altına gelecek özelliği belirlemek için Gain(S _{sunny, parents}) ve Gain(S _{sunny, money}) hesaplanmalıdır.

Önce, Entropy(S_{sunny}) değeri bilinmelidir.

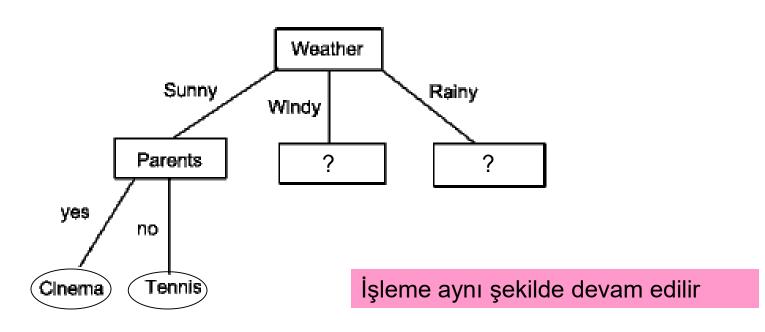
| Weekend | Weather | Parents | Money | Decision |
|---------|---------|---------|-------|----------|
| W1 | Sunny | Yes | Rich | Cinema |
| W2 | Sunny | No | Rich | Tennis |
| W10 | Sunny | No | Rich | Tennis |

$$E(sunny) = -(1/3)log_2(1/3) - (2/3)log_2(2/3) = 0.918$$

Sunny'nin altına gelecek özelliği belirlemek için Gain(S _{sunny, parents}) ve Gain(S _{sunny, money}) ?

Gain(S_{sunny,parents}) =
$$0.918 - (1/3)[-(1/1)\log_2(1/1)] - (2/3)[-(2/2)\log_2(2/2)] = 0.918$$

Gain(S_{sunny,money}) =
$$0.918$$
-(3/3)[-(1/3)log₂(1/3)-(2/3)log₂(2/3)]= 0



C4.5 Algoritması

- Quinlan'ın ID3 algoritması yine aynı kişi tarafından genişletilerek C4.5 adını almıştır.
- ID3 algoritmasında bir özellik sayısal değerlere sahip ise sonuç alınamamaktadır. Bu yüzden C4.5 algoritması geliştirilmiştir.
- Sayısal değerler ile çalışılırken bir eşik değeri belirlenir. Bu eşik değeri bulunurken özelliğin değerleri sıralanır ve [v_i,v_{i+1}] aralığının orta noktası alınır, ve bu değer t eşik değeri olarak belirlenir. Ve özellik değeri bu t eşik değerinden büyük veya küçük eşit olmak üzere ikiye ayrılır.

Bilinmeyen Nitelik Değeri

- C4.5 kayıp verilere sahip örneklerde bir düzeltme faktörü kullanır.
- \bullet H(X) ve H(X,T) değerleri hesaplanırken, bilinen niteliklere sahip örnekler alınmıştır.
- F faktörü kullanılarak kazanç ölçütü düzeltilir.

F= Veri tabanında değeri bilinen niteliğe sahip örneklerin sayısı / Veri tabanındaki tüm örneklerin sayısı

Kazanç
$$(X) = F(H(T) - H(X,T))$$