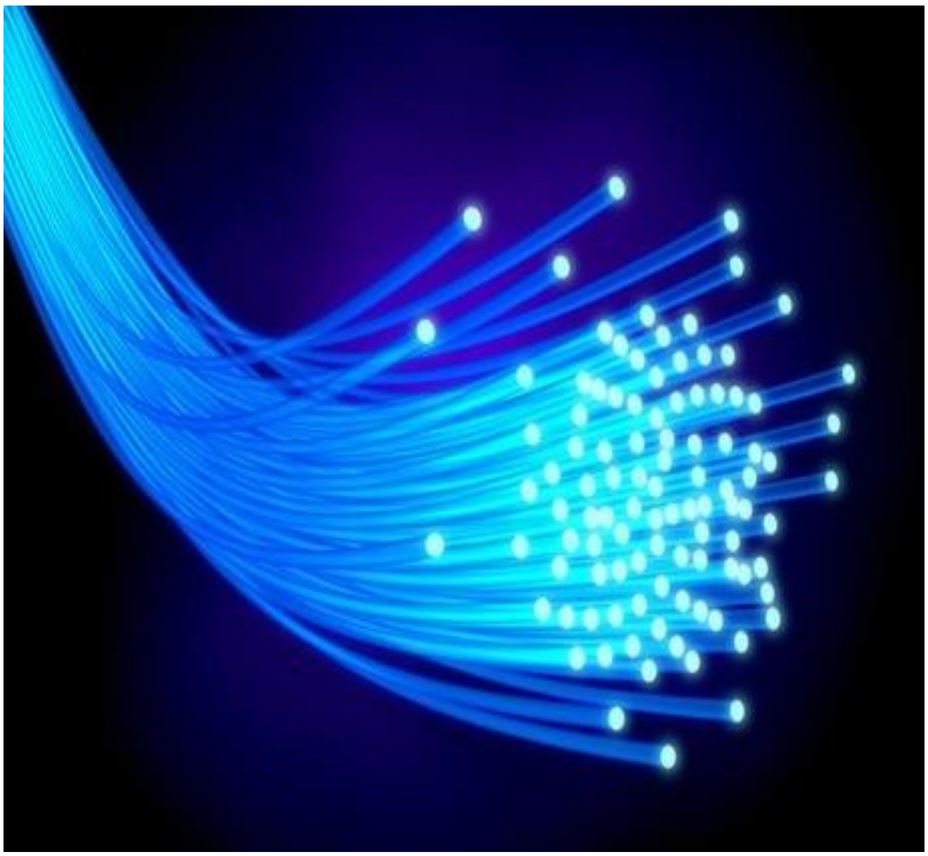
Οπτικές Επικοινωνίες

<u>Προαιρετικά Θέματα 2ου κεφαλαίου</u>



Διδάσκων : Εμμανουήλ Κριεζής

Ονοματεπώνυμο Φοιτητή: Ηλίας Χρυσοβέργης

Α.Ε.Μ. Φοιτητή: 8009

Email Φοιτητή: iliachry@ece.auth.gr

2.1

(α) Για τον προσδιορισμό του μέγιστου πάχους του στρώματος Si πάνω από το οποίο ο ασυμμετρικός SOI κυματοδηγός γίνεται πολύρυθμος θα χρησιμοποιήσουμε το παρακάτω script:

```
wavelength1=1.55;
wavelength2=1.31;
n1=3.45;
n2=1.45;
n3=1.34;
flag1=true;
flag2=true;
for h = 0.2:0.0001:0.35
    [neff_TE,neff_TM]=APDWG(wavelength2,h,n1,n2,n3);
    if length(neff_TE)>1 && flag1==true
        Hmax_TE = h;
        flag1=false;
    end
    if length(neff_TM)>1 && flag2==true
        Hmax_TM = h;
        flag2=false;
    end

end

```

Στο παραπάνω script, αυτό που κάνουμε είναι ότι χρησιμοποιήσουμε το APDWG.m αρχείο όπου μπορεί να υπολογίσει τους ενεργούς δείκτες διάθλασης για τους οδηγούμενους TE και TM ρυθμούς δεδομένου του μήκους κύματος, του πάχους h του στρώματος και των δεικτών διάθλασης σε κάθε διαφορετικό στρώμα. Οπότε, δίνοντας διαφορετικό h κάθε φορά μπορούμε να βρούμε το σημείο στο οποίο ο SOI κυματοδηγός ξεκινάει να γίνεται πολύρυθμος.

Το script εκτελέστηκε μερικές φορές για να βρεθεί η περιοχή που έχουμε διέγερση δεύτερου ρυθμού, και ύστερα αυξήθηκε η ακρίβεια (δεκαδικά ψηφία) της λύσης μέσω του for loop.

Το script εκτελέστηκε 2 φορές, μία για τα 1550 nm και μία για τα 1310 nm.

Τα τέσσερα ζητούμενα πάχη δίνονται στον πίνακα στην συνέχεια:

Μήκος κύματος(nm)	Hmax (nm) TE ρυθμού	Hmax (nm) TM ρυθμού
1550	261.4	315.8
1310	220.9	266.9

(β) Για τον προσδιορισμό του ελάχιστου πάχους του στρώματος Si κάτω από το οποίο το ποσοστό ισχύος του stray-light γίνεται μεγαλύτερο από -70 dB του συνολικά οδηγούμενου θα χρησιμοποιήσουμε μία προσέγγιση του προβλήματος. Θα θεωρήσουμε ότι το υπόστρωμα SiO2 δεν είναι πεπερασμένου πάχους. Θα υπολογίζουμε το ποσοστό της ισχύος στην νοητή διαχωριστική γραμμή (όπου τελειώνει το υπόστρωμα) για διαφορετικό πάχος h του στρώματος Si με ένα for loop και πάλι.

Αυτό θα υλοποιηθεί στον κώδικα matlab υπολογίζοντας το ποσοστό ισχύος του κάθε ρυθμού, ολοκληρώνοντας το ηλεκτρικό ή το μαγνητικό πεδίο στους διαφορετικούς χώρους. Για να το κάνουμε αυτό, προσθέτουμε μερικές γραμμές κώδικα στην APDWG. Στην συνέχεια φτιάχνουμε μία αντίστοιχη συνάρτηση όπως στο προηγούμενο ερώτημα, όπου θα καλούμε την APDWG για υπολογίσουμε το ελάχιστο πάχος που ζητείται, για τους διαφορετικούς ρυθμούς και για τα διαφορετικά μήκη κύματος.

Ο κώδικας που προσθέσαμε στην APDWG (για τους TE ρυθμούς) δίνεται στην συνέχεια:

```
Ey_TE = NaN * zeros( Nmodes_TE , length(x) );
for kkm = 1 : Nmodes_TE
    neff = neff_TE(kkm);
    k1  = k0 * sqrt( n1^2 - neff^2 );
    k2  = k0 * sqrt( neff^2 - n2^2 );
    k3  = k0 * sqrt( neff^2 - n3^2 );
    phi = atan( k3 / k1 );
    A1 = 1 ;
    A2 = A1 * cos( phi );
    A3 = A1 * cos( k1*h -phi );
    Ey_TE( kkm , is1 ) = A1 * cos( k1 * x(is1) - phi );
    Ey_TE( kkm , is2 ) = A2 * exp( k2 * x(is2) );
    Ey_TE( kkm , is3 ) = A3 * exp( -k3 *(x(is3)-h) );
    if(kkm==1)
        Ey1=@(y) (A1 .* cos( k1 * y - phi )).^2;
        Ey2=@(y) (A2 .* exp( k2 * y )).^2;
        Ey3=@(y) (A3 .* exp( -k3 *(y-h) )).^2;
        P11=(1/n1)*integral(Ey1,0,h);
        P12=(1/n2)*integral(Ey2,-1.75,0);
        P13=(1/n3)*integral(Ey3,h,Inf);
        P2=(1/n2)*integral(Ey2,-Inf,-1.75);
        P(1)=10*log10(P2/(P11+P12+P13+P2));
    end
end
```

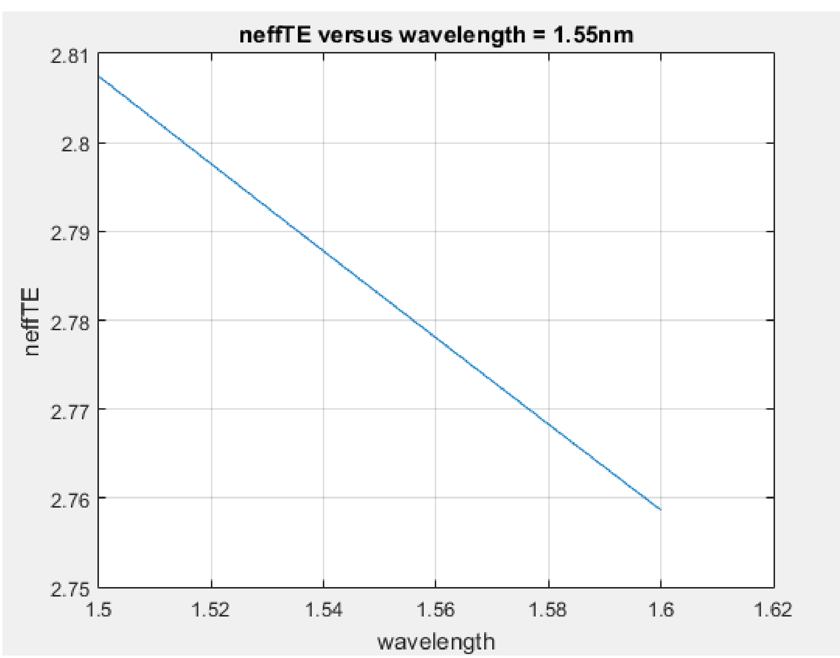
Τα τέσσερα ζητούμενα πάχη δίνονται στον πίνακα στην συνέχεια:

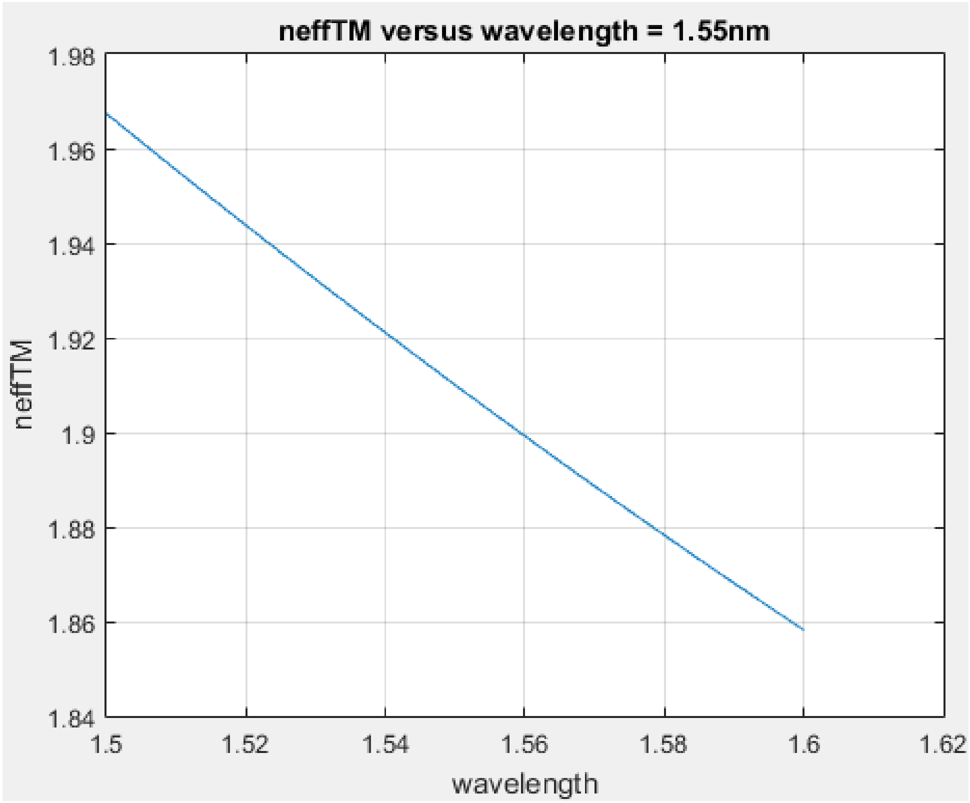
Μήκος κύματος(nm)	Hmin (nm) TE ρυθμού	Hmin (nm) TM ρυθμού
1550	62.6	193.6
1310	44.7	153

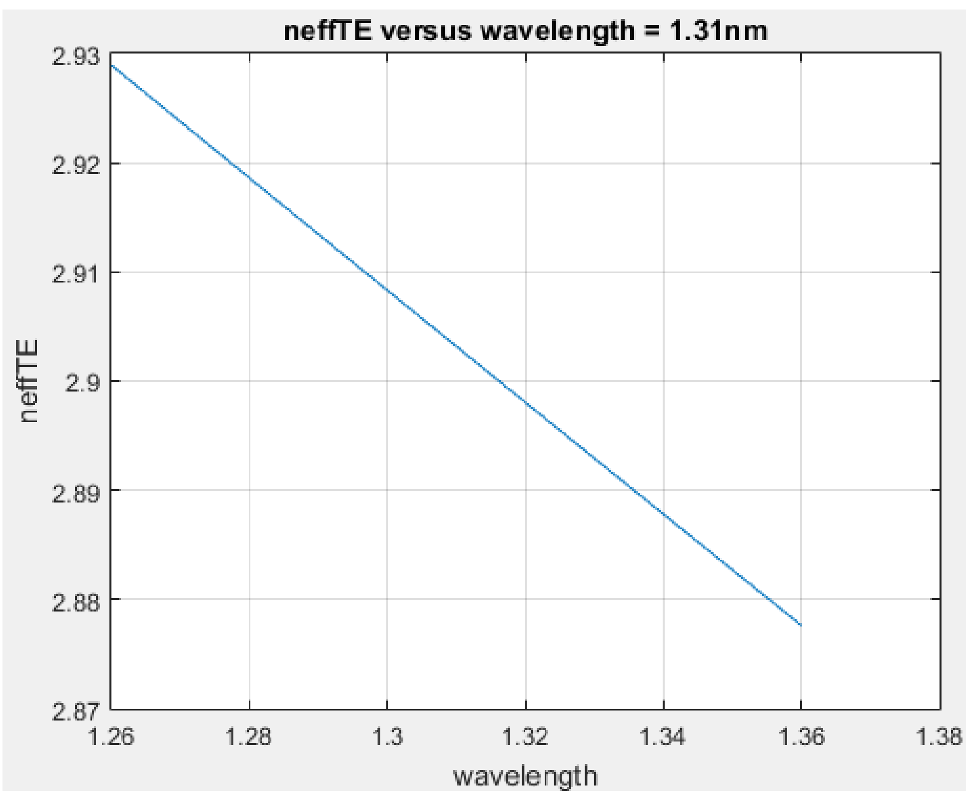
(γ) Για την επιλογή του πάχος που θα επιτρέπεται με την SIMOX τεχνική αλλά και θα πληροί όλες τις απαιτήσεις των δύο προηγουμένων ερωτημάτων ταυτόχρονα θα πρέπει να βρούμε αρχικά την περιοχή τιμών του πάχους όπου πληρούνται οι απαιτήσεις. Σύμφωνα με τα πινακάκια των δύο προηγουμένων ερωτημάτων η περιοχή τιμών είναι ανάμεσα στα 193 nm και τα 220 nm περίπου. Επειδή, ταυτόχρονα, το πάχος θα πρέπει να επιτρέπεται από την SIMOX τεχνική διαλέγουμε την τιμή 210 nm που είναι και περίπου στο μέσο της περιοχής τιμών. Το script δίνεται στην συνέχεια:

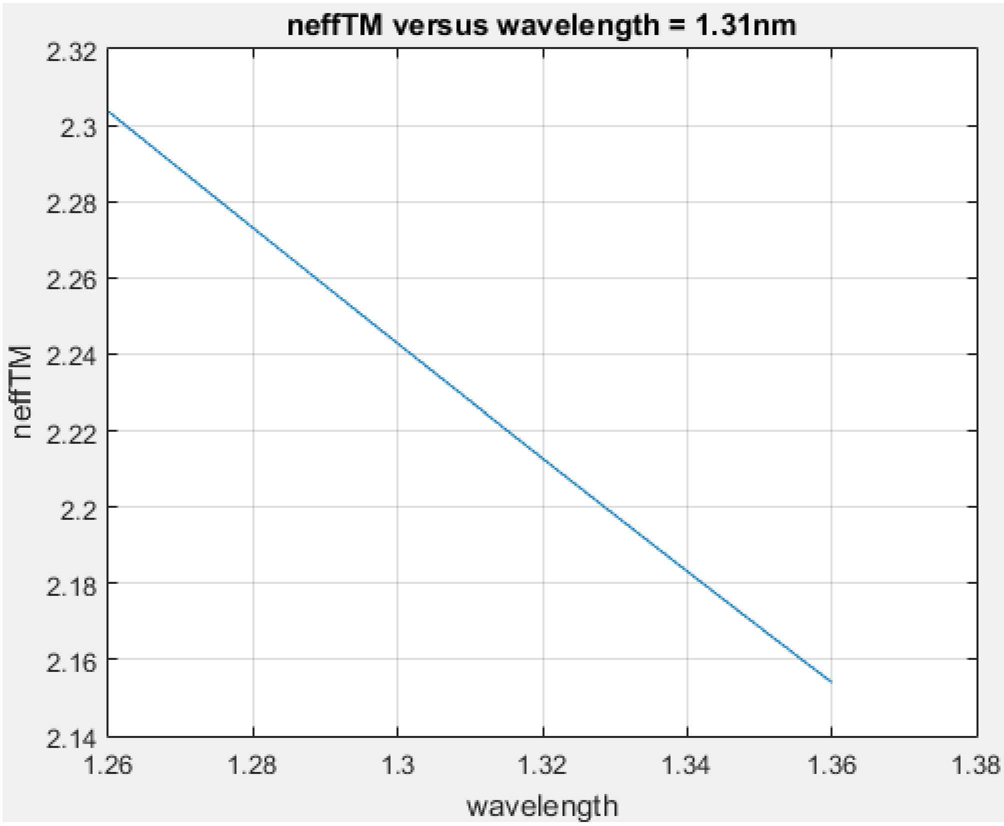
```
wavelength=1.55;
window=(wavelength-0.05):0.0001:(wavelength+0.05);
neff_TE = zeros(0,length(window));
neff_TM = zeros(0,length(window));
for i=1:length(window)
    [~ ,~,~, neff_TE(i) , neff_TM(i)] = APDWG( window(i) , 0.210 ,3.45,1.45,1.34);
end
plot(window,neff_TE)
title(['neffTE versus wavelength = ' num2str(wavelength) 'nm'])
xlabel('wavelength')
ylabel('neffTE')
grid on
figure
plot(window,neff_TM)
title(['neffTM versus wavelength = ' num2str(wavelength) 'nm'])
xlabel('wavelength')
ylabel('neffTM')
grid on
```

Οι γραφικές παραστάσεις που ζητούνται δίνονται στην συνέχεια:




neffTM versus wavelength = 1.55nm
1.98
1.96
1.94
1.92
1.9
1.88
1.86
1.84
neffTM
1.5
1.52
1.54
1.56
1.58
1.6
1.62
wavelength


neffTE versus wavelength = 1.31nm
2.93
2.92
2.91
2.9
2.89
2.88
2.87
neffTE
1.26
1.28
1.3
1.32
1.34
1.36
1.38
wavelength



Μπορούμε να δούμε ότι ο ενεργός δείκτη διάθλασης των βασικών TE και TM ρυθμών μειώνεται γραμμικά σε σχέση με την αύξηση του μήκους κύματος στο παράθυρο των 100 nm και στις δύο περιοχές του μήκους κύματος.

(δ) Για τη επίλυση του συγκεκριμένου ερωτήματος με την μέθοδο του ενεργού δείκτη (EIM) χρησιμοποιήθηκε το παρακάτω script:

```
1   wavelength = 1.55;
2   t = 0.05;
3   H = 0.22;
4   W  = 0.32;
5   [~ ,~,~, neff_TE1 , neff_TM1] = APDWG( wavelength , t ,3.45,1.45,1.34);
6   [~ ,~,~, neff_TE2 , neff_TM2] = APDWG( wavelength , H ,3.45,1.45,1.34);
7   [~ ,~,~, neff_TE3 , neff_TM3] = APDWG( wavelength , W ,neff_TE2,neff_TE1,neff_TE1);
```

Στην γραμμή 5 υπολογίζουμε τους ενεργούς δείκτες διάθλασης των TE και των TM ρυθμών στην περιοχή όπου έχουμε πάχος t = 0.05 μm. Στην γραμμή 6 υπολογίζουμε τους ενεργούς δείκτες διάθλασης των TE και των TM ρυθμών στην περιοχή όπου έχουμε πάχος H= 0.22 μm. Στην γραμμή 7 υπολογίζουμε τους ενεργούς δείκτες διάθλασης των TE και των TM ρυθμών στο κάθετο επίπεδο χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των δύο προηγούμενων εντολών.

Για τον TM ρυθμό παρουσιάστηκε ένα πρόβλημα, διότι στην περιοχή όπου το πάχος ήταν t = 50 nm δεν οδηγείται. Για αυτόν τον λόγο θεωρούμε ότι ο TM ρυθμός οδηγείται από το στρώμα SiO_2, ο οποίος έχει δείκτη διαθλάσεως 1.45 .

Τα ζητούμενα neff δίνονται στον πίνακα στην συνέχεια:

Μήκος κύματος(nm)	TE - TM ρυθμός	TM - TE ρυθμός
1550	2.1951	1.6886
1310	2.4529 & 1.7859	2.0132

2.2

(α) Για την απόδειξη του πρώτου ερωτήματος έγιναν οι πράξεις που δίνονται στην συνέχεια:

$\nabla^2\psi + k_0^2 n^2 \psi = 0$. Αντικαθιστώντας στην 2.20 προκύπτει:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\rho^2} + \left(n^2 k_0^2 - \beta^2\right)\psi = 0$$

Με την μέθοδο των χωριζομένων μεταβλητών:

$$\rho^2 P'' + \rho P' + \left(\left(n^2k_0^2 - \beta^2\right)\rho^2 - m^2\right)P = 0 \quad (1), \quad \phi'' + m^2\phi = 0 \quad (2)$$

Η (2) έχει ως λύση την: $\phi(\varphi) = A\cos(m\varphi)$, $m \in \mathbb{Z}$.

Για την (1), στο εσωτερικό του πυρήνα έχω:

$\rho^2 P'' + \rho P' + \left(\left(n_1^2k_0^2 - \beta^2\right)\rho^2 - m^2\right)P = 0$, με λύση την $P(\rho) = A_1 J_m\left(\frac{U\rho}{a}\right)$

όπου $U = a\sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta^2}$.

Για την (1), στο εξωτερικό του πυρήνα έχω:

$\rho^2 P'' + \rho P' + \left(\left(n_2^2k_0^2 - \beta^2\right)\rho^2 - m^2\right)P = 0 \Rightarrow \rho^2 P'' + \rho P' - \left(\left(\beta^2 - n_2^2k_0^2\right)\rho^2 + m^2\right)P = 0$,

με λύση την $P(\rho) = B_1 K_m\left(\frac{W\rho}{a}\right)$, όπου $W = a\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2}$.

Λόγω της ασθενούς κυματοδήγησης, η τελική λύση διαμορφώνεται ως εξής:

$$\psi = \begin{cases} A_1 J_m(U\rho/a), & \rho < a \\ B_1 K_m(W\rho/a), & \rho > a \end{cases}$$

Με την απαίτηση της συνέχειας της ψ στο $\rho=a$ και της συνέχειας της παραγώγου της ψ στο $\rho=a$, προκύπτει:

$$A_1 J_n(U) - B_1 K_n(W) = 0.$$

$$A_1 \frac{U}{a} J_n'(U) - B_1 \frac{W}{a} K_n'(W) = 0.$$

Για να έχει λύση το σύστημα πρέπει να ισχύει:

$$\boxed{\frac{U J_n'(U)}{J_n(U)} = \frac{W K_n'(W)}{K_n(W)}}$$

(β) Για την απόδειξη του δεύτερου ερωτήματος έγιναν οι πράξεις που δίνονται στην συνέχεια:

Ισχύει: $\dfrac{U J_n'(U)}{J_n(U)} = \dfrac{W K_n'(W)}{K_n(W)}$, $U = a\sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta^2}$, $W = a\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2}$

Έχω: $b = \dfrac{\beta^2/k_0^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$ και $V = k_0 a\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

$$* \; V\cdot\sqrt{1-b} = k_0 a\sqrt{\cancel{n_1^2 - n_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1^2 - \cancel{n_2^2} - \beta^2/k_0^2 + \cancel{n_2^2}}{\cancel{n_1^2 - n_2^2}}} = a\sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta^2} = U$$

$$* \; V\cdot\sqrt{b} = k_0 a\sqrt{\cancel{n_1^2 - n_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{\beta^2/k_0^2 - n_2^2}{\cancel{n_1^2 - n_2^2}}} = a\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2} = W$$

Για $n=0$: $$\frac{V\cdot\sqrt{1-b}\cdot J_0'(V\sqrt{1-b})}{J_0(V\sqrt{1-b})} = \frac{\cancel{V}\cdot\sqrt{b}\, K_0'(V\sqrt{b})}{K_0(V\sqrt{b})}$$

όμως: $J_0'(x) = -J_1(x)$ και $K_0'(x) = -K_1(x)$

Άρα: $$\boxed{\frac{\sqrt{1-b}\; J_1(V\sqrt{1-b})}{J_0(V\sqrt{1-b})} = \frac{\sqrt{b}\cdot K_1(V\sqrt{b})}{K_0(V\sqrt{b})}}$$

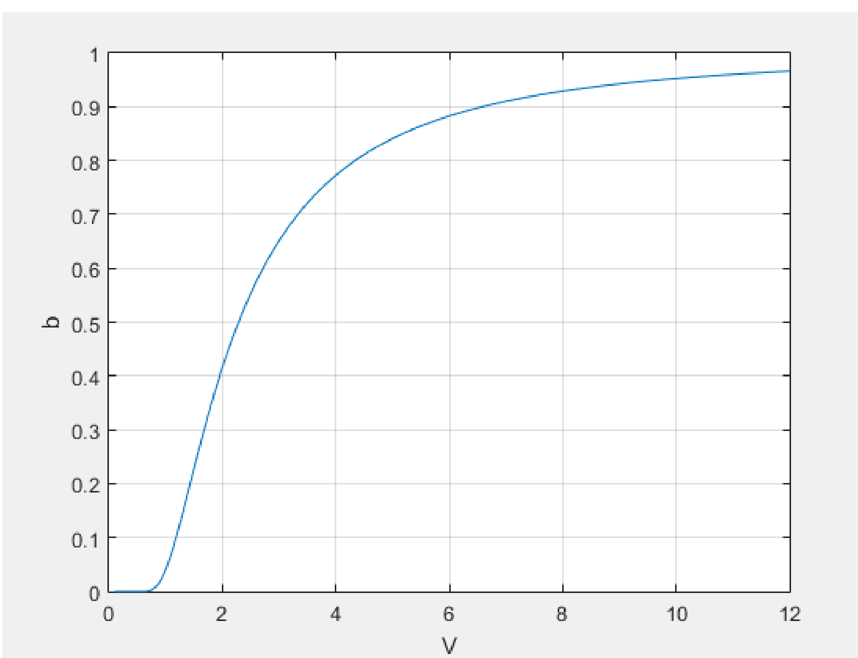
(γ) Για την αριθμητική επίλυση της εξίσωσης του δεύτερου ερωτήματος αρχικά χρειάστηκε μία συνάρτηση οπού το μόνο που θα περιλάμβανε θα ήταν η εξίσωση που θέλουμε να λυθεί. Αυτή δίνεται στην συνέχεια:

```
function f = opt22c( b,V )
    f = sqrt(1-b) * besselj(1,V*sqrt(1-b)) * besselk(0,V*sqrt(b))-...
        sqrt(b) * besselk(1,V*sqrt(b)) * besselj(0,V*sqrt(1-b));
end
```

Στην συνέχεια χρησιμοποιήθηκε το παρακάτω script, το οποίο καλεί την συνάρτηση που δημιουργήθηκε προηγουμένως και την λύνει κάνοντας χρήση της συνάρτησης fsolve του matlab.

```
V   = 0.1:0.01:12;
start = 0.95;
c   = zeros(0,length(V));
options = optimoptions('fsolve');
options = optimoptions(options,'Tolfun',10^(-15));
for i = 1:length(V)
    f = @(b)opt22c(b,V(i));
    c(i)  = fsolve(f,start,options);
end
plot(V,abs(c))
xlabel('V')
ylabel('b')
grid on
```

Η γραφική παράσταση δίνεται στην συνέχεια:



(δ) Για την γραφική παράσταση της μεταβολής της ενεργού επιφάνειας Aeff για τον βασικό ρυθμό LP01 και όταν η παράμετρος V λαμβάνει τιμές στο διάστημα [0.8 , 2.4] χρησιμοποιήθηκε το script που δίνεται στην συνέχεια:

```
syms r;
a=10;
V=0.8:0.01:2.4;
load('b.mat');
len=length(V);
int11(1:len)=0;
int12(1:len)=0;
int21(1:len)=0;
int22(1:len)=0;
Aeff(1:len)=0;
for i=1:len
    fun11 = @(r)  ((besselj(0,(1/a)*V(i)*sqrt(1-b(i))*r)/besselj(0,V(i)*sqrt(1-b(i))))).^2).*r;
    fun12 = @(r)  ((besselk(0,(1/a)*V(i)*sqrt(b(i))*r)/besselk(0,V(i)*sqrt(b(i))))).^2).*r;
    fun21 = @(r)  ((besselj(0,(1/a)*V(i)*sqrt(1-b(i))*r)/besselj(0,V(i)*sqrt(1-b(i))))).^4).*r;
    fun22 = @(r)  ((besselk(0,(1/a)*V(i)*sqrt(b(i))*r)/besselk(0,V(i)*sqrt(b(i))))).^4).*r;
    int11(i) = integral(fun11,0,a);
    int12(i) = integral(fun12,a,Inf);
    int21(i) = integral(fun21,0,a);
    int22(i) = integral(fun22,a,Inf);
    Aeff(i)  = 2*pi*(int11(i) + int12(i))^2 / (int21(i) + int22(i)) / (pi*a^2);
end
plot(V,Aeff)
grid on
xlabel('V')
ylabel('Aeff')
```

Η γραφική παράσταση δίνεται στην συνέχεια: