1η Εργασία στο μάθημα των

Ψηφιακών Φίλτρων

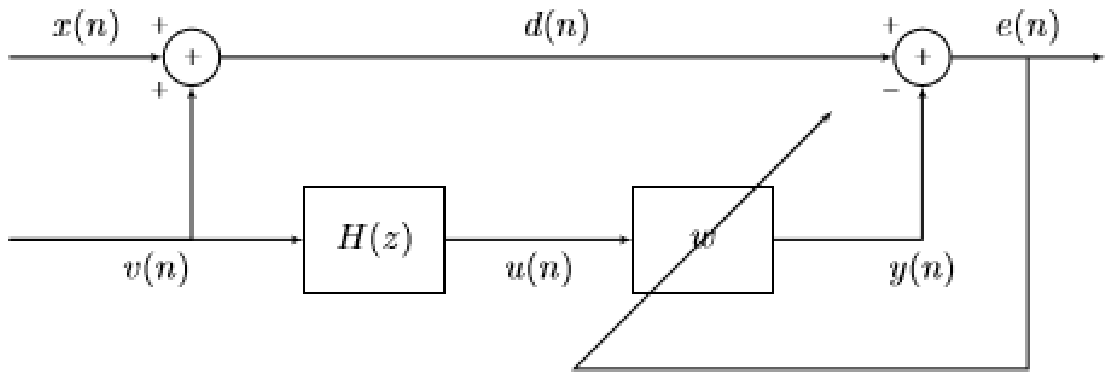
Θέμα: Εξουδετέρωση Θορύβου

Διδάσκων: Πιτσιάνης Νικόλας

Φοιτητής: Χρυσοβέργης Ηλίας (8009) - iliachry@ece.auth.gr

1^o ερώτημα:

Στο πρώτο ερώτημα ζητήθηκε ο υπολογισμός του πίνακα αυτοσυσχέτισης R του σήματος u(n), του διανύσματος ετεροσυσχέτισης P του u(n) και του επιθυμητού d(n) και των βέλτιστων συντελεστών του φίλτρου wiener (wo), με χρήση της εξίσωσης Wiener-Hopf, για το παρακάτω σύστημα:



Ισχύει: x (n) = cos (πn)* sin (π/25 n + π/3) (1)

u(n) = -0.78u(n - 1) + v(n) (2)

d(n) = x(n) + v(n) (3)

e(n) = d(n) – y(n) (4)

Ακόμη, επειδή θα χρησιμοποιήσουμε ένα προσαρμοζόμενο φίλτρο δύο συντελεστών για να καθαρίσουμε το σήμα πληροφορίας από το θόρυβο, έχουμε:

y(n) = w0u(n) +w1u(n - 1) (5)

- Για τον υπολογισμό του πίνακα αυτοσυσχέτισης , εφόσον ζητείται φίλτρο δύο συντελεστών, έχουμε:

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) \\ r(1) & r(0) \end{bmatrix}$$

όπου, r(0) = E[u(n)u(n)] (6)

και r(1) = E[u(n)u(n-1)] (7) .

Συνδυάζοντας την (6) και την (7) με την 2 έχουμε:

$$r(0) = -0.78r(1) + 0.19 \qquad (8)$$

$$r(1) = -0.78r(0) \qquad (9)$$

Μετά από την επίλυση του 2*2 συστήματος πρόκύπτει:

r(0) = 0.4852 και r(1) = -0.3784

Οπότε, έχουμε: $$R = \begin{bmatrix} 0.4852 & -0.3784 \\ -0.3784 & 0.4852 \end{bmatrix}$$

- Για τον υπολογισμό του διανύσματος ετεροσυσχέτισης, εφόσον ζητείται φίλτρο δύο συντελεστών, έχουμε:

$$P = \begin{bmatrix} p(0) \\ p(-1) \end{bmatrix}$$

Για τον υπολογισμό των στοιχείων του διανύσματος θα χρησιμοποιήσουμε την γνωστή σχέση από την θεωρία:

$$p(-k) = E[u(n-k)*d(n)]$$

Με χρήση της (2) και της (3) προκύπτει:

p(-k) = E[(-0.78u(n-k-1) + v(n-k))(x(n) + v(n))] =

= -0.78E[u(n-k-1)v(n)] + E[v(n-k)v(n)] =

= -0.78rvu(k+1) + rv(k),

εφόσον η είσοδος x είναι ασυσχέτιστη με το v, άρα και με το u.

Επομένως:

$$p = \begin{bmatrix} p(0) \\ p(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.78r_{vu}(1) + r_v(0) \\ -0.78r_{vu}(2) + r_v(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_v{}^2(0) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.19 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Για τους βέλτιστους συντελεστές Wiener, έχουμε το σύστημα w0 = R^(-1)*p, που μπορεί να λυθεί εύκολα στο matlab.

Το αποτέλεσμα είναι: $$w_0 = \begin{bmatrix} 0.9995 \\ 0.7795 \end{bmatrix}$$

2^o ερώτημα:

Για το δεύτερο ερώτημα έχουμε να υπολογίσουμε το πεδίο τιμών της παραμέτρου μ, για το οποίο το αποτέλεσμα του steepest descent συγκλίνει προς την πραγματική λύση.

Όπως γνωρίζουμε από την θεωρία ισχύει:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}$$

όπου λmax είναι η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα R.

Υπολογίζοντας τις ιδιοτιμές του πίνακα R, προκύπτει ότι:

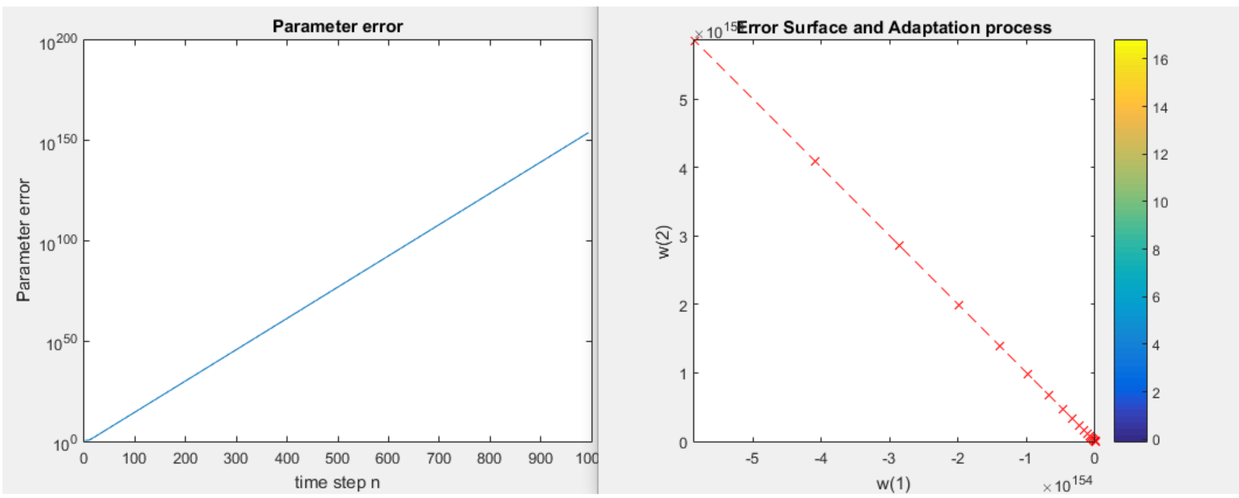
$$0 < \mu < 2.316$$

3ο ερώτημα:

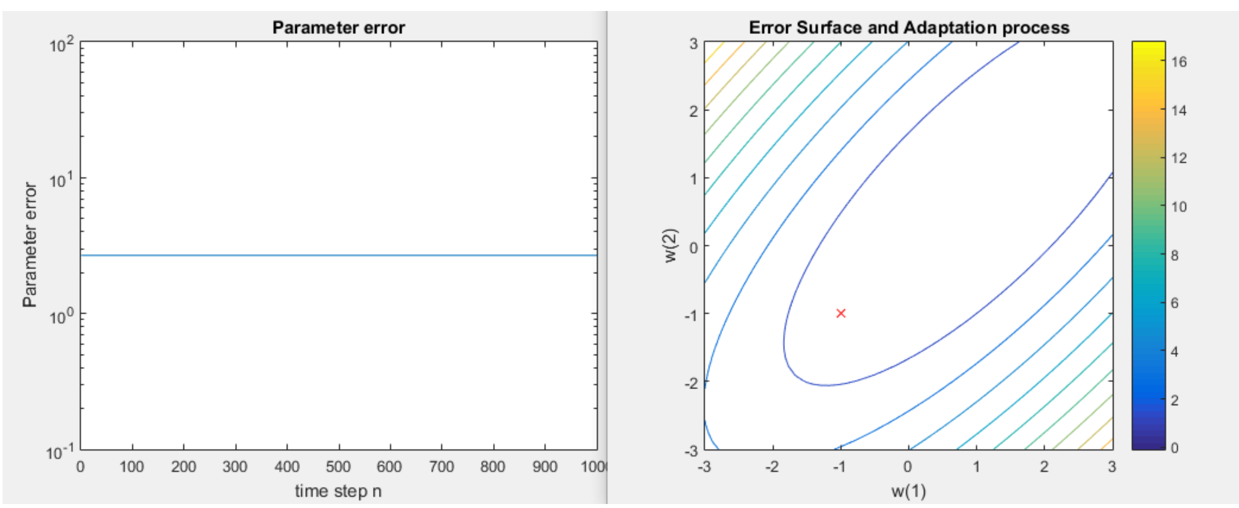
Για το τρίτο ερώτημα ζητήθηκε να εφαρμοστεί το steepest descent για την προσαρμογή των συντελεστών του φίλτρου για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου μ, που να βρίσκονται εκτός και εκτός του διαστήματος σύγκλισης.

Στο αρχείο matlab που δίνεται μαζί με την αναφορά, υπολογίζονται οι συντελεστές Wiener με τις εξισώσεις Wiener-Hopf αλλά και τον αλγόριθμο Steepest Descent. Θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα του αλγορίθμου για διάφορες τιμές της παραμέτρου μ και θα κάνουμε κάποια σχόλια πάνω σε αυτά.

- μ = -0.5

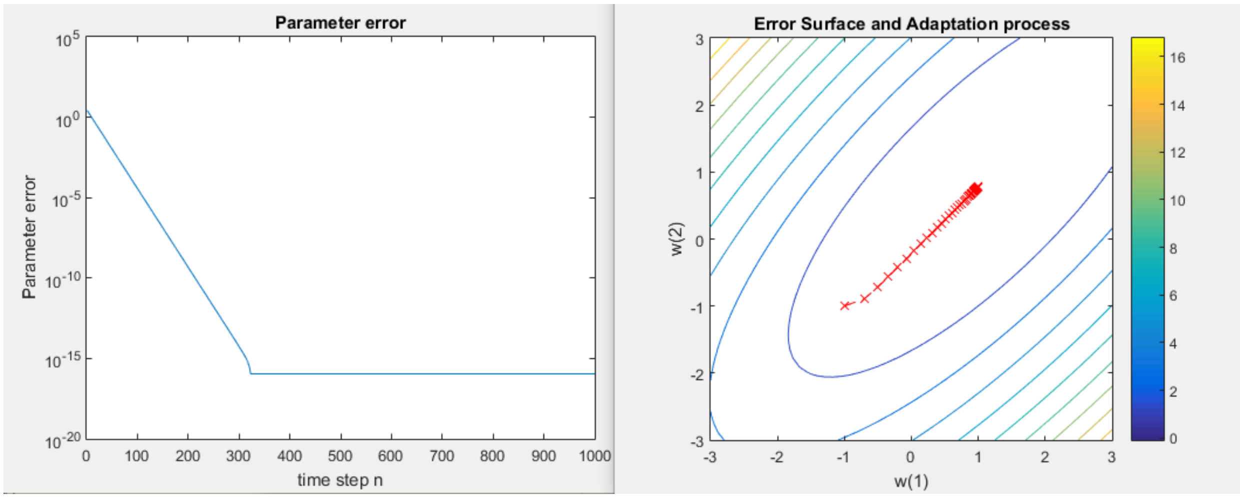


- μ = 0

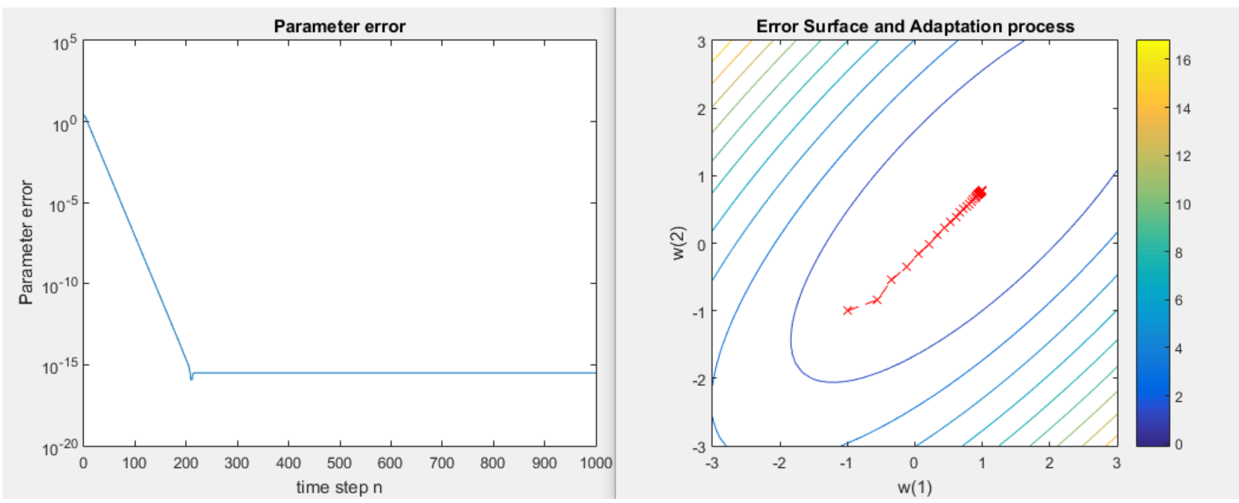


Βλέπουμε ότι για μ = -0.5 , τιμή για την οποία ο αλγόριθμος δεν συγκλίνει έχουμε ένα συνεχώς αυξανόμενο σφάλμα. Για μ = 0, βλέπουμε ότι έχουμε σταθερό σφάλμα που είναι λίγο μικρότερο από 2.

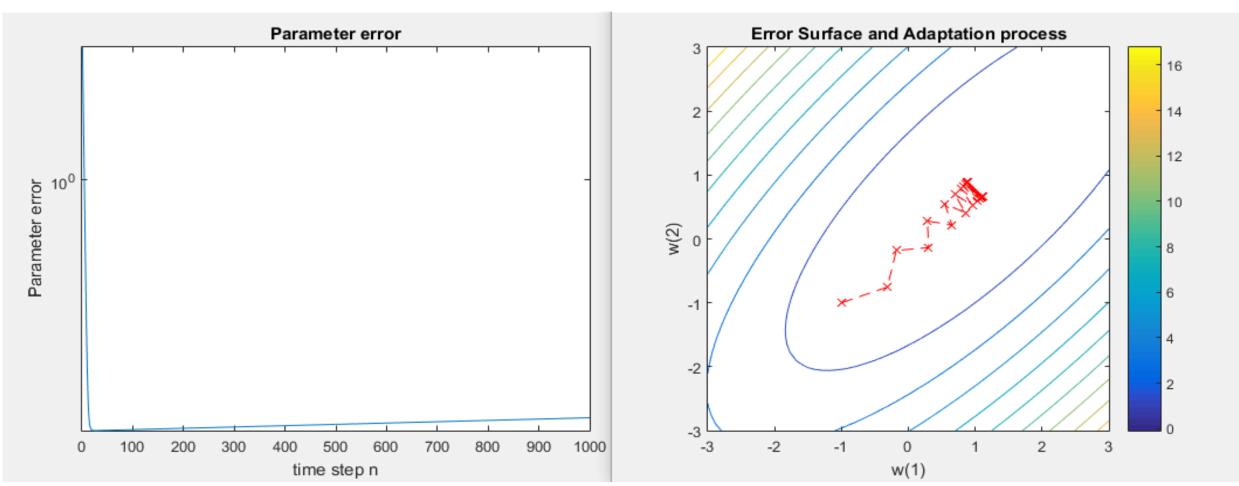
- $\mu = 1$



- $\mu = 1.5$

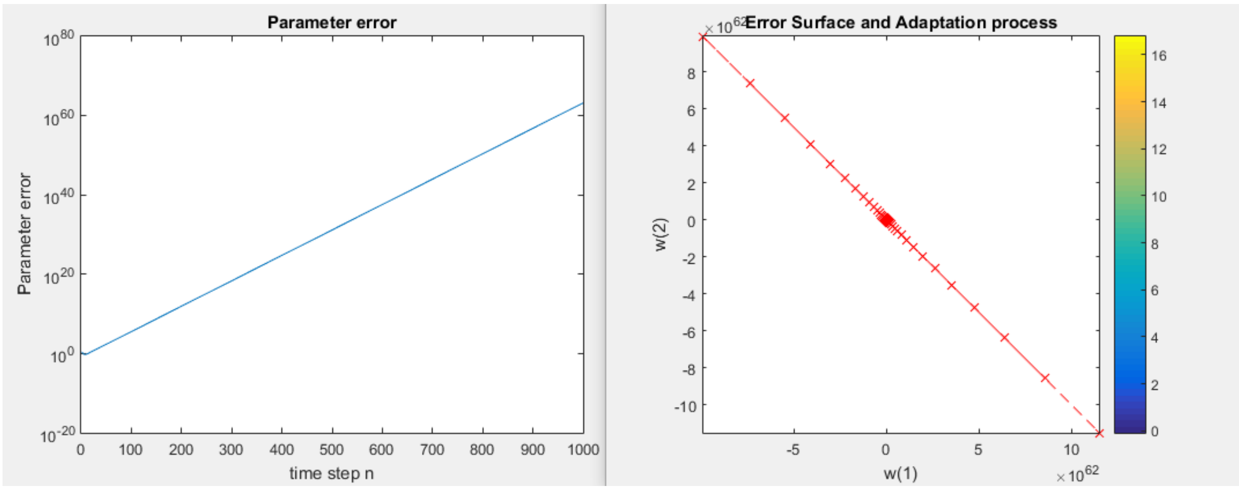


- $\mu = 2.316$



Για συνεχώς αυξανόμενο μ βλέπουμε ότι το σφάλμα τείνει στο 0 σε όλο και λιγότερες επαναλήψεις. Ακόμη, για το μέγιστο μ έχουμε την γρηγορότερη σύγκλιση, η οποία γίνεται σε λιγότερο από 20 βήματα.

- μ = 2.5



Για μ = 2.5, δηλαδή έξω από τα όρια σύγκλισης πάλι βλέπουμε ότι το σφάλμα συνεχώς αυξάνεται.

4ο ερώτημα:

Για το τέταρτο ερώτημα ζητήθηκε να εξουδετερώσουμε τον θόρυβο που αλλοιώνει το μουσικό κομμάτι, το οποίο δίνεται στο αρχείο sound.mat. Με την χρήση προσαρμοζόμενου φίλτρου 60 συντελεστών στις τεχνικές που χρησιμοποιήσαμε για τα προηγούμενα ερωτήματα, και την χρήση του κώδικα σε matlab που δίνεται μαζί με την αναφορά, μπορείτε να συμπεράνετε ότι το κομμάτι που κρύβεται πίσω από τον θόρυβο είναι το Bang, Bang της Nancy Sinatra, όπως αναμένατε και από το εξώφυλλο της αναφοράς.