# Глава 2

## 1. Постановка задачи

### 1.1. Математическая модель циркуляции жидкости водоеме

Математическая модель циркуляции жидкости в водоеме основана на системе полных нелинейных уравнений гидротермодинамики [1], записанных в традиционных приближениях, и включает уравнения движения





статики



неразрывности несжимаемой жидкости



переноса тепла



а также уравнение состояния

.

Уравнения – рассматриваются в трехмерной области

,

где  – двумерная область, расположенная в плоскости  (зеркало водоема); функция  описывает рельеф дна. Данные уравнения дополняются следующими граничными







и начальными условиями



В модели – приняты следующие обозначения:  – компоненты вектора скорости течений, соответствующие осям ;  – температура воды;  – давление;  – давление на невозмущенной поверхности , включающее атмосферное давление и давление, вызванное перепадами уровня; ,  – плотность и ее среднее значение соответственно;  – параметр Кориолиса;  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости и теплопроводности, соответственно;  – ускорение свободного падения;  – компоненты касательного напряжения трения ветра;  – компоненты, описывающие трение о дно;  – вектор внешней нормали к границе области ;  – известные функции;



– оператор адвекции скалярной величины ;



– оператор Лапласа по горизонтальным переменным ; 

Общепринятый метод вычисления скоростей течений в моделях гидродинамики использует представление вектора горизонтальной скорости в виде суммы баротропной  и бароклинной  составляющих (см. [1]):

,

где

.

В граничном условии и в *U* и *V* – интегральные скорости, которые определяются формулами:

.

В принимается следующий вариант параметризации придонного трения [2]:



где  – интегральные скорости, которые определяются формулами ;  – параметр, характеризующий трение о дно.

### 1.2. Переход к безразмерным величинам в общей модели

Для оценки порядка величинслагаемых в соотношениях общей модели целесообразно перейти к безразмерным величинам. Рассмотрим уравнения , , нашей системы, и определим характерные для озера Иссык-Куль масштабы, считая их независимыми [1, 3]:



Введём безразмерные переменные: , связав их с исходными размерными по формулам:



Приведем уравнения , , к безразмерному виду, считая масштабы  зависимыми:







Оценим сформированные параметры подобия, используя :

Число Россби (Кибеля):

;

Числа Экмана для горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости:



Таким образом, перед диффузионными и адвективными слагаемыми в уравнениях стоят малые, по сравнению с единицей (коэффициент при членах Кориолиса, , ) коэффициенты. Пренебречь можно слагаемыми, определяющими адвекцию и горизонтальный турбулентный обмен. Однако, не смотря на то, что коэффициент  тоже достаточно мал, необходимо в уравнениях сохранить учёт вертикального турбулентного обмена, так как только при этом условии возможна корректная математическая постановка задачи (учёт краевых условий на поверхности и дне водоёма). Предполагая одинаковый порядок малости оставшихся параметров подобия, определим величины зависимых масштабов:



Таким образом, мы приходим к следующей системе уравнений движения, записанной в безразмерных переменных:



Возврат к размерным переменным осуществляется затем по формулам с учетом

Краевые условия на верхней границе преобразуются следующим образом:



Выразим компоненты касательного напряжения трения ветра  и  через компоненты вектора скорости ветра на поверхности водоема. Известно, что



где  – вектор скорости ветра на поверхности водоема,  [1]. Переходя к безразмерным переменным  по формулам



где  [1], граничные условия перепишем в следующем виде:



С учетом представлений и краевые условия перепишутся в безразмерных координатах следующим образом:



где , .

Краевое условие



в безразмерных координатах имеет вид



Итак, примем следующие упрощающие предположения:

1. плотность – постоянная величина: ;
2. в уравнениях движения пренебрегаем адвективным переносом и горизонтальной диффузией.

С учетом указанных выше упрощений гидродинамическую модель – можно переписать в следующем виде (все величины считаем безразмерными, черточки над ними для простоты опущены):











**Литература**

1. Марчук Г.И., Саркисян А.С. Математическое моделирование циркуляции океана. – Москва: Наука, 1988. – 302 с.
2. Кочергин В.П. Теория и методы расчета океанических течений. – Москва: Наука, 1978. – 128 с.
3. Фельзенбаум А.И. Теоретические основы и методы расчета установившихся морских течений. Изд-во АНСССР. – Москва, – 1960.