

國立成功大學

工業與資訊管理學系碩士在職專班

碩士論文

考慮電量耗損之無人機群飛展演最佳群飛路徑規劃研究

On the optimal drone fleet path planning for drone light  
show with battery consumption consideration

研 究 生：蔡 成 鴻

指導教授：王 逸 琳 博士

中華民國一百零九年七月

國立成功大學

碩士在職專班論文

考慮電量耗損之無人機群飛展演最佳群飛路徑規劃研究

On the optimal drone fleet path planning for drone  
light show with battery consumption consideration

研究生：蔡成鴻

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員：

王逸琳

張香雲

吳政翰

指導教授：王逸琳

系(所)主管：

王惠嘉

中華民國 109 年 7 月 24 日

## 摘要

在群飛展演上，即使根據腳本的圖案設計可知某時刻必須在某個座標位置有台無人機閃爍某顏色，但如何指揮各台無人機以保證圖案會依腳本而出現，除需保證這些無人機的移動過程中不可互撞外，我們也希望能用最少數量的無人機群讓整個移動過程的整體能量消耗為最少，這樣的移動路徑軌跡設計問題極為複雜。現行的展演設計頂多只能以人工方式逐一指派各台無人機的避撞移動軌跡，對於整體之能量損耗或無人機個數等並無一套有系統的最佳化方法，導致可能會配置過多台無人機以及多浪費額外的能量耗損，也因此難以編制更長時段展演或變換更複雜的圖案。

本研究將每架無人機在每個時間切點、每個座標位置移動的路徑組合、特定位置是否亮燈的控制燈號等，設計成整數規劃模型之決策變數，而複雜的移動途程可被簡化成各台無人機於每個時間切點間的移動節線；在路徑移動上，屬於具方向性且不可逆的移動；對每架無人機而言，每個時間切點只會飛行到一個位置；就亮燈座標而言，同時刻最多只會有一架無人機經過來發亮；將兩個時間切點間的移動路徑轉換成移動成本，在考量亮燈與否具不同耗電成本的情況下，增加可回到地面點進行電池充換電的設計，來計算整體的能量消耗成本。相較於現行無人機群飛展演所採用的人工編排路徑規劃方式，本研究提出的整數規劃模型可根據腳本計算出理論上最佳的無人機群路線規劃方式。然而該整數規劃模型求解耗時，為能因應實務能在短時間內沙盤推演出不同圖案腳本的展演效果，我們亦設計其對應的高效率啟發式求解演算法，可快速因應各式的圖案展演需求，大幅縮短腳本設計時間，期望可為相關展演業者帶來許多便利與效益。

**關鍵字：**無人機、群飛展演、路徑規劃、整數規劃、電池充換電

# **On the optimal drone fleet path planning for drone light show with battery consumption consideration**

Cheng-Hong Tsai

I-Lin Wang

Department of Industrial and Information Management

## **SUMMARY**

With the development of the automation and sensing technologies, the light show by a fleet of drones becomes more popular than the conventional firework shows. This gives a more dynamic, environmentally friendly, and cheaper entertainment show, as long as we can plan the flight path for each drone in a way that it does not collide with each other with minimum power consumption. This thesis investigates such a path planning problem for a fleet of drones making such a light show. In particular, assuming the figures in the light show are known, meaning we need to deploy at least a drone in specific locations in the sky at a particular time, how to calculate the movements for each drone with the minimum costs including the fixed equipment costs and the costs of flying and lightening. This problem is very new and challenging, which is solved manually in practice, to the best of our knowledge. To effectively tackle this complex fleet path planning problem, we propose arguably the first integer programming (IP) model for this problem. We divide the entire show into two types of periods: the show period and the transition period, where the former one displays the figures, and the latter one is used for drones to transit to new positions in the sky. If a drone is in a lower power mode, it will land for battery swapping and launch again. Our IP model is based on a time-space network. It can calculate exact optimal paths but is too time-consuming. Finally, we propose randomized greedy heuristics that can calculate a very good solution in 5 sec for a light show of 40 show periods with 4096 points in the sky. We expect the techniques developed in this thesis can be further extended for practical use and benefit the exhibition industry.

**Keywords :** Drone, Path Planning, Integer Programming, Battery Swapping, Greedy Heuristics

## INTRODUCTION

Firework shows have always been the finale performances on New Year's Eve or certain festivals. However, after the glorious and beautiful time, they often cause severe air pollution and hidden dangers. On the other hand, the Unmanned Aerial Vehicles (Unmanned Aerial Vehicle, UAV), also known as drones, have gradually been widely used for civilian and commercial purposes. With the development of the automation and sensing technologies, the light show by a fleet of highly maneuverable and easy-to-operate drones becomes more popular than the firework shows. Especially in recent years, in event celebrations and large-scale events, more and more drone light shows are used as the finale of performances.

The drones can be reused, and the totems or figures to display in the show can be easily customized. This gives a more dynamic, environmentally friendly, and cheaper entertainment show, as long as we can plan the flight path for each drone in a way that they do not collide with each other and can save electricity power as much as possible. This thesis investigates how to plan paths for drones in a light show to move at different points in time, or land for battery swapping and launch again with minimum total costs, including the fixed equipment costs and the costs of flying and lightening. As far as we know, this problem is usually solved manually in practice. Thus this thesis may arguably be the first to propose analytical mathematical models and solution methods for it.

## MATERIALS AND METHODS

To effectively tackle this complex fleet path planning problem, we propose arguably the first integer programming (IP) model for this problem. We divide the entire show into two types of periods: the show period and the transition period, where the former one displays the figures, and the latter one is used for drones to transit to new positions in the sky. If a drone is in a lower power mode, it will land for battery swapping and launch again. Our IP model is based on a time-space network, which records possible positions in the sky and ground at any period. A drone path in the time-space network describes how it moves. This helps us to define the constraints for the movement, and the electric power consumption over time. Theoretically, the proposed IP model can calculate the exact optimal paths. However, it is too time-consuming for dealing with real-world cases.

To this end, we propose randomized greedy heuristics. In particular, our algorithm will calculate the drone-light assignment for each show period individually, with the goal of minimum power consumption. For a node to display light, we would assign a qualified drone of sufficient power but with the minimum movement costs (i.e., power consumption). For those drones that may not be used (i.e., lighted) in the next few show periods, we may assign them to stay in the sky, or land for battery swapping, depending on their power levels. If more drones are required to be deployed over the sky, we will launch new or old-but-in-rest drones whenever necessary. To make the decision less greedy, we also exploit a randomized mechanism that randomly selects one from the top 5 choices for each assignment. Our heuristic algorithm can calculate good solutions very efficiently, which is more applicable in practice than the proposed IP model.

## **RESULT AND DISCUSSION**

To conduct more comprehensive computational experiments, we have generated 5 sets of random cases with 5 lightening examples. The optimal IP solutions hire 3 drones, whereas our greedy algorithm calculates 4 drones the best, with up to 32% optimality gap in the total costs. This indicates the advantage of using IPs, but even for such small cases, the IP may require 1000 secs to solve. For problems of medium or large scale size, we only test our heuristic algorithms, which can calculate a very good solution in 5 sec for a light show of 40 show periods with 4096 points in the sky. To enrich our analysis, we have also tested several variants of the problem settings such as (1) whether a drone can only be reused, (2) whether they need to land if they are not used in the next show period, (3) how many future show periods should we look forward to better path planning, and (4) how randomly do we select the top few greedy assignments.

## **CONCLUSIONS**

In the current drone light shows, there is no efficient and effective way to plan the movement for drone paths. Our research might arguably be the first to analyze this complex path in analytical ways. We propose an integer programming model based on a time-space network. Our IP model can calculate exact optimal solutions for small cases, and may also provide future research a good start. Our heuristic algorithms can deal with large scale problems very efficiently. We expect this thesis

provides a good start for future research, and suggest for further investigation on improving the efficiency of IP-related solution methods.



## 致謝

在這三年時間中，讓我重新溫習了校園生活，很難得在多年後能夠再次徜徉在浩瀚書海，而且課堂知識能運用在日常的工作上。非常感謝指導教授王逸琳老師悉心指導，每次討論都能感受其做學問的嚴謹、認真的態度、全力為學生不孜不倦解惑，看到老師的身影總能期勉自己要更加努力，每次 meeting 我總是特別期待，除了能學到知識也被老師廣大的學問震撼，真的有種不斷最佳化的感覺，覺得老師在這階段對我的幫助很大，無形中也改變自己的思考邏輯與做事態度，真心覺得能遇到老師真好。在論文上謝謝口試委員張秀雲教授與吳政翰教授兩次的評委，給予許多寶貴建議與指導讓本文能更臻完善。

在工作上謝謝老闆 stan 的支持讓我能夠擁有更多可安排的時間來學習準備，也謝謝同事 arya、zt 在各方面給我的幫忙讓我工作能無後顧之憂，謝謝同事 mj 推薦讓我遇到這麼好的指導老師。學校上非常謝謝一起做報告與一起搭車的同學，做報告時不同的觀點分工讓我想法不同也能用不同思維來分析，搭火車的 30 分鐘對我來說是難得的喘息空檔，在經過白天工作與晚上課業的疲勞轟炸後，聊聊彼此近況笑談生活瑣事往往能讓心靈得到紓解，每次我總能得到一抹會心的微笑在臉龐上。

感謝我親愛的家人，衷心謝謝我的父母不論我上課到多晚仍守在廳堂等我回家，謝謝他們全心全力無怨無悔地對我的支持與照顧。謝謝兩位弟弟分擔家務讓我能更專心於課業上。謝謝新增的家人弟媳與兩位可愛的姪子姪女，童稚純真的笑容讓我能忘卻整日煩憂再次振作起來，感念離開的祖父母，在這段時間自己沒能常常陪伴在身旁。最後謝謝自己堅持了許久，在經過十多年後終能圓了再次讀書的夢想，期許即使此階段結束，仍能不斷精進成長，並珍惜此時的感動與寶貴的回憶。



# 目錄

摘要.....	I
致謝.....	VI
目錄.....	VII
表目錄.....	IX
圖目錄.....	X
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的.....	4
1.3 研究範圍與限制.....	4
1.4 論文架構.....	5
第二章 文獻探討.....	7
2.1 UAV 相關文獻.....	7
2.1.1. 用於物流派送.....	8
2.1.2. 用於農業派送與災情防疫.....	9
2.1.3. 用於監視偵測.....	10
2.1.4. 用於網路覆蓋.....	11
2.2 路徑規劃文獻.....	13
2.3 電池消耗充電文獻.....	15
2.4 小結.....	16
第三章 UAV 移動路徑之整數規劃模型.....	17
3.1 問題描述與假設.....	17
3.2 固定式位置充電之整數規劃模型.....	18
3.2.1. 參數與變數定義.....	19
3.2.2. 整數規劃模型.....	21
3.3 簡例說明.....	26
3.4 小結.....	29
第四章 UAV 移動路徑之求解演算法設計.....	30
4.1 貪婪演算法(Greedy Algorithm)設計基礎.....	30
4.2 程式設計邏輯.....	31
4.2.1 移動路徑與消耗成本資料的預處理.....	32
4.2.2 計算機群可走訪節點的候選清單.....	32
4.2.3 依條件指定 UAV 飛行路徑.....	32
4.2.4 從原點派出新的 UAV 支援.....	33
4.2.5 控制場面中的 UAV 移動狀態.....	33

4.2.6	滯空中的 UAV 動線判斷.....	33
4.2.7	返回到基地充電.....	33
4.2.8	結束前清場.....	34
4.3	簡例說明.....	34
4.4	結果優化與效能加速改善.....	37
4.4.1	移除過多的畫面設計.....	37
4.4.2	細部分析動作耗費秒數.....	37
4.4.3	前處理的資料準備.....	38
4.4.4	程式碼寫法改善.....	38
4.4.5	減少非必要性動作與資料紀錄.....	39
4.4.6	依實務飛行情況進行改良.....	39
4.5	小結.....	40
第五章	整數規劃模型與貪婪演算法之數值測試與分析.....	41
5.1	測試網路資料.....	41
5.2	整數規劃模型與貪婪演算法.....	42
5.3	貪婪演算法運用在中大型問題的表現.....	44
5.4	使用之貪婪演算法變形演練.....	47
5.4.1	考量是否支援重複使用.....	47
5.4.2	考量是否於空中待機.....	49
5.4.3	考量往後比較的期數.....	51
5.4.4	考量路徑選擇的差異.....	54
5.5	小結.....	56
第六章	結論與未來研究議題建議.....	57
6.1	結論.....	57
6.2	未來研究.....	58
6.2.1.	可持續精進及發展本研究之數學模型與演算法.....	58
6.2.2.	考慮充電位置的配置.....	58
6.2.3.	考慮期數定義的依據.....	59
6.2.4.	考慮 UAV 閒置或遣回的配置.....	59
6.2.5.	增設特定位置不需移動的排除清單.....	59
參考文獻	.....	60
中文	.....	60
英文	.....	63

## 表目錄

表 1 UAV 應用範疇 .....	8
表 2 路徑規劃文獻比較 .....	15
表 3 電量消耗文獻比較 .....	16
表 4 三個畫面的期數說明 .....	19
表 5 整數規劃模型中的索引 .....	20
表 6 整數規劃模型中的參數 .....	20
表 7 整數規劃模型中的決策變數 .....	21
表 8 各時刻電量消耗對應表 .....	28
表 9 小型問題上整數規劃模型與貪婪演算法的差異 .....	42
表 10 小型問題上整數規劃模型與貪婪演算法的統計分析 .....	42
表 11 整數規劃模型與演算法執行結果比較表 .....	44
表 12 每期 256 個點重複 5 次下的實驗結果 .....	45
表 13 每期 256 個點重複 5 次下的統計分析 .....	45
表 14 每期 1024 個點重複 5 次下的實驗結果 .....	45
表 15 每期 1024 個點重複 5 次下的統計分析 .....	45
表 16 每期 4096 個點重複 5 次下的實驗結果 .....	46
表 17 每期 4096 個點重複 5 次下的統計分析 .....	46
表 18 考量是否可重複使用的差異 .....	48
表 19 考量是否可重複使用的統計分析 .....	48
表 20 考量是否可先飛回原點的差異 .....	50
表 21 考量是否可先飛回原點的統計分析 .....	50
表 22 考量往後比較期數的差異 .....	52
表 23 考量往後比較期數的統計分析 .....	52
表 24 考量路徑隨機選擇的差異 .....	55
表 25 考量路徑隨機選擇的統計分析 .....	55

## 圖目錄

圖 1 飛行演練示意圖.....	3
圖 2 移動方式示意圖.....	5
圖 3 研究流程圖.....	6
圖 4 UAV 送貨趨勢全球市場規模展望(Grand View Research 提出; DIGITIMES 整理) .....	9
圖 5 不同 UAV 偵測不同高度會有監控程度差異 (擷取自 Zhen et al., 2019).....	10
圖 6 使用 UAV 多方面辨識鎖定目標示意圖 (擷取自 Silva et al., 2019).....	11
圖 7 使用 UAV 用作中繼器傳遞訊息示意圖 (擷取自 Cabral et al., 2016) .....	12
圖 8 使用 UAV 搭配 USV 進行目標探索 .....	14
圖 9 單一 (某第 $k$ ) 層之層空網路示意圖.....	19
圖 10 整數規劃模型簡例的亮燈配置.....	26
圖 11 整數規劃模型 4 架 UAV 的層空網路圖.....	27
圖 12 整數規劃模型單架 UAV 的層空網路圖 .....	28
圖 13 演算法簡例的亮燈配置.....	34
圖 14 演算法 4 架 UAV 的層空網路圖 .....	35
圖 15 演算法單架 UAV 的層空網路圖 .....	36
圖 16 小型問題上整數規劃模型成本的盒鬚圖.....	42
圖 17 小型問題上貪婪演算法的盒鬚圖.....	43
圖 18 小型問題上整數規劃模型與貪婪演算法的 Gap 盒鬚圖 .....	43
圖 19 考量小中大不同例子下針對求解時間比較的盒鬚圖.....	46
圖 20 考量小中大不同例子下針對飛行成本比較的盒鬚圖.....	47
圖 21 考量是否可重複使用下針對求解時間比較的盒鬚圖.....	49
圖 22 考量是否可重複使用下針對飛行成本比較的盒鬚圖.....	49
圖 23 考量可先回原點下針對飛行求解時間比較的盒鬚圖.....	50
圖 24 考量可先回原點下針對飛行成本比較的盒鬚圖.....	51
圖 25 考量往後參考期數下針對求解時間比較的盒鬚圖.....	53
圖 26 考量往後參考期數下針對飛行成本比較的盒鬚圖.....	54
圖 27 考量選擇路徑差異的盒鬚圖.....	56

# 第一章 緒論

無人飛行載具 (Unmanned Aerial Vehicle, UAV), 又名無人機, 隨著科技進步與機構上改良, 逐漸由軍用廣泛應用於民用與商用的用途上。尤其近年來在活動慶典、商場表演活動, 越來越多使用 UAV 做為表演壓軸項目演出。

在 UAV 聯合展演時, 如何規劃飛行路徑以呈現不同象徵性圖案, 讓活動順利完成是個有趣的議題。本文討論在考量整體最佳化的情況下, 設計讓眾多無人機群在不同時間切點上移動, 來達到總成本最低的研究。本章共分為四節, 先介紹 UAV 在燈光秀的應用, 接著說明巡演時所面臨的挑戰, 來引出預期研究動機與規劃目的, 此外為有效鎖定問題, 故界定研究範圍與限制, 最後概括描述本文研究流程與架構。

## 1.1 研究背景與動機

對一般民眾而言印象深刻莫過於無人機群的燈光秀, 雖然這樣活動在國外已行之多年, 但在台灣初試聲啼引起回響, 則由美國 IBM 團隊運用 300 架 UAV 在 2019 年 2 月屏東燈會的展演, 顛覆民眾對 UAV 的觀感並帶來感官與視覺上的震撼, 也開起台灣 UAV 群演的序幕。陸續出演如同年 4 月, 由南科 AI-Robot 與成大航太系合作在台南媽祖廟慶典上, 運用 100 架 UAV 進行聯演, 在廟宇上空排列出媽祖圖像彷彿神績一般。同年 4~5 月間, 則由 Taiwan Drone 100 在台南龍舟錦標賽的使用 50 架 UAV、澎湖花火節則搭配母親節活動運用 200 架的 UAV 排列應景圖案愛心與母子圖像等進行群演, 整體仿如雨後春筍般不斷湧現相關應用, 除更加體現科技帶來溫暖人心的效應。應用上除 UAV 可重複

使用外而且能取代高成本的煙火施放，與其造成嚴重空氣汙染與化學物質殘骸散佈周遭的影響，整個活動規劃也隱含著環保與節約的意涵。

在表演時眾多飛行體在空中環繞，每一個切換瞬間緊湊連續拼貼成一幕幕令人為之驚艷的圖案，每一個動作都觸動觀看者的記憶與挑戰視覺感官，這些點與線構成的集合、點在時間切點移動軌跡、漸層光影變換都是路徑規劃上的應用與展現。而實際編排時每架飛行路徑如何能讓畫面流順、移動距離最少、耗電量較低、較有效節省成本都是須考量的議題。另外也從上述例子中發現，台灣團隊也不斷地在挑戰希望能直追 IBM 團隊，不論在使用飛行機架數或導航規劃路線的技術上。

飛行路線規劃是飛行應用時首先會碰到的問題，陳冠紋 (2016) 指出“在 UAV 自動化研發中最具挑戰性問題之一是路徑規劃，因其感應範圍、耐力有限，需進行優化”，而如何飛行能較有效率、避開較多的障礙物、所消耗電能較少都是本研究希望解決的問題與分析方向。

而現行相關研究上路徑規劃研究方法眾多，但不同方法皆有其適用條件與限制，Huang, Lan, Liu, Zhou, Pei, Yang & Peng (2018) 指出“人工勢場法 (Artificial Potential Field Method, APF) 無法在密集障礙物的情況下產生路徑；蟻群演算法 (Ant Colony Optimization, ACO) 則取決於參數的配置且需要較高的計算資源運算、A\* Search Algorithms 則無法適用在 UAV 有移動限制的情況”，而 Oz, Topcuoglu & Ermis (2014) 則提出運用基因演算法 (Genetic Algorithms, GA) 來解決地理高低差異情境下的路徑規劃問題。但上述皆僅考量單次或單層的路徑移動規劃。在 UAV 活動表演上，每個畫面的切換需考量每架 UAV 該如何從不同起點移動到另一個的節點上 (每架的起點與終點都不同)，且到下一張畫面呈現前，上一次的終點即成為下一次的起點 (可參考圖 1)，若需呈現的畫面越多則整體考量規劃的移動路線越複雜，故可預期的是若越多架 UAV 排入演出，且切換的畫面越多將會形成一個錯綜複雜的網路結構。

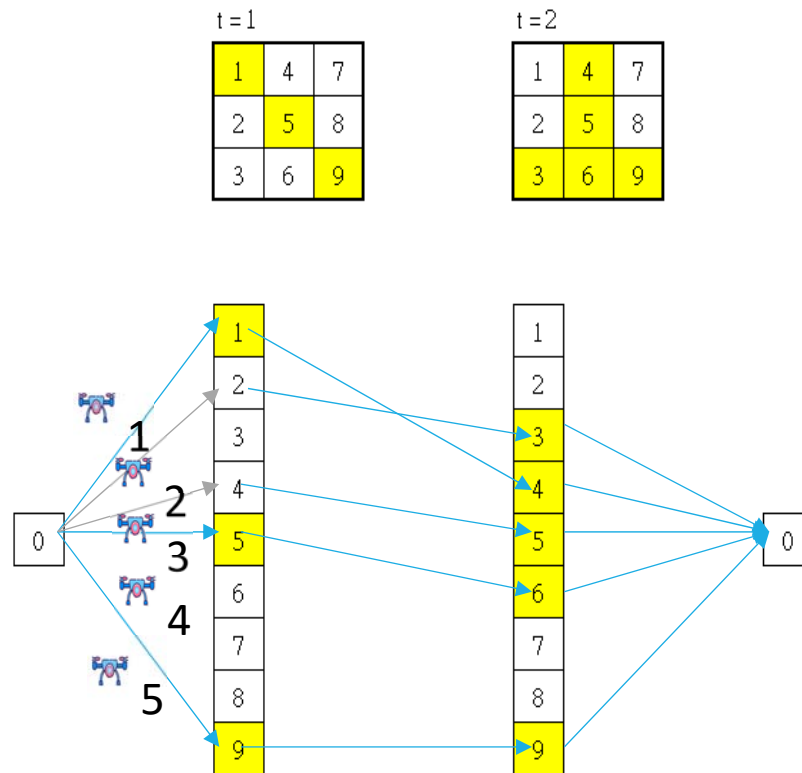


圖 1 飛行演練示意圖

結構上由於表演型的 UAV 儲存電力有限，無法進行長時間且高耗電的飛行。若考慮增加表演總時間與呈現多個畫面切換時，則需要增加配置 UAV 可往返充電的模型。實務上 Taiwan Drone 100 的創辦人李志清表示，目前做法採用程式逐一每一點去算距離來做求解，僅限於人工判斷何為較適合的路徑規劃，作法既費力也費時。更由於受限於電力消耗因素無法考慮可充電的情況，約略只能在 7 分鐘內變換 10 個畫面來做表演。因此整體情況並未考量所有畫面切換來達到最小耗能的成本考量，故本研究希望透過作業研究中的整數規劃法來做最佳化求解，非以局部單一畫面的分析而是希望能建立全面評估讓 UAV 飛行表演順暢且能考量整體最佳化的方法。

## 1.2 研究目的

規劃 UAV 飛行路徑的編排，考慮衡量飛行體的台數、路徑移動限制、時刻的層數、網路空間位置節點數間關係、電力不足時應如何有效充電等，本研究旨在提出一個整數規劃模型，能將上述變數納入考量，求解出 UAV 飛行最佳的移動路徑，以最小化成本的方式來求得消耗的電力與規劃 UAV 使用架數，因此討論在眾多圖片畫面須呈現時項目包含：

- 如何配置每架 UAV 的路線移動配置使其能在指定位置變換燈號。
- 考量電池消耗的情況下，待充電的 UAV 如何安排其移動路徑。
- 規劃所需的最少 UAV 架數。

## 1.3 研究範圍與限制

實驗依據設定圖像位置進行計算，評估 UAV 在路徑移動方式與不同時間切點上選擇的差異，在排除不可控制的外在變數後，專注於路線規劃並進行假設如下：

- 假設不考慮外在機構設計、承載重量造成影響。
- 假設不考慮天氣風力影響。
- 假設 UAV 充電所需時間不列入考量（需要時能立即補上）。
- 假設有足夠的 UAV 可供使用，且每架的移動能力速率相同。
- 假設 UAV 可自主定位達到避免碰撞，設計上簡化問題模型避免過大的移動距離導致碰撞產生，故移動簡化成每單位時間可移動鄰近 1 格的位置，可參考圖 2（橫、直、斜皆可）。



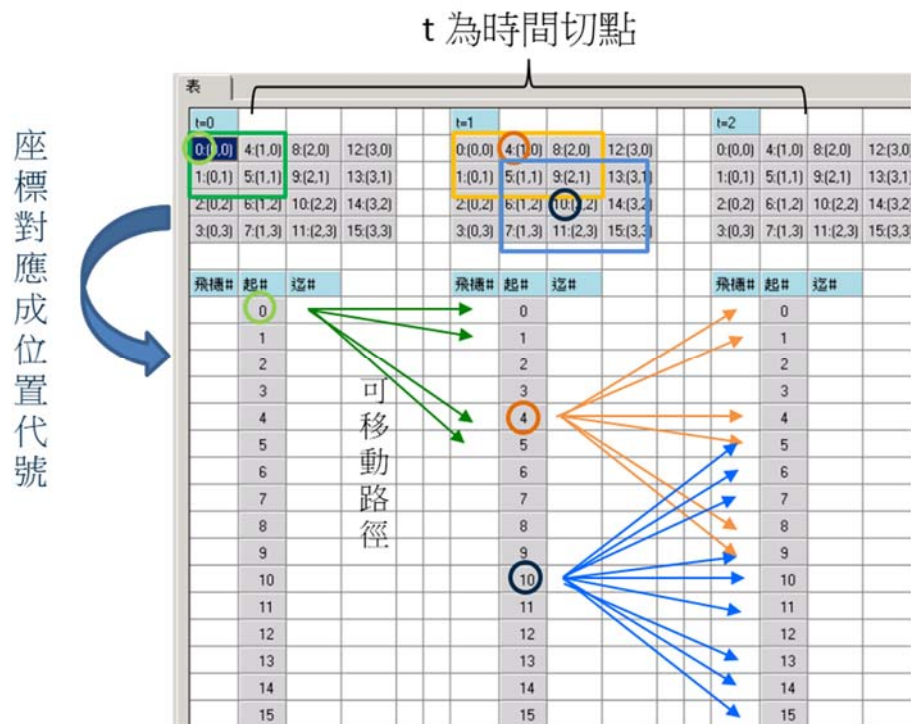


圖 2 移動方式示意圖

## 1.4 論文架構

本論文流程(如圖 3)共分為六章，下述介紹各章內容。

### 第一章 緒論

簡述 UAV 在商場表演的案例並說明其求解問題與限制，逐步從研究背景動機、討論目的、界定範圍限制與研究流程說明來介紹。

### 第二章 文獻探討

列舉市面上 UAV 廣泛的涉略應用，並回顧 UAV 用於路徑規劃與電池消耗模型的研究，最後說明預期採用的求解方法。

### 第三章 UAV 移動路徑之整數規劃模型

針對問題進行建構模型，並說明提出的整數規劃參數、限制式與最小化目標，最後輔以範例進行演示。

#### 第四章 UAV 移動路徑之求解演算法設計

針對中大型問題求解時，須採用效益更好的加速方式，從邏輯架構介紹到提出的啟發式演算法說明，並以範例進行演示，也指出在優化的過程中面臨的挑戰與改善方式。

#### 第五章 整數規劃模型與貪婪演算法之數值測試與分析

運用小例子來說明使用 Python 結合 Gurobi 進行規劃求解與貪婪演算法作法比較，其次嘗試用演算法與其應用上的變形來進行模擬測試並從中分析差異。

#### 第六章 結論與未來研究議題建議

總結本研究成果與展望未來研究可朝往的方向，並期冀提出的方案能作為飛行展演時的規劃應用。

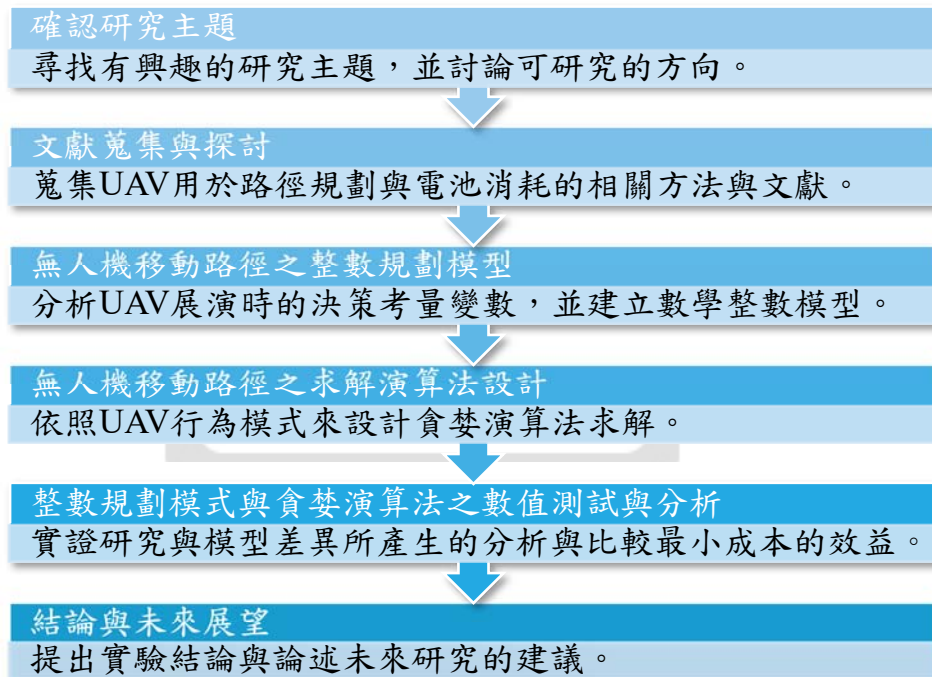


圖 3 研究流程圖

## 第二章 文獻探討

無人載具隨著科技演進，自動化程度提高，可搭載許多精細多功能晶片來進行許多廣泛應用，常見的載具如 UAV、無人車 (Unmanned Ground Vehicle, UGV)、無人船 (Unmanned Surface Vehicle, USV) 等。在考量方便性與機動性的層面上，UAV 的應用變得更加普遍，近年來尤其在物流、農業、監視、網路上較常見且為數眾多。

本章分成四節，第一節先介紹近年來 UAV 應用，並於第一節與第二節回顧 UAV 用於路徑規劃與電池消耗模型的相關文獻說明與比較本文差異，最後以小結來論述預期採用的搭配方法。

### 2.1 UAV 相關文獻

UAV 廣義是指不須駕駛者登機，可透過遙控系統進行半自動或自主性移動的飛行裝置，起源於第一次世界大戰戰後，軍用靶機訓練與投擲炸藥，伴隨著科技進步可加載許多微型晶片模組，例如全球定位系統(Global Positioning System, GPS)、慣性測量單元 (Inertial Measurement Unit, IMU) 裝置、相機數位、微型計算晶圓、藍芽與紅外線通訊、物聯網 (Internet of Things, IoT)、人工智慧等，機構上也不斷研發改良突破承載限制，例如複合材質、渦輪續航、電池能源等並使成本降低，加上整體民眾生活經濟水平以及購買水準上升，逐漸廣泛應用於民用、商用與消費性領域上，如表 1 所示可見其應用領域範疇。

表 1 UAV 應用範疇

農業植保	藥物施灑、輔助授粉
物流空投	投擲信件、包裹配送、血液配送
氣象科研	大氣取樣、人工降雨、行星探索
災難應變	偏遠地區物資補給、災情監測評估、人員搜索
警備巡防	海上巡邏、邊境偵測、跨境走私監控
設施檢查	高架橋檢查、石油管道與水力廠巡查、建築物勘查
通訊服務	平流層氣球網路、偏遠地區的網路覆蓋率
繪測辨識	地理繪圖、航太攝影、生態環境監測
運動新聞	賽事實況追蹤、新聞拍攝、災難戰區報導
娛樂直播	無人機群演燈光秀、微型投影、電影取景拍攝

### 2.1.1. 用於物流派送

實務上在供應鏈應用被譽為最後一里路的挑戰，最早在 2016 年中國江蘇京東集團首次運送開啟先機，陸續引領其他連鎖業者與科技廠如亞馬遜、阿里巴巴、DHL、Google Alphabet 都躍躍欲試，台灣在 2018 年 10 月，台南市試飛成果不俗，2019 年則增加左鎮與阿里山試驗點，與郵局合作協助運送農產品與高山茶，另與疾病管制署合作將血清運送上梨山偏鄉等。日本也在同年 7 月由大型店商樂天與西友超市合作提供商品配送服務，共計多達 400 種商品可配送，單次承載上限為 5 公斤，可於 5 分鐘內送達 1.5 公里外的指定地點，費用僅需台幣 145 元 (折合約日幣 500 元)。美國亞馬遜電子商務公司則提出可飛行 24 公里，承載上限 5 公斤，並於下單後 30 分鐘內取件的服務。整體預估商機可觀，依據 Grand View Research 報告提出展望至 2026 年將可帶來 241 億美元的市場規模(如錯誤! 找不到參照來源。所繪製)。研究上 Luo, Liu & Shi (2017) 則提出 UAV 搭配 UGV 的協同合作，來運送貨物到 UGV 無法直接送達的區域。



圖 4 UAV 送貨趨勢全球市場規模展望(Grand View Research 提出; DIGITIMES 整理)

### 2.1.2. 用於農業派送與災情防疫

農業應用上則導入智慧農業概念，主要用在大範圍農業噴灑與病蟲害偵測，如黃名揚 (2017) 討論在香蕉園應用，在不同栽種面積的蕉園分別以農業噴灑與搭載熱成像儀做影像辨識，兩種情境來考量成本效益的敏感性分析。而吳佩璟 (2018) 則分別比較使用 UAV 與一般農工噴灑的效益差異，試圖分析並解決農村人口老化嚴重與缺工問題，更希望運用科技帶動青年返鄉風潮。此外 2019 年高雄登革熱防疫也用運用 UAV 投藥，在災情控制上成果不斐。Ju & Son (2018) 為提高工作效率，減輕 UAV 操作者負擔，由單控改成群控式的操作來設計 UAV 系統，可運用於大範圍的種植面積上。Nedjati, Izbirak, Vizvari & Arkat (2016) 則衡量地震發生後的回應系統，用於快速評估搜集受災情況，提出使用 UAV 來達到大範圍覆蓋率並可蒐集全面性的資料。

### 2.1.3. 用於監視偵測

在監視偵測應用上，不論邊疆國土、海上防衛走私都可看到使用 UAV 的身影，UAV 憑藉其易操控於高空、遠距離、隱密性高的偵查，可取代危險程度高或需要機密性的任務。Zhen, Li, Laporte & Wang (2019) 考量不同 UAV 飛行時間限制不同，且不同地區可能因高度會有監控精細程度的差異，提出以航路與高度的混合整數規劃模型來求解，以監控不同區域內的車輛 (如圖 5)。

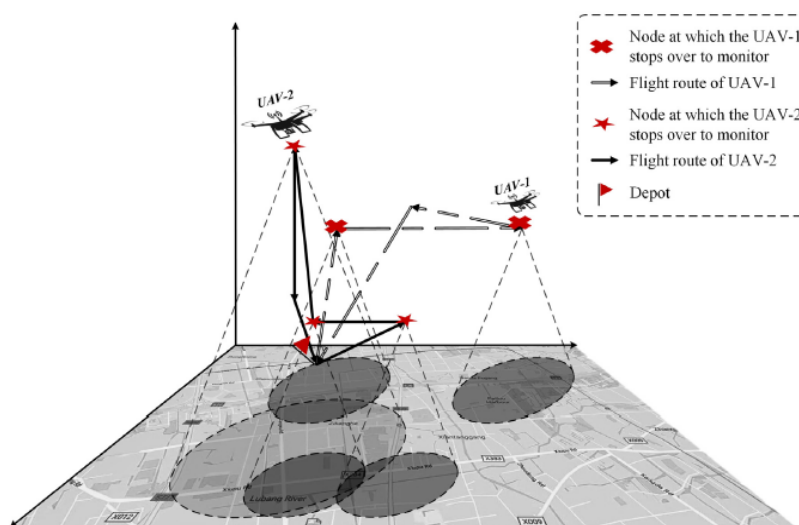


圖 5 不同 UAV 偵測不同高度會有監控程度差異  
(擷取自 Zhen et al., 2019)

Silva, Rad, Beebe, Choo & Umapathy (2019) 則將 UAV 運用於人物追蹤上，考量特定目標在行走時會有轉向或有死角的問題，使用多架 UAV 利用深度學習與路徑演算來達到鎖定人物的需求 (如圖 6)。



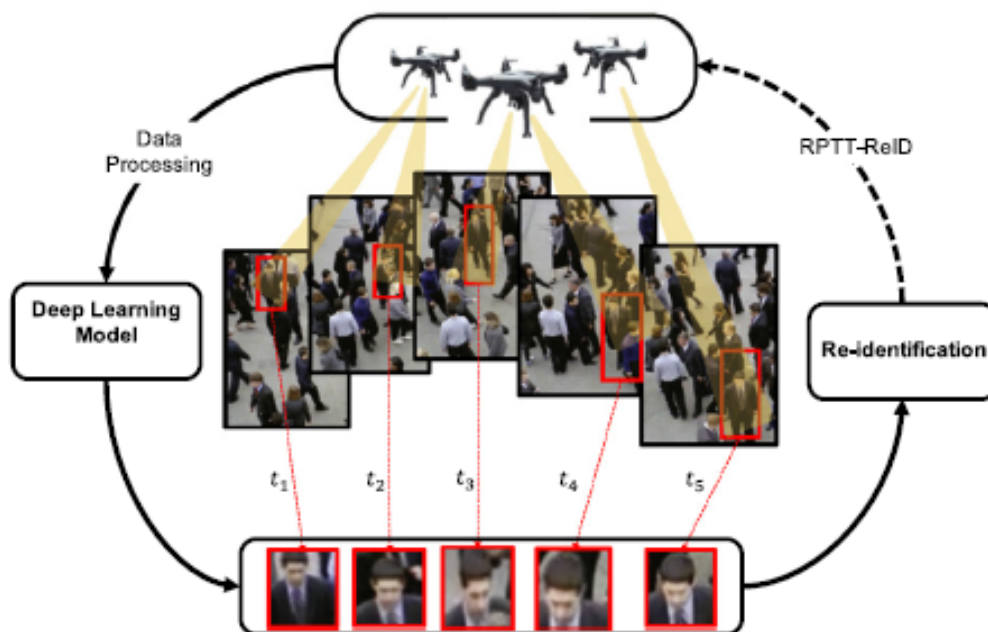


圖 6 使用 UAV 多方面辨識鎖定目標示意圖  
(擷取自 Silva et al., 2019)

#### 2.1.4. 用於網路覆蓋

網路應用上，思考並著手於 UAV 可高空飛行的特性，Facebook 與空中巴士合作進行「Aquila 計畫」，使用太陽能充電方式的 UAV 來達到派送網路，希望能將豐沛的網路資源帶到缺乏基礎建設的偏遠地區。Papatheodorou, Tzes & Stergiopoulos (2017) 則使用移動式空中代理計算所包含的區域面積來討論多架 UAV 的覆蓋區域問題。Cabral-Pacheco, Villarreal-Reye, Galaviz-Mosqueda, Villarreal-Reyes, Rivera-Rodriguez & Pérez-Ramos (2016) 則說明在分佈式的無人機群編隊中，每台都配置一個控制器，使用分散式飛行隨機網路(Flying Ad-Hoc Networks , FANETs)透過狀態訊息的交換，將 UAV 當作中繼器(如圖 7 所示)來達到可靠與即時的訊息作為 UAV 編隊傳遞資訊的使用。

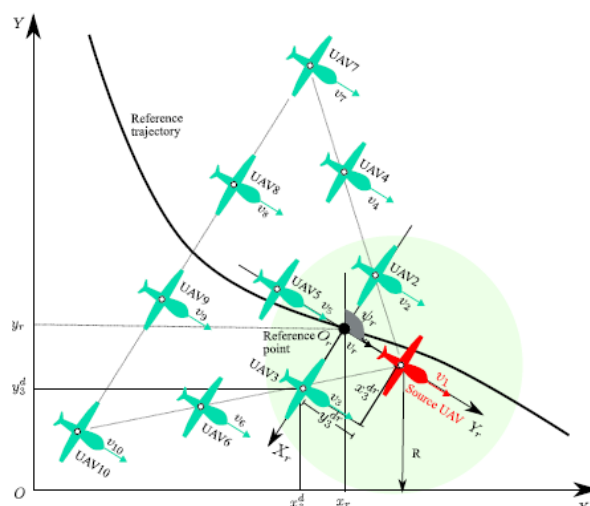


圖 7 使用 UAV 用作中繼器傳遞訊息示意圖 (擷取自 Cabral et al., 2016)

總觀上述應用 UAV 憑藉其靈活輕巧、高機動即時、相較成本較低、應用無限等特性，逐漸取代生活上高危險、大範圍、極精密、費時與勞力密集度高等工作。投資發展上，台灣空軍代號「劍翔計畫」，擬建立反幅射無人機隊，採用中科院研製 UAV 並獲立法院通過 5 年 800 億元預算認列；依據工業研究院會議講座中提到 2019 年 2 月報告估計至 2020 年使用 UAV 的商業服務全球市場將超過 1,270 億美元，而 EV Tank 預估至 2020 年全球 UAV 銷售量將達到 433 萬架。

有鑑於不斷增加的 UAV 使用需求，台灣行政院也規範將於 2020 年納入民航法之遙控 UAV 管理規則進行納管，不論個人與組織都有使用時段地點、高度空間、速度搭載等限制，且使用者須進行術科測驗考照並憑照使用 2 年的效期，違規使用者將處以新台幣 6 萬元以上 30 萬元以下罰鍰；情節重大者，得沒入遙控 UAV。實例上現行共有 2,300 多人報考，2019 年 9 月 17 日在民航局規劃下台灣進行第一場 UAV 術科考試，合計 24 人參加，此次皆為法人代表，預計 2019 年底完成 400 人的認證考試。



## 2.2 路徑規劃文獻

在路徑規劃上無人載具如何在不同的時間點，移動到不同位置，廣義來說屬於 Location Routing Program (LRP) 的範疇，其描述包含特定設施或位置的移動走訪需求，並透過那些節點或路徑來滿足其相依的決策。在 Schneider & Drexler (2017) 所整理關於 LRP 的應用分類上，定義了這類問題的特徵主要包含：相關數據設定為已知、有個規劃好的周期、潛在的決定設施位置為有限、有一個可量化的目標函數、每個需求都必須由某條路徑來滿足等。套入群演的問題上其實非常貼切，如每期亮燈位置為已知、需在特定時間周期內完成表演、展演 UAV 移動到的節點位置總數有限、目的是希望能透過腳本來完成整體最小演出成本的支出。而其中主要應用在移動載體的問題，分類為 Vehicle Routing Problems (VRPs) 其廣泛運用於運籌學的物流與運輸問題上。Drexler (2012) 提到以畜牧場農民向軍隊運送牛奶就會面臨到，當一輛貨車運輸路線決定後可能會影響到其他貨車所決定的路線，存在彼此相互依賴的關係，而這類問題可透過混整數規劃模型來建模約束限制。Mor & Speranza (2020) 列出了典型的 VRP 問題，思考那些車輛該從哪個位置依何順序最後返回相同的起始倉庫，在過程中每台車最多只會有一條路線可遍行，並依據此移動路線來為客戶提供服務，在最後給出整體所需使用的車輛數。這樣的描述也跟 UAV 展演規劃求解問題相似，多架 UAV 在空中移動，每一架只會有一條移動軌跡，整體間不會重複移動到相同位置。

近年來由於 UAV 的使用逐漸趨於普遍，憑藉其輕巧且機動性高的特性，更加普遍用為搭配運用，以路徑規劃上，多位學者提出研究結果，相關的學術研究有分別依其不同方法介紹、研究方法、分配模型等介紹如下。

Ropero, Muñoz & R-Moreno (2019) 考量在行星探索時，地面崎嶇不平部分地面無法使用 UGV 來通行，故使用探測路由演算法，使用 UGV 進行主要路

徑行走與的載體，UAV 則做為更進階深層的探索，兩者搭配來達成到達目標距離最小的設計。

Yilmaz, Yakici & Karatas (2019) 將 UAV 與船隻進行結合，使用混整數線性規劃公式與改良自蟻群優化演算法，在限制船提供 UAV 停靠充電使用與可停靠的數量有限制的情況下，來解決在限定時間內 UAV 可訪問特定目標最多的問題 (示意圖可參考圖 8)。

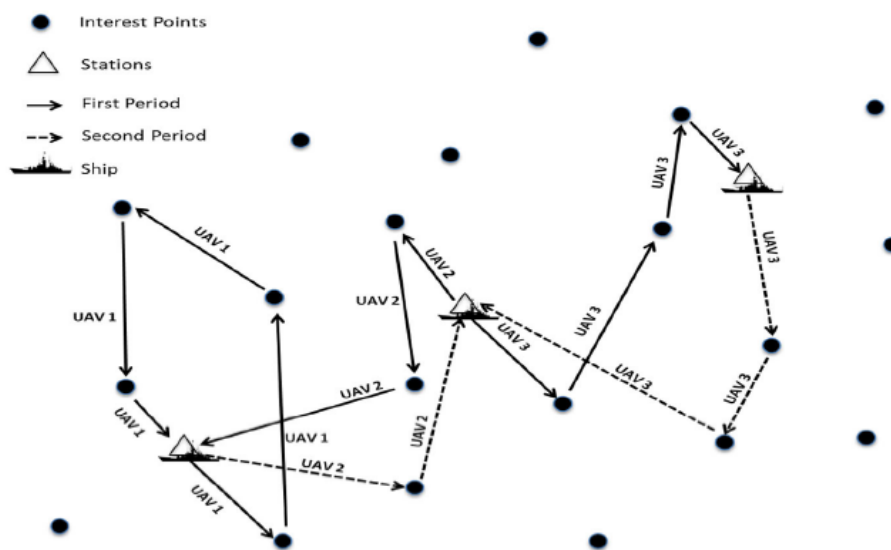


圖 8 使用 UAV 搭配 USV 進行目標探索  
(擷取自 Yilmaz et al., 2019)

Chen, Sun, Liu, Fang & Li (2012) 則使用 UGV 考量防壁障礙物的情況建立模型來進行非結構的環境下路徑規劃問題。

Avellar, Pereira, Pimenta & Iscold (2015) 為能在最短的時間內達到最大的涵蓋面積，使用搭載圖像感測的 UAV 分別用不同的飛行環繞方式使用混合整數模型來計算，並與傳統的 VRP 問題比較。其中與本文的差異同樣都是使用 UAV 來規劃且排除碰撞的情況下來設定移動規範，但作者問題為達到最大的覆蓋面積，但受限於 UAV 電量限制且無法重複充電使用的情況下，無法求解出預期結果。

表 2 路徑規劃文獻比較

作者	規劃種類		求解方式		考量 充電	求解目標		
	載體	多架	規劃 模型	演 算法		最小 移動 距離	最大 覆蓋 率	最小 耗電 量
Avellar, Pereira, Pimenta & Iscold (2015)	UAV	V	V				V	
Chen, Sun, Liu, Fang & Li (2012)	UGV			V		V		
Ropero, Muñoz & R-Moreno (2019)	UAV+ UGV			V		V		
Yilmaz, Yakici & Karatas (2019)	船+UAV	V	V	V	V	V		
本研究	UAV	V	V	V	V	V		V

## 2.3 電池消耗充電文獻

除考量無人載具的路徑該如何移動外，另一個須探討的層面為充電模型，現行展演用的 UAV 體積小，無法適用其大範圍大規模的展演，故發展許多充電模型，包含有多個固定式充電站、單個移動式充電站、多個移動式充電站等。

為求有效運用，能夠互相搭配各種載體各自的特性，例如 UGV 體型大可承載許多 UAV 停靠充電，但 UAV 外觀體型輕巧，可透過遙控移動至 UGV 無法開往的區域，故有 UGV 搭載 UAV 類似子母車概念的應用，Yu, Budhiraja, Buebel & Tokekar (2019) 分別研究此三種不同的充電模型下，透過 UAV 結合 UGV 依自訂的數學模型來計算總運行路徑最小的問題，結果得知在特定大小的條件下，該演算法運行時間是可求解出不錯品質的解法。

在此引述其 3 種分類說明，如 (1) 多個固定式充電站，如現行的 UAV 展演及採用此方式進行群演。(2) 單個移動式充電站，如 Luo et al. (2017) 使用 UGV 進行主路線規劃與充電，UAV 則作為延伸使用。同樣在 Ropero et al. (2019) 的研究上亦採用單個移動式方式進行研究，探討在崎嶇不平的道路上，使用 UAV 進行延伸。(3) 多個移動式充電站，Yilmaz et al. (2019) 則使用 UAV 搭配船艇來達成機體充電與不同目標地點的巡訪的目的。

表 3 電量消耗文獻比較

作者	規劃種類		充電方式		
	載體	多架	單個移動式	多個移動式	多個固定式
Luo et al. (2017)	UGV		V		
Ropero et al. (2019)	UAV+UGV		V		
Yilmaz et al. (2019)	船+UAV	V		V	
本研究	UAV	V			V

## 2.4 小結

本研究與上述路徑規劃文獻上，相似處都是在解決 LRP 問題，但由於 UAV 展演須全面考量每階段的移動配置來達成全面的最佳化評估，故適合採用整數規劃模型來求解各個不同畫面間的移動路徑選擇與最小所需的 UAV 數。

另外充電方面，若以多個移動式方式來規劃的話，考量呈現每個畫面時 UAV 都可能面臨電力不足的情況，故需要配置不同的充電站作因應，但這樣設置會導致架構過於複雜，整個的成本增加且不符合現實層面考量，現行實務運作由於展演目的地為廣泛無際的天空，UAV 都是在電力充足的情況下由單一地點(基地)進行來出發，若電力不足則在定位控制情況下由 UAV 設定返回出發地，為配合實務上運作與簡化問題模型複雜度，本研究採用固定式充電站方式來做模型設計。

### 第三章 UAV 移動路徑之整數規劃模型

本章共分四節，第一節描述 UAV 展演時須考量的因素與簡化後的問題假設，第二節則針對本研究所架構的整數規劃模型來說明，第三節用小問題範例來做演示，最後針對本論述用小結來說明與進行章節彙整。

#### 3.1 問題描述與假設

研究以近來盛行的無人機群飛展演為例，在表演時多架 UAV 從固定起點起飛，在不同的時間切點上由多架共同變換燈號來呈現不同圖案，且不同圖案轉場移動切換時，UAV 會依規劃路徑移動，藉由控制燈號的變換，考慮是否移動、移動的距離、是否亮燈等，來達成整個活動的演出。但實際上受限於表演的時間長度、飛行移動的距離、排列圖案的複雜程度、機體本身的電容量與移動耗電率等，都會影響無人機群的配置量與整個活動的成本。

以屏東燈節展示畫面為例，UAV 從「Taiwan」的字樣切換到人踩著踏板激起浪花的「衝浪手」的畫面時，可以明顯地知道兩者需配置的 UAV 數量是不同的，再由圖形的位置由橫排的圖形轉換成直方型的樣式，需移動位置也不同，且還要考慮行進過程中的燈號切換(亮與不亮)，若移動距離太長、頻繁切換燈號都會讓 UAV 耗電率過高，導致中途需要充電補給的情況。故本文考量若能有效規劃移動路徑讓移動時，由鄰近的 UAV 作移動支援，希望能讓整體的移動距離縮小，減少各階段每架 UAV 的耗電量來達成整體最小耗電成本的目標。

本研究如實際展演情況來假設 UAV 都是由相同位置出發，且每台 UAV 的性能、外觀、電池容量與耗電率相同，飛行後會回到相同的出發位置，唯每台

以不同代號編制，且每台移動路線軌跡不會相同。移動過程中若需進行充電也是返回到在原起訖位置進行補給或更換。

為方便將問題使用整數規劃模型來配置，本研究進行下述基本假設：

1. 每架 UAV 都是相同起點出發，表演後回到相同原點，若過程中需充電也是回到相同起訖位置。
2. 每架 UAV 續航力有限制且相同，若飛行中辨別為電力不足需返回原點進行更換與充電。
3. 每個亮燈點由 UAV 移動或不移動亮燈來完成，亮燈位置為已知且定義，但無須指定由特定哪一架來完成。
4. 每台 UAV 在避免大範圍移動與避免碰撞的情況下，設定在每單位移動距離為鄰近一單位，可橫向、直向或斜行，且依移動距離與是否亮燈有不同的耗電支出。
5. 假設 UAV 飛行時不考量飛行時的外在天氣、干擾、災難等不可控制因素，每架的飛行速率相當。
6. 假設每期展演的畫面持續時間且轉場所需時間可透過設定來控制。

### 3.2 固定式位置充電之整數規劃模型

本研究以層空網路模型為基礎建立整數規劃模型，不同架 UAV 的飛行路徑都不相同，以原點 0 為出發起始點作代號 (如圖 9 所顯示)；不同的畫面設定為不同時間切點  $t$ ，以  $t$  逐次累加 1 設為不同畫面的時間切換點(不同期)，若畫面增加則表演時間  $t$  亦增加；另以  $k$  作為 UAV 數量的引數，則每一層代表每一架 UAV 可能飛行的路徑網路，總共  $K$  層 ( $K$  架)，最後飛行結束時都是回到起點 0，表示完成此次表演。

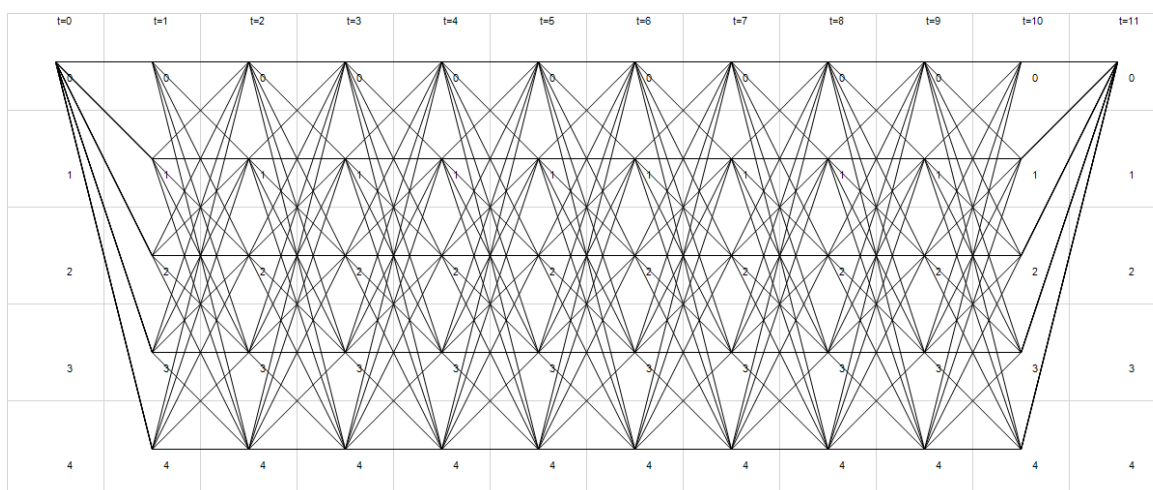


圖 9 單一（某第  $k$ ）層之層空網路示意圖

### 3.2.1. 參數與變數定義

在此說明用於整數規劃模型設計上，在期數的設定上說明如表 4 舉例，所定義的索引用以標示(如表 5 所示)所代表具體的事物與其有限的集合範圍，在整個問題中已知或可藉由預先處理所得固定數值的參數(如表 6 所示)，最後預計透過模型求解的決策變數則詳列於表 7 中。

表 4 三個畫面的期數說明

t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
停滯	轉場	停滯	轉場	停滯	轉場	停滯	轉場	停滯

[註] 包含起訖原點共計 2 個起訖點、3 個展演停滯區間與 4 個

移動區間，表示 T 的區間其值為 8。

表 5 整數規劃模型中的索引

名稱	代號	範圍
節點代號 (Nodes)	$i, j$	$P = \{0, 1, 2, \dots,  P  - 1\}$
無人機 (Drones)	$k$	$K = \{0, 1, 2, \dots,  K  - 1\}$
展演的時間集合 (Stay Time)	$t$	$T^s = \{0, 2, 4, \dots,  T  - 2\}$
轉場時間的集合 (Move Time)	$t'$	$T^m = \{1, 3, \dots,  T  - 1\}$
		其中 $T = T^s \cup T^m$ $ T $ 為偶數 $= 2 \times (\text{畫面數} + 1)$

表 6 整數規劃模型中的參數

名稱	描述
$\alpha_1$	停留一個單位所消耗的電量(單位 W)，文中採用數值 1 來做實驗。
$\alpha_2$	移動一個單位所消耗的電量(單位 W)，文中採用數值 1.5 來做實驗。
$\beta$	亮燈一個單位所消耗的電量(單位 W)，文中採用數值 2 來做實驗。
$C_c$	UAV 每次的充電費用，文中採用數值 100 單位來做實驗。
$C_k$	每架 UAV 的租機費用，文中採用數值 1000 單位來做實驗。
$C_w$	每單位消耗電量的折合費用，文中採用數值 1 來做實驗。
$P_t = \{i \in P \text{ 設定發亮的位置}\}$ $t = 2, 4, 6, \dots,  T  - 2$	表示腳本設定要亮燈的位置
$M$	極大值
$\bar{W}$	初始電量(單位 W)，文中採用數值 100 來做實驗。
$\underline{W}$	最小電量(單位 W)，文中採用數值 30 來做實驗。
$A = \{(i, j) : R_{ij} \leq \bar{R}\}$	可在相距 $\bar{R}$ 範圍內移動的節線代號配對 $(i, j)$ 組合
$\tilde{A}_j = \{(i, j) \in A\} \cup \{(0, j)\}$	進入 j 點的節線集合
$\hat{A}_i = \{(i, j) \in A\} \cup \{(i, 0)\}$	離開 i 點的節線集合
$RL_{ij}$	$(i, j)$ 兩點間的長度
$TC$	Total Cost，預計求算的總成本



表 7 整數規劃模型中的決策變數

變數	描述
$x_{t'ij}^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t'$ 時是否從 $i$ 移動到 $j$ ，有則為 1；無則為 0
$L_{ti}^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t$ 時 $i$ 點是否亮燈，有則為 1；無則為 0
$L_{t'}^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t'$ 時是否亮燈，有則為 1；無則為 0
$s_{t'}^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t'$ 時是否停留，有則為 1；無則為 0
$m_{t'}^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t'$ 時是否移動，有則為 1；無則為 0
$\bar{w}_t^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t$ 時的起始電量(單位 W)
$\hat{w}_t^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t$ 時的結束電量(單位 W)
$\bar{w}_{t'}^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t'$ 時的起始電量(單位 W)
$\hat{w}_{t'}^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t'$ 時的結束電量(單位 W)
$R_{t'}^k$	利用歐式路徑計算 $k$ 在 $t'$ 時的移動距離
$g_{t'}^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t'$ 時的是否停留在地面(基地)，有則為 1；無則為 0
$g_t^k$	無人機 $k$ 在時刻 $t$ 時的是否停留在地面(基地)，有則為 1；無則為 0
$u^k$	無人機 $k$ 是否有使用到 (用來計算實際需要的 UAV 數)，有則為 1；無則為 0

### 3.2.2. 整數規劃模型

在已知特定時間特定位置需亮燈的情況下，期能最小化所有 UAV 展演過程中的耗電支出與相關機體費用，成本將 4 種成本支出納入考量，依序採計為 (1)分別計算停滯區間所有 UAV 的電量消耗、(2)移動區間所有 UAV 的電量消耗、(3)所有 UAV 的充電費用加總與(4)實際使用的 UAV 租機成本等，其求解目標式定義與限制式規範如下所示。

目標式(3.2.1) 最小成本的設定

Minimize TC

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k \in K} \sum_{t \in T^s} \left( \bar{w}_t^k - \hat{w}_t^k \right) \times C_w + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T^m} \left( \bar{w}_{t'}^k - \hat{w}_{t'}^k \right) \times C_w + C_c \times \sum_{k \in K} \sum_{t \in T^m} \sum_{j \in P} x_{t'0j}^k \\
&\quad + C_k \times \sum_{k \in K} u^k
\end{aligned} \tag{3.2.1}$$

## A. 移動限制

限制式(3.2.2) 限制從原點出發。

$$\sum_{j \in P} x_{00j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.2.2)$$

限制式(3.2.3) 限制結束時回到原點。

$$\sum_{i \in P} x_{ti0}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.2.3)$$

限制式(3.2.4) 限制每架 UAV 的移動位置加總只會有一條。

$$\sum_{i \in P} \sum_{(i,j) \in \bar{A}_j} x_{t'ij}^k = 1 \quad \forall t' \in T^m, k \in K \quad (3.2.4)$$

限制式(3.2.5) 限制每架的移動路線不會重複。

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}_j} \sum_{k \in K} x_{t'ij}^k \leq 1 \quad \forall t' \in T^m, j \in P - \{0\} \quad (3.2.5)$$

限制式(3.2.6) 進出守恆，UAV 的進入數與飛出數會相同。

$$\sum_{(i,j) \in \bar{A}_j} x_{t'ij}^k - \sum_{(j,i) \in \bar{A}_j} x_{tji}^k = 0 \quad \forall j \in P \cup \{0\}, t' \in T^m, k \in K \quad (3.2.6)$$

限制式(3.2.7) 限制 UAV 的需求數。

$$\sum_{j \in P - \{0\}} x_{t'0j}^k \leq u^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.7)$$

## B. 亮燈限制

限制式(3.2.8) 設定的亮燈位置須由一架 UAV 亮燈。

$$\sum_{k \in K} x_{tii}^k = 1 \quad \forall i \in P_t, t \in T^s \quad (3.2.8)$$

限制式(3.2.9) 限制設定特定位置要亮燈。

$$\sum_{k \in K} L_{ti}^k \leq 1 \quad \forall t \in T^s, i \in P \quad (3.2.9)$$

限制式(3.2.10) 限制同一位置最多只會由一架經過亮燈。

$$\sum_{i \in P} L_{ti}^k \leq 1 \quad \forall t \in T^s, k \in K \quad (3.2.10)$$

限制式(3.2.11) 限制該節點設定會發亮，則會由前一點移動至此。

$$L_{ti}^k \leq \sum_{j \in P} x_{tji}^k \quad \forall i \in P, t \in T^s, k \in K \quad (3.2.11)$$

限制式(3.2.12) 限制若轉場前後有亮燈 則轉場時也要亮。

$$\sum_{i \in P} L_{(t-1)i}^k + \sum_{j \in P} L_{(t+1)j}^k \leq L_t^k + 1 \quad \forall k \in K, t \in T^m \quad (3.2.12)$$

限制式(3.2.13) 設定不亮的位置。

$$L_{t0}^k = 0 \quad \forall k \in K, t \in T^s \quad (3.2.13)$$

### C. 狀態判斷

限制式(3.2.14) 區分 UAV 的狀態，只會是滯空移動、滯空停留或留在地面的其中一種。

$$m_{t'}^k + s_{t'}^k + g_{t'}^k = 1 \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.14)$$

限制式(3.2.15) 移動的總和判斷。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{t'ij}^k \leq m_{t'}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.15)$$

限制式(3.2.16) 停留的總和判斷。

$$\sum_{i \in P - \{0\}} x_{t'ii}^k \leq s_{t'}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.16)$$

限制式(3.2.17) 停留在基地的判斷。

$$x_{t'00}^k \leq g_{t'}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.17)$$

限制式(3.2.18) 若移動時留在基地，則滯空時也會在原地。

$$g_{t'}^k \leq g_{t'+1}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.18)$$

限制式(3.2.19) 滯空時的停留判斷

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{t'ij}^k \leq (1 - g_{t'}^k) \quad \forall k \in K \quad (3.2.19)$$

#### D. 電量限制

限制式(3.2.20) 初始電量設定。

$$\tilde{w}_0^k = \bar{W} \quad \forall k \in K \quad (3.2.20)$$

限制式(3.2.21)、(3.2.22) 充電後初始電量的電量限制。

$$\tilde{w}_{t'}^k \leq \bar{W} + M \times \left(1 - \sum_{j \in P} x_{t'oj}^k\right) \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.21)$$

$$-M \times \left(1 - \sum_{j \in P} x_{t'oj}^k\right) + \bar{W} \leq \tilde{w}_{t'}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.22)$$

限制式(3.2.23) 停滯區間期初電量為上期移動區間的期末電量。

$$\tilde{w}_{t'-1}^k = \hat{w}_{t'}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.23)$$

限制式(3.2.24)、(3.2.25) 移動期末的電量限制。

$$-M \times \sum_{j \in P} x_{t'0j}^k + \hat{w}_{t'-1}^k \leq \tilde{w}_{t'}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.24)$$

$$\tilde{w}_{t'}^k \leq \hat{w}_{t'-1}^k + M \times \sum_{j \in P} x_{t'0j}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.25)$$

限制式(3.2.26) 計算滯空區間的耗電計算。

$$\tilde{w}_t^k - \beta \times \sum_{i \in P} L_{ti}^k \times T^s[t] - \alpha_1 \times (1 - g_t^k) \times T^s[t] = \hat{w}_t^k \quad \forall k \in K, t \in T^s \quad (3.2.26)$$

限制式(3.2.27) 計算移動區間的耗電計算。

$$\tilde{w}_{t'}^k - \left[ \alpha_1 \times (1 - g_{t'}^k) \times T^m[t'] + \alpha_2 \times R_{t'}^k \times m_{t'}^k + \beta \times L_{t'}^k \times T^m[t'] \right] = \hat{w}_{t'}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.27)$$

限制式(3.2.28) 期末電量需大於最小值。

$$\hat{w}_t^k \geq \underline{W} \quad \forall t \in T^s, k \in K \quad (3.2.28)$$

## E. 移動距離

限制式(3.2.29) 計算 UAV 在移動時所飛行的總距離。

$$\sum_{i \in P} \sum_{j \in P} x_{t'ij}^k \times RL_{ij} = R_{t'}^k \quad \forall k \in K, t' \in T^m \quad (3.2.29)$$

### 3.3 簡例說明

以下假設用期數 4 期，每期有 9 個位置來做說明，參數設定同 3.2.1 節的定義，亮燈位置如下圖 10 所設定為：

t=1				t=2			
1 (1,1)	2 (1,2)	3 (1,3)	4 (1,4)	1 (1,1)	2 (1,2)	3 (1,3)	4 (1,4)
5 (2,1)	6 (2,2)	7 (2,3)	8 (2,4)	5 (2,1)	6 (2,2)	7 (2,3)	8 (2,4)
9 (3,1)	10 (3,2)	11 (3,3)	12 (3,4)	9 (3,1)	10 (3,2)	11 (3,3)	12 (3,4)
13 (4,1)	14 (4,2)	15 (4,3)	16 (4,4)	13 (4,1)	14 (4,2)	15 (4,3)	16 (4,4)

圖 10 整數規劃模型簡例的亮燈配置



則依 Gurobi 運算結果，共需 4 台 UAV 作展演，其路線分佈如圖 11 所示。

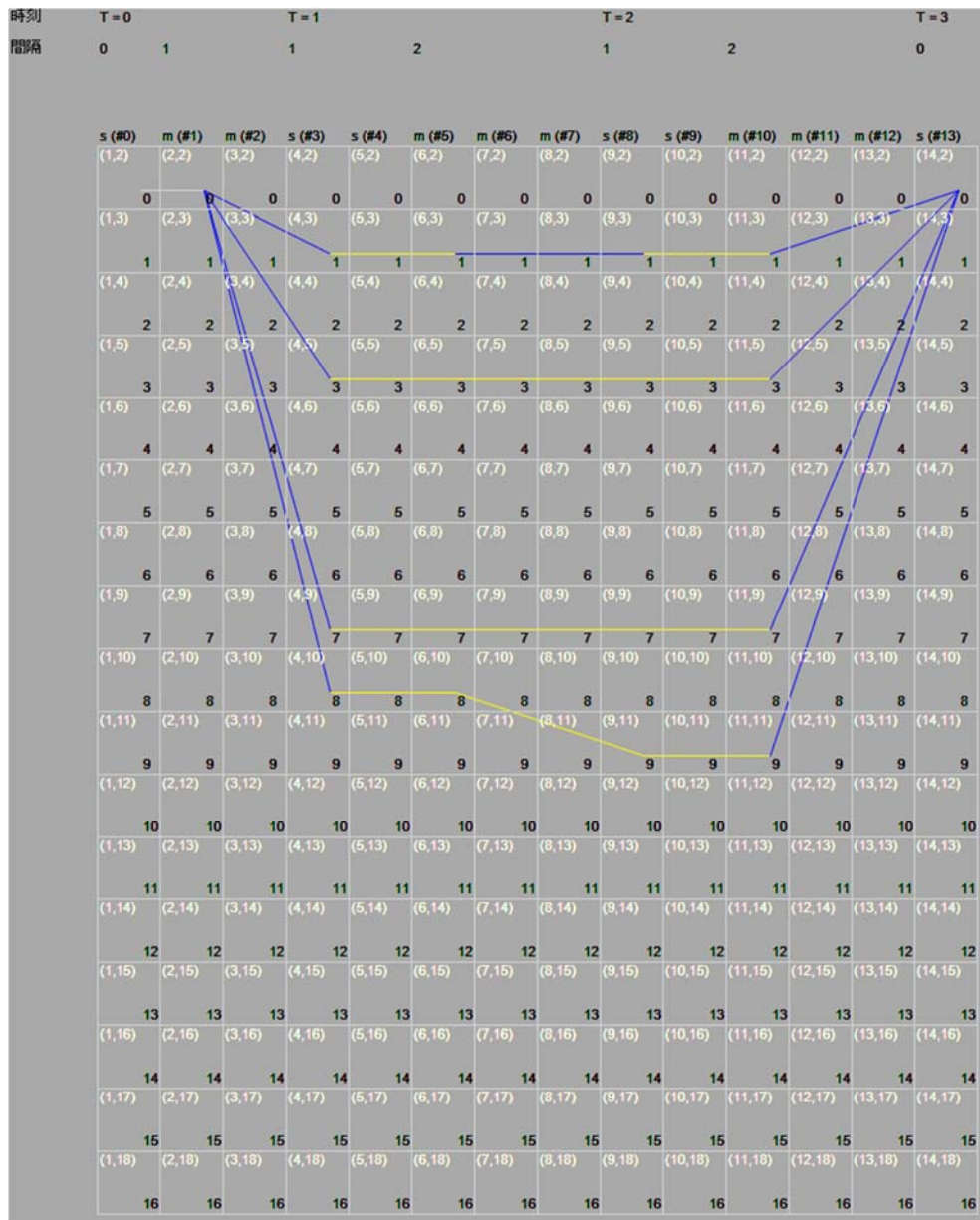


圖 11 整數規劃模型 4 架 UAV 的層空網路圖

舉例說明第 1 架在整個運行的電量耗費，參考圖 12 所示。

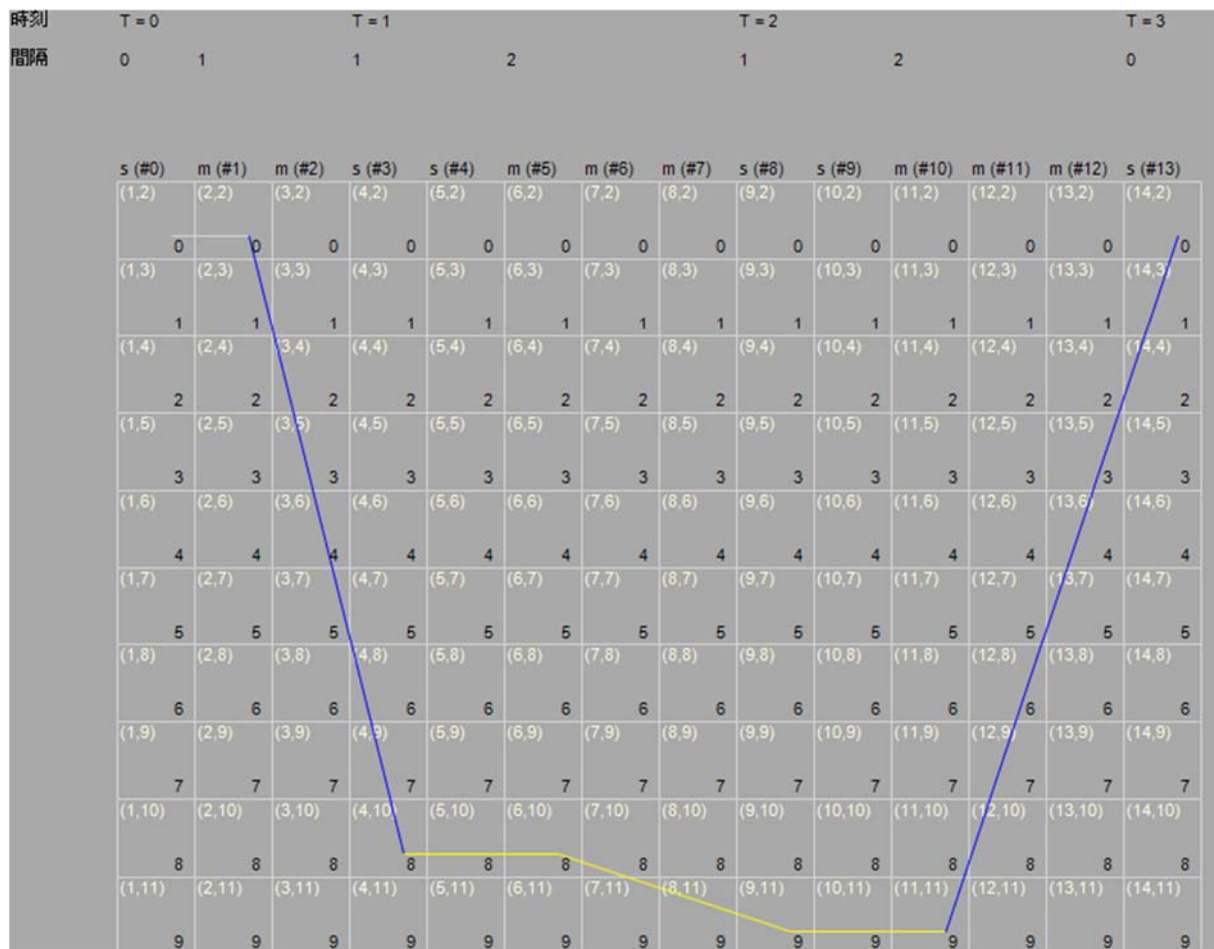


圖 12 整數規劃模型單架 UAV 的層空網路圖

表 8 各時刻電量消耗對應表

		滯空		移動		滯空		移動		滯空		移動		滯空	
時間軸	時刻 t=	0		1				2				3			
	時間單位(s)	0	1	1	2			1	2			2			
電量計算	初始電量 (W)	100	100	84	81			73.5	70.5			53.5			
	結束電量 (W)	100	84	81	73.5			70.5	53.5			53.5			

在時刻 T=0 時，其停滯區間等待間隔為 0s，故維持在原點 0 不動，起始電量與結束電量都是 100 w；而在移動區間時，移動距離為 10 m，移動的時間為 1s，故耗電為本身每秒的消耗  $1 \times 1 +$  移動的消耗  $10 \times 1.5 = 16$  w，故結束時電量減少變成  $100 - 16 = 84$  w。



在時刻  $T=1$  時，其滯空時間為  $1s$ ，表示持續亮燈  $1$  個單位時間，沒有移動，但有本身的機體消耗  $1 \times 1 +$  亮燈消耗  $1 \times 2 = 3w$ ，故結束電量為  $84 - 3 = 81w$ ；而在移動時由於下個點仍為亮燈，故依設定效果為亮著移動到該點，移動距離為  $1m$ ，故電量消耗為本身固定支出  $1 \times 2 +$  亮燈  $2 \times 2 +$  移動  $1 \times 1.5 = 7.5w$ ，故結束電量為  $81 - 7.5 = 73.5w$ 。

在時刻  $T=2$  時，滯空表演時間為  $1s$ ，沒有移動但持續亮燈，故電量消耗為  $1 \times (1+2) = 3w$ ，結束電量為  $73.5 - 3 = 70.5w$ ；接著由於表演結束，會返回起點，移動距離為設定固定值  $10m$ ，方式為不亮燈，時間長度為  $2s$ ，故電量消耗為  $1 \times 2 + 10 \times 1.5 = 17w$ ，結束電量為  $70.5 - 17 = 53.5w$ 。

在時刻  $T=3$ ，即為起點關期中，無移動且無亮燈，故起訖電量維持  $53.5w$ ，整體各別明細可參考表 8 所標示。

### 3.4 小結

研究首先針對 UAV 群飛展演問題作討論與假設，試圖將群飛移動路徑問題應用在本研究整數規劃模型上，並盡可能設想現實可能面臨情況來考量，如表演時間、轉場時間等來加以模擬並用限制式來規劃，希望能將複雜的移動問題用整數規劃模型來規劃求解。當問題趨於複雜時，往往因求解的決策變數與限制式過多，導致求解效率降低，故模型常無法適用於中大型的網路問題的計算中，在下一章節會介紹適用於較複雜的中大型問題求解時的替代方案。

## 第四章 UAV 移動路徑之求解演算法設計

在第三章使用整數規劃模型為基礎，用軟體來求解往往可得到較佳的全面最佳解，但由於計算耗時且不適用大規模的問題上，因此為了提升求解效率，本章節以模擬 UAV 飛行方式設計出演算法來求解，除能加速計算求解時間外也能得到品質不錯的可行解法。本章分述五節，第一節介紹演算法的構思來源，第二節介紹程式內主要功能的邏輯，第三節以簡例進行演示，第四節說明在開發驗證過程中如何不斷改善精進以取得更佳的求解時間，最後則以小節來總結本章論述。

### 4.1 貪婪演算法(Greedy Algorithm)設計基礎

演算法的構思來自 UAV 的行為模型，假設 UAV 透過人為操控由起點飛向空中某個終點，目的為了在定點透過半導體元件發光二極體(Light-emitting diode，縮寫為 LED)燈來呈現不同的亮光。程式化的問題是飛行時往往依實際表演需求也有不同變化(如：移動方式有亮燈軌跡的邊飛邊亮或保持暗燈直到目的地才發光以凸顯效果的差異)，又如有多個位置要分別需要 UAV 移動的話，考量單架移動飛行情況，就會產生哪個位置要先到，其次才依序走訪來達到節省成本的考量，若將這樣的行為擴展成多架，這樣的組合變化就非常多，不同架之間要同時移動且相同位置不能重複，如何依圖案的需求編排飛行順序來達到整體較佳的效益。且萬一電量不足，如何充電且安排新的架次前來支援，這樣就會變成很複雜的問題。

若能每一次移動軌跡時，都能局部用最小成本的想法來選取移動到的目標節點，應能作為構思的考量，故使用上貪婪演算法依當期的結果進行比較，找尋依據為兩點間最小耗電來做取決依據，屬於短視近利的求解方式。程式模擬

上由於要計算移動距離與消耗成本，將這些移動的起訖點、固定的亮燈位置設定為座標並標號，考量每架 UAV 移動距離相似，故將時間縮限的每單位時間可移動的距離設定成定值，並依據其不同時刻整體需要移動到固定位的時間不同，每個定點要亮燈時所停留的時間也不同，故將這些依需求來設計成不同的參數來設定。另外在消耗成本上，可區分為 UAV 本身的耗電、移動的耗電、亮燈的耗電等，且飛行時最短的考量該以最短距離或最小成本也會有不同的走法，雖然兩者是很相似的概念，但是最小成本應為較佳的選擇；雖然距離最小相當於所需消耗的成本較小，但由於還須考量移動是否有亮燈的話，距離就不是較佳的選擇了。所以在此想法下，假設每期都依該期的亮燈數決定派出的 UAV 數，並依據其當時的耗電情況，若電量足夠則移動到可到達位置，若電量不夠則飛回原點充電，每期都依此方式決定貪婪的依最小的成本來決定移動路徑，直到飛行表演結束。

## 4.2 程式設計邏輯

將 UAV 可能在空中會遇到的動作寫成程式邏輯，主要功能包含 (1) 每架 UAV 移動時決定當時不同座標間的可移動距離、(2) 計算出當時所有 UAV 到不同位置的距離後，分別依最小的移動成本進行指派、(3) 當所有場面上的可移動的 UAV 都決定後，若發現 UAV 不足，將(4) 設定由原點派出新的 UAV 支援；反之，若有多餘 UAV 無需使用，則(5) 可將該 UAV 派回地面上、或者 (6) 若電量足夠，則停留在原地，等待下期使用、(7) 每期結束前都將地上的 UAV 充電等待以備後期所需、(8) 最後展演結束時將所有 UAV 飛回等，以下逐一介紹每個動作的邏輯意涵。

#### 4.2.1 移動路徑與消耗成本資料的預處理

由於整個展演所需畫面亮燈數固定且期數也是已知，本研究假設圖案上每個點均可視為在 2 維陣列上某個 MAP 座標。每期在限制移動距離下，每點可到達的位置即可事前算出，此外這些位置在節線間移動時預計移動區內的移動成本、停留成本、亮燈成本、暗燈機體固定消耗成本等也都可事先算出儲存。

#### 4.2.2 計算機群可走訪節點的候選清單

由於亮燈則需要 UAV 飛往做出發光的動作，故每期依當時是否有亮燈位置進行判斷，有則先找出所有亮燈座標位置，若場面上有 UAV 則開始依照是否可移動與移動後電量是否足夠來做判斷，在設定電量的判斷上，足夠的定義是 UAV 當期展演後是否仍有充足電量可飛回原點以能完成任務，故電量的計算包含移動區間、展演區間、與假設下期飛回的費用。若符合上述條件，則加入可移動的候選清單中，若場上無 UAV 則跳過此產生候選路徑的動作，若此時無亮燈則進入下期判斷。整個主要目的是計算路徑組合，將每台 UAV 與潛在可能路徑做結合產生移動路徑表，列出當期所有的路徑軌跡，用以篩選出最小耗費成本的移動路徑。

#### 4.2.3 依條件指定 UAV 飛行路徑

計算亮燈消耗由候選清單內依每架 UAV 可到達兩點間位置所耗的最小成本來做考量，逐筆指定每架 UAV 該移動的位置，若有多架成本相同則優先選第一架來設定，一旦該架 UAV 與該移動結束位置指定後，則從候選清單內移除，避免重複指定相同 UAV 到不同路徑與相同位置有多架 UAV 的情況，而整個指派動作會直到所有清單內可編排的移動路徑都完成設定。

#### 4.2.4 從原點派出新的 UAV 支援

完成當期現有空中 UAV 可支援移動的部分後，處理因為移動距離受限無法飛行的亮燈位置，則必須由原點進行飛行支援，在選擇的角度上優先考量充電後待使用的 UAV，其次才是全新未使用過的 UAV，目的是希望重複使用 UAV 以減少過多準備 UAV 的購機成本。

#### 4.2.5 控制場面中的 UAV 移動狀態

清除場面上冗餘的 UAV，過多的 UAV 閒置往往會帶來額外的電量消耗，即使不亮燈不移動，也會有機體本身的電量支出，故此時處理的是剩餘判斷部分，將 UAV 設定飛回原點作待機準備。

#### 4.2.6 滯空中的 UAV 動線判斷

考量移動到原點的成本與停留在當地維持不動也不亮燈的成本相比，後者的支出相對較小，故若之後仍有需要且該位置未指派給任何一架 UAV 則將該台 UAV 停留在原地以備下期使用，主要進行處理不亮燈消耗的部分。

#### 4.2.7 返回到基地充電

由於每期的亮燈位置與需求數都不盡相同，故若場面 UAV 不足時則需要指派 UAV 來支援，原點地面上除部屬新的 UAV 外，之前退場的 UAV 也需要充電以備不時之需，故此時會將待機中的 UAV 電量回復到充電滿額的狀態來達成備用。

#### 4.2.8 結束前清場

整個表演結束前，空中若仍有當期 UAV 表演剛結束，由於沒有下期的亮燈位置，則設計將空中的 UAV 最後的移動路徑回到原點讓場上淨空，主要是進行遣送的動作。

### 4.3 簡例說明

以下同整數規劃模型的例子用期數 4 期每期有 9 個位置來做說明，參數設定同 3.2.1 節的定義，設定亮燈位置如圖 13 所示：

t=1				t=2			
1 (1,1)	2 (1,2)	3 (1,3)	4 (1,4)	1 (1,1)	2 (1,2)	3 (1,3)	4 (1,4)
5 (2,1)	6 (2,2)	7 (2,3)	8 (2,4)	5 (2,1)	6 (2,2)	7 (2,3)	8 (2,4)
9 (3,1)	10 (3,2)	11 (3,3)	12 (3,4)	9 (3,1)	10 (3,2)	11 (3,3)	12 (3,4)
13 (4,1)	14 (4,2)	15 (4,3)	16 (4,4)	13 (4,1)	14 (4,2)	15 (4,3)	16 (4,4)

圖 13 演算法簡例的亮燈配置

則依 C#運算結果，共需 4 台 UAV 作展演，其網路分佈如圖 14 為

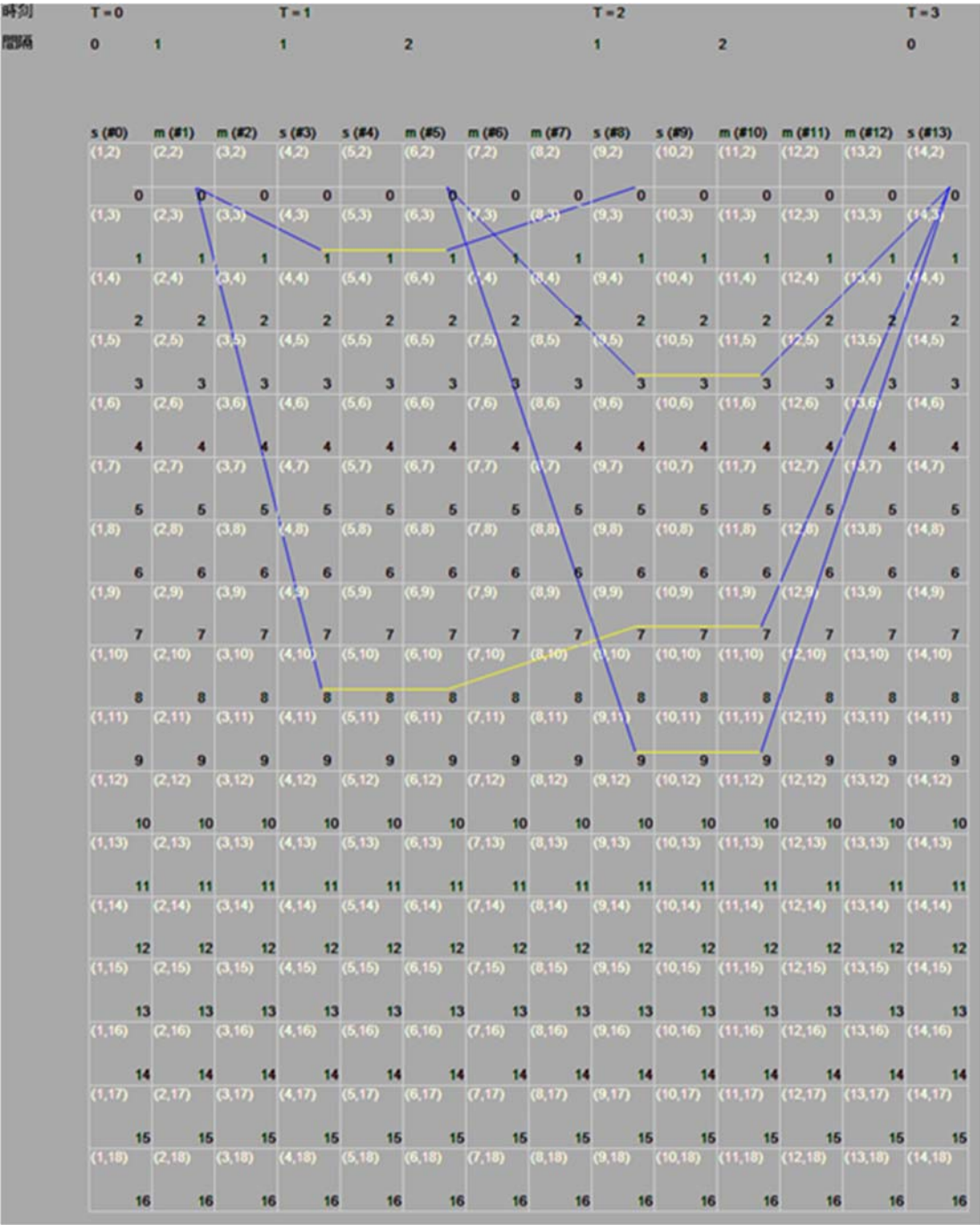


圖 14 演算法 4 架 UAV 的層空網路圖

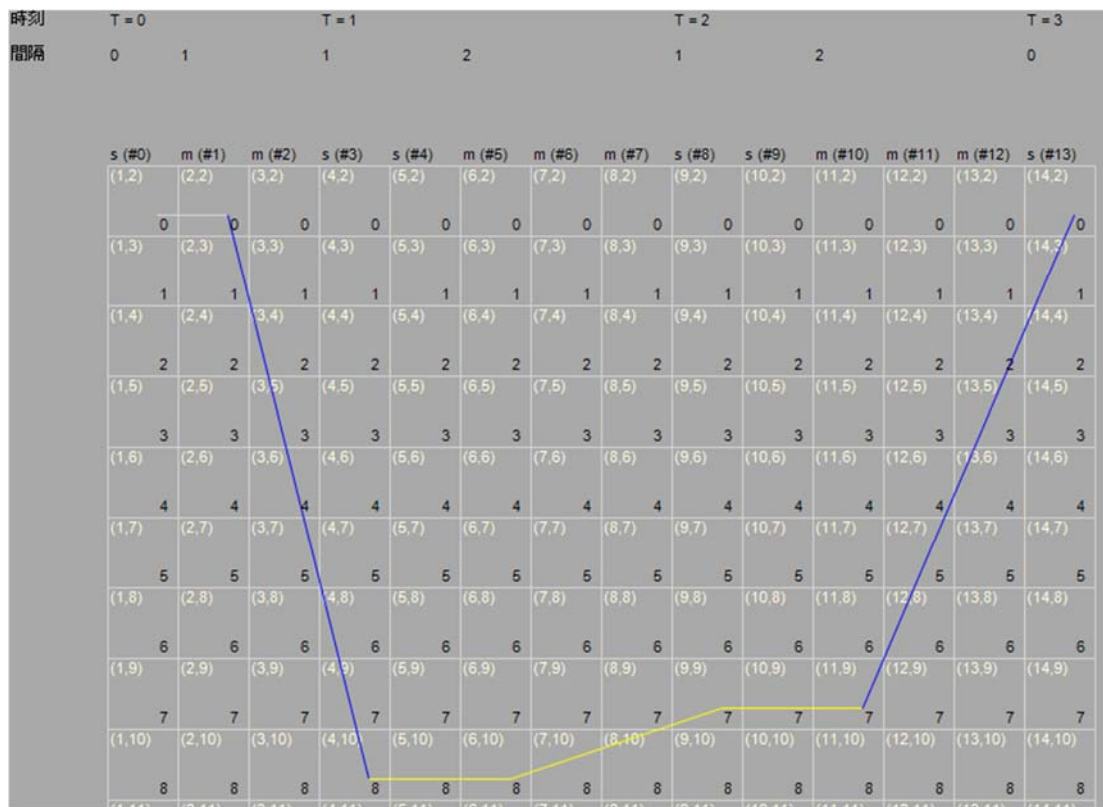


圖 15 演算法單架 UAV 的層空網路圖

以單架 UAV 如圖 15 在時刻  $T=0$  時，其停滯區間等待間隔為  $0s$ ，故維持在原點  $0$  不動，起始電量與結束電量都是  $100\text{ w}$ ；而在移動區間時，移動距離為  $10\text{ m}$ ，移動的時間為  $1s$ ，故耗電為本身每秒的消耗  $1 \times 1 +$  移動的消耗  $10 \times 1.5 = 16\text{ w}$ ，故結束時電量減少變成  $100 - 16 = 84\text{ w}$ 。

在時刻  $T=1$  時，其滯空時間為  $1s$ ，表示持續亮燈  $1$  個單位時間，沒有移動，但有本身的機體消耗  $1 \times 1 +$  亮燈消耗  $1 \times 2 = 3\text{ w}$ ；而在移動時由於下個點仍為亮燈，故依設定效果為亮著移動到該點，移動距離為  $1\text{ m}$ ，故電量消耗為本身固定支出  $1 \times 2 +$  亮燈  $2 \times 2 +$  移動  $1 \times 1.5 = 7.5\text{ w}$ ，故結束電量為  $84 - 10.5 = 73.5\text{ w}$ 。

在時刻  $T=2$  時，滯空表演時間為  $1s$ ，沒有移動但持續亮燈，故電量消耗為  $1 \times (1+2) = 3\text{ w}$ ；接著由於表演結束，會返回起點，移動距離為設定固定值



10m，方式為不亮燈，時間長度為 2s，故電量消耗為  $1 \times 2 + 10 \times 1.5 = 17w$ ，結束電量為  $73.5 - 20 = 53.5w$ 。

在時刻  $T=3$ ，即為起點關機中，無移動也無亮燈，故起訖電量維持 53.5w。

## 4.4 結果優化與效能加速改善

在初期計算分析上，分別以 10、20、40 期，每期有 7x7、10x10、20x20 個節點位置，每期約略有 15%、35%、45% 的亮燈位置來做分析，共計  $3^3=27$  種情境來分析，初期整體表現上前 21 種情境皆可以在 1 分鐘內完成計算，但後 6 種情境由於節點數增加與排列組合過多，在最大的 Case 40 期、每期 400 個座標、整體 43~47% 的亮燈變化上，則需要 1.5~2 小時才能得到結果，由於表現差異甚大，故於以下章節解釋針對演算法進行分析改善的過程。

### 4.4.1 移除過多的畫面設計

一開始為了能隨時即時知道當時處理到第幾層，與完成第幾個亮燈位置，設計將畫面的控制元件傳入底層類別來取得處理層數、亮燈數、目前秒數等使其能顯示在介面上，因此耗費了許多資料且為了有動態效果，使用了 timer 計數器做更新，導致時間花費過多，故修改時將此部分移除。此外也把原先執行前檢查資料正確性(含重複亮燈設定、期數設定是否正確、基礎 UAV 車輛是否足夠等)、數據產出後檢查資料正確性(含成本計算是否正確、UAV 是否重複指派、目標位置是否無多架等)、多模型選擇(是否可充電、移動選擇方式為最短或次短)、顯示執行數據資料等設計移除，專注於整體路徑規劃的選擇上。

### 4.4.2 細部分析動作耗費秒數

由於包含安排飛行軌跡進行許多動作判斷，為了能鎖定耗費較久的邏輯進行分析改寫，故將每組主要動作安插 log 進行記錄，取得每個在執行過程中發花費的時間，為求客觀分析每次都是將 10 組資料並精準到毫秒來進行平均觀看，在過程中發現在計算所有的候選清單與後續指派 UAV 動作上，執行秒數數值較高，因此即針對此方面來衡量是否有改善的機會。

#### 4.4.3 前處理的資料準備

由於實際移動都是當期計算後才知道，故初期都是即時計算兩點間的距離與需求成本，但這樣的想法在多次迴圈計算上就會不斷重複顯得非必要，且不同層間也會有相同的運算重複計算，在層數與節點數少的情況不易發覺，但隨著需求數增加後，執行秒數卻開始倍增，故改成將這些已知的距離、移動距離不同的移動成本、有亮燈的成本、無亮燈的成本都在初期都計算完成，分析需要時直接取用，不需每層重新計算。

#### 4.4.4 程式碼寫法改善

再從候選清單中指定 UAV 的動作上，一開始是用過濾的方式，建立額外清單來記錄兩些 UAV 指定過與那些位置也指定過，然後在每層需指派時，利用這些清單來過濾資料，取得待遴選的路徑資料，由於資料未實際刪除，導致若有數千數萬筆潛在走法時，選擇性過大導致廢時，因此改寫這部分的邏輯，一旦實際指定後就從清單內移除減少每層資料的來源清單大小，大幅降低搜尋時間。另外也將可預先在迴圈外計算的部分移到外層先計算與排序，減少每層重複的負荷判斷。

#### 4.4.5 減少非必要性動作與資料紀錄

在變數的使用上，不過多相同資料與動作的變數設定，能使用現有類別/結構者就不再重複定義，另外由於也改成實際刪除以指定的 UAV 與位置資料，故儲存的清單可以省略。原先在候選清單內除了儲存 UAV 編號、期數、來源位置、結束位置、移動距離、移動成本等數據，透過事前計算與寫法改變，移除期數、移動距離的紀錄，讓記憶體節省紀錄量。

#### 4.4.6 依實務飛行情況進行改良

初期設計是每台依序亮燈位置指定，且未考量到當期對此架 UAV 是否為最小得移動判斷，故改變寫法先計算出候選清單後再進行 UAV 的指派。在最小的判斷上，若僅考慮移動距離會忽略亮燈與否帶來的差異，故改成以最小成本支出來進行判斷。從原點出發的指定上由於不論是哪架其移動成本都相同無差異，故不需額外進行排序比較。每期隨機亮燈位置一開始是設定整體的亮燈總數約為多少百分比，但會導致結果可能過於分散某些其數整個都亮燈某些其數卻掛 0 或零星的情況，與現實較不貼切，故改成每層約占有的比例來做設定。

在這樣的不斷嘗試修改改良下，在設定的最複雜的 case 中，整體的執行時間從 1.5 小時簡化到 33 分，逐步提升到 15 分、4.5 分、1.3 分最後僅需 1.8 秒即可完成計算，整個過程中發現除了設計動作改變外，程式碼的改善也帶來許多實質效益。

## 4.5 小結

整數規劃模型理應能計算得到全域最佳解，但隨著問題規模擴大，求解則變得複雜且缺乏可即時計算的效益，故在考量求解品質的情況下，演算法則是一個不錯的可行實現方式，可在允許接受時間內求得品質不錯的可行解。在此章先針對貪婪演算法的建構來做說明，逐一細部模擬飛行時可能面臨的決策並加以用程式語法來推敲，並以實際簡例來說明各階段的動作，最後描述在測試演算法時實際面臨到的考驗與現行改善的解決方式。



## 第五章 整數規劃模型與貪婪演算法之數值測試與分析

本章節將會針對研究中所設定的整數規劃模型與貪婪演算法進行測試分析，在測試過程中使用的主機環境為 Windows 10 的 64 位元作業系統，搭載 Intel® i9-990K CPU @3.60GHz 處理器，實體記憶體為 16G 並擁有獨立外接顯示卡裝置。軟體的開發上分別為，整數規劃模型以 Jupyter Notebook (anaconda3) 為開發平台，使用 Python 程式語言進行撰寫，並透過最佳化軟體 Gurobi，版本為 9.0.2 進行最佳化運算；演算法則以 Microsoft Visual Studio 2017 為開發環境，使用 C# 程式語言進行開發，求解限制上限時間為 1 小時(3600 秒)，以下說明測試的問題網路與分析測試結果。

### 5.1 測試網路資料

測試資料為 15 期的展演畫面，每個畫面有 36 個座標位置可供移動，參數設定同 3.2.1 的定義，整場表演共計有 93 個位置(約略每期 15%~30%)需要亮燈。時刻單位設定為秒，在移動區間與等待時間間隔秒數皆為 1 秒。在移動限制上，假設從原點出發到空中各座標的距離為 10 單位長度，每個時刻在座標間飛行移動限制為 1.414 單位長度。電量計算上，每台 UAV 的初始電量為 1,000 瓦，不論展演畫面停置時或移動切換位置時，每秒需 1 單位瓦的基本耗電支出，若需亮燈則是每秒 2 單位瓦的光源消耗，若移動位置時，每移動 1 單位長度則是 1.5 單位瓦的移動支出做設定。在演示的過程 UAV 可重複使用，若電力不足可回到原點進行電力補充，隨後則待機依飛行需求進行編排。

## 5.2 整數規劃模型與貪婪演算法

在小問題的求解上，使用 5 組 Case 進行來進行演練（同 3.3 節）同樣都是 5 個亮燈但亮燈位置不同例子來分析計算，參數設定同 3.2.1 的定義，其結果如表所示，多數情況整數規劃可在 3 台完成運算，而貪婪演算法則未重複使用 UAV 的情況下多數需要 4 台 UAV 才成完成。而相差的成本差異約在 32%之間（如表 9 所示）。

表 9 小型問題上整數規劃模型與貪婪演算法的差異

項次	亮燈位置	整數規劃 模形成本	貪婪演算 法成本	Gap (%)
1	(1,2),(1,5),(1,9),(2,6),(2,7)	3132.6	4158	32.73%
2	(1,1),(1,3),(2,3),(2,7),(2,8)	4141	4161	0.48%
3	(1,3),(1,6),(2,1),(2,6),(2,9)	3149	4161	32.14%
4	(1,1),(1,2),(2,4),(2,5),(2,9)	3132	4162.5	32.90%
5	(1,4),(1,6),(2,2),(2,5),(2,6)	3130.5	4161	32.92%

表 10 小型問題上整數規劃模型與貪婪演算法的統計分析

成本類型	平均數	標準差
整數規劃模型成本	3337.02	449.50
貪婪演算法成本	4160.70	1.64
Gap (%)	1.26	0.14

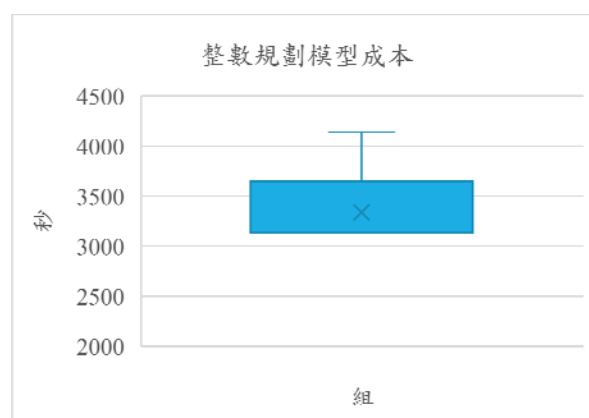


圖 16 小型問題上整數規劃模型成本的盒鬚圖

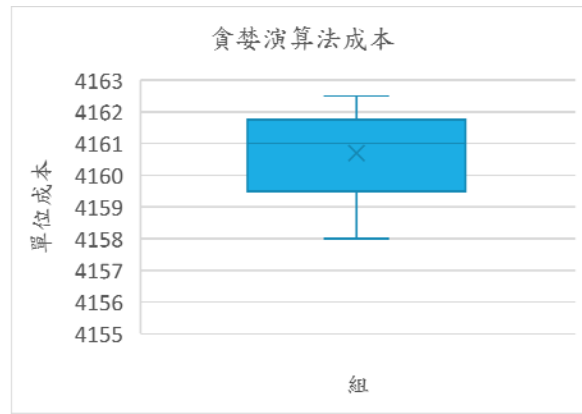


圖 17 小型問題上貪婪演算法的盒鬚圖

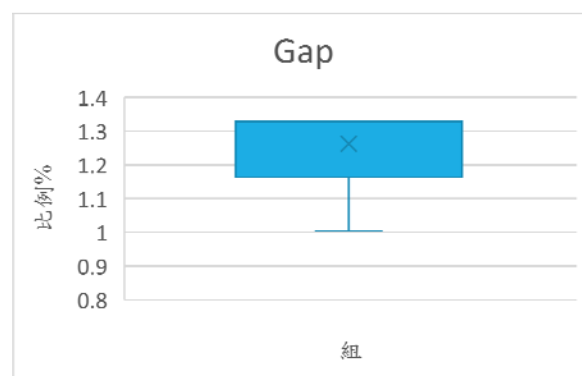


圖 18 小型問題上整數規劃模型與貪婪演算法的 Gap 盒鬚圖

而依 5.1 節數據分析結果如(如表 10 所述),數據看起來在支出的成本數值,整數規劃模型的平均支出較低,但由於在第二次實驗時,其多用到一架 UAV 而讓使用機台成本增加,讓標準差數值較大,在其餘 4 次的結果看起來都是蠻接近的。而從圖形上分析(如圖 16、17、18 所示),整數規劃模型偏向下,百分之 50 以上的數據都在 3,100~3,600 單位成本之間,都接近在 3,100 單位成本的水平線上;而貪婪演算法比均勻在多偏向上,平均線在 4,161 單位成本左右,而 Gap 差異也偏向上,約集中在 1.3 之間。故將設定的問題透過程式計算出的結果來看,整數規劃模型可計算出使用較少節線下,達到整體費用較少的結果,但由於整體計算時間較長 (如表 11 所示),若畫面在座標數達 49 以上執行時間會超過 2 小時仍無法求解,若畫面座標數提高到 100 以上,則會因求解公式過

多出現 out of memory，故不適用長時間或大規模的展演活動上。相對的貪婪演算法雖然無法求得最佳品質的路徑規劃，但由於可在快速的時間(<1s)內求得可接受的建議解，即使需求問題變複雜也都能在可接受的時間內提出不錯的可行解，故更適用中大型的展演活動上。

表 11 整數規劃模型與演算法執行結果比較表

比較項目	整數規劃模型	貪婪演算法	單位
使用總台數	12	17	架
重複使用台數	0	14	架
移動 Arc 數	168	239	條
使用總成本	12787.4	19578.8	\$
計算所需秒數	1027	0.0329	秒

### 5.3 貪婪演算法運用在中大型問題的表現

由於演算法能夠快速計算給予回應，在台灣 UAV 的展演機數從最早期 50 架開始逐漸提高到 100 架，在去年屏東燈會由 IBM 展演使用 300 架，而今年的台中燈會則使用 800 架來做演出，國外甚至有數千架來做展演。有此可知展演的 UAV 數逐漸擴增，如何定義中大型的表演需求，我們依畫面所需的圖形來看，將其置於矩形的九宮格中，則假設邊點數各為 16，則就有  $16 \times 16 = 256$  個點，最多可放置 256 架 UAV 了，若假設邊點數各為 64，則  $64 \times 64 = 4,096$  個點，最大可放置 4,096 架 UAV，遠大於目前常見的表演需求架數。

故我們分別設定不同的組合來評估演算法的表現，假設中型的問題為在 40 個畫面內，每個畫面有  $16 \times 16 = 256$  個座標，整體亮燈約 13~17% (整體約有 1 千多個亮燈位置)，參數設定同 3.2.1 的定義，則重複隨機實驗下如表 12 所示，5 組約在 0.0357 秒(如表 13 所示)內完成。



表 12 每期 256 個點重複 5 次下的實驗結果

項次	亮燈數 L(個數)	計算 t(秒)	架數 K(台)	飛行總成本 (單位成本)
1	1517	0.0459	63	31036
2	1526	0.0309	65	31337
3	1528	0.0349	61	30661.2
4	1542	0.0319	64	30936.4
5	1546	0.0349	64	32097.2

表 13 每期 256 個點重複 5 次下的統計分析

比較項目	平均數(秒)	標準差
求解時間(秒)	0.0357	0.01
飛行成本	31213.56	549.89

若增加畫面大小，條件僅變更為  $32 \times 32 = 1,024$  個座標，相同比例的亮燈數 (整體提高到 6 千多個亮燈總數)，重複試驗下如表 14 所示，5 組可在 0.3664 秒 (如表 15 所示) 內完成。

表 14 每期 1024 個點重複 5 次下的實驗結果

項次	亮燈數 L(個數)	計算 t(秒)	架數 K(台)	飛行總成本 (單位成本)
1	6141	0.3451	241	124873.4
2	6107	0.3391	244	125369.6
3	6134	0.3501	246	123370.6
4	6095	0.4638	242	125808.6
5	6071	0.3351	238	122578.9

表 15 每期 1024 個點重複 5 次下的統計分析

比較項目	平均數	標準差
求解時間(秒)	0.36664	0.05
飛行成本	124400.22	1371.54

若持續增加畫面，條件變更為  $64 \times 64 = 4096$  個座標，維持相同比例的亮燈數 (但整體亮燈數變成 2 萬 4 千多個點)，重複試驗如表 16 所示結果可在 5.031 秒(如表 17 所示)內完成計算。

表 16 每期 4096 個點重複 5 次下的實驗結果

項次	亮燈數 L (個數)	計算 t(秒)	架數 K (台)	飛行總成本 (單位成本)
1	23807	4.7703	925	480426.1
2	24721	5.279	966	487685
3	25155	5.2151	954	505795.4
4	24507	4.9986	952	492121.9
5	24192	4.8959	949	487372.4

表 17 每期 4096 個點重複 5 次下的統計分析

比較項目	平均數	標準差
求解時間(秒)	5.03178	0.21
飛行成本	490680.16	9428.77

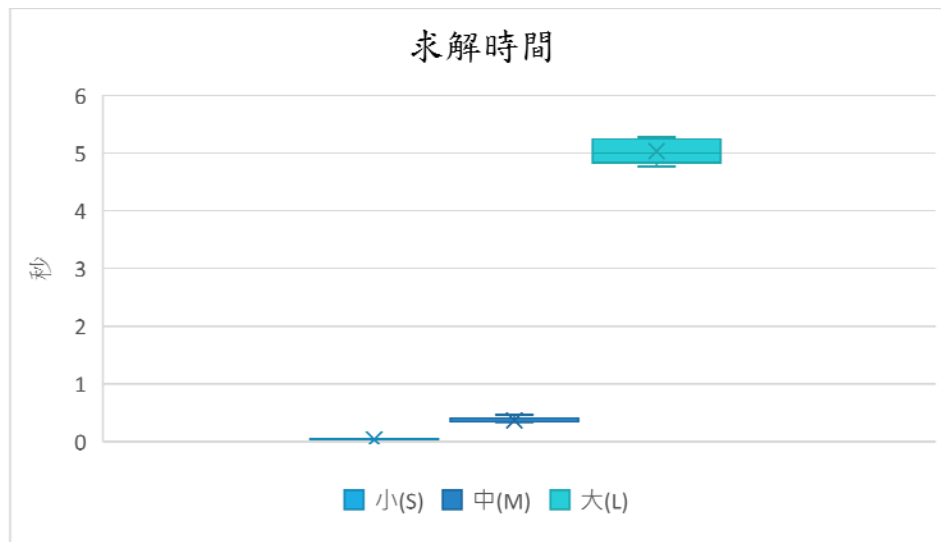


圖 19 考量小中大不同例子下針對求解時間比較的盒鬚圖

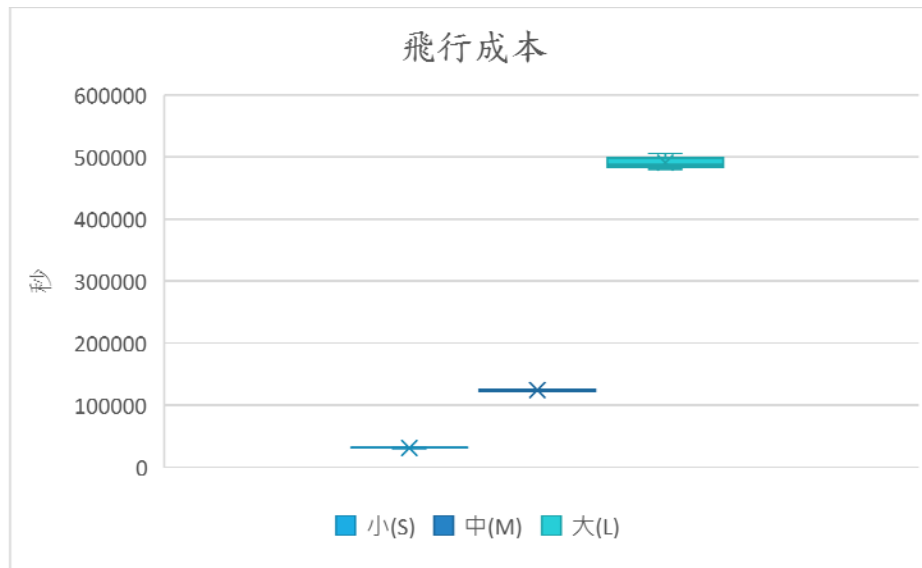


圖 20 考量小中大不同例子下針對飛行成本比較的金鬚圖

依節點述差異從小中大的求解時間來看(如圖 19 所示)，在中小的實驗上，數值都蠻近似平均線的，而在大型 Case 上，雖然很接近均勻分配，但有超過百分之 50 的資料過於集中於 4.9~5.2 秒之間。另外從飛行成本來看(如圖 20 所示)，都是趨近於平均值的中心線，為大型 Case 上大部分的數據集中在 500,000 單位成本左右。

## 5.4 使用之貪婪演算法變形演練

本節在貪婪演算法的架構下，針對不同探討角度來變換操作設定方式，試圖分析不同考量情況下 UAV 該如何來配置。本章所使用都是期數為 40 期，每期 20 x 20 個座標點，參數設定同 3.2.1 的定義，亮燈約 13~17% 的設定。

### 5.4.1 考量是否支援重複使用

UAV 若能重複使用則可減少額外配置機體的購機成本，對主辦單位而言也可減少人員維護 UAV 費用、操作員的訓練、展演時的多台運輸車配送、大

量充電設施的準備等，故分別以是否可重複使用來做區別分析，由表 18 可見，若能重複使用 UAV 的話，可減少約快 3 倍的 UAV 使用，可重複使用的情況下平均約在 0.088 秒(如表 19 所示)內完成計算。

表 18 考量是否可重複使用的差異

項次	亮燈數 L (個數)	計算 t(秒)	架數 K (台)	可重複	飛行總成本 (單位成本)
1	2388	0.0877	208	O	55671.2
2	2351	0.0858	206	O	54618
3	2350	0.0858	195	O	52734.8
4	2403	0.0958	210	O	57117.2
5	2388	0.0857	207	O	55568
6	2461	0.1057	772	X	55580
7	2353	0.1007	775	X	54672.4
8	2413	0.1207	715	X	52848.4
9	2359	0.1187	718	X	52542
10	2406	0.1007	740	X	53739.6

表 19 考量是否可重複使用的統計分析

使用方式	項目	平均數	標準差
可重複使用	求解時間(秒)	0.08816	0.00
	飛行成本	55141.84	1614.94
不可重複使用	求解時間(秒)	0.1093	0.01
	飛行成本	53876.48	1264.12

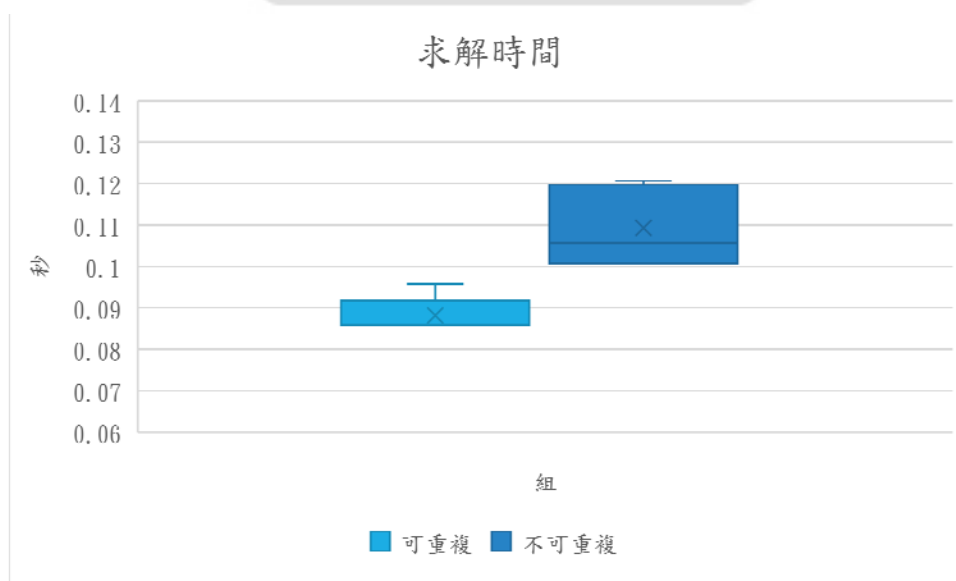


圖 21 考量是否可重複使用下針對求解時間比較的盒鬚圖

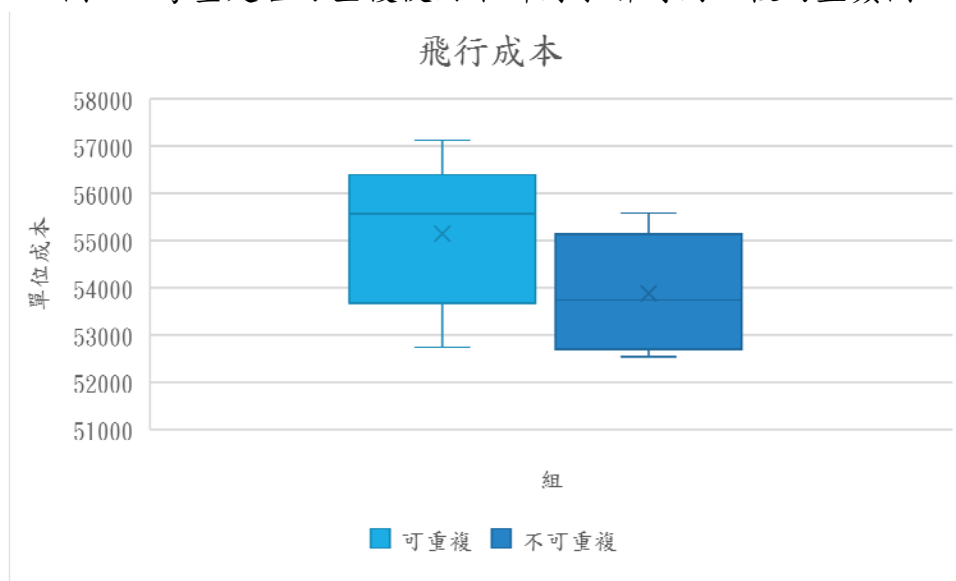


圖 22 考量是否可重複使用下針對飛行成本比較的盒鬚圖

在圖形分析上，求解時間分別由於表 14 中重複使用的項次 4 與不可重複使用的項次 8 在計算時比大多數多了 0.01 秒，而讓整體的盒鬚圖的趨勢偏向於下方(如圖 21 所示)；而在飛行成本計算上，可重複使用的圖形項較之下資料範圍較為集中，為略偏向上方，平均在 55,000 單位成本左右。而不可重複使用雖然整體資料非常集中但盒鬚圖趨勢則偏向下方(如圖 22 所示)，落在 53,000~55,000 單位成本之間。

#### 5.4.2 考量是否於空中待機

在飛行中，往返的成本包含移動距離與本身字體的耗電成本，故總高於原地等候的電量支出，但由於無法立刻得知到底後期或後 N 期是否會使用到，因此也無法有個比較理論的基礎判斷此時刻停留或遣返的處置為最合適，但我們可先透過數據模擬，比較這兩種做法有何實際的差異。就結果上留在空中待機的設定較直接遣返，可減少約 1.34% 的機體使用(可由表 20 的 UAV 述計算出)，整體的飛行成本也大幅降低許多，如表 21 所示平均可在 0.08 秒內求得結果。

表 20 考量是否可先飛回原點的差異

項次	亮燈數 L (個數)	計算 t(秒)	架數 K (台)	無用先回原點	飛行總成本 (單位成本)
1	2385	0.0878	214	O	56388
2	2361	0.0838	217	O	55451.6
3	2359	0.0838	209	O	55869.2
4	2398	0.0898	204	O	55998
5	2463	0.0938	221	O	57510.8
6	2406	0.2154	160	X	34957.6
7	2339	0.1995	155	X	34080
8	2392	0.2125	159	X	34783.2
9	2400	0.2174	160	X	34848.4
10	2402	0.2144	159	X	34828.4

表 21 考量是否可先飛回原點的統計分析

分析方式	項目	平均數	標準差
先回原點	求解時間(秒)	0.0878	0.004
	飛行成本	56243.52	783.33
空中待機	求解時間(秒)	0.21184	0.007
	飛行成本	34699.52	352.20

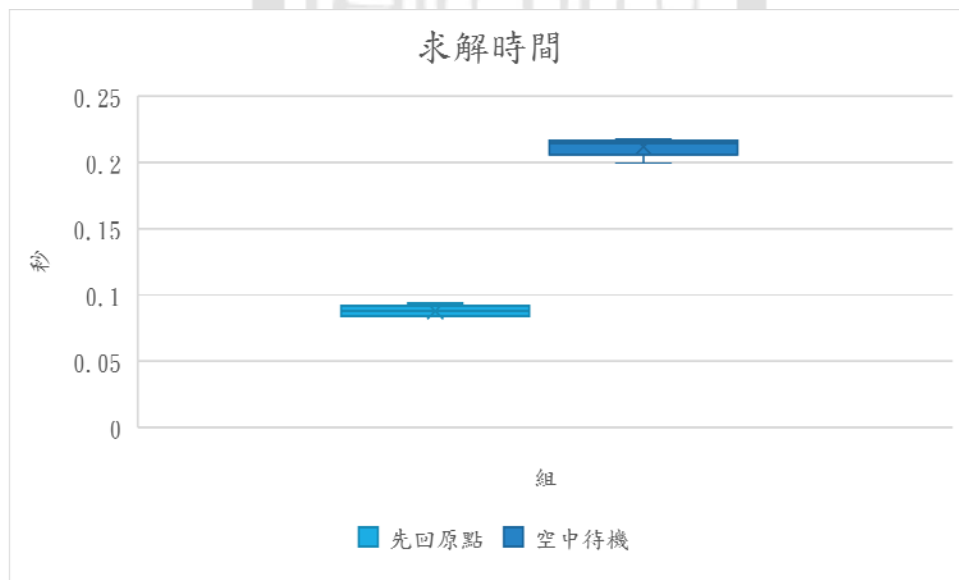


圖 23 考量可先回原點下針對飛行求解時間比較的盒鬚圖

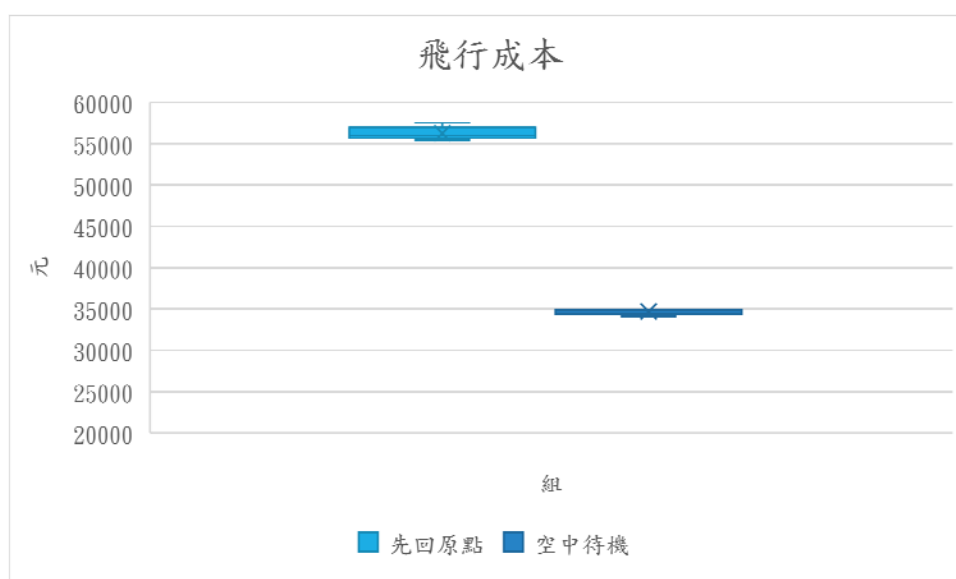


圖 24 考量可先回原點下針對飛行成本比較的盒鬚圖

從圖 23 的圖形上，先回原點的作其求解時間較為平均，均勻分布在 0.08 秒之間，而停在空中待機的設定，則盒鬚圖偏向上，平均值在 0.21 秒的水位線上；而在飛行成本的圖中(參圖 24 所示)，不論是否線回原點或待機，其資料較為集中與均勻。

### 5.4.3 考量往後比較的期數

在直覺上若能從後面期數推估 UAV 未來使用量來決定當下多出的 UAV 該作停留或遣返的處置，應可減少無必要的基地間移動，讓花費支出減少，在這樣的想法下分別去比較如果全看、不看、看 3 期、看 5 期是否會有所差異，但由目前的數據看起來(參考表 22 所示)，可能因為貪婪演算法短視且不夠就從基地派新的來支援的特性，往後比較顯得差異不大，平均值都在 0.08 左右(如表 23 所示)。

表 22 考量往後比較期數的差異

項次	亮燈數 L (個數)	計算 t(秒)	架數 K (台)	飛行總成本 (單位成本)	處置
1	2402	0.0918	202	55468.8	往後看全部
2	2370	0.0897	215	54615.6	往後看全部
3	2354	0.0868	204	55212.0	往後看全部
4	2398	0.0858	223	56670.0	往後看全部
5	2388	0.0888	214	55896.0	往後看全部
6	2478	0.0928	213	57547.2	往後看 3 期
7	2367	0.0808	215	56693.2	往後看 3 期
8	2405	0.0858	220	58419.6	往後看 3 期
9	2389	0.0828	213	56849.2	往後看 3 期
10	2404	0.0868	221	55747.2	往後看 3 期
11	2388	0.0888	205	55689.2	往後看 5 期
12	2345	0.0798	206	56648.0	往後看 5 期
13	2377	0.0808	218	58422.0	往後看 5 期
14	2383	0.0928	212	56597.2	往後看 5 期
15	2446	0.1117	211	57212.8	往後看 5 期
16	2380	0.0818	225	58800.4	不參考後期資訊
17	2387	0.0818	231	59770.4	不參考後期資訊
18	2378	0.0838	211	57104.8	不參考後期資訊
19	2372	0.0828	221	57668.4	不參考後期資訊
20	2369	0.0798	213	58405.2	不參考後期資訊

表 23 考量往後比較期數的統計分析

使用方式	項目	平均數	標準差
往後看全部	求解時間(秒)	0.08858	0.002
	飛行成本	55572.48	769.01
往後看 3 期	求解時間(秒)	0.0858	0.005
	飛行成本	57051.28	998.49
往後看 5 期	求解時間(秒)	0.09078	0.013
	飛行成本	56913.84	1004.32
不參考後期資訊	求解時間(秒)	0.082	0.001
	飛行成本	58349.84	1029.39



在圖形分析上，求解時間如圖 25 看起來除往後看五期的盒鬚圖偏向下，平均線也落在 0.09 秒間，其餘不論是往後全看、往後看三期或不參考後期資訊，其偏態都蠻均勻的；而在飛行成本來看如圖 26，不論是那種情況資料都近似均勻分配，惟往後看 3 期或往後看 5 期，期中心線略往下偏。

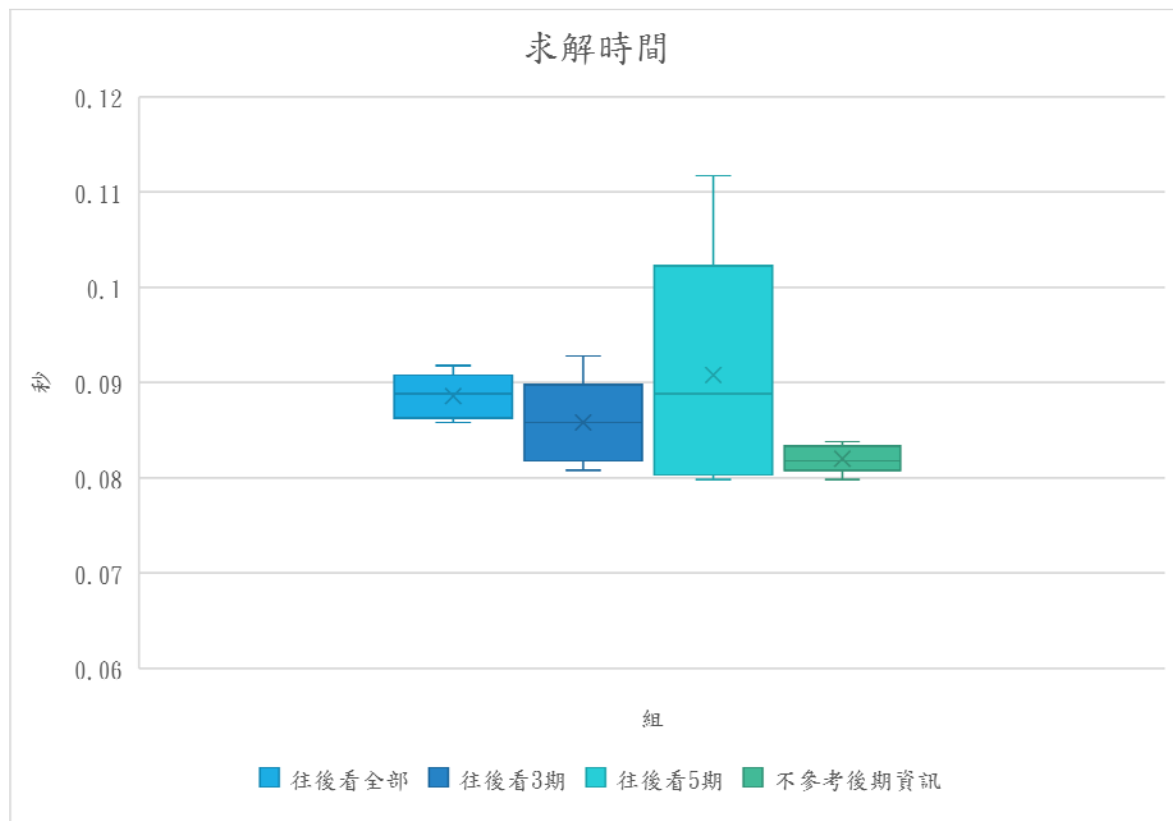


圖 25 考量往後參考期數下針對求解時間比較的盒鬚圖

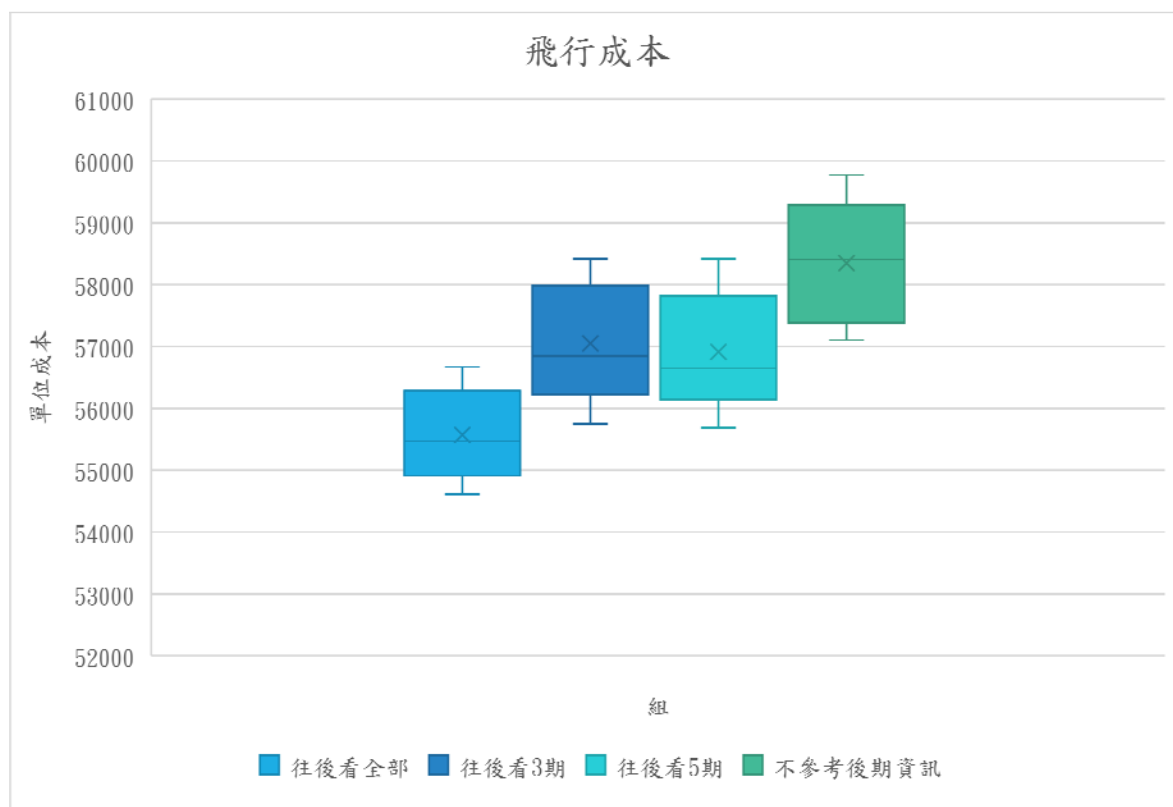


圖 26 考量往後參考期數下針對飛行成本比較的盒鬚圖

#### 5.4.4 考量路徑選擇的差異

由於為求快速執行，目前貪婪演算法的 UAV 逐台從候選清單中指派候選者時，使用的是依支出的成本最小排序後，挑選第一筆來做設定，這樣的結果快速但會提供路徑都是相似的情況。故為了增加隨機性的差異，也針對在挑選候選路徑的選擇上，如果多條都一樣好，可以隨機隨 3~5 筆來做挑選，讓結果更加有變化。以實測數據(如表 24 所示)而言，隨機選擇僅比原來多 0.02 秒(參考表 25 比較後)的計算時間，若需求者願意多花這些時間的話，可能可透過隨機取得更加合適的配對路徑規劃走法。

表 24 考量路徑隨機選擇的差異

項次	亮燈數 L (個數)	計算 t(秒)	模式
1	2332	0.0838	成本相同選第一條
2	2406	0.0897	成本相同選第一條
3	2403	0.0898	成本相同選第一條
4	2356	0.0898	成本相同選第一條
5	2403	0.0918	成本相同選第一條
6	2382	0.1167	前 3 筆內隨機
7	2361	0.1047	前 3 筆內隨機
8	2398	0.1097	前 3 筆內隨機
9	2425	0.1117	前 3 筆內隨機
10	2414	0.1097	前 3 筆內隨機
11	2406	0.1097	前 5 筆內隨機
12	2368	0.1067	前 5 筆內隨機
13	2369	0.1057	前 5 筆內隨機
14	2426	0.1127	前 5 筆內隨機
15	2374	0.1097	前 5 筆內隨機

表 25 考量路徑隨機選擇的統計分析

分析方式	項目	平均數	標準差
成本相同選第一條	執行時間(秒)	0.09	0.003
前 3 筆內隨機	執行時間(秒)	0.11	0.004
前 5 筆內隨機	執行時間(秒)	0.11	0.003

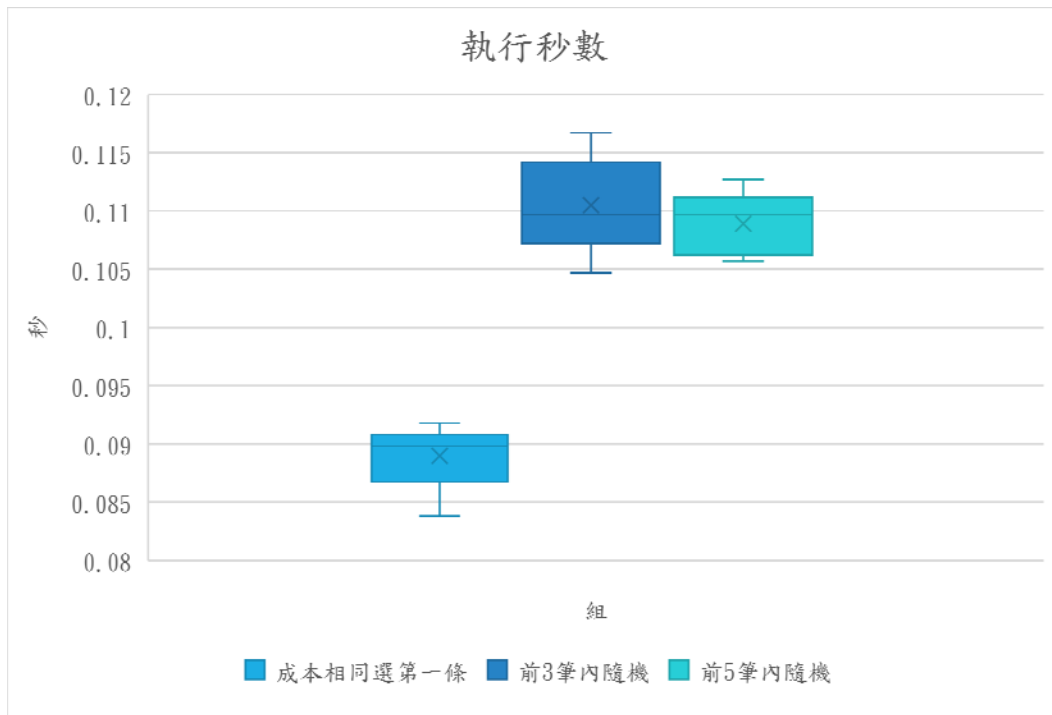


圖 27 考量選擇路徑差異的盒鬚圖

在路徑隨機性的選擇上如圖 27，從執行時間分析，往後看三期的結果看起來比較平均，而選第一條則偏向上平均值在 0.09 秒，而取 5 筆平均則資料偏向下，但平均同往後看 3 期都在 0.11 秒的水平線上。

## 5.5 小結

本章中針對整數規劃模型、貪婪演算法、貪婪演算法的變形進行來做比較，從其執行產出結果的數據，如 UAV 架數、移動節線數、整體需求成本與執行所需時間來做分析，區分這些不同求解方式的適用情況，以展演活動的情況需有時間限制且變化圖形複雜，故整數規劃模型較適合小型的問題求解，而中大型的展演上更適合使用演算法來做規劃計算。

## 第六章 結論與未來研究議題建議

### 6.1 結論

UAV 在作展演時需依當期圖案設計來做移動，以達成顯示特定亮燈效果，一旦表演畫面越複雜或展示畫面越多，則對於多架 UAV 編排就會需要考量彼此間移動後，才能決定移動軌跡以避免產生碰撞，或需要估計整體亮燈支援程度來做 UAV 台數的控制，且現行展演活動上，尚無有效規劃路徑的方法，多先交由設計師規劃畫面節點數與預計亮燈位置後，再透過資訊人員透過窮舉法來完成路徑計算。而本研究希望在探討對於這樣新興且不斷擴增的表演需求中，如何有效率且能夠系統化提供求解方式，以 2019 年 IBM 在屏東燈會使用 300 架來達到 9 個畫面的切換，而 2020 年台中燈會 UAV 團隊則擴增使用到 800 架來切換 8 個畫面的表演，但即使活動過程中搭配使用的 UAV 增加，但所能呈現的圖案卻受限規劃設計與電力補給等因素，而仍有可再突破的空間，故期望能透過本研究簡易的腳本操作或系統化作法，即使日後需要展演的圖案變化增加或延長表演時間等規模，都能快速應變提出不錯的路徑配置，以符合日漸擴大的展演需求。

以下陳列本論文帶來的貢獻並於 6.2 小節建議未來可嘗試的研究議題：

#### 具體貢獻

1. 過去甚少有關於 UAV 用於展演的研究，本篇中將實務展演需求，考量飛行節點間運算與充電方式納入計算規劃，希望能提供品質不錯的快速求解方式，在擴增應用上也適合 UAV 配送物品或外據點能源補給的活動上。
2. 提出以「層空網路」建構的整數規劃模型，利用 Level-space 方式展開網路，階層代表節線的移動軌跡，每架 UAV 在階層內連成節線而成一

個連貫的路徑，共  $K$  架代表  $K$  個層空網路。將需求特性列入限制式來規劃求解，能夠考量所有移動軌跡後，取得最佳的路徑規劃，但受限於運算費時，不適合過大的網格運算。(第 3.4 節)

3. 提出貪婪演算法的求解應用，不同於窮舉法能夠僅針對當下候選節點中區域局部來做較大效益的求解，簡化原方式的過多遞迴判斷。即使期數增加或畫面網格節點變多，都能夠在極少的時間內提出品質不錯的建議路徑方案。(第 4.5 節)

## 6.2 未來研究

以本研究探討 UAV 安排走訪路徑問題為基礎，我們發現尚有許多不錯的延伸可做進一步探討，讓整個路徑規劃上更趨於完善，茲列舉部分如下：

### 6.2.1. 可持續精進及發展本研究之數學模型與演算法

在充電的議題上，飛行後面臨電量不足發生時，該於何時飛回原點來補給較合適，目前設計不論是整數規劃模型或演算法都是在當期表演結束後，才能夠飛回原點，這樣設計對於實際是有亮燈行為的 UAV 而言是合理的，因為必須完成表演後才能結束該回，否則提早結束會導致畫面效果達不到預期呈現方式。但若對於無亮燈的 UAV 而言，則因等待其他 UAV 表演完才能返回充電，會有額外的電力耗費，應該是可設計成在等待表演的中途能夠飛回充電，這樣更貼切實際表演的情況。

### 6.2.2. 考慮充電位置的配置

現行的充電位置為單一原點即出發點，雖然與現行表演配置一致，但後續若移動期數增加或表演空間變大，則單一位置的充電可能不符合需求，且若能

在更接近 UAV 表演的節點下或區域內的下方，配置多個動態的臨時充電設備，除了能節省長途往返的電力支出也能讓表演更加順暢，或許由於能夠快速回返表演位置，能有機會減少額外 UAV 的配置。

### 6.2.3. 考慮期數定義的依據

與 Gurobi 處理的問題很相似，但由於演算法是短視每期決定移動距離，所以相較之下無法看很多期，就無法很果斷的決定當場上 UAV 過多時該留在空中還是直接派回所影響的消耗較低。因為只看一期就決定 UAV 該原地等待或遣返，但很有可能雖然目前不需要但後兩期或 N 期則需要 UAV 在原地或鄰近的配置，一旦面臨亮燈位置大量變化或交叉的情況下，這樣議題就會常常發生，但考慮過多期又有顯得冗餘，故如何視情況來有效決定需要額外去評估該往後評估幾期結果來決定比較恰當。

### 6.2.4. 考慮 UAV 閒置或遣回的配置

如何決定每期結束前該留多少架 UAV 以備後續使用，回去成本絕對比停滯成本高出許多，若之後還有不斷往返的情況的話，這樣電力支出甚多，但是若一直保留不動，會造成額外配置過多的 UAV 且每台都閒置等待，即使不移動不亮燈，也會有固定的電力支出，故如何考量該以多少期或如何決定 UAV 遣送的基準是可以研究的部分。

### 6.2.5. 增設特定位置不需移動的排除清單

現有在規劃上，都是假設所以指定方格內的位置都是可以移動的，但現實中可能會有特殊物體或障礙物，或設定某區域是不可飛行的，故可以增加設定排除區來達到此需求。

## 參考文獻

### 中文

工研院無人機講座 揭示台灣產業發展路向 (民 107 年 9 月 27 日)。民 108 年 8 月 5 日，取自 <https://dronesplayer.com/drone-use/>工研院無人機講座-揭示台灣產業發展路向

方志賢 (民 108 年 7 月 2 日)。高雄防治登革熱 首次出動無人機空中噴藥。自由時報。民 108 年 8 月 5 日，取自 <https://news.ltn.com.tw/news/life/breakingnews/2840555>

日本樂天與超市合作 無人機送貨至離島 (民 108 年 6 月 20 日)。民 108 年 8 月 5 日，取自 <https://dronesplayer.com/drone-use/>日本樂天與超市合作-無人機送貨至離島

台無人機送件規模擴大 落實 3 月飛進阿里山送茶葉 (民 108 年 2 月 25 日)。民 108 年 8 月 5 日，取自 <https://dronesplayer.com/drone-use/>台無人機送件規模擴大-落實-3-月飛進阿里山送茶葉

吳佩璟 (2018)。無人機應用於農業噴藥推展之研究：以雲林地區為例。南華大學科技學院資訊管理學系碩士論文。取自 <https://hdl.handle.net/11296/z7gpg3>

李志清(民國 108 年 8 月 10 日)。無人機煙火秀。南科 AI\_ROBOT 自造基地 4 樓

亞馬遜無人機助攻 下單到取貨只要半小時 (民 108 年 6 月 6 日)。自由時報。民 108 年 8 月 5 日，取自



[https://video.ltn.com.tw/article/LxEoy1E4HA8/PLCvAZ9B-QRHMIV-Ek\\_VO3Sz1xCz8NGiid](https://video.ltn.com.tw/article/LxEoy1E4HA8/PLCvAZ9B-QRHMIV-Ek_VO3Sz1xCz8NGiid)

洪哲政(民 108 年 6 月 19 日)。5 年 800 億單位成本 我建構劍翔無人機群  
攻對岸雷達站。聯合報。民 108 年 8 月 5 日，取自  
<https://udn.com/news/story/10930/3880161>

首場無人機考試全法人代表 玩家再等半年 (民 108 年 9 月 17 日)，取自  
<https://www.cna.com.tw/news/ahel/201909170124.aspx>

徐慧珠 (民 108 年 4 月 27 日)。天上有媽祖！百架本土無人機為媽祖暖  
壽。TVBS。民 108 年 8 月 5 日，取自  
<https://news.tvbs.com.tw/life/1122760>

郭建志 (民 108 年 7 月 29 日)。無人機應用商機 明年起飛。工商時報。  
民 108 年 8 月 5 日，取自  
<https://www.chinatimes.com/newspapers/20190729000217-260202>

陳冠屹 (2016)。基於多目標演化式演算法的視角可調之無人機路徑規  
劃。中華大學資訊工程碩士論文。取自  
<https://hdl.handle.net/11296/qvcnrg>

無人機送貨趨勢全球市場規模展望 (DIGITIMES 整理)，取自  
<https://digitimes.com.tw/tech/showimg.asp?source=&filename=548634-1-K92NX.jpg&Sourcetype=1&newskey=548634>

黃名揚 (2017)。智慧農業技術對香蕉生產之成本效益分析：以無人機應  
用為例。中興大學農業經濟與行銷碩士學位學程碩士論文。取自  
<https://hdl.handle.net/11296/f99t49>

黃慧雯 (民 108 年 2 月 20 日)。屏東燈會 Intel 神助攻 無人機排出

TAIWAN 閃耀天空。中時電子報。民 108 年 8 月 5 日，取自

<https://www.chinatimes.com/realtimenews/20190220001470-260412>

電商大戰升級物流“最後一公里”(民 106 年 4 月)。巨頭崛起·重建運輸行業

生態鏈，物流技術與戰略雜誌，86。民 108 年 8 月 5 日，取自

<https://www.logisticnet.com.tw/publicationArticle.asp?id=492>

劉禹慶 (民 108 年 4 月 10 日)。澎湖花火節 22 場次主打無人機表演。自

由時報。民 108 年 8 月 5 日，取自

<https://news.ltn.com.tw/news/local/paper/1280418>

劉婉君 (民 108 年 6 月 3 日)。高雄防治登革熱 首次出動無人機空中噴

藥。自由時報。民 108 年 8 月 5 日，取自

<https://news.ltn.com.tw/news/life/breakingnews/2811024>

臉書與空中巴士攜手合作飛行計畫，取自

<https://www.bnext.com.tw/article/49670/facebook-aquila-internet-drone-project-shut-down>

- Avellar, G., Pereira, G., Pimenta, L., & Iscold, P. (2015). Multi-UAV Routing for Area Coverage and Remote Sensing with Minimum Time. *Sensors*, 15(11), 27783–27803.
- Cabral-Pacheco, E. G., Villarreal-Reyes, S., Galaviz-Mosqueda, A., Villarreal-Reyes, S. D., Rivera-Rodriguez, R., & Pérez-Ramos, A. E. (2016). Performance analysis of multi-hop broadcast protocols for distributed UAV formation control applications. *Implementation, and Evaluation. Electronics*, 7, 113548–113577.
- Chen, Q.Y., Sun, Z.P., Liu, D.X., Fang, Y.Q., & Li, X.H. (2012). Local path planning for an unmanned ground vehicle based on SVM. *Int. J. Adv. Robot. Syst.*, 9, doi:10.5772/54130.
- Drex1, M. (2012). Synchronization in Vehicle Routing—A Survey of VRPs with Multiple Synchronization Constraints. *Transportation Science*, 46(3), 297–316. doi:10.1287/trsc.1110.0400.
- Grand View Research. (2019) Anti-drone Market Size & Share, Global Industry Report. Retrieved from <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/anti-drone-market>
- Huang, C. X., Lan, Y. S., Liu, Y. C., Zhou, W., Pei, H. B., Yang, L. Z., & Peng, Y. H. (2018). A New Dynamic Path Planning Approach for Unmanned Aerial Vehicles. *Complexity*, 17, doi:10.1155/2020/6549572.

- Ju, C., & Son, H. (2018). Multiple UAV Systems for Agricultural Applications: Control, Implementation, and Evaluation. *Electronics*, 7(9), pp.21–26.
- Luo, Z., Liu, Z., & Shi, J. (2017). A two-echelon cooperated routing problem for a ground vehicle and its carried unmanned aerial vehicle, *Sensors*, vol. 17, no. 5, pp. 1-17.
- Mor, A., & Speranza, M. G. (2020). Vehicle routing problems over time: a survey. *4OR*. doi:10.1007/s10288-020-00433-2.
- Nedjati, A., Izbirak, G., Vizvari, B. & Arkat, J. (2016), Complete coverage path planning for a multi-UAV response system in post-earthquake assessment, *Robotics*, vol. 26, no. 5, doi:10.3390/robotics5040026.
- Oz, I., Topcuoglu, H. R., & Ermis, M. (2013). A meta-heuristic based three-dimensional path planning environment for unmanned aerial vehicles. *Simulation-Transactions of the Society for Modeling and Simulation International*, 89(8), 903-920.
- Papatheodorou, S., Tzes, A., & Stergiopoulos, Y. (2017). Collaborative visual area coverage. *Robotics and Autonomous Systems*, 92, 126–138.
- Ropero, F., Muñoz, P., & R-Moreno, M. D. (2019). Terra: A path planning algorithm for cooperative ugv-uav exploration. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 78, 260–272.
- Schneider, M., & Drexler, M. (2017). A survey of the standard location-routing problem. *Annals of Operations Research*, 259(1-2), 389–414. doi:10.1007/s10479-017-2509-0

- Silva, S. H., Rad, P., Beebe, N., Choo, K.-K. R., & Umapathy, M. (2019). Cooperative unmanned aerial vehicles with privacy preserving deep vision for real-time object identification and tracking. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, 131, 147–160.
- Yilmaz, O., Yakici, E., & Karatas, M. (2019). A UAV location and routing problem with spatio-temporal synchronization constraints solved by ant colony optimization. *Journal of Heuristics*, 25(4-5), 673-701.
- Yu, K., Budhiraja, A. K., Buebel, S., & Tokekar, P. (2019). Algorithms and experiments on routing of unmanned aerial vehicles with mobile recharging stations. *Journal of Field Robotics*, 36(3), 602-616.
- Zhen, L., Li, M., Laporte, G., & Wang, W. (2019). A vehicle routing problem arising in unmanned aerial monitoring. *Computers & Operations Research*, 105, 1–11.