

國 立 成 功 大 學  
工 業 與 資 訊 管 理 研 究 所  
碩 士 論 文

公共自行車租借系統之最佳租借站位  
址設置及車輛運補策略之研究

Optimal Station Allocation and Dynamic Bike  
Repositioning Strategies for Public Bike Sharing  
Systems

研 究 生：洪 菁 蓬  
指 導 教 授：王 逸 琳 博 士

中 華 民 國 一 百 年 七 月

國立成功大學

碩士論文

公共自行車租借系統之最佳租借站位址設置及  
車輛運補策略之研究

Optimal Station Allocation and Dynamic  
Bike Repositioning Strategies for Public  
Bike Sharing Systems

研究生：洪菁蓬

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員：

王逸琳

李亭欣

楊大輝 林振榮

指導教授：王逸琳

系(所)主管：謝中奇

中 華 民 國 100 年 5 月 27 日

## 摘要

公共自行車在世界各都會區逐漸成為熱門的短程接駁代步工具，成功的自行車租借系統必須在給定之地理範圍內決定合適的租借站位址與容量，並在營運期間做好車輛在不同時段於各站的配置與運補。為能更符合實際狀況，本研究一共分成兩個部分，首先為最佳租借站位址設置問題，在考量行人在各路段的行走或騎乘時間服從特定機率分配的情況下，據此發展出一套可處理隨機性節線長度之隨機性混整數規劃模式，經過進一步之推導後，模式可轉換成二次混整數規劃模式，接著再以兩類粒子群演算法以加速解得更合理的最佳租借站位址、容量及自行車配置方式。本論文之第二部分為自行車租借車輛配置運補問題，在保證租借者總旅行時間能滿足給定的服務水準假設下，我們依據不同程度的租借資訊，分別提出三種不同情境的最小成本多元商品網路流量模式來求解營運期間各站在各期應配置的自行車數及最小成本的運補方式，並發展粒子群演算法加速求解最佳的運補車路線。

關鍵字：自行車租借系統，位址設置問題，隨機性節線長度，車輛配置運補，多元商品網路流量，粒子群演算法。

# Abstract

Recently, short-term bicycle rentals at a network of unmanned locations in metropolitan areas around the world become popular. A successful manager of a bike-sharing system has to decide suited location and capacity of a bike rental station, deploy the bike fleet, and conduct bike repositioning between stations in a way that minimizes the total cost while satisfying a given service level. This paper investigates two problems encountered in the design and management of urban public bike sharing systems. In order to better meet the real behavior of customers, the first network design problem considers different walking and riding time at every arc for different customer that obeys specific probability distribution. Based on the stochastic traveling time assumption, we propose a stochastic mixed integer model to decide the best station locations, capacity and amount of initial bicycles to be put for each station. We explain how to convert this problem as a Quadratic mixed integer program, which consumes much computational time by CPLEX. Then we propose two particle swarm optimization (PSO) algorithms to solve larger network design cases in shorter time.

Our second problem deals with a dynamic bike repositioning problem. In particular, with guarantees on the number of customers to be served and their total travel time not exceeding a specified threshold, we provide three specialized minimum cost multicommodity network flow formulations based on different levels of available rental information. We recommend using our third formulation that assumes the customers follow historical trend of traveling, and seek the best route and repositioning decisions for each transit vehicle that travels between stations to load or unload bikes. Due

to the complexity of the MIP formulation, we propose PSO algorithms to deal with dynamic bike repositioning problems of larger scale.

Key Words: Bike-sharing system, network design, dynamic bike repositioning, multi-commodity network flow, particle swarm optimization



## 誌謝

不知不覺到成大唸書已過了兩年，而學生成涯也將隨著論文的付梓，即將劃上句點。過去的兩年時間，不管辛苦的還是開心的，都成了我人生中的一片拼圖。

本論文能順利完成，幸蒙王逸琳老師與張俊標老師的指導與教誨，對於研究的方向、觀念的啟迪、架構的匡正、資料的提供與求學的態度逐一斧正與細細關懷，於此獻上最深的敬意。而在論文口試期間，承蒙口試委員李宇欣老師、楊大輝老師與林振榮老師的鼓勵與疏漏處之指正，使得本論文更臻完備，在此謹深致謝忱。

在研究所修業期間，感謝李賢得老師、張秀雲老師、謝中奇老師等對於課業知識的傳授，系辦及電腦室職員們在行政事務的協助。在這兩年做研究的日子裡，要感謝LAB61205的夥伴依巧學姊、曼哲學長、立蓁學姐、乃文、佳琦、俊偉及敏婷、子欽與宜青的相互鼓勵與陪伴，讓我的研究生活變的有色彩。在此，特別要感謝佳琦，忙碌的妳依然願意與我分享生活點滴，並且開導我渾沌的心，因為有你，讓我有足夠的勇氣面對一次又一次的難關。

最後，特將本文獻給我天上的母親及奶奶，感謝您們一直以來無怨無悔的養育以及照顧，也感謝我父親、姐姐與哥哥一直以來的包容、鼓勵與付出，讓我能專注於課業研究中，願以此論文及碩士學位的榮耀與你們共享。

# 目 錄

摘要	i
Abstract	ii
誌謝	iv
表目錄	viii
圖目錄	ix
第一章 緒論	1
1.1 研究背景 . . . . .	1
1.2 研究動機 . . . . .	3
1.3 研究目的 . . . . .	3
1.4 論文架構 . . . . .	5
第二章 文獻探討	6
2.1 考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置問題 . . . . .	7
2.1.1 影響站點考量因素 . . . . .	7
2.1.2 區位設施理論應用於運輸場站區位選擇文獻 . . . . .	9
2.2 具有不確定因子之路徑問題 . . . . .	11
2.3 粒子群演算法 . . . . .	12
2.4 自行車車輛運補策略之相關文獻 . . . . .	13
2.4.1 車輛途程問題 . . . . .	13
2.4.2 空櫃調度問題 . . . . .	15
2.4.3 租借系統車輛配置運補相關文獻 . . . . .	17
2.5 小結 . . . . .	18

<b>第三章 考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置問題</b>	<b>20</b>
3.1 問題描述與假設 . . . . .	20
3.1.1 問題敘述 . . . . .	20
3.1.2 問題假設 . . . . .	21
3.2 隨機性混整數規劃模式 . . . . .	22
3.2.1 參數與變數定義 . . . . .	22
3.2.2 數學模式 . . . . .	24
3.2.3 隨機性混整數規劃模式延伸及推導 . . . . .	27
3.3 粒子群演算法求解租借站位址設置問題 . . . . .	28
3.4 隨機性混整數規劃模式範例 . . . . .	31
3.4.1 數據參數設定 . . . . .	31
3.4.2 測試結果 . . . . .	32
3.5 數值分析 . . . . .	35
3.5.1 網路圖之建立 . . . . .	35
3.5.2 數值分析 . . . . .	35
3.6 小結 . . . . .	39
<b>第四章 公共自行車租借車輛配置運補問題</b>	<b>41</b>
4.1 車輛運補配置 (GBRP) . . . . .	42
4.1.1 問題敘述 . . . . .	42
4.1.2 問題假設 . . . . .	43
4.1.3 參數與變數定義 . . . . .	45
4.1.4 數學模式 . . . . .	47
4.2 固定租借站點之車輛運補問題 (BRFT) . . . . .	50
4.3 具比例分配之車輛運補問題 (BRPF) . . . . .	54
4.4 PSO 演算法 . . . . .	57
4.4.1 粒子編碼及解碼方式 . . . . .	57

4.4.2 粒子適應函式 . . . . .	60
4.4.3 粒子更新 . . . . .	63
4.5 BRPF 模式範例 . . . . .	63
4.6 數值分析 . . . . .	65
4.6.1 網路圖之建立 . . . . .	65
4.6.2 數值分析 . . . . .	66
4.7 小結 . . . . .	66
<b>第五章 結論與未來研究方向</b>	<b>71</b>
5.1 結論與貢獻 . . . . .	71
5.2 其他延伸性發展方向 . . . . .	74
<b>參考文獻</b>	<b>76</b>



# 表 目 錄

1.1 YouBike 微笑單車費率表 . . . . .	2
2.1 自行車選址相關文獻比較 . . . . .	11
3.1 各候選租借站建構成本表 . . . . .	32
3.2 起訖點與候選租借站距離表 . . . . .	33
3.3 各起訖點在不同期數之需求值 . . . . .	33
3.4 20個位址求解11個租借站比較表 . . . . .	36
3.5 60個位址求解45個租借站比較表 . . . . .	37
3.6 100個位址求解75個租借站比較表 . . . . .	37
3.7 200個位址求解150個租借站比較表 . . . . .	38
3.8 實際規模之求解結果比較表 . . . . .	38
4.1 8個租借站間距離表 . . . . .	63
4.2 各租借站停車柱個數表 . . . . .	64
4.3 運補成本與服務品質間之比較表 . . . . .	64
4.4 運補成本與總自行車數間之比較表 . . . . .	64
4.5 Cplex和PSO求解5期車輛運補問題之比較表 . . . . .	67
4.6 Cplex和PSO求解8期車輛運補問題之比較表 . . . . .	67
4.7 Cplex和PSO求解13期車輛運補問題之比較表 . . . . .	68
4.8 Cplex和PSO求解大規模車輛運補問題之比較表 . . . . .	69

# 圖 目 錄

1.1 台北 YouBike 租借站分佈示意圖	2
2.1 粒子群演算法之流程圖	14
2.2 空櫃調度時空網路圖	16
3.1 兩期租借需求表示圖	21
3.2 各期租借需求表示圖	22
3.3 各期租借需求表示圖	32
3.4 確定性模式之求解結果	34
3.5 隨機性模式之求解結果	34
4.1 兩期租借需求表示圖	42
4.2 兩期租借者需求之網路圖	44
4.3 運補車的途程網路圖	44
4.4 各期自行車流動網路圖	45
4.5 固定租借者行走路徑之兩期需求網路圖	51
4.6 站內自行車成正比出租之概念圖	55
4.7 以權重為基礎的粒子編碼方式	58
4.8 以 Find-path 演算法轉換粒子圖例	59

# 第一章

## 緒論

### 1.1 研究背景

近年來隨著人口增加與科技日益進步，導致能源日漸短缺、生活品質及民眾健康持續惡化等問題慢慢地浮出檯面，許多國家開始針對現今都會型社會的交通運輸方式尋找「永續發展」的替代方案。1998年9月22日歐洲地區首先發起了「無車日」運動，以「In Town, Without My Car！」為口號，政府鼓勵民眾藉由步行、騎自行車、使用低污染的交通工具及大眾運輸工具等方式，來減少空氣、噪音污染及環境破壞等問題，並希望能成功地降低歐洲居民對都市汽車的依賴性。在上述的替代方案中，對於短程接駁的都會區通勤族而言，騎乘自行車最能符合其需求，因其同時兼具了便利性、低成本與無汙染等優勢，因此成為新一代受矚目的都會區交通工具。

在 DeMaio(2009) 以及 Shaheen, Guzman, and Zhang(2010) 整理的資料中發現，自行車租借系統的發展歷史可追溯至 1965 年，其第一代系統執行車輛免租金、無上鎖且無固定擺放位置的機制，但卻容易招致車輛失竊；因此，第二代系統加入了使用者付費的觀念，強制上鎖並於某些固定位址設立租借停車柱的服務。為能掌握即時的系統使用情況，目前第三代自行車租借系統更進一步結合了儲值卡、資訊回饋等智慧型的科技。其中最具盛名的第三代自行車租借系統為法國巴黎的 Velib，該系統使用電子化磁卡會員服務以追蹤腳踏車所在位置以及顧客的使用時間，而顧客亦可由其資訊系統查詢各租借站車輛與空位數量。此外，為了提高通勤族的使用率，Velib 提出了 30 分鐘內免費騎乘，30 分鐘後才開始計費的方案，讓巴黎通勤族騎乘自行車的人數在短時間內由原本的 15 萬人暴增至 150 萬人。

有鑑於 Velib 的成效卓著，世界各地許多自行車租借系統亦提出類似的短期免費騎乘鼓勵機制，例如在國內以通勤為考量下所推出的臺北市「YouBike 微笑單車」目前共建置了 11 個自行車租借站（其租借站分佈如圖 1.1 所示），提供 500 輛自行車讓通勤族使用，並參考法國巴黎的會員制度（如表 1.1 所示），提供前 30 分鐘騎乘免費的專案吸引顧客。而隨著捷運各路線陸續開通之後，預期使用 YouBike 的人次將逐年增加，或可減緩尖峰時期的交通擁塞問題。由於現行自行車系統提供前 30 分鐘免費騎乘的服務，因此在本研究也將假設各需求使用自行車的時間不超過半個小時，以建構相關數學模式。



圖 1.1: 台北 YouBike 租借站分佈示意圖

表 1.1: YouBike 微笑單車費率表

	年會員	半年會員	月會員	非會員
入會費	\$1500	\$1000	\$500	一日費 \$40，五日費 \$150
繳款方式	信用卡			信用卡
租車費率	前半小時免費，之後每 15 分鐘 \$10			
租車上限	24 小時		24 小時	

## 1.2 研究動機

根據我們的調查，在公共自行車租借系統的營運方式方面，不論是現行的自行車租借公司或是過去的相關文獻，針對從一開始規劃各租借站點的位址及容量大小，到之後開始營運的站間運補作業以及服務品質保證等營運方針，皆尚未能全面性的考慮到通勤族的需求。

在設置租車站位址的過程中，營運者往往僅考量各地設置租借站所需投入的成本，而忽略了通勤族使用上的便利性；此外，在建置過程中，評估通勤族在各路段上的時間成本往往僅採用靜態型資料，也就是通勤族在各路段所花費的時間皆為某些定值。然而，在實際租借過程中，由於個人行走或騎自行車的習性不同，導致在同路段上花費的時間不一致，進而造成各租借站建置完畢後，未能夠達到預期的服務效果。

針對系統營運後之車輛運補配置方面，早期的第一、二代自行車租借系統營運者大多僅讓租借者自行平衡。因此容易發生沒有自行車可租，或是沒有空位可以還車的情形，這將使租借者耗費更多的等待或旅行時間，進而降低租借系統的使用率。近年來，部分營運者提供自行車運補服務，在固定的時間點，利用運補車來重新調配各租借站內的自行車數，如此雖可降低缺車或缺位的發生機會，但也由於無系統性的運補方式，造成營運者無法提供通勤族高水準的服務保證，連帶無法提升通勤族的使用意願。

因此針對上述提及自行車系統未考量到的缺失，本研究將分別針對「考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置問題」和「公共自行車租借車輛配置運補問題」等兩大議題加以探討，試圖改善現行的自行車系統之缺失，進而能更滿足通勤族之需求及提升租借系統的使用率。

## 1.3 研究目的

我們針對公共自行車租借系統所延伸出的相關議題加以說明，分別為租借站位址設置、車輛配置運補方式等兩大議題，茲分述如下：

## 1. 考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置問題：

在營運前建置租車站時，除了利用各候選租借站建置成本與容納量之外，加入租借者在系統內造成的不方便性，即各路段上花費的時間，並在兩者中取得平衡以決定最後的租借站數目、位址、停車柱個數以及總自行車數。傳統的租借站位址設置問題通常採用靜態型資料來估算不方便性參數，然而租借者會因為不同的行走或騎車習性，造成同一路段上會有不同的花費時間，因此本研究將針對使用者在各路段上花費的時間為特定分配之情況下，求解車站選址問題。

本研究在第一部分會針對在有限的候選租借站數目、一天營業時間內每半小時租借者的起訖點需求情形、各候選租借站吸收需求下，將使用者在各路徑所需花費的時間當作隨機變數，求解出可達成最小設置成本和和租借者不方便性之期望值的租借站數目、位址及其停車柱數目。

由於該數學模型會隨著候選車站個數、起訖點配對數量以及營運時間長度增加而變得更為複雜，致使最佳化求解軟體CPLEX可能耗費許多求解時間，因此我們亦利用兩類型粒子群演算法的方式，更快速的求解車站選址問題，以加強本研究之實用性。

## 2. 公共自行車租借車輛配置運補問題：

開始營運時，為了要服務更多顧客，往往藉由頻繁的運補降低無車可租、無位可還的情形，但在已知的運補車數目下，如何安排運補車的路徑規劃以避免多餘的運補也成為重要的議題。隨著可獲得租借者的資訊越多，我們能建構出更合理的數學模式，因此在本研究中，將會針對租借者提供的不同程度之租借資訊，提出三種不同的模式求解運補車的路徑規劃問題。

本研究在第二部分大致以時空網路為基礎，並在已知營運時間內每期租借者的起訖點需求情形以及營運者提供服務水準的門檻值後，根據每期使用者在各租借站租還車以及同時進行運補車配置各租借站內的自行車數之情況下，建構三種不同情境的最小成本之多元商品網路流量模式，求解各租

借站每期應配置的自行車數及每台運補車輛行走路線。最後，經數值測試後，我們發現數學模型花費的時間受到期數、租借站個數以及運補車數等影響，我們也將利用粒子群演算法的方式，改善車輛運補問題的求解效率。

## 1.4 論文架構

本論文之架構如下：第二章為文獻探討，先針對公共自行車租借站位址設置問題回顧租借站位址設置相關文獻；再針對隨機節線長度的問題回顧其相關的文獻及粒子群演算法相關文獻；最後針對自行車輛配置與運補問題，回顧接收貨、途程問題以及汽車租借業的車輛配的相關文獻。第三章為考慮隨機節線長度之最佳租借站位址設置問題，考慮在給定有限的候選租借站數目及一天內每半小時的租借者起訖點的需求情形、各候選租借站吸收租借需求的情況，以隨機混整數規劃模式求解能滿足擁有最小設置成本的租借站數目、地點及其停車柱數目，並且給予範例說明與數值測試結果；接著，發展兩類粒子群演算法加速租借站位址設置問題的求解效率。第四章則針對公共自行車租借車輛配置運補問題，在給定運補車輛以及總自行車數下，提出三種不同情境下的數學模式，求解最小成本之多元商品網路流量模式，以達到在維持特定之服務水準下最小的運補成本；之後同樣利用粒子群演算法改善運補模式的求解效率。最後，第五章總結本研究成果與貢獻，及提供未來可研究的方向與建議。

## 第二章

### 文獻探討

本篇論文將討論兩類的自行車系統營運問題：第一類為系統建置初期所面臨的租借站位址設置問題，在考量顧客在每段路徑所需要時間因個人習性而有所差異的情況下，滿足所有需求並且盡可能行走其最短路徑；而第二類則探討租借系統平日必須執行的車輛運補作業，以歷史租借紀錄為基礎，假設顧客的騎乘路線遵循歷史租借紀錄的趨勢（亦即各時段在各起訖點配對之車流量遵循既定之比例）讓問題探討在設定之服務品質下，如何決定最佳的自行車運補方式以最小化所有運補車輛的總途程距離。

由於自行車租借的議題在近年來才開始受到矚目，過去鮮少有探討此議題的直接相關文獻，本章將分為四個主題來探討，首先，我們回顧大眾運輸站點選址相關文獻；其次，在系統設計時同時考慮旅行路程或時間長度的隨機性，因此亦會回顧隨機節線長度求解最短路徑問題之相關文獻；而隨著租借系統規模的擴大，網路圖更加的複雜，需要求解的時間勢必需要更久，問題將藉由粒子群演算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 加速求解效率，故我們也將介紹 PSO 演算法流程及相關文獻。

此外，由於對自行車車輛配置運補決策直接相關的文獻仍不多見，因此我們參考了運補相關的議題，例如：收送貨問題、配置途程問題及其相關產業之應用及租借系統之車輛配置問題，進而比較這些問題與自行車租借系統之車輛配置運補問題的差異。

## 2.1 考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置問題

### 2.1.1 影響站點考量因素

Daskin and Owen(1999)提到運輸是一種在人或物品有必須時，從一地點乘載至目的地或其附近的過程。因此，運輸系統的目標是以便利及有效率的方式來提供服務。評斷一地區的都市化程度，其大眾運輸系統的發達與否則成為一個重要的指標。長期的大眾運輸規劃主要著重在可預測的未來都市土地使用及旅次需求型態的變化下，運輸系統應如何提供適當的服務，以滿足未來乘客的需要。因此，規劃運輸站的位置佔有很重要的分量。Laporte, Mesa, and Ortega(2001)針對大眾運輸站點設置所需考量的因素，列出以下看法：

1. 旅行時間：顧及所有旅客以最短旅行時間完成一個旅次是重要的因素。
2. 運輸總成本最小：總運輸成本越小，代表運輸系統越經濟有效。而引進新運輸系統的成本包含資本成本及營運成本等。
3. 設施可及性：運輸系統中可及性越增加，則乘客越容易使用大眾運輸系統，同時旅客或貨物的運輸費用可比以前降低，使得區域內的生產成本降低，提高區域內的產業的競爭能力，並促進該區域發展。Demetsky and Lin(1982)和Murray(2001)也指出乘客步行至車站約400公尺至500公尺之十分鐘內可到達的距離是最佳的可及性考量限制。
4. 環境影響評估：在目前環境保護意識日漸高漲的社會，任何重大建設皆需事前進行環境影響評估工作，並達到國家規定的環保標準，如此方能開始投資興建。
5. 轉乘運輸的配合：車站的可及性越高，代表可能吸引的旅次越多，除須對步行可達的範圍內之乘客提供方便進出之服務外，對欲轉乘的乘客，亦須能提供方便之轉乘設施。在此原則下，車站均選定於方便旅客進出之處，如在主要道路路口或特定之人口聚集地點。

## 6. 都市發展：人口現況發展密集，或未來發展潛力較大之地區。

上述大眾運輸系統設置的考慮因素中，以旅行時間、可及性與轉乘設施的配合最受重視，此三點也和公共自行車租借系統息息相關。以旅行時間而言，公共自行車租借站點間相距300至500公尺，方便租借者租還車；而可及性方面，考慮租借者可接受單次步行距離上限為500公尺，因此租借站點分布在離租借者起訖點500公尺內；另外，自行車租借站點也適合設在捷運站旁，以達到轉乘運輸配合的功效。

在私人汽車租借站點選擇之相關文獻中，Edelstein and Melnyk(1977)提到汽車租借站點選擇應考慮以下因素：

1. 租借需求分佈：汽車租借需求有平日與假日之分，且租借期限通常為一天以上，如平日的需求點分布在機場附近，假日的需求點分佈在海灘附近，應了解潛在顧客的需求分佈，以設置合適的租借點。
2. 租借點可及性：租借點離需求點越近，顧客越易租借，因此可及性為重要考慮因素。
3. 租借點容納量：汽車租借需求為巢狀需求，即特定類型車輛的需求（如顧客預約的車種）未能滿足時，將提供價格較高的車種給予顧客，如此一來，易發生車輛短缺或是車輛過剩的問題，因此每個租借點所能擺放的最大車輛數應考慮在內。

我們將私人汽車租借站點選擇因素和自行車系統相比較後可得知，自行車租借系統以短乘接駁的通勤族為主。經過統計分析之後，租借者從租車到還車經過的時間通常不超過半個小時；其各車站內之車輛變動程度較私人汽車租借系統為高；且在車站內不僅需考量是否有足量之自行車可供租借，還須考量是否有足量之空車位可供使用者還車，進而能消除顧客在系統內等待的時間。

### 2.1.2 區位設施理論應用於運輸場站區位選擇文獻

Daskin and Owen(1999)依照區位設施模式與理論依其特性之不同，分類成三種問題：靜態與確定性的區位問題、動態的區位問題以及隨機的區位問題。在確定性模式中，Murray and Wu(2003)應用P中位問題求解公車站設置問題，在目標為最小化服務需求並能旅行總距離下，分別就單向與雙向公車站設置之情形，建立數學模式求解這兩種情境下最佳設置公車站數目。Wu, Zhang, and Zhan(2006)同時將各廠房設置成本與用地成本納入考量，並建構多廠房在同一用地內之混整數規劃模式，以拉氏鬆弛法求解配銷中心之設置。Chang(2010)綜合過去文獻針對設置問題所提出的方式，建立出較能符合自行車租借環境之系統，在考量尖峰時段的需求資訊情況下，發展整數規劃模式以求解最小化設置成本與顧客的方便性之租車站點以及容量問題。然而該文獻仍有一些不符實際的假設，例如：忽略自行車購買成本、每位顧客在同一路段上花費的時間相同等，容易導致此類靜態與確定性的區位問題無法完全呈現實際發生情形，因此，我們將另行引進隨機性之區位問題。

隨機性區位問題乃考慮資料中存有不確定因子，如需求、建置與營運成本以及旅途時間的變動等，顧及這些因子在真實世界中可能受到其它外在原因影響，致使資料具有變動可能的彈性。Manne(1961)指出具有不確定性需求因子之區位選擇模式的數學式會等同於確定性模式，但前者的營收率會較後者低。

Manne(1961)更進一步將不確定因子問題切割成三部分探討，其中前兩者是用於解決短期的隨機性問題；對於長期性不確定性的問題，則需利用情境模式來處理：

1. 隨機規劃模式 (Stochastic Programming Model): 此模式的目的在配置已有預先設定的設施數量。由於資源不足，不一定能完全涵蓋變動的需求值，因此在每個區位服務水準給定下，使涵蓋在可接受設施服務範圍內的需求總量最大化，或是期望需求總量最大化。

2. 結合等候模式處理區位選擇問題(Queuing Models into Location Models): 藉由等候現象造成系統產生一特定分配的相互作用。亦即將等候模式中服務員可能會出現的狀態納入可能會影響顧客行走的參考分布，因此可以拿來求解站點選址設置問題。此類問題大多用來處理諸如救護站、消防局等緊急型服務之設站問題。
3. 情境式規劃(Scenario Planning Approaches): 一種情境表示一種未來可能發生的事件集合，其中可能包含需求值或容量大小、固定或變動成本、旅行時間等，結合數種可能的事件集合後，再優化系統最好的期望行為或是最小化系統最差的行為。

之後，Bean, Higle, and Smith(1992)延伸 Manne(1961)之研究，將需求的不確定因子改以已知的變動趨勢所取代，並且針對營運成本隨著利率改變而有所折扣，以近似比例表示需求的不確定，探討對於在 Manne(1961) 曾提及具有不確定性需求之區位選擇模式的數學式會等同於確定性模式之正確性。

Lin and Yang(2010)和 Yang, Lin, and Chang(2010)針對自行車租站點選址問題也提出隨機性模式，即考慮需求為隨機參數。這兩篇研究皆利用不同的機率分配估算各時段內發生的時間，並且將租借系統視為傳統物流模式的倉儲中心，在設置問題中除了考慮各站點的位址以外，應將站點內的存貨水準亦列入考慮。因此，模式會在存貨水準、站點及自行車車道設置的數量和位址，以及顧客的方便性之間有所「取捨」的情況下，必須滿足具有策略性的服務水準下的存貨量，求解最小的總設置成本、路徑成本及期望存貨成本。然而，此兩篇模式中只考慮必須滿足各車站租車需求的車輛存貨水準下限，卻忽略了還車時也會發生無空位以供歸還的情況，並且現實中通勤者不一定會騎乘所建置的特定行車道。反之，若能將顧客在各路徑上花費時間的不同納入考量，將會較符合實際情形。此外，在 Shu, Chou, Liu, Teo, and Wang(2010) 中也探討隨機需求之車站選址問題，此篇研究中先制定系統內自行車的利用率，也就是在特定時間內(如一天內)每輛自行車平均供使用次數，每期起訖點需求到同一站點租車之滿足率皆相同的情況下，規劃一線性數學模式求解最佳之各租借站期初擺放的自行車數。

表 2.1:自行車選址相關文獻比較

	優點	缺點
Lin and Yang(2010)、 Yang et al.(2010)	1.隨機需求模式 2.同時考量建構成本、存貨 成本與租借者的不方便性	1.提供對通勤族實用性不高的 自行車專用道 2.未考量無位可還的可能性 3.將一天視為一期，時間長 度越長變異性越高
Shu et al.(2010)	1.以比例的方式將自行車配 給各起訖點需求 2.設定自行車之利用率 3.公平配給自行車到各起訖 點配對	1.追求最大利潤非公共自行 車系統之目的 2.未限制最大停車柱上限， 可能造成建置成本過高 3.未提供最低的需求滿足率
Chang(2010)	1.同時考量建構成本以及租 借者的不方便性 2.限制停車柱容量上限	1.參數皆屬靜態型資料 2.僅將單期發生最大租、還 車需求情形與最大停車柱 容量做比較，而非考量整 個營運系統

因此將上述文獻中所提及的優缺點整理成表2.1後，本研究將重新整合後發展一混整數規劃模式，來探討在已知需求的情形下，考量租借者在各路徑上花費時間為隨機參數是否對系統造成影響。

## 2.2 具有不確定因子之路徑問題

Lyons, Pemantle, and Peres(1999)假設旅客在路網花費的旅行時間為不服從指數分配且彼此獨立的隨機變數，進而推導出求解此一具隨機節線長度之最短路徑問題可轉換成一個二次規劃問題。根據 Lyons et al.(1999)之研究，Lovsz(2001)提出了凸優化(Convex Optimization)問題來解決離散型變數的 *persistency* 值，爾後，Natarajan, Song, and Teo(2009)更進一步將一不確定目標係數之離散型優化問題轉換成凹性(concave)之最大化問題。因此，凡目標係數之累積機率的反函數為凹函數者，皆可利用其方式求解期望目標式之最佳解。本研究以 Natarajan et al.(2009)的理論為基礎，將不同租借者行經同一路段(亦即節線)所費時間有不同的特性列入租借站的位址決策過程中，並假設 Uniform 分配將問題轉換成二次整數規劃問題求解。

## 2.3 粒子群演算法

隨著候選車站數量、最大建置數目、租借者選擇之路徑路線數量以及營運時間長度的增加，本研究所提出之數學模式將變得複雜以致求解的時間隨之增加，因此本研究欲發展啟發式演算法來加速求解過程。在過去的研究中，已經有許多文獻發展類似的演算法以求解問題：在位址設置問題中，Salhi(2002)使用禁忌搜尋法求解、Chaudhry, He, and Chaudhry(2003)使用基因演算法求解、Aydin and Fogarty(2004)用模擬退火法及Levanova and Loresh(2004)蟻群演算法求解。Guner and Sevkli(2006)經實驗過後發現粒子群演算法(Particle Swarm Optimization, PSO)比起其他演算法更具易使用及收斂快等結果，Chang(2010)利用粒子群演算法求解車站選址問題，亦獲得不錯的結果。另一方面，車輛運補問題所屬的路徑問題也常利用PSO以求得品質以及效率皆不錯的解，Mohammed, Sahoo, and Geok(2008)在PSO演算法中結合priority-based的編碼方式以及find-path演算法求解路徑問題；Ai and Kachitvichyanukul(2009)同樣透過PSO演算法求解具負載限制的車輛途程問題(CVRP)以及具時窗限制的車輛途程問題(VRPTW)。在本研究中，車輛運補問題將參考上述編碼方式以及演算法加快求解效率。

粒子群演算法為一種啟發式演算法，其理論與構想最早是由Kennedy and Eberhart(1995)提出，其理論基礎為生物學家對鳥群補食的行為研究，其原理是以族群為基礎(population-based)的隨機搜尋方法。目前PSO常被應用於求解最佳化問題。PSO為一種模仿群體認知能力(cognitive)與社會行為(social behavior)的演化式演算法，也就是說PSO採用以群體智慧來找尋問題最佳解之概念。在PSO演算法中，粒子群內的每一個粒子皆有代表其所在的位置(position)及用來指引粒子移動方向的速度(velocity)，其中，每個粒子在每次迭代中會透過過去到現在所經過的位置中最好的個別最佳位置(personal best position)以及全部粒子從過去到現在所經過的位置中最好的群體最佳位置(global best position)，以在每次迭代中不斷地被更新與修正，藉而獲得新的移動方向。當粒子依其移動方向移到一個新的位置時，會依據適應函數來計算該位置之好壞，若其適應函數值較原來的好，則更新其個別之最佳位置；群體最佳位置表示

為所有粒子中曾經到達過最好的位置，因此只要有粒子到達之新位置的適應函數值比之前群體最佳位置的適應函數值還要好，則群體最佳位置將被更新為該新的最佳位置。以下為粒子群演算法的流程，如圖 2.1：

**步驟1**：初始化粒子群的位置和速度，其位置大多使用亂數設定而速度設為零，然後設定每個粒子的個別最佳位置為初始位置。

**步驟2**：轉換粒子群中每一個粒子成為其對應的解。

**步驟3**：評估粒子群中每一粒子的適應值。

**步驟4**：藉由步驟3獲得適應值後，更新各粒子的個別最佳位置和群體最佳位置。

**步驟5**：透過步驟4計算出新的個別最佳位置和群體最佳位置後，更新粒子群中每一個粒子的速度。

**步驟6**：若符合停止條件，諸如到達設定的迭代次數後，則輸出目前求得之最佳解並停止演算法；否則到下一迭代並回到步驟2。

## 2.4 自行車車輛配置運補策略之相關文獻

### 2.4.1 車輛途程問題

租借站點在租借系統中，扮演宛如傳統物流模式的倉儲中心的角色。隨著不同的顧客各自有不同數量的貨物需求，倉儲中心必須從固定的配送車輛中規劃出適當的路線，以期能有效的將貨物提供給顧客，因此 Dantzig and Ramser(1959) 定義出車輛途程問題 (Vehicle Routing Problem, VRP) 以解決倉儲配送問題，其目標是使得顧客的需求得到滿足，並且達到諸如路程最短、成本最小、或耗費時間最少等目的。傳統的車輛途程問題大致分成三類型：容量限制車輛途程問題 (capacitated vehicle routing problem, CVRP)、時窗限制車輛途程問題 (vehicle routing problem with time windows, VRPTW) 以及收送貨問題 (pickup and delivery

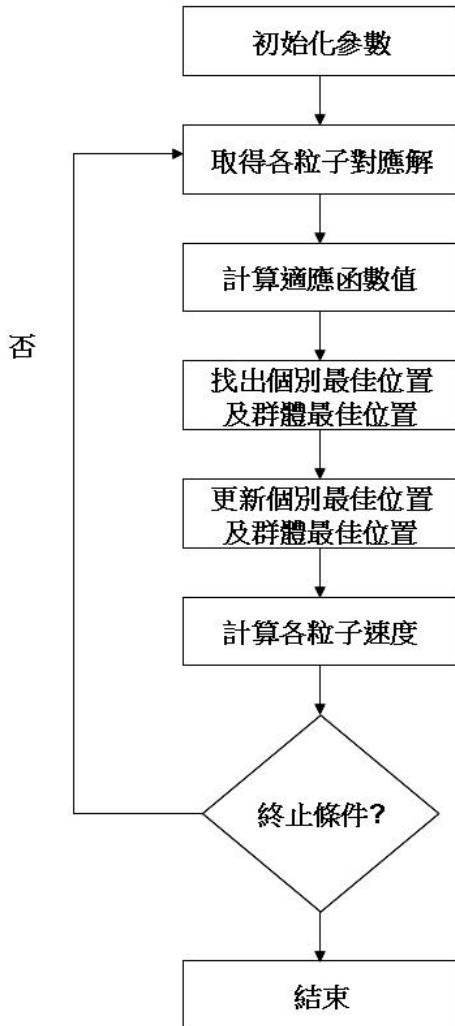


圖 2.1: 粒子群演算法之流程圖

problem, PDP)。其中，收送貨問題指的是配送工具必須從顧客中收取貨物並且決定送往其他顧客的路線。若將收送貨問題與自行車系統運補活動相比較，則運補車如同收送貨中的配送工具，必須同時決定從站點提取或由運補車上提供的自行車數量。Xu, Chen, Rajagopal, and Arunapuram(2003)在收送貨問題中加入真實情況的限制，包含兼容性限制、最大行車限制等，並利用啟發式的求解方式處理最佳途徑規劃問題。

傳統的收送貨問題，相關文獻大都僅考慮確定性模式，也就是必需提前知

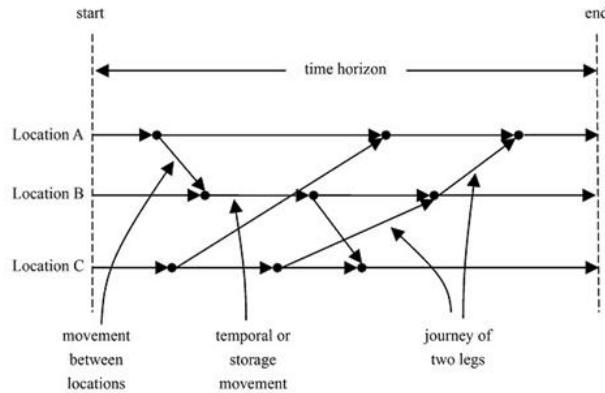
道不同客戶的需求量，因此當需要配給的客戶數量與需求隨著時間異動時，會無法有效的進行配給，導致倉儲中心必須加強庫存管理以減少監控客戶存貨狀況與補貨時產生的成本。Federgruen and Zipkin(1984)以VRP為基礎發展單期的存貨途程問題(Inventory routing Problem, IRP)，針對系統中配送時程、配送數量以及配送車之路線做規劃後，得以在運輸成本、存貨成本以及缺貨成本總和最小的情況下，有效的將產品配置給客戶。近年來，存貨途程問題陸續應用在不同的領域上，例如：空櫃調度、自動販賣機之補貨路線規劃等，以下我們將分別討論空櫃調度及自動販賣機之補貨路線規劃等兩個問題與自行車租借系統之車輛配置運補及運補車途程規畫問題的差異。

自動販賣機的補貨作業是業者透過補貨車將商品從倉庫運補至各販賣機以供販售，若將自動販賣機與倉庫視為自行車租借站點，而販賣機兜售的商品視為自行車，則整個自動販賣機補貨過程亦可類比為自行車運補過程，同樣也是個常見的存貨途程問題應用。Hsieh(2010)將各販賣機顧客需求量視為隨機變數，也就是可能發生車上貨物不足或車上貨物剛好等於此點需求的情形，利用蟻群最佳化演算法(Ant Colony Optimization, ACO)處理車輛途徑問題。我們認為自動販賣機的補貨作業與自行車運補模式有許多相似之處，因此將之納入本研究之自行車運補模式中予以參考。

#### 2.4.2 空櫃調度問題

空櫃調度問題一直是貨物運輸範疇中持續受到關注的議題，隨著航運間貿易的蓬勃發展，閒置的空櫃會造成成本的浪費，而過少的貨櫃卻又無法滿足需求，因此應該適時的調配貨櫃讓缺櫃港和多櫃港之間達到貨櫃供需平衡的狀態。而多櫃港運補貨櫃至少櫃港的概念與行車租借車輛之運補概念相似。White(1972)在已知船期、重櫃量與運輸成本的假設下，將航期內在各港口的移動、儲存活動的狀況以時空網路圖呈現，如圖2.2所示。其中，跨足兩港口間的節線表示船隻的移動狀況，停留在港口上的節線表示船隻在港口停留或儲存的活動，依照此時空網路圖可建構成最小化成本之空櫃調度模式，求得各港口空櫃調度量。之後，Shintani, Imai, Nishimura, and Papadimitriou(2007)將營運公司的利

潤與運補成本的模式，引進空櫃路線排程的考量，以兩階段的問題求解。其第一階段以營運公司利潤最大化為目標，求解最佳運送港口組合與最佳船舶數目；而第二階段時再以最小化空櫃運輸配置成本為目標，來配置各港口的空櫃。



Source: White (1972)<sup>4</sup>

圖 2.2: 空櫃調度時空網路圖

若將自行車運補問題中的自行車比擬為空櫃調度問題中之空櫃，自行車租借車站比擬為港口，當港口發出缺櫃之訊息時，對應到自行車運補問題中可視為自行車租借站點之自行車數已不足，需調度其他站點之自行車於該站點；若港口發出多櫃之訊息時，則可視為自行車租借站點之自行車過多導致空停車位數不夠，因此需要將該站點之自行車運送至其他租借站點。因此，空櫃調度問題與自行車車輛運補問題概念極為類似。

Chang(2010)參考空櫃調度的概念發展出兩階段自行車運補模式，第一階段為考量不同權重衡量顧客服務成本與運補成本下，建構一含權重衡量的單車種最小成本之多元商品網路流量模式，在第二階段再決定運補車數量以及在各站間運補的路線。由於Chang(2010)第一階段的作法假設運補車的數量無匱乏之虞，因此沒有對運補車總數做限制，而是在第二階段再決定運補車的數量與路線，如此一來可能導致多餘的運補車閒置在系統中，甚至造成更嚴重環境的污染。此外，若僅藉由調整不同的權重來表示營運者對於服務與運補間的重視程度，可能在不恰當的權重比例下造成系統的失衡。也譬如若將運補成本設定成遠高於服務成本的話，將迫使營運者選擇不運補，因而導致使用者對於系統的滿意度降低，長期

觀察下來，會發現營運者獲得的利潤也隨之減少。因此，在營運者所提供的服務保證的前提下，如何調節營運者及租借者間的平衡，將是個值得探討的課題，而這也是本研究欲探討的重點之一。

### 2.4.3 租借系統車輛配置運補相關文獻

由於自行車租借系統近年來才慢慢蓬勃發展，在車輛配置運補決策直接相關的文獻較少，因此將綜合其他租借系統及少部分學者在自行車租借系統提出的運補策略之結果，提出新的方式求解本問題。若以載具租借的觀點來看，汽車租借系統與自行車租借系統亦有些許類似之處，如何合理配置每個租借站的車輛數目以提高利潤，及如何進行每天晚上的運補以降低運補成本便成為一個汽車租借系統的重要課題。然而汽車租借需求多具巢狀需求結構(亦即顧客租不到原先預定的汽車時，可以相同租金租到相同等級或更高等級的車)，此與單一車種的自行車租借系統在計算成本時大不相同。

Pachon, Iakovou, Chi, and Aboudi(2003)將短期戰略性的車輛配置和運補問題(Tactical Fleet Planning Problem, TFP)分成兩個子問題求解：首先處理車輛配置問題，以一周為週期，在不考慮巢狀需求結構和車輛種類，並給定車輛總數下，以數學模式求解每個汽車租借站的車輛配置問題，使租車利潤最大化；接著將鄰近租借站分組，以數學模式求解組內每天晚上各租借站所要運補的數量，以達到運輸成本最小化。Pachon, Iakovou, and Chi(2006)進一步考慮策略性的車輛分派問題，以一策略性車隊規劃數學模式求解在巢狀需求資料和車輛總數皆已知的情況下，不同種類組合的車輛至各個租借站的分派方式，以因應之後每週的車輛配置，並最小化各種汽車類型的持有成本、購買成本、汽車替換成本和損壞成本。

Fink and Reiners(2006)將車輛的種類分成新車和舊車兩類，為了能維持顧客的滿意度，其研究假設當顧客無法如期租到預定的舊車種時，可以同樣的租金租借新車，為了降低額外的缺貨成本，營運者需利用運補工具重新配置各站內的每一車種的車輛數，因此規劃出以時空網路為基礎的模式解決短期車輛配置問題。在Fink and Reiners(2006)所提出的模式中，由於求解需花費過多時間，因此Ernst, Gavrilouk, and Marquez(2010)將車輛配置問題設計為路徑指派問題，並

且利用啟發式的方式求解。Li and Tao(2010)考慮兩個相鄰城市的汽車租借點分布，租借者可自行選擇原地租還或是不同城市租還車，在給定巢狀需求資料和車輛總數的情況下，提出兩階段的動態規劃模式以處理車輛配置與兩城市間之運輸決策。

在自行車租借系統之運補問題中，過去的學者分別提出靜態與動態型自行車運補配置，以下我們將逐一的做介紹。首先，在靜態型自行車運補配置(static bike repositioning)策略中，Chemla, Meunier, and Calvo(2009)、Raviv, Tzur, and Forma(2010)及 Benchimol et al.(2011)皆是解決這類問題，也就是在租借系統打烊後，系統內各租借站內自行車數不再受到需求變動時，營運者依據歷史資料的分析，得知開始營業時各租借站內應該擺放的自行車個數後，再利用運補車輛調整目前租借站內的存貨狀況，而這種情形稱之為「隔夜運補」。然而，僅運行一次運補而其餘則憑靠租借者的運氣才能夠租車或還車，可能會降低系統的服務品質進而影響租借者的使用意願，因此延伸出動態型運補(dynamic bike repositioning)問題。在目前已知文獻中，僅有Chang(2010)探討此類動態型自行車運補配置策略，在營運期間，當租借站租求發生時，運補車也依照的租借站的自行車數同步調整站內自行車或停車柱數目，接著前往需要運補的租借站。而本研究即是求解動態型自行車運補配置問題，並會探討自行車存貨成本以及運補車的運補成本對系統的影響。

若將自行車與汽車租借系統相比較，我們可發現汽車租借業在考慮租借站的汽車車輛配置上多以最大化租車利潤為目標，此與公共自行車租借系統之服務本質極不相同；再者，考量到汽車租借頻率(一日數起)較不頻繁(自行車租借頻率可能達一分鐘數起)，且其租借行程多為迴圈型式(即原地租還)與通勤用自行車租借的路徑式(即異地租還)皆有極大的出入，在此我們將不以汽車租借系統的數學模式為主，而是自行推導出符合自行車租借行為的數學模式。

## 2.5 小結

從Chang(2010)之研究得知在現行自行車租借系統並無系統性的營運模式，而直接相關的文獻亦太少。為了能夠從一開始規劃各租借站點的位址，及考慮開

始營運的系統所提供的服務能夠更符合顧客需求，我們認為在車站選址設計與車輛運補兩大配置問題皆應該要增加更多實際情況的考量，做更有系統性的規劃處理。

自行車租借站選址設計問題除了考慮文獻中提及的租借站點可及性、租借者方便性與租借需求密集性之外，更要同時考量顧客在租還車發生缺貨的情況以及在路段上不同顧客所需花費的行走時間或騎乘時間皆不相同，所以本研究以 Chang(2010)、Lin and Yang(2010) 和 Shu et al.(2010) 的模式為基礎，將顧客的不方便性以在各節線上花費的時間做為依據，節線上所花費的時間乃依 Natarajan et al.(2009) 的結論，假設其服從諸如 Uniform、Exponential 等特定機率分配，並且同時考量顧客在各租借站內租還車的情形下，探討如何決定合適之租借系統租借車站位址及各租借站之自行車柱數量，並以混整數規劃模式求解。

此外，自行車車輛配置運補問題由於擁有短期間租借頻繁的特性，應該同時顧慮顧客的方便性以及營運者的成本考量。換言之，頻繁的運補可讓顧客有車可租及有位可還，提升顧客的方便性，但對於營運者卻有花費更多運輸成本的疑慮；反之，若過少甚至沒有運補雖然能降低營運者成本的花費，卻讓顧客則會發生無車可租、無位可還的情形，使得顧客的方便性降低。在文獻中發現，如果採用權衡方便性與運輸成本的方式，只要任一方的成本遠高於另外一方時，則將導致諸如車輛使用率降低或是造成更多運補車帶來的環境汙染等失衡現象，因此，為了在顧客與營運可間取得平衡，本研究將顧客的方便性與缺貨情況限制在營運者所能提供的服務門檻保證內，在不違背此門檻值的情況下，以一階段的方式求解最小化營運者的運輸成本之多元商品流量模式，以求解自行車租借車輛配置運補問題。

### 第三章

## 考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置問題

本研究是根據 Chang(2010) 與 Lin and Yang(2010) 在租借站位址設置問題中，尚未考慮周全的地方重新做規劃，並且將顧客在各路徑所花費時間的不同納入考量下，提出更為合理的模式以求解問題。本章首先定義考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置問題，並提出假設與限制；依此假設下提出一混整數規劃模式求解，並設計兩種不同終止條件的粒子群演算法  $\text{PSO}_I$  與  $\text{PSO}_C$  以改善求解效率，其中  $\text{PSO}_I$  是制定迭代次數 (iteration) 做為終止條件的判斷依據；而  $\text{PSO}_C$  則制定收斂 (converge) 門檻值來判斷，也就是利用代與代間找到的最佳解的差值做為判斷的意思。之後以範例說明隨機性混整數規劃模式求解結果，接著以數值測試隨機性混整數規劃模式與  $\text{PSO}_I$ 、 $\text{PSO}_C$  的求解品質與求解效率。

### 3.1 問題描述與假設

#### 3.1.1 問題敘述

在租借站位址設置問題中，我們假設一天的營業時間內以每半小時為一期，而所有的租借者在給定有限的候選租借站數目及範圍內，其租還之需求都可被滿足。此外，我們並依據現實租借系統營運狀況，考量租借者在各路段行走或是騎乘所花費的時間成本為服從特定機率分配的不確定參數。圖 3.1 為一組具有三個候選租借站位址、兩期租借需求以及第一、二期分別有兩組起訖點租還需求的例子。

租借系統在各期 ( $t$ ) 中包含候選租借站集合  $S$ (例如： $A$ 、 $B$ ) 以及各起訖點配對 (OD pair，以  $P_{u,v}^t$  表示之) 上需求發生的流動情形；假設所有在第  $t$  期起訖點配

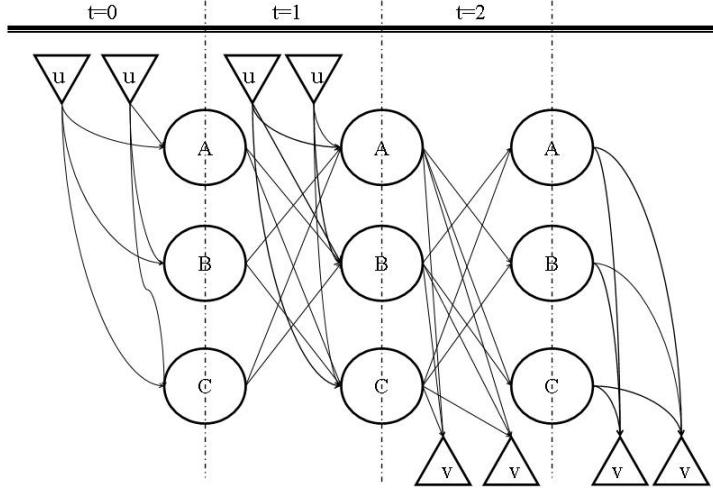


圖 3.1: 兩期租借需求表示圖

對之組合集結而成集合  $P_t$ 。舉例來說，在第  $t$  期每組起訖點配對之需求量  $F_{P_{u,v}^t}$  會從起點  $u$  出發，受到顧客的行走意願或是租借站內的容量限制，在距離起點 500 公尺以內的候選租借站集合  $S_u$  之各租借站  $i$  分別會有一租車需求比例  $y_{u,i}^{P_{u,v}^t}$  流入，經過一期之後，分別有一還車需求比例  $y_{i,j}^{P_{u,v}^t}$  會在距離訖點  $v$  之 500 公尺內可到達之租借站集合  $S_v$  之各租借站  $j$  還車後，匯集成一流量比例  $y_{j,v}^{P_{u,v}^t}$  流向訖點  $v$ 。

圖 3.2 表示單期之租借需求狀況。我們假設不同起訖點需求從起點  $u$  步行到各租借站  $i$  租車、租借站間騎乘以及從租借站  $j$  還車後步行至目的地  $v$  之間花費的時間  $\tilde{d}$  分別服從給定的  $F_{u,i}^{P_{u,v}^t}(\tilde{d})$ 、 $F_{i,j}^{P_{u,v}^t}(\tilde{d})$  及  $F_{j,v}^{P_{u,v}^t}(\tilde{d})$  機率分配。為提高服務品質之水準，我們額外規定距離起訖點 500 公尺以內之租借站必須至少有兩個以上可供選擇，藉此降低在實際租借系統營運時，發生無車可租、無位可還的情形。在 3.2 節中，將會建立數學模式，透過一混整數規劃的方法求解出最佳或最適合租借站設置的數量、位址以及各租借站的自行車容量。

### 3.1.2 問題假設

針對本問題的情境，我們列出下列假設與限制：

1. 租借者對於起點到候選租借站的距離和候選租借站到訖點的距離有充分的資訊。

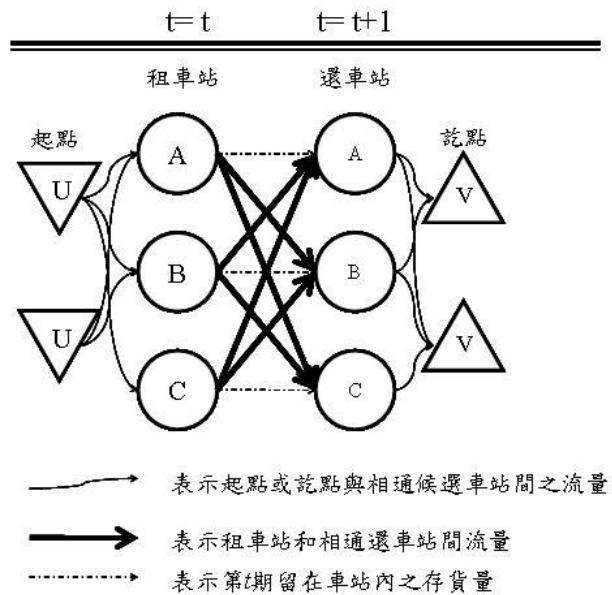


圖 3.2: 各期租借需求表示圖

2. 由於對象為通勤族，因此假設每天的起訖點配對及需求情形一樣且已知，且每半小時起訖點配對的租還車需求量也已知。
3. 顧客在各路段上行走或是騎乘的時間，分別服從特定的分配皆已知。
4. 所有候選租借點的固定成本、停車柱單位成本和自行車單位成本已知。
5. 每個候選租借站有最大停放自行車數目的限制。
6. 每個起訖點方圓五百公尺內至少有兩個以上的候選租借點，以減緩缺貨的可能。
7. 所有候選點不會有原地租還的情形發生，租借者必在不同租借站租還車。

## 3.2 隨機性混整數規劃模式

### 3.2.1 參數與變數定義

定義相關參數如下：

$\alpha$	服務一單位需求經過一單位花費時間的成本
$\bar{C}$	建構一停車柱的固定成本
$\pi$	添購一輛自行車的固定成本
$R_j$	候選點 $j$ 的資本成本，包含固定的租借資訊系統建構成本與變動地租成本
$F_{P_{u,v}^t}$	在 $t$ 期由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求量
$\tilde{d}_{u,i}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期期初，由起點 $u$ 到達鄰近可及之候選租借站 $i$ 所需花費的行走時間
$\tilde{d}_{i,j}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期，由候選租借站 $i$ 出發到達另一個候選租借站 $j$ 所需花費的行走時間
$\tilde{d}_{j,v}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期，由候選租借站 $j$ 出發到達訖點 $v$ 所需花費的行走時間
$U$	在營業時間內，含括所有起點之集合 $U = \{u : P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T - 1\}$
$V$	在營業時間內，含括所有訖點之集合 $V = \{v : P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T - 1\}$
$S_k$	由起訖點 $k$ 到達距離為 500 公尺內的候選點所形成之集合 $S_k = \{s : D_{ks} = D_{sk} \leq 500, s \in S\}, \forall k \in U \cup V$
$S$	由所有的候選點所形成之集合
$A$	所有相連的弧線所形成之集合，包含起訖點到各候選點及各候選點間
$P_t$	在第 $t$ 期起訖點配對集合
$D_{u,i}$	從起點 $u$ 到候選點 $i$ 間的距離
$D_{j,v}$	從候選點 $j$ 到訖點 $v$ 間的距離
$q$	租借站設置數目上限
$t$	第 $t$ 期, $t=0,1,\dots,T-1$

定義相關變數如下：

$Q_j$	候選租借點 $j$ 的停車柱個數
$x_j$	$\begin{cases} 1, \text{ 候選租借點 } j \text{ 被建置} \\ 0, \text{ 候選租借點 } j \text{ 未被建置} \end{cases}$
$y_{u,i}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期期初，由起點 $u$ 到達鄰近可及之候選站 $i$ 之流量比例
$y_{i,j}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期，由候選站 $i$ 出發到達另一個候選租借站 $j$ 之流量比例
$y_{j,v}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期，由候選租借站 $j$ 出發到達訖點 $v$ 之流量比例
$I_j^t$	候選租借站 $j$ 在第 $t$ 期內自行車存貨狀況
$W_j$	候選租借站 $j$ 在任一時間擺放的自行車數

### 3.2.2 數學模式

根據 3.1 節中所有考量之情形，我們提出一混整數規劃模式求解租借站數目、位址、租借站內停車柱數目及自行車總量，使得設置成本及顧客的不方便性之期望值達到最小化。

在已知各候選租借站的設置成本  $R_j$ 、自行車柱之單位設置成本  $\bar{C}$ 、自行車存貨成本  $\pi$  以及租借者分別從起訖點到各候選租借站或是候選租借站間的隨機旅行時間成本  $\tilde{d}_{u,i}^{P_{u,v}^t}$ 、 $\tilde{d}_{i,j}^{P_{u,v}^t}$  及  $\tilde{d}_{j,v}^{P_{u,v}^t}$  的情況下，式子 3.1 為最小化所有租借站的設置成本與租借者在各路徑上流量所產生的方便性之期望時間成本，其中， $\alpha$  代表單位時間所花費的成本。

$$\begin{aligned} & \min \sum_{j \in S} R_j x_j + \sum_{j \in S} \bar{C} Q_j + \sum_{j \in S} \pi W_j \\ & + \alpha E \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} F_{P_{u,v}^t} \left[ \begin{array}{l} \sum_{(u,i) \in A} (\tilde{d}_{u,i}^{P_{u,v}^t} y_{u,i}^{P_{u,v}^t}) \\ + \sum_{(i,j) \in A} (\tilde{d}_{i,j}^{P_{u,v}^t} y_{i,j}^{P_{u,v}^t}) \\ + \sum_{(j,v) \in A} (\tilde{d}_{j,v}^{P_{u,v}^t} y_{j,v}^{P_{u,v}^t}) \end{array} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

式子 3.2-3.5 分別為各期內每組起訖點配對在各站接收之需求比例進行限制節點流量守恆。由圖 3.2 可知起點  $u$  流量可及的租借站集合內各租借站的流量比例總和為 1，而各租借站接收的流量比例應與流向其他租借站的流量比例總和相一致，最後訖點  $v$  可及的各租借站匯集而成的流量比例之總和也應為 1。

$$\sum_{(u,i) \in A} y_{u,i}^{P_{u,v}^t} = 1 \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (3.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} y_{i,j}^{P_{u,v}^t} = y_{u,i}^{P_{u,v}^t} \quad \forall i \in S, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (3.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} y_{i,j}^{P_{u,v}^t} = y_{j,v}^{P_{u,v}^t} \quad \forall j \in S, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (3.4)$$

$$\sum_{(j,v) \in A} y_{j,v}^{P_{u,v}^t} = 1 \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (3.5)$$

式子 3.6 和 3.7 設定了起訖點和各候選租借站的連結關係，即候選租借站必須被設置為租借站，才能服務來自起訖點需求比例。同樣的，在圖 3.2 中看出，如果候選租借站  $A$  沒有被選為租借站，則不論是到達租借站  $A$  以及從租借站  $A$  離開的流量比例皆不會成立。

$$y_{u,i}^{P_{u,v}^t} \leq x_i \quad \forall i \in S, \forall (u,i) \in A, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (3.6)$$

$$y_{j,v}^{P_{u,v}^t} \leq x_j \quad \forall j \in S, \forall (j,v) \in A, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (3.7)$$

式子 3.8 表示在當期的租還車活動皆結束後，計算當期末租借站內自行車的存貨量  $I_j^t$ 。

$$\begin{aligned} I_j^{t+1} &= I_j^t - \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{(u,j) \in A} F_{P_{u,v}^t} y_{u,j}^{P_{u,v}^t} \\ &\quad + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{(j,v) \in A} F_{P_{u,v}^t} y_{j,v}^{P_{u,v}^t} \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T - 1 \end{aligned} \quad (3.8)$$

由於各期內的存貨狀況受到總自行車數及各站之容量限制，因此式子 3.9-3.12 是針對當期各租借站內發生之需求不可超過前一期末剩餘自行車數、各期存貨不可超過該租借站內自行車柱的數量 ( $Q_j$ )、期初的存貨量不可超過總自行車數，以及各租借站內自行車柱的數量 ( $Q_j$ ) 不能超過原先設定的最大上限 ( $H$ )。

$$\sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{(u,j) \in A} F_{P_{u,v}^t} y_{u,i}^{P_{u,v}^t} \leq I_i^t \quad \forall i \in S, t = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (3.9)$$

$$0 \leq I_i^t \leq Q_i \quad \forall i \in S, t = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (3.10)$$

$$\sum_{\forall j \in S} I_j^0 \leq \sum_{\forall j \in S} W_j \quad (3.11)$$

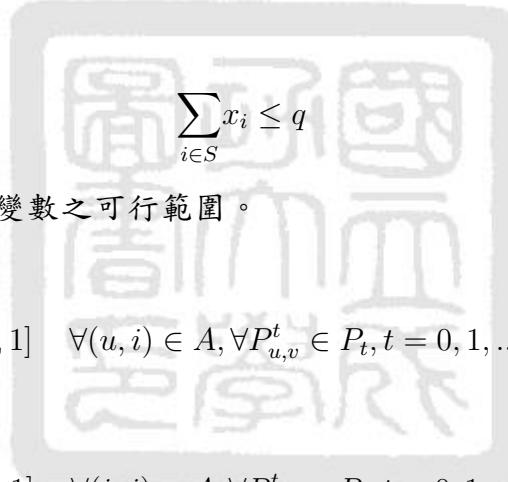
$$0 \leq Q_i \leq H_i \quad \forall i \in S \quad (3.12)$$

式子 3.13 和 3.14 分別針對在各起訖點可及的租借站集合內  $S_u$ 、 $S_v$  被選為租借站的數量至少存在兩個以上。

$$\sum_{i \in S_u} x_i \geq 2 \quad \forall u \in U \quad (3.13)$$

$$\sum_{j \in S_v} x_j \geq 2 \quad \forall v \in V \quad (3.14)$$

式子 3.15 為設置租借站數的上界。



$$\sum_{i \in S} x_i \leq q \quad (3.15)$$

式子 3.16-3.20 設定變數之可行範圍。

$$y_{u,i}^{P_{u,v}^t} \in [0, 1] \quad \forall (u, i) \in A, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (3.16)$$

$$y_{i,j}^{P_{u,v}^t} \in [0, 1] \quad \forall (i, j) \in A, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (3.17)$$

$$y_{j,v}^{P_{u,v}^t} \in [0, 1] \quad \forall (j, v) \in A, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T - 1 \quad (3.18)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in S \quad (3.19)$$

$$Q_i \in \text{integer} \quad \forall i \in S \quad (3.20)$$

### 3.2.3 隨機性混整數規劃模式延伸及推導

在上一小節提出的數學模式中，目標式可分成兩部分：建置成本以及顧客不方便性。模式中，建置成本為已知的確定性參數，而顧客不方便性為服從特定分配的隨機參數，在目前的式子中，我們無法進行求解，因此我們將引用 Natarajan et al.(2009) 中提出的其中一種求解模式來加以簡化。

在 Natarajan et al.(2009) 中，針對離散型優化問題的模式中，目標式含有隨機性目標式之係數，如式子 3.21-3.23 分別為具有不確定係數  $\mathbf{c}$  之目標式、可行區域  $X$  以及決策變數  $x_i$  落於某一非負整數區間之限制式。

$$\mathbf{Z}^* = \min_{\theta \in \Theta} E_\theta(\min\{\tilde{\mathbf{c}}\mathbf{x} : \mathbf{x} \in X\}) \quad (3.21)$$

$$X = \{\mathbf{x} | \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, x_i \in X_i \subseteq \mathbb{Z}^+ \forall i \in N\} \quad (3.22)$$

$$X_i = \{\alpha, \alpha + 1, \dots, \beta - 1, \beta\} \quad (3.23)$$

在式子 3.23 中決策變數可藉由所有可能之數值之相對應之機率變數  $y_{ik}$  做轉換，讓模式從原本離散型可行區域轉換成介於 0 到 1 之間的可行區域，如下所示。

$$Y = \{\mathbf{y} | \mathbf{A}(\sum_{k \in X_i} k y_{ik}) \leq \mathbf{b}, \sum_{k \in X_i} y_{ik} = 1, y_{ik} \in [0, 1], \forall k \in X_i, \forall i \in N\}$$

由於目標式中係數皆為隨機變數，使得在給定一組參數  $\mathbf{c}$  時，決策變數及相對應之機率變數之最佳值也會不一樣，因此加入一條件機率值  $y_{ik}(\mathbf{c})$ ，之後讓目標式藉由代數代換及條件期望值定理，將原本式子 3.21 表示成式子 3.24。

$$Z^* = \min \left\{ \sum_{i \in N} \sum_{k \in X_i} \left( k \int c y_{ik}(c) f_i(c) dc \right) \right\} \quad (3.24)$$

接著藉由 Lagrangian Relaxation 法，並經由累積機率函數之反函數轉換後，最後導出式子 3.25 之模式，其中令  $q = F_i(c)$  且  $dq = f_i(c)dc$ 。

$$\begin{aligned} \min_{\theta \in \Theta} E_\theta(\min\{\tilde{c}x : x \in X\}) = \\ \min\left\{\sum_{i \in N} \sum_{k \in X_i} (k \int_{\sum_{j \geq k+1} y_{ik}}^{\sum_{j \geq k} y_{ik}} F_j^{-1}(t) dt)\right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

我們將推導結果運用至自行車租借站位址設置問題中，變數  $x_i$  表示在網路圖中路段  $i$  是否有被顧客經過之可能，因此代表變數  $x_i$  的可能值  $k$  只有 0 跟 1。因此套用至結果中，本模式的目標示則由式子 3.26 所示。

$$\begin{aligned} \min \sum_{j \in S} R_j x_j + \sum_{j \in S} \bar{C} Q_j + \sum_{j \in S} \pi W_j \\ + \alpha E \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} F_{P_{u,v}^t} \left[ \begin{array}{l} \sum_{(u,i) \in A} \left( E(\tilde{d}_{u,i}^{P_{u,v}^t}) \int_0^{y_{u,i}} F^{-1}(q) dq \right) \\ + \sum_{(i,j) \in A} \left( E(\tilde{d}_{i,j}^{P_{u,v}^t}) \int_0^{y_{i,j}} F^{-1}(q) dq \right) \\ + \sum_{(j,v) \in A} \left( E(\tilde{d}_{j,v}^{P_{u,v}^t}) \int_0^{y_{j,v}} F^{-1}(q) dq \right) \end{array} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.26)$$

在求解時，我們欲將模式整理成二次規劃問題或是線性模式，因此我們令  $q$  為服從範圍為  $[U, L]$  之間的 Uniform 分配隨機變數，則  $F^{-1}(t)$  可寫成  $\frac{\tilde{d}_{u,t,i_t}^{u_t,v_{t+1}} - L}{\tilde{d}_{u,t,i_t}^{u_t,v_{t+1}} - U}$ ，經積分之後，目標式將可轉成二次函式（如式子 3.27），其中  $U_d$ 、 $L_d$  分別表示花費時間  $\tilde{d}$  之上下界。

$$\begin{aligned} \min \sum_{j \in S} R_j x_j + \sum_{j \in S} \bar{C} Q_j + \sum_{j \in S} \pi W_j \\ + \alpha E \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{(u_t, v_{t+1}) \in P_t} F_{u_t, v_{t+1}} \left[ \begin{array}{l} \sum_{(u,i) \in A} \left( \left( \frac{U_{\tilde{d}_{u,i}^{P_{u,v}^t}} - L_{\tilde{d}_{u,i}^{P_{u,v}^t}}}{2} \right) (y_{u,i}^{P_{u,v}^t})^2 + L_{\tilde{d}_{u,i}^{P_{u,v}^t}} y_{u,i}^{P_{u,v}^t} \right) \\ + \sum_{(i,j) \in A} \left( \left( \frac{U_{\tilde{d}_{i,j}^{P_{u,v}^t}} - L_{\tilde{d}_{i,j}^{P_{u,v}^t}}}{2} \right) (y_{i,j}^{P_{u,v}^t})^2 + L_{\tilde{d}_{i,j}^{P_{u,v}^t}} y_{i,j}^{P_{u,v}^t} \right) \\ + \sum_{(j,v) \in A} \left( \left( \frac{U_{\tilde{d}_{j,v}^{P_{u,v}^t}} - L_{\tilde{d}_{j,v}^{P_{u,v}^t}}}{2} \right) (y_{j,v}^{P_{u,v}^t})^2 + L_{\tilde{d}_{j,v}^{P_{u,v}^t}} y_{j,v}^{P_{u,v}^t} \right) \end{array} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

### 3.3 粒子群演算法求解租借站位址設置問題

在 3.2.2 節之混整數規劃的數學模式，我們發現隨著營運時間  $(t)$ 、候選租借站個數  $(S)$  以及起訖點配對個數  $(P_{u,v}^t)$  增加，模式將變得複雜以致求解的時間隨之

增加。因此，為了提升模式的實用性，本研究將利用  $\text{PSO}_I$  及  $\text{PSO}_C$  演算法加以求解。以下將一一描述兩個演算法之概念與步驟、租借站設置集合轉換機制以及適應值計算。

由於 Chang(2010) 利用 PSO 演算法，求解靜態型位址設置問題獲得不錯的求解品質，因此本研究將參考 Chang(2010) 概念及編碼方式來求解隨機性租借站位址設置問題。其演算法流程如下：

1. Initialization：以建置成本與顧客不方便性之間的權重 ( $\alpha$  值) 做為設定初始租借站位址的依據，當建置成本之相對權重較高時，從建置成本較小的時候選租借站中挑選出符合系統設置上限的  $P$  個候選租借站；反之，則以每個租借站租還車人潮量的多寡挑選  $P$  個較多租還需求的時候選租借站位址；然後每一粒子再從  $P$  個候選租借站中挑選建置租借站的位址，做為每一粒子的起始解，並且以式子 3.28-式子 3.29 初始化每一粒子的位置與速度參數，其中  $\tilde{p}_d^m(0)$ 、 $\tilde{v}_d^m(0)$  分別表示第  $m$  個粒子在第  $d$  個候選租借站位置與速度之初始化，其中  $r_1$  與  $r_2$  為介於  $[0, 1]$  之間的隨機變數。

$$\tilde{p}_d^m(0) = \tilde{p}_{\min} + r_1(\tilde{p}_{\max} - \tilde{p}_{\min}) \quad (3.28)$$

$$\tilde{v}_d^m(0) = \tilde{v}_{\min} + r_2(\tilde{v}_{\max} - \tilde{v}_{\min}) \quad (3.29)$$

2. Update the constructed stations：根據 Pongchairerks and V.(2009) 提出的 PSO 演算法，將粒子  $m$  的位置  $\tilde{p}_d^m(t)$  視為挑選第  $m$  個租借站設置集合的權重。本研究先隨機決定各粒子的租借站設置集合中的須設租借站數目，再依權重值由大至小依序挑選設置租借站，直到符合需設租借站數目為止。以第  $m$  個粒子為例，假設有三個候選租借站，而該粒子隨機決定須設租借站數目為 2，則將位置的權重分別為 0.4、0.8 及 0.5，經排序之後第  $m$  個粒子將會選擇第 2 及 3 個租借站建置（因權重之排序為 0.8, 0.5, 0.4）。

3. Evaluation: 依據 fitness function 計算出其 fitness value 以判斷每一粒子之好壞。也就是當各粒子的租借站設置集合確立時，我們便可藉由各粒子中確定設置的租借站計算各粒子的設置成本與可及性成本，與各確定設置租借站的停車柱個數。亦即將各粒子候選租借站集合視為設置租借站的一個組合，代入 3.2.2 節中的數學模式，在給定設置租借站的情況下計算適應值，此處搭配 CPLEX 求解，以目標成本值為適應值，成本越小即代表此粒子的表現越好，亦即此租借站組合越有可能為最後設置的租借站。此外，由於在原模式中假定距離每組起點或訖點 500 公尺內，必須存在 2 個以上的租借站被建置（即式子 3.13-式子 3.14），若某粒子無法滿足這些限制時，其適應值將直接以懲罰值（penalty value）。
4. Find the Personal best solution: 計算完適應值後，找出每一粒子  $m$  到目前  $t$  為止的搜尋過程中最佳解 ( $p_{best}^m(t)$ )。
5. Find the Global best solution: 根據每一粒子新的最佳解 ( $p_{best}^m(t)$ )，更新所有粒子到目前為止所搜尋到的群體最佳解 ( $g_{best}(t)$ )。
6. Update: 以式子 3.30-式子 3.31 進行速度與位置更新，其中  $c_1$  與  $c_2$  表示加速度常數 (acceleration constants)， $r_1$  與  $r_2$  則為介於  $[0, 1]$  之間的隨機變數。

$$\tilde{v}_d^m(t+1) = w\tilde{v}_d^m(t) + c_1r_1(p_{best}^m(t) - \tilde{p}_d^m(t)) + c_2r_2(g_{best}(t) - \tilde{p}_d^m(t)) \quad (3.30)$$

$$\tilde{p}_d^m(t+1) = \tilde{p}_d^m(t) + \tilde{v}_d^m(t+1) \quad (3.31)$$

7. Termination Criterion: 判斷是否達到終止條件，如未達到終止條件，則回到計算站點設置集合步驟；如果已經達到終止條件，則輸出最佳的租借站設置集合與各租借站的停車柱數目。在 Chang(2010) 中所使用的 PSO 演算法，是利用迭代次數做為終止條件的依據，然而代數的設定狀況可能會影響到

求解品質或求解效率，譬如當代數設定過少時，可能會發生群體最佳解尚未收斂完畢，卻已經到達終止條件而停止迴圈，則印出較差的解；同樣的，當代數設定過多時，可能早已經收斂完畢，也就是群體最佳解已不再改變，卻要一再的執行演算法，則最後雖然求解品質不錯，卻得不到較好的求解效率。因此本研究也將利用這兩種不同的終止條件比較其求解品質及效率：

- 迭代次數之  $\text{PSO}_I$ ：利用迭代次數的多寡，決定  $\text{PSO}_I$  需要求解的時間。
- 收斂品質之  $\text{PSO}_C$ ：藉由設定收斂效果之門檻值 ( $\delta$ )，當目前表現最好的粒子群之適應值與前一代最好的適應值之間的差距低於門檻值時，則停止演算法的操作，降低啟發式演算法在求解上的風險。

## 3.4 隨機性混整數規劃模式範例

我們設計一個小規模的例子，如：3期5個候選點的情形，分別在隨機性和確定性的模式操作下，比較兩模式間求解最佳設置成本和顧客期望方便性的差異性。在隨機模式中，假設部分路段花費的時間為隨機變數，並且服從 Uniform 分配，其值介於  $[a, b]$  之間，利用在 Natarajan et al.(2009) 推導的結果進行求解二次規劃問題；相對的，在確定性模式中，我們取時間成本的平均值當參數，在確定性模式中求解線性規劃問題。

### 3.4.1 數據參數設定

以半小時為一期，根據兩期起訖點配對的情形，以圖 3.3 表示。從圖中可知，第一期需求產生的起訖點配對  $(P_{u,v}^0)$  有 2 組，第二期需求產生的起訖點配對  $(P_{u,v}^1)$  有 3 組，以及第三期需求產生的起訖點配對  $(P_{u,v}^2)$  有 3 組。已知各候選租借站的成本資訊與各起訖點和各候選點的距離資訊，假設營運者期望租借站設置上限為三個， $\alpha$  設為 1 以表示用時間當服務需求旅行成本，而 A 至 E 每個候選租借點之最大停車柱限制皆設為 100 個。求解 A, B, C, D, E 五個候選租借站的最後設置地點與各租借站的停車柱數目，以達到設置成本最小化。各候選站設置成本  $R_j$ 、

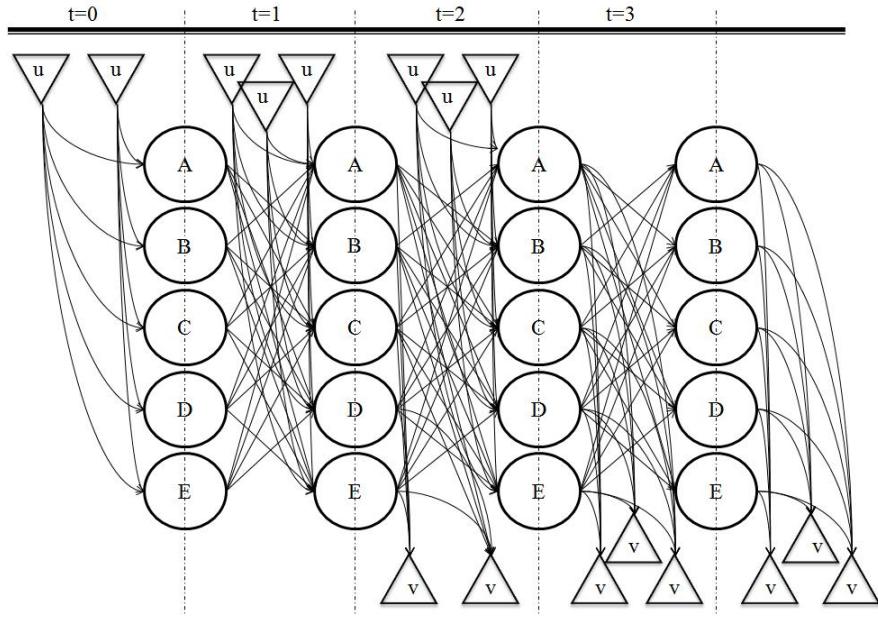


圖 3.3: 各期租借需求表示圖

自行車柱單位成本  $\bar{C}$  及自行車單位成本  $\pi$  列於表 3.1 中，而租借者從起訖點到租借站以及各起訖點之需求值列於表 3.2-3.3。

表 3.1: 各候選租借站建構成本表

成本項	候選租借站				
	A	B	C	D	E
$R_j$	209	299	390	356	385
$\bar{C}$	25	25	25	25	25
$\pi$	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5

單位：百元

### 3.4.2 測試結果

設定完網路圖中各參數值後，我們分別建立確定性及隨機性模式且令  $\alpha$  為 1，將兩模式分別利用 CPLEX 進行求解，其結果分別由圖 3.4-3.5 所示。

假設依目前營運者以最小化設置成本與租借地之可獲得性為考量，則將選擇設立租借站 A、B（如圖 3.4），其設置成本為 386050 且租借者不方便性 114897；反觀，當同時考量建置成本及使用者不方便性時，從圖 3.5 之結果看出應選擇 C、E，且設置成本及租借者不方便性分別為 412750 及 73617。若以成本角度分析，隨

表 3.2: 起訖點與候選租借站距離表

候選租借站	候選租借站				
	A	B	C	D	E
$U_{0,1}$	71	333	335	457	431
$U_{0,2}$	417	416	149	83	68
$U_{1,1}$	122	335	283	395	369
$U_{1,2}$	382	165	180	300	283
$U_{1,3}$	71	333	335	457	[431,485]
$U_{2,1}$	300	298	68	[172,241]	146
$U_{2,2}$	300	298	[68,90]	172	[146,303]
$U_{2,3}$	417	416	149	83	[68,92]
$V_{0,1}$	459	[279,374]	166	[221,371]	213
$V_{0,2}$	264	271	[84,293]	210	183
$V_{1,1}$	[229,306]	255	113	245	[218,274]
$V_{1,2}$	434	374	111	48	[28,413]
$V_{1,3}$	459	279	[166,448]	[221,398]	[213,264]
$V_{2,1}$	479	361	145	[112,290]	112
$V_{2,2}$	479	[361,459]	145	112	[112,194]
$V_{2,3}$	[264,275]	271	84	210	[183,349]

單位：秒

表 3.3: 各起訖點在不同期數之需求值

起訖點	期數		
	t=1	t=2	t=3
$U_{0,1}$	60	0	0
$U_{0,2}$	61	0	0
$U_{1,1}$	0	28	0
$U_{1,2}$	0	52	0
$U_{1,3}$	0	41	0
$U_{2,1}$	0	0	8
$U_{2,2}$	0	0	16
$U_{2,3}$	0	0	54
$V_{0,1}$	60	0	0
$V_{0,2}$	61	0	0
$V_{1,1}$	0	28	0
$V_{1,2}$	0	52	0
$V_{1,3}$	0	41	0
$V_{2,1}$	0	0	8
$V_{2,2}$	0	0	16
$V_{2,3}$	0	0	54

單位：人

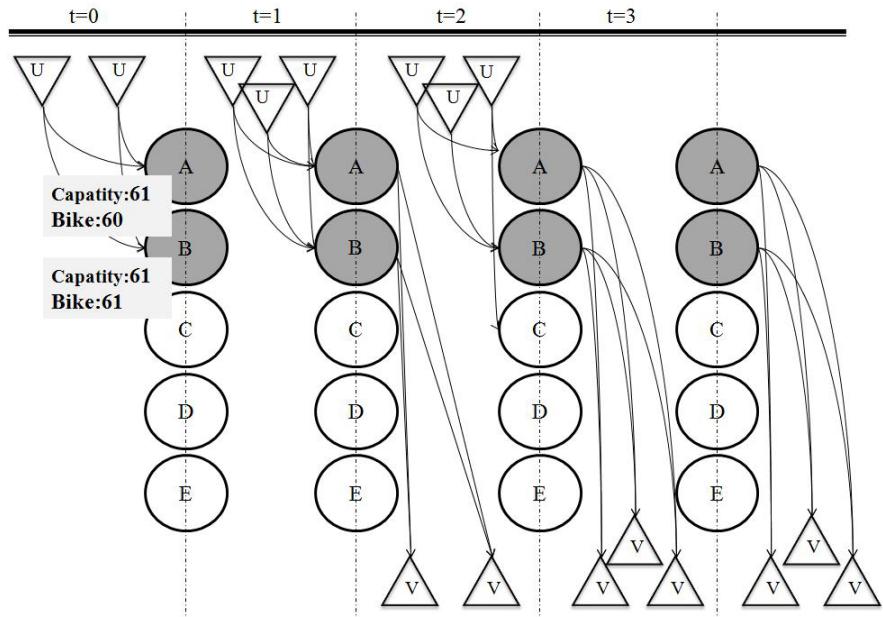


圖 3.4: 確定性模式之求解結果

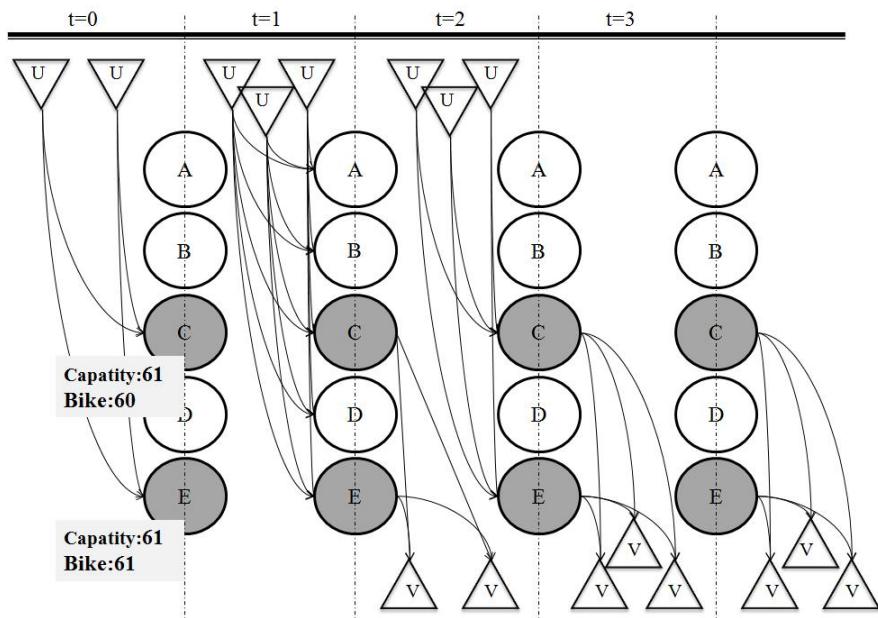


圖 3.5: 隨機性模式之求解結果

機模式的設置成本雖然增加了 26700 單位，卻讓使租借者不方便性降低了 41280 單位。因此我們可以推斷考量不同顧客在路徑上的習性，也就是顧客在路徑上花費的時間為隨機變數，愈能提升顧客的方便性。

## 3.5 數值分析

由於租借站位址設置問題隨著起訖點配對數目以及候選租借站的增加，求解難度也隨之增加，CPLEX 將花費較多的求解時間，因此本節直接說明 PSO 演算法運作情形，並與 CPLEX 求解結果相比較其求解品質與求解效率。

### 3.5.1 網路圖之建立

數值測試的網路圖產生步驟如下：

步驟 1：依照目前法國巴黎市總面積為 105 平方公里，及 Velib 租借系統規模設置了 1451 個租借站，我們可得知每一單位面積內的租借站個數，接著按照欲設置的租借站個數( $P$ )，可產生出相對應的租借系統的範圍。

步驟 2：從租借系統的範圍中，隨機產生  $N$  個候選租借站位置及最大容量限制與固定成本，並且計算各租借站之間的距離。

步驟 3：決定一期內發生的起訖點配對數及位置，並且計算各起訖點到達各租借站的距離，當起或訖點到達各站的距離超過 500 公尺，或是租借者無法在一期內(30 分鐘)內從租車站到達還車站，則必須重新產生新的起訖點配對位置。此外，限制式中要求已建置的租借站位置必須滿足每組起訖點配對可及的租借站必須分別至少 2 個，因此產生的過程中，必須檢查每組起、訖點可及的候選租借站是否分別超過 2 個。

步驟 4：當產生完各期的起訖點配對及位置後，以隨機的方式決定各時期內每組起訖點配對之人數。

### 3.5.2 數值分析

假設在一密集型網路中，自行車租借營運公司期望在 20 個候選租借站中，設置上限為 11 個的租借站，租借站最大容量限制為 500 個。參數依據 Chang(2010) 將  $\tilde{p}_{\min}$  與  $\tilde{v}_{\min}$  設為 0， $\tilde{p}_{\max}$  設為 10， $\tilde{v}_{\max}$  設為 4， $r_1$  與  $r_2$  分佈於  $[0,1]$ ， $c_1$  與  $c_2$  分別設為 4，最後  $w$  則分布在  $[0.8,1]$ 。

本節分別利用 CPLEX、 $\text{PSO}_I$  及  $\text{PSO}_C$  中求解 20 個候選租借站在不同起訖點配對數的問題，並經過測試後將迭代次數設定為 100，粒子數為 300 個，且收斂的門檻值  $\delta$  為 0.0001 後，則可得 CPLEX、 $\text{PSO}_I$  及  $\text{PSO}_C$  求解結果及時間如表 3.4 所示。

表 3.4: 20 個位址求解 11 個租借站比較表

起訖點配對數 (對)	模式	設置租借站個數 (個)	成本 (元)	求解時間 (秒)	Gap (%)
65	CPLEX	11	1075683	13.75	0
	$\text{PSO}_I$	11	1075683	487.50	0
	$\text{PSO}_C$	11	1075683	15.28	0
143	CPLEX	11	1626354	223.79	0
	$\text{PSO}_I$	11	1626354	540.45	0
	$\text{PSO}_C$	11	1626354	45.23	0
390	CPLEX	11	1067238	1459.44	0
	$\text{PSO}_I$	11	1067238	694.55	0
	$\text{PSO}_C$	11	1067238	103.77	0
1573	CPLEX	—	—	—	—
	$\text{PSO}_I$	11	2357225	1215.29	—
	$\text{PSO}_C$	11	2357225	853.50	—

從 20 個候選租借站的測試結果中可發現，隨著起訖點配對數的增加，CPLEX 所需花費的時間也跟著劇增，而當配對數增為 1573 時，求解時間已超過我們設定的最大時間(5 小時)，因此求解結果以「-」表示；反觀  $\text{PSO}_I$  及  $\text{PSO}_C$  演算法求解小規模問題時，與 CPLEX 可求得的解皆相同，另一方面，求解時間  $\text{PSO}_C$  明顯的較  $\text{PSO}_I$  與 CPLEX 來的少，其中雖然起訖點配對數少的情況， $\text{PSO}_I$  花費的時間較 CPLEX 多，但隨著配對數的增加，求解時間所受的影響較 CPLEX 小，故當配對數增為 1573 時 CPLEX 已無法求解，而  $\text{PSO}_I$  依然能在限制的時間內(5 小時)執行完畢，因此我們進一步將租借站設置個數增加且連續執行 13 期，其中每一期的配對數分別為  $P/2$ 、 $P$ 、 $P^2/4$  及  $P^2$  等規模的問題進行求解後，其結果如表 3.5-3.7。

從表 3.5-3.7 的範例中，針對起訖點配對數較小的問題， $\text{PSO}_I$  和  $\text{PSO}_C$  求解結果與 CPLEX 能求得的解皆相同，且  $\text{PSO}_C$  可能比 CPLEX 更快求解；隨著起訖點配對數和候選租借站規模增加，CPLEX 已無法在 5 個小時內求得最佳解，而

表 3.5: 60 個位址求解 45 個租借站比較表

起訖點配對數 (對)	模式	設置租借站個數 (個)	目標值 (元)	求解時間 (秒)	Gap (%)
260	CPLEX	45	8691187	63.74	0
	PSO <sub>I</sub>	45	8691187	1187.37	0
	PSO <sub>C</sub>	45	8691187	56.43	0
585	CPLEX	45	6722642	258.63	0
	PSO <sub>I</sub>	45	6722642	1356.52	0
	PSO <sub>C</sub>	45	6722642	274.41	0
6500	CPLEX	—	—	—	—
	PSO <sub>I</sub>	45	6646721	1543.78	—
	PSO <sub>C</sub>	45	6646721	380.54	—
26325	CPLEX	—	—	—	—
	PSO <sub>I</sub>	43	7334872	1995.52	—
	PSO <sub>C</sub>	45	6546893	3189.78	—

表 3.6: 100 個位址求解 75 個租借站比較表

起訖點配對數 (對)	模式	設置租借站個數 (個)	目標值 (元)	求解時間 (秒)	Gap (%)
455	CPLEX	75	6573167	79.34	0
	PSO <sub>I</sub>	75	6573167	1093.57	0
	PSO <sub>C</sub>	75	6573167	90.34	0
975	CPLEX	75	7979463	284.56	0
	PSO <sub>I</sub>	75	7979463	1756.62	0
	PSO <sub>C</sub>	75	7979463	183.65	0
18200	CPLEX	—	—	—	—
	PSO <sub>I</sub>	75	6848543	4586.39	—
	PSO <sub>C</sub>	75	6848543	1043.34	—
73125	CPLEX	—	—	—	—
	PSO <sub>I</sub>	75	8145702	8321.22	—
	PSO <sub>C</sub>	75	7612549	9524.56	—

表 3.7: 200 個位址求解 150 個租借站比較表

起訖點配對數 (對)	模式	設置租借站個數 (個)	目標值 (元)	求解時間 (秒)	Gap (%)
975	CPLEX	—	—	—	—
	$\text{PSO}_I$	145	7634122	3468.45	—
	$\text{PSO}_C$	145	7634122	345.6	—
1950	CPLEX	—	—	—	—
	$\text{PSO}_I$	142	733421	4284.52	—
	$\text{PSO}_C$	148	697234	6184.33	—
5625	CPLEX	—	—	—	—
	$\text{PSO}_I$	150	894532	8467.93	—
	$\text{PSO}_C$	150	894532	1032.56	—
22500	CPLEX	—	—	—	—
	$\text{PSO}_I$	132	12907942	13946.28	—
	$\text{PSO}_C$	145	10302942	15963.69	—

表 3.8: 實際規模之求解結果比較表

候選租借站個數 (個)	起訖點配對數 (對)	模式	設置租借站個數 (個)	目標值 (元)	求解時間 (秒)
500	2600	CPLEX	—	—	—
		$\text{PSO}_I$	194	7370058	5644.52
		$\text{PSO}_C$	188	8910072	2793.63
1000	3514	CPLEX	—	—	—
		$\text{PSO}_I$	490	19750482	9522.13
		$\text{PSO}_C$	471	21110073	2746.87
1500	8427	CPLEX	—	—	—
		$\text{PSO}_I$	1135	681323426	13069.54
		$\text{PSO}_C$	1135	681323426	4235.39
2000	10543	CPLEX	—	—	—
		$\text{PSO}_I$	1463	728250073	17859.58
		$\text{PSO}_C$	1475	749750002	2879.56

$\text{PSO}_I$  和  $\text{PSO}_C$  却可能因終止條件的設定不同而求出不同之解。舉例來說， $\text{PSO}_I$  的迭代次數可能設定太少，導致還沒有收斂完畢就已經結束演算法，因此其求解結果也會較  $\text{PSO}_C$  為差。

若更進一步問題規模仿照實際大小做設定時，如表 3.8，CPLEX 已無法在 5 個小時內求得最佳解，只能透過兩種 PSO 演算法進行求解。從結果可發現， $\text{PSO}_I$  和  $\text{PSO}_C$  之間的求解表現又在表 3.8 的測試例中， $\text{PSO}_C$  有可能因為陷入局部最佳解而導致提前終止，因而求得品質較差的解；反觀， $\text{PSO}_I$  可能因其迭代次數足夠多，雖可能耗時較多，但也因此較能跳脫局部最佳解。與規模小的情況不同。因此當可行區域擴大時， $\text{PSO}_I$  求得的解可能比  $\text{PSO}_C$  來的好。若能將  $\text{PSO}_C$  中加入額外的迭代次數限制（如至少跑完 50 代），或許  $\text{PSO}_C$  能維持如其在求解小規模問題的求解品質。

## 3.6 小結

本章考量實際狀況，探討顧客在各路段行走或騎乘時間為服從特定機率分配的狀況下，如何影響選擇的租借站位址、站內容量設計以及各期間自行車輛的配置之情形。據此我們發展出一套隨機型整數規劃模式以計算更合理的最佳租借站位址、容量及自行車配置方式。

藉由求解一個 3 期 5 個候選租借站的例子，並設計其部分路段上的花費時間長度為符合區間均勻分配，我們求解該問題所對應的二次規劃的問題，並與僅考慮建置成本的情況之解相比較。比較結果顯示，如果能將路徑所花費時間的所有可能都納入考慮，也就是越符合實際情況的話，則越能降低總期望時間成本，越能夠提升顧客的方便性。透過本研究的網路設計模式，我們能給予營運者設置租借站的建議，以期能提高自行車使用率，達到預期的轉運效益。

然而，當問題之規模大小愈趨真實情況時，CPLEX 花費的時間需更久，因此本研究利用  $\text{PSO}_I$  和  $\text{PSO}_C$  演算法求解此問題，以設置成本及顧客的不方便性之間的權重挑選出可能設置的租借站位址。在求解小規模問題時， $\text{PSO}_I$  和  $\text{PSO}_C$  求解的結果皆與 CPLEX 相同，求解的時間以  $\text{PSO}_C$  最少，而  $\text{PSO}_I$  受到起訖點配

對數的影響較 CPLEX 小，因此，隨著配對數或租借站規模增加，CPLEX 無法在 5 個小時內求解完畢時，而  $\text{PSO}_I$  及  $\text{PSO}_C$  都順利執行完畢，其結果也顯示  $\text{PSO}_C$  求解結果的品質或時間皆比  $\text{PSO}_I$  好；然而當求解如實際之大規模問題時，反而  $\text{PSO}_I$  求得的解比  $\text{PSO}_C$  來的好，因此或許可加入額外的迭代次數限制來維持  $\text{PSO}_C$  的求解品質。



## 第四章

# 公共自行車租借車輛配置運補問題

本研究在車輛配置運補問題上，與 Chang(2010)一樣，探討各車站內會同時存在租借者的需求以及運補車的搬運等活動之動態車輛運補 (dynamic bike repositioning) 問題。由於 Chang(2010) 之兩階段式運補模式有未考慮周全之處，因此本研究將提出更合理的模式來解決此一問題。

本章先定義公共自行車租借車輛配置運補問題，並提出相關假設與限制，根據問題情境建立數學模式進行求解，假設運補車輛數及服務水準為已知，以提供顧客在租還車以及在系統內獲得的方便性之保證，進而考量營運者花費的運輸成本，發展出最小成本之多元商品模式，以提供營運者在面對運補車量配置決策的參考。

其中，由於租借者提供租借資訊的程度不同，將影響到營運者可採用的歷史資訊進行分析的程度。也就是除了租借者起訖點位置外，若能掌握租還車站點位置，甚至進一步分析各租借站之歷史需求以達到比例配給自行車數，則可提昇服務的公平性，因此本研究在 4.1-4.3 節分別針對一般車輛運補配置問題 (General Bike Reposition Problem, GBRP)、固定租借者行程之車輛運補問題 (Bike Reposition with Fixed Travel Routing, BRFT) 以及具比例分配之車輛運補問題 (Bike Reposition with Proportional Flow, BRPF) 三種情況進行探討，分別提出不同之最小成本多元商品網路流量模式來求解相對應的問題；透過測試可得知，當期數、租借站數及運補車數規模變大時，CPLEX 模式求解花費的時間隨之增加，我們將在 4.4 節發展粒子群演算法 (PSO) 加速求解效率，並說明演算法的流程；最後，在 4.6 節比較混整數規劃模式與粒子群演算法求解效能及效率。

## 4.1 車輛運補配置 (GBRP)

### 4.1.1 問題敘述

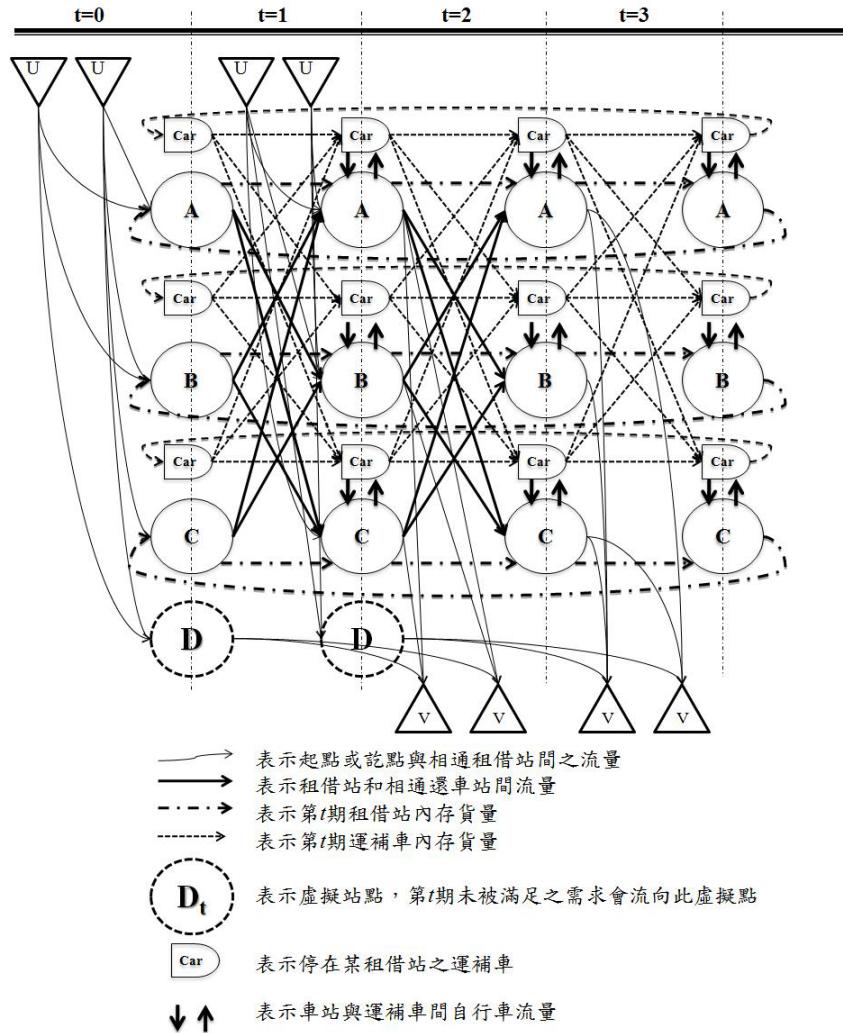


圖 4.1: 兩期租借需求表示圖

本節欲探討租借者僅提供其起訖點位置，並未告知其他諸如其欲租還車之租借站位置及騎乘路線等相關資訊，我們僅能利用不同的起訖點位址歸納出租借者可及之租借站，並發展一整數規劃模式求解各租借站在每期應配置的自行車數及每台運補車輛行走路線。我們假設一天的營業時間內以每半小時考量顧客在起訖點的需求，限制顧客在系統內行走與騎乘的總距離以及發生缺貨的可能性，求解最適宜的運補路徑與在各站點及運補車上應擺放的自行車數，以衡量營運者必

須提供的最少運輸成本。圖 4.1為一組三個租借站、一輛運補車以及兩期分別有兩組起訖點租還需求的例子，其中  $t = 3$  為隔夜運補之期。

由圖 4.1觀察可發現，系統可拆解成三組網路圖，分別為各期租借者需求狀況、運補車的途程規劃以及自行車流動情形。圖 4.2為兩期租借者需求知網路圖，租借系統在各期( $t$ )中包含租借站集合S(例如： $A$ 、 $B$ )以及各起訖點配對(OD pair，以  $P_{u,v}^t$  表示之)上需求發生的流動情形；假設所有在第  $t$  期起訖點配對之組合集結而成集合  $P_t$ 。因此每組起訖點配對  $P_{u,v}^t$  之需求量  $F_{P_{u,v}^t}$  會從起點  $u$  出發，分別會有  $y_{u,i}^{P_{u,v}^t}$  之流量到達可及的租車站  $i$ ，經過一期之後，分別再以  $y_{i,j}^{P_{u,v}^t}$  之流量到達不同的車站  $j$  還車後，最後在各租車站  $j$  匯集  $y_{j,v}^{P_{u,v}^t}$  之流量前往訖點  $v$ 。此外，圖 4.3表示運補車的途程網路圖，運補車依照各期租車站未來發生之需求與目前站內自行及空車位個數，決定前往的租車站並且決定是否調動站點內的自行車數。營運者為了隔天開始營業時，能符合第一期的需求，因此最後一期( $t = 2$ )結束後，又進行一次運補(即  $t = 3$ )。由於上述的租借流動以及運補車的補貨皆會影響各租借站內的自行車數，因此整個系統的自行車流動情形可由圖 4.4表示。

營運者為了提昇租借者的方便性，提出整體最遠行走和騎乘距離之總和，以及租借者發生無車可租借、無位可歸還門檻之保證，藉此希望能夠增加租借者的使用意願。在 4.1.4 節中將會建立數學模式，透過一整數規劃的方法求解出 GBRP 模式最佳的運補路線。

#### 4.1.2 問題假設

針對本問題的情境，我們列出下列假設與限制：

1. 租借者對於起點到候選租借站點的距離和候選租借站點到訖點的距離有充分的資訊。
2. 由於對象為通勤族，因此假設每天的起訖點配對及需求情形一樣且已知，且每半小時起訖點配對的租還車需求量也已知。
3. 所有候選點不會有原地租還的情形發生，租借者必為不同起訖點租還。

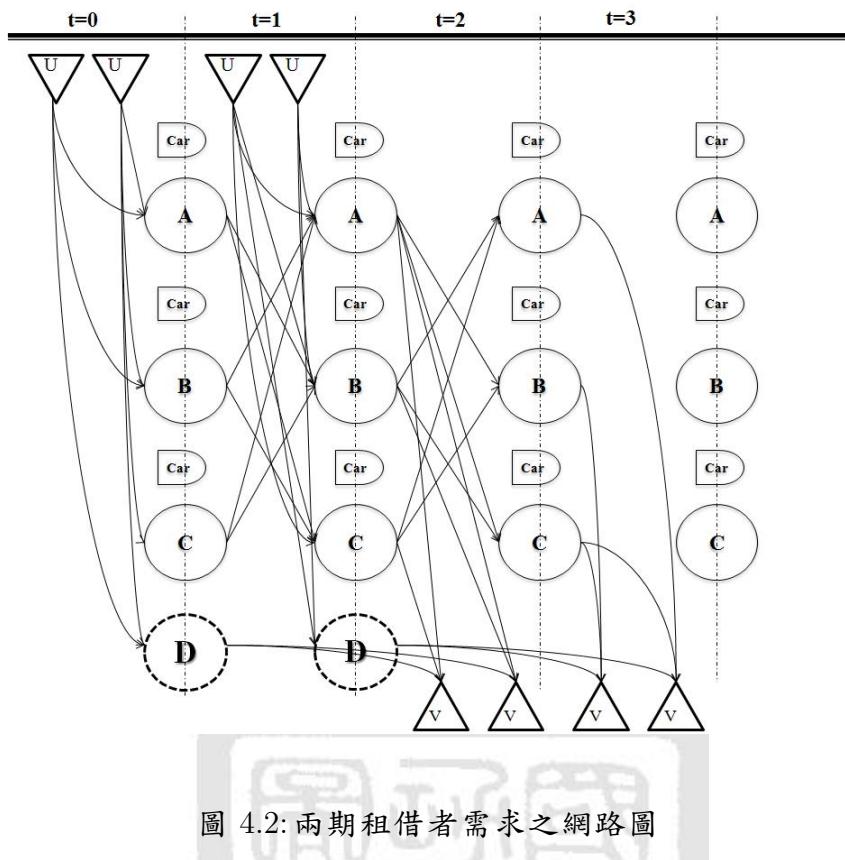


圖 4.2: 兩期租借者需求之網路圖

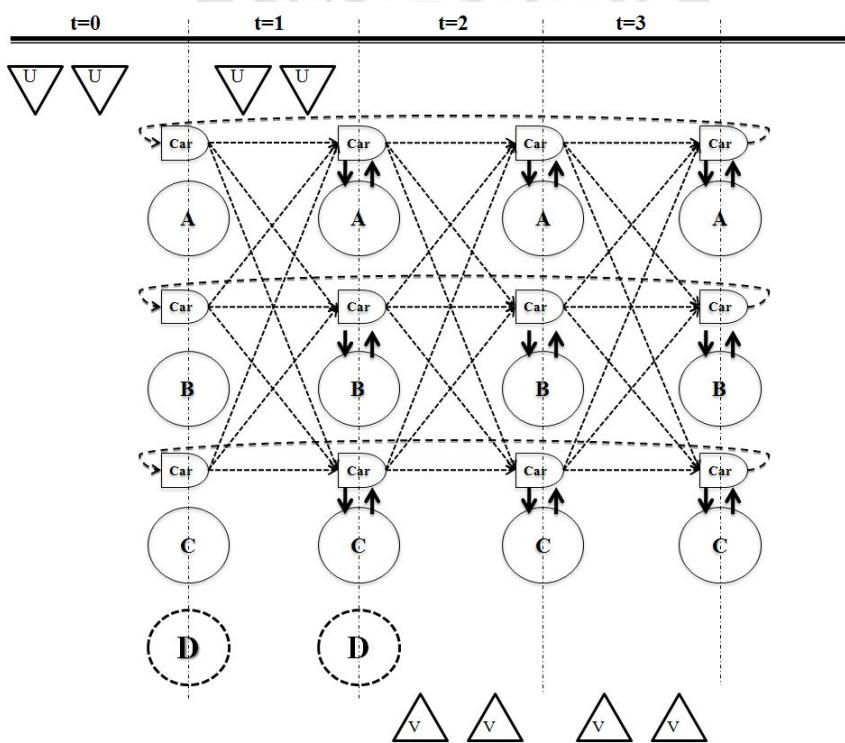


圖 4.3: 運補車的途程網路圖

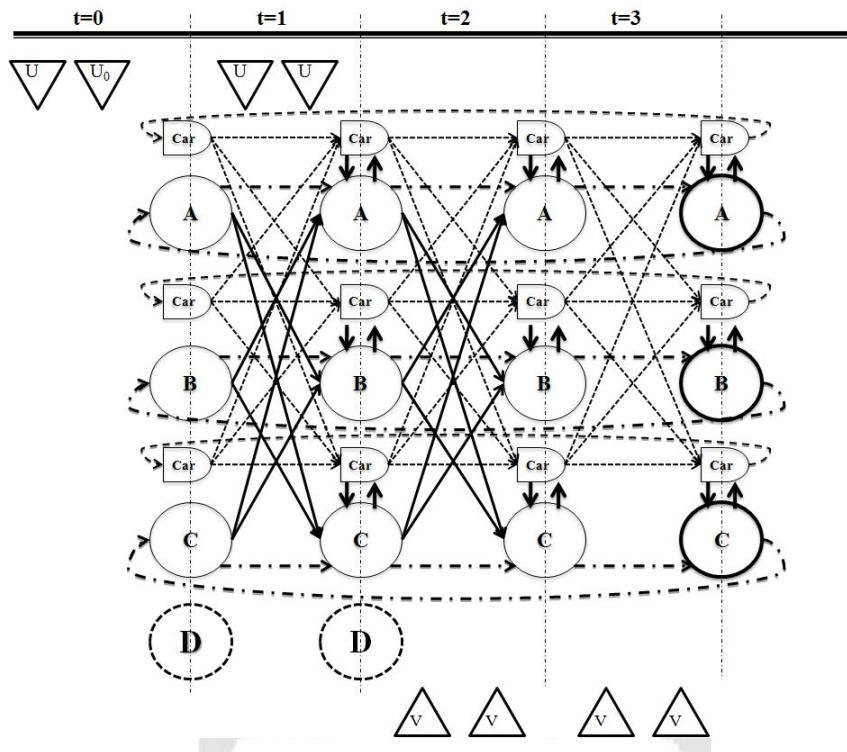


圖 4.4: 各期自行車流動網路圖

4. 已知營運者提供給顧客的服務水準，例如：最遠之總旅行距離以及可容許之缺貨數上限等。
5. 運補車量皆屬同一類型，因此車內的容量亦相同。

#### 4.1.3 參數與變數定義

定義相關參數如下：

$\beta$	營運者提供顧客於系統內行走及騎乘之總距離之門檻比例
$\gamma$	營運者設定的缺貨比例
$C_{i,j}^{c,t}$	運補車 $c$ 於第 $t$ 期運補一單位自行車由站點 $i$ 出發，經過一期之後到達站點 $j$ 所需花費之成本
$C_{u,i}$	由起點 $u$ 到達鄰近可及之租車站 $i$ 所需花費的行走距離
$C_{i,j}$	由租車站 $i$ 出發到達另一個候選車站 $j$ 所需花費的騎乘距離
$C_{j,v}$	由租車站 $j$ 出發到達訖點 $v$ 所需花費的行走距離
$C_{sp}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期所需花費的最短距離
$F_{P_{u,v}^t}$	在第 $t$ 期由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求值
$S$	由所有的候選點所形成之集合
$A$	所有相連的弧線所形成之集合，包含起訖點到各候選點及各候選點間
$P_{u,v}^t$	在第 $t$ 期由起點 $u$ 到訖點 $v$ 之需求配對
$P_t$	在第 $t$ 期起訖點配對集合
$U_j$	租車站 $j$ 停車柱數
$k$	系統內總運補車數量
$C$	運補車集合
	$C = \{c : c = 1, 2, \dots, k\}$
$R$	運補車內最多可裝載的自行車數
$u$	起節點標籤
$v$	訖節點標籤
$t$	期數標籤, $t=0,1,\dots,T-1$

定義相關變數如下：

$y_{u,i}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期期初，由起點 $u$ 到達鄰近可及之候選租車站 $i$ 之流量
$y_{i,j}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期，由租車站 $i$ 出發到達車站 $j$ 還車之流量
$y_{j,v}^{P_{u,v}^t}$	由起點 $u$ 到訖點 $v$ 發生之需求在第 $t$ 期，經車站 $j$ 還車後到達訖點 $v$ 之流量
$I_j^t$	租車站 $j$ 在第 $t$ 期時間點自行車的瞬間存貨
$y_{jj}^t$	租車站 $j$ 在第 $t$ 期流向下一期自行車存貨
$VI_{i,j}^{c,t}$	運補車於第 $t$ 期間內的存貨情形
$\hat{X}_j^{c,t}$	第 $t$ 期由運補車 $c$ 卸下自行車至租借站 $j$ 之個數
$\check{X}_j^{c,t}$	第 $t$ 期由租借站 $j$ 上載自行車至運補車 $c$ 之個數
$V_{i,j}^{c,t}$	$\begin{cases} 1, & \text{運補車於第 } t \text{ 期經由租車站 } i \text{ 到達租車站 } j \\ 0, & \text{運補車於第 } t \text{ 期未從租車站 } i \text{ 到達租車站 } j \end{cases}$

#### 4.1.4 數學模式

各租借站間的距離  $C_{i,j}^{c,t}$  可設為單位自行車之運輸成本，則 GBRP 模式之目標式 4.1 為最小化一天內運補車的總運輸成本。

$$\min \sum_{t=0}^T \sum_{c \in C} \sum_{(i,j) \in A} (C_{i,j}^{c,t} V I_{i,j}^{c,t} + C_{i,j}^{c,t} V_{i,j}^{c,t}) \quad (4.1)$$

式子 4.2 和 4.3 是營運者提供服務品質的保證。其中， $\beta$  和  $\gamma$  分別是營運者設定最遠距離的參數以及缺貨機率。式子 4.2 代表所有騎乘者之總旅行距離不應超過其個別最短旅行距離加總  $1 + \beta$  倍；而式子 4.3 限制總缺車數不應超過原騎乘總需求之  $\gamma$  倍。

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \left\{ \sum_{(u,i) \in A} (C_{u,i} y_{u,i}^{P_{u,v}^t}) + \sum_{(i,j) \in A} (C_{i,j} y_{i,j}^{P_{u,v}^t}) + \sum_{(j,v) \in A} (C_{j,v} y_{j,v}^{P_{u,v}^t}) \right\} \leq (1 + \beta) \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{(u,i) \in A} C_{sp}^{P_{u,v}^t} y_{u,i}^{P_{u,v}^t} \quad (4.2)$$

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \bar{y}^{P_{u,v}^t} \leq \gamma \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} F_{P_{u,v}^t} \quad (4.3)$$

式子 4.4-4.7 代表在每期起訖點經過各節點間人數的流量守恆。

$$F_{P_{u,v}^t} = \sum_{(u,i) \in A} y_{u,i}^{P_{u,v}^t} + \bar{y}^{P_{u,v}^t} \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.4)$$

$$y_{u,i}^{P_{u,v}^t} = \sum_{(i,j) \in A} y_{i,j}^{P_{u,v}^t} \quad \forall i \in S, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.5)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} y_{i,j}^{P_{u,v}^t} = y_{j,v}^{P_{u,v}^t} \quad \forall j_{t+1} \in S, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.6)$$

$$\sum_{(j,v) \in A} y_{j,v}^{P_{u,v}^t} + \bar{y}^{P_{u,v}^t} = F_{P_{u,v}^t} \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.7)$$

式子 4.8-4.10 代表在每期運補車經過各節點間車輛的流量守恆。

$$\sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,T} = 1 \quad \forall c \in C \quad (4.8)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,T} = \sum_{(j,j') \in A} V_{j,j'}^{c,0} \quad \forall j \in S, \forall c \in C \quad (4.9)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,t-1} = \sum_{(j,j') \in A} V_{j,j'}^{c,t} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.10)$$

式子 4.11-4.12 代表在每期運補車經過各節點間車內自行車之流量守恆。

$$\sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,T} + \sum_{j \in S} \check{X}_j^{c,0} = \sum_{(j,j') \in A} VI_{j,j'}^{c,0} + \sum_{j \in S} \hat{X}_j^{c,0} \quad \forall c \in C \quad (4.11)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,t-1} + \sum_{j \in S} \check{X}_j^{c,t} = \sum_{(j,j') \in A} VI_{j,j'}^{c,t} + \sum_{j \in S} \hat{X}_j^{c,t} \quad \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.12)$$

式子 4.13-4.16 代表在每期各節點間站內自行車之流量守恆。

$$I_j^0 = I_j^{T+1} \quad \forall j \in S \quad (4.13)$$

$$I_j^{t+1} = I_j^t - \sum_{P_{u,v}^t \in P_t(u,j) \in A} y_{u,j}^{P_{u,v}^t} + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t(j,v) \in A} y_{j,v}^{P_{u,v}^t} - \sum_{c \in C} \check{X}_j^{c,t} + \sum_{c \in C} \hat{X}_j^{c,t} \\ \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.14)$$

$$I_j^t = y_{jj}^t + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t(u,j) \in A} y_{u,j}^{P_{u,v}^t} + \sum_{c \in C} \check{X}_j^{c,t} - \sum_{c \in C} \hat{X}_j^{c,t} \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.15)$$

$$y_{u,j}^{P_{u,v}^t} = 0 \quad \forall j \in S, \forall P_{u,v}^t \in P_T \quad (4.16)$$

式子 4.17 代表在每期在各站內自行車流出量之上限。

$$y_{jj}^t + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t(u,j) \in A} y_{u,j}^{P_{u,v}^t} + \sum_{c \in C} \check{X}_j^{c,t} \leq U_j \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.17)$$

式子 4.18 代表運補車由站點  $i$  出發到站點  $j$  之路線必須成立，則節線  $(i, j)$  才會存在。其中， $R$  為運補車之容量。

$$VI_{i,j}^{c,t} \leq RV_{i,j}^{c,t} \quad \forall (i, j) \in A, \forall c \in C, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.18)$$

式子 4.19-4.22 代表運補車裝卸自行車數量受到車內存貨限制。

$$\hat{X}_j^{c,0} \leq \sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,T} \quad \forall j \in S, \forall c \in C \quad (4.19)$$

$$\hat{X}_j^{c,t} \leq \sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,t-1} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.20)$$

$$\check{X}_j^{c,0} \leq R \sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,T} - \sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,T} \quad \forall j \in S, \forall c \in C \quad (4.21)$$

$$\check{X}_j^{c,t} \leq R \sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,t-1} - \sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,t-1} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.22)$$

式子 4.23-4.29 代表各變數型態。

$$y_{u,i}^{P_{u,v}^t} \in \text{integer} \quad \forall (u, i) \in A, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.23)$$

$$y_{i,j}^{P_{u,v}^t} \in \text{integer} \quad \forall (i, j) \in A, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.24)$$

$$y_{j,v}^{P_{u,v}^t} \in \text{integer} \quad \forall (j, v) \in A, \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.25)$$

$$VI_{i,j}^{c,t} \in \text{integer} \quad \forall (i, j) \in A, \forall c \in C, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.26)$$

$$\hat{X}_j^{c,t} \in \text{integer} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.27)$$

$$\check{X}_j^{c,t} \in \text{integer} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.28)$$

$$V_{i_t, j_{t+1}}^c \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, \forall (i_t, j_{t+1}) \in A, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.29)$$

在GBRP模式中，租借者到不同站點租、還車的流量會因為營運者對於系統的期望而受到不合理的分配。舉例來說，在特定的服務品質下，營運者可能會期望越少運補越好，而可能導致犧牲部分租借者，導致其無法選擇最佳的路徑。然而在現實生活中，租借系統理應無法選擇哪些租借者被犧牲。針對這項模式缺失，如果租借者能夠直接告知其預計的租還車站，則系統即可安排該租借者至其理想的車站內租、還車，而這樣的改善方式，會在下一節發展第二個模式求解與說明。

## 4.2 固定租借站點之車輛運補問題(BRFT)

GBRP模式僅知道租借者之起訖點位置，並未規範其騎乘路線。我們可發現隨著租車站的密集度增加，租借者從起訖點可及的租車站數也增加而產生更多不同的路徑的情況下，GBRP模式將變得複雜以致求解的時間隨之增加。因此若租借者進一步提供其理想的騎乘路線，也就是固定了租借者在系統中行走的路徑，則可以改善4.1.4節中提及的缺失。而在真實的情況中，顧客通常會有固定的行走路線，如圖4.5所示。根據上述在已知租借者理想的行走路徑及租還車站的假設下，我們將進一步提出BRFT模式以求解車輛配置運補問題。

在圖 4.5 中，實線代表著任一組起訖點配對  $(P_{u,v}^t)$  會由起點  $u$  到既定的車站內租還車後，接著再前往目的地  $v$  的流量  $(y_{u,v}^{P_{u,v}^t})$ 。當發生無自行車可以租、無停車柱可以還車時，則以虛線表示缺貨的流量  $(\bar{y}_{u,v}^{P_{u,v}^t})$ 。由於參數與原模式相同，以下我們僅介紹模式中相關變數。

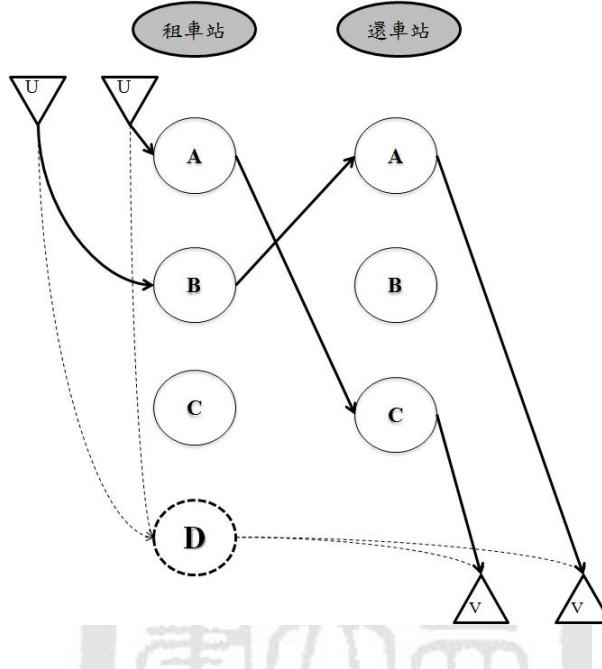


圖 4.5: 固定租借者行走路徑之兩期需求網路圖

決策變數：

$y_{u,v}^{P_{u,v}^t}$	在第 $t$ 期租借者由起點 $u$ 到訖點 $v$ 需求流量
$\bar{y}_{u,v}^{P_{u,v}^t}$	在第 $t$ 期租借者由起點 $u$ 到訖點 $v$ 未被滿足的流量
$I_j^t$	租車站 $j$ 在第 $t$ 期時間點自行車的瞬間存貨
$y_{jj}^t$	租車站 $j$ 在第 $t$ 期流向下一期自行車存貨
$VI_{i,j}^{c,t}$	運補車於第 $t$ 期間內的存貨情形
$\hat{X}_j^{c,t}$	第 $t$ 期由運補車 $c$ 卸下自行車至租借站 $j$ 之個數
$\check{X}_j^{c,t}$	第 $t$ 期由租借站 $j$ 上載自行車至運補車 $c$ 之個數
$V_{i,j}^{c,t}$	$\begin{cases} 1, & \text{運補車於第 } t \text{ 期經由租車站 } i \text{ 到達租車站 } j \\ 0, & \text{運補車於第 } t \text{ 期未從租車站 } i \text{ 到達租車站 } j \end{cases}$

根據以上假設與變數定義，我們將模式重新以數學式子表示如下：

目標式 4.30 與 GBRP 模式同樣是最小化運補車行走距離。

$$\min \sum_{t=0}^T \sum_{c \in C} \sum_{(i,j) \in A} (C_{i,j}^{c,t} V I_{i,j}^{c,t} + C_{i,j}^{c,t} V_{i,j}^{c,t}) \quad (4.30)$$

而就限制式方面，在服務品質的限制式中，由於租借者的行走路徑固定且已知，因此GBRP模式探討租借者行走最短路徑的限制式將不存在，僅留下缺貨品質的限制式，即式子4.31。此外，需求流量守恆也簡化成起訖點配對滿足量( $y^{P_{u,v}^t}$ )及不滿足量( $\bar{y}^{P_{u,v}^t}$ )之加總為總需求值( $F_{P_{u,v}^t}$ )，即式子4.32。其餘部分則和GBRP模式皆相同，而完整的模式呈現如下：

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \bar{y}^{P_{u,v}^t} \leq \gamma \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} F_{P_{u,v}^t} \quad (4.31)$$

$$y^{P_{u,v}^t} + \bar{y}^{P_{u,v}^t} = F_{P_{u,v}^t} \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.32)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,T} = 1 \quad \forall c \in C \quad (4.33)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,T} = \sum_{(j,j') \in A} V_{j,j'}^{c,0} \quad \forall j \in S, \forall c \in C \quad (4.34)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,t-1} = \sum_{(j,j') \in A} V_{j,j'}^{c,t} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.35)$$

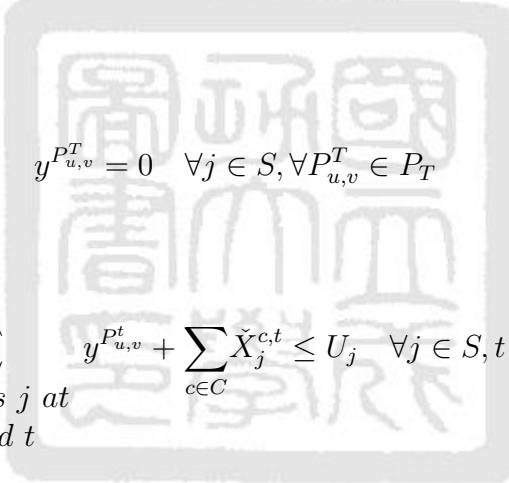
$$\sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,T} + \sum_{j \in S} \check{X}_j^{c,0} = \sum_{(j,j') \in A} VI_{j,j'}^{c,0} + \sum_{j \in S} \hat{X}_{j_t}^{c,t} \quad \forall c \in C \quad (4.36)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,t-1} + \sum_{j \in S} \check{X}_j^{c,t} = \sum_{(j,j') \in A} VI_{j,j'}^{c,t} + \sum_{j \in S} \hat{X}_j^{c,t} \quad \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.37)$$

$$I_j^0 = I_j^{T+1} \quad \forall j \in S \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} I_j^{t+1} &= I_j^t - \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} y^{P_{u,v}^t} + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} y^{P_{u,v}^t} \\ &\quad - \sum_{c \in C} \check{X}_j^{c,t} + \sum_{c \in C} \hat{X}_j^{c,t} \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} I_j^t &= y_{jj}^t + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} y^{P_{u,v}^t} + \sum_{c \in C} \check{X}_j^{c,t} - \sum_{c \in C} \hat{X}_j^{c,t} \\ &\quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \end{aligned} \quad (4.40)$$



$$y^{P_{u,v}^T} = 0 \quad \forall j \in S, \forall P_{u,v}^T \in P_T \quad (4.41)$$

$$y_{jj}^t + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} y^{P_{u,v}^t} + \sum_{c \in C} \check{X}_j^{c,t} \leq U_j \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.42)$$

$$VI_{i,j}^{c,t} \leq RV_{i,j}^{c,t} \quad \forall (i,j) \in A, \forall c \in C, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.43)$$

$$\hat{X}_j^{c,0} \leq \sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,T} \quad \forall j \in S, \forall c \in C \quad (4.44)$$

$$\hat{X}_j^{c,t} \leq \sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,t-1} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.45)$$

$$\check{X}_j^{c,0} \leq R \sum_{(i,j) \in A} V_{i,j}^{c,T} - \sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,T} \quad \forall j \in S, \forall c \in C \quad (4.46)$$

$$\check{X}_j^{c,t} \leq R \sum_{(i,j) \in A} V_i^{c,t-1} - \sum_{(i,j) \in A} VI_{i,j}^{c,t-1} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.47)$$

$$y^{P_{u,v}^t} \in \text{integer} \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.48)$$

$$VI_{i,j}^{c,t} \in \text{integer} \quad \forall (i,j) \in A, \forall c \in C, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.49)$$

$$\hat{X}_j^{c,t} \in \text{integer} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.50)$$

$$\check{X}_j^{c,t} \in \text{integer} \quad \forall j \in S, \forall c \in C, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.51)$$

$$V_{i_t, j_{t+1}}^c \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, \forall (i_t, j_{t+1}) \in A, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.52)$$

在建置完數學模式後，我們可發現，當租借站發生缺貨時，依據租借者對於目標式造成的影响，BRFT模式會自行挑選較適合缺貨的起訖點配對，而不是把缺貨「一視同仁」地分配給所有的起訖點配對，不甚公平。因此在4.3節中，我們將提出具比例分配之車輛運補問題(BRPF)來改善上述的缺失。

### 4.3 具比例分配之車輛運補問題(BRPF)

當租借者提供的資訊越多，營運者應該提供更合理的租借系統。然而，在BRFT模式中，當車站內自行車供不應求時，系統可能會將自行車分配給不需再運補作業的需求，犧牲了部分起訖點配對的租借者，不甚公平。對此本節將進一步假設各起訖點需求到達特定站點時，應依照不同的需求比例配給自行車個數。我們利用圖4.6的兩種不同情況下舉例說明：當時間點 $t$ 發生的所有起訖點需求到達租車站 $A$ 時，如果站內的自行車存貨( $I_A^t$ )高於總需求值，則全部需求將皆被滿足，也就是圖4.6(a)所示；反觀，當站內的自行車存貨( $I_A^t$ )僅有12台自行車，則系統必須依照8:6:10的需求比例分配至相對應的起訖點配對，如此即不會有分配

失衡的情形。因此根據上述的假設與情境，我們引用 Shu et al.(2010) 中建立的模式，將 BRFT 模式中未列出與成正比相關的變數與限制式列於下面，並加以說明，發展具比例分配之車輛運補問題(BRPF)進行求解。

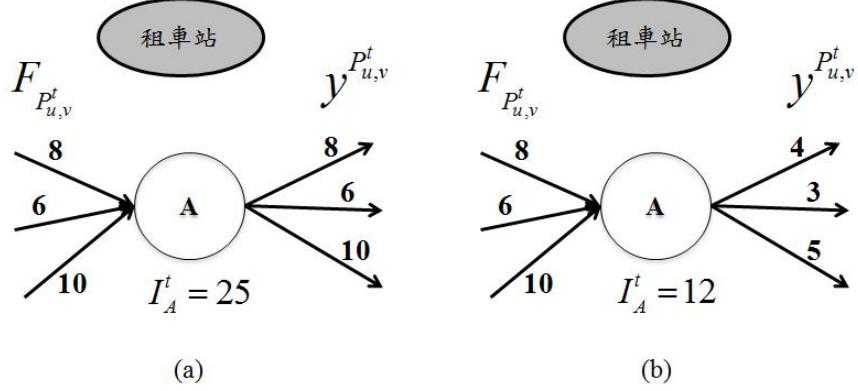


圖 4.6: 站內自行車成正比出租之概念圖

除了 BRFT 模式中提及的變數外，本模式還增加一些變數，因此以下針對額外變數做定義。

成正比中額外的變數：

$\bar{I}_j^t$  表示第  $t$  期到達車站  $j$  租車的總需求值與車站  $j$  自行車存貨間之差距，其值為正，表示有剩餘的自行車；反之，表示有未滿足之需求。

$v_j^t$   $\begin{cases} 1, & \text{在第 } t \text{ 期租車站 } j \text{ 滿足所有經過其車站之需求。} \\ 0, & \text{在第 } t \text{ 期租車站 } j \text{ 未滿足所有經過其車站之需求。} \end{cases}$

由於本研究是以 BRFT 模式為基礎，增加流量成正比之相關限制式，因此以下我們僅列出額外的限制式。式子 4.53 計算各時期各租車站提供需求後站內存貨之情況，若  $\bar{I}_j^t$  為正值，表示站內剩餘的自行車數；反之，則為未滿足的需求量。

$$\bar{I}_j^t = I_j^t - \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} F^{P_{u,v}^t} \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.53)$$

由於 Shu et al.(2010) 目標式為最大化租借者成功租車的數量，因此可避免發生有缺貨與存貨同時出現，也就是存在  $\bar{y}^{P_{u,v}^t} \leq 0$  而  $y_{jj}^t \geq 0$ ，然而本模式中的目標式為最小化運補車行走距離，在求解的過程中反而會避免運補車運補，使得犧牲

部份需求不被滿足而將自行車留在原車站。為了改善上述的不合乎常理的情況，我們利用式子 4.54-4.61 避免之，並且同時達到成正比關係。

$$y_{jj}^t \leq M v_j^t \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.54)$$

$$y_{jj}^t \leq \bar{I}_j^t + M (1 - v_j^t) \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.55)$$

$$y_{jj}^t \geq \bar{I}_j^t - M (1 - v_j^t) \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.56)$$

$$\bar{I}_j^t \leq M v_j^t \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.57)$$

$$\bar{I}_j^t \geq M (v_j^t - 1) + \varepsilon \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.58)$$

$$\bar{y}^{P_{u,v}^t} \leq M \left( 1 - \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} v_j^t \right) \quad P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}^{P_{u,v}^t} &\leq \left[ \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} \left( -\bar{I}_j^t \right) * \frac{\sum_{\substack{P_{u,v}^t \in P_t \\ P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at}}} F^{P_{u,v}^t}}{\sum_{\substack{P_{u,v}^t \in P_t \\ P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at}}} F^{P_{u,v}^t}} \right] \\ &+ M \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} v_j^t \end{aligned} \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.60)$$

$$\bar{y}^{P_{u,v}^t} \geq \left[ \begin{array}{c} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} F^{P_{u,v}^t} \\ P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t \\ \hline -M \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} v_j^t \end{array} \right] \quad (4.61)$$

$\forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T$

本模式雖然可以避免犧牲部分租借者最佳路徑，但目前我們僅考慮租借者從租車站租車成比例關係，尚未考量還車時可能會無位可還因而可能犧牲部份的起訖點路徑，對此在本模式中我們假設車站沒有容量限制做調整。

## 4.4 PSO 演算法

在 4.3 節中提出 BRPF 混整數規劃模式中，雖然提供一定的服務水準以及較公平性的機制，然而在模式中仍有許多變數未能掌握，其中包含：各租借站期初自行車數、運補車各期停放租借站以及各運補車期初存貨狀況等，導致模式隨著營運時間( $t$ )、租借車站個數( $S$ )、起訖點配對個數( $P_{u,v}^t$ )以及運補車數增加，求解花費的時間也隨之增加，特別是當運補車輛增加時，時間更是明顯的驟增，因此，本節會鎖定運補車路線，提出一粒子群演算法(PSO)求解具比例分配之車輛運補問題。

### 4.4.1 粒子編碼及解碼方式

在粒子群演算法(PSO)中，我們參考 Mohemmed et al.(2008)使用之以權重為基礎的編碼方式，隨機指派權重(node priority)給每一個節點(如圖 4.7)，由於本問題中的同一租借站受到時間以及運補車的影響，會切割成不同的節點，因此相同租借站在不同時間及不同運補車情況下，權重值不一定會相同。而以權重為基礎的編碼為一個間接的編碼方式，無法直接從粒子取得一個解，因此還需要搭配另外的解碼方法藉以將粒子轉換為一解。

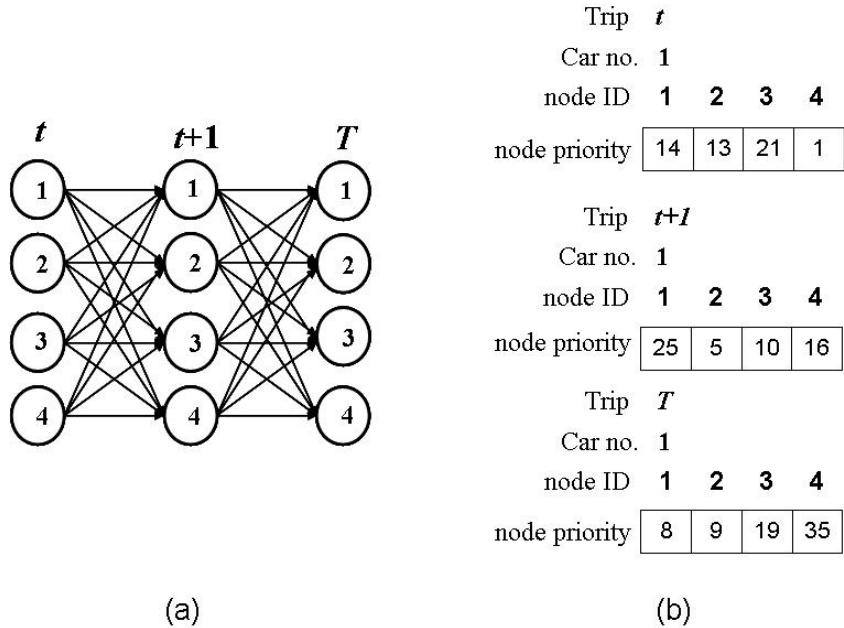


圖 4.7: 以權重為基礎的粒子編碼方式

以權重為基礎的粒子之解碼概念如下：依照不同運補車分別挑選期初 ( $t=0$ ) 權重最大的租借站  $s_0^c$ ，接著再以  $s_0^c$  為基點移動到下一期 ( $t=1$ ) 與  $s_0^c$  相連且權重最大的節點  $s_1^c$  租借站，如此一步步地探索直至移動到第  $T$  期運補車到達的租借站位置 ( $s_T^c$ ) 為止，即可得到一簡單路線。我們所使用之解碼演算法步驟如下所示：

### Find-path algorithm

*For each transit vehicle*

**Step 1:** (Initialization) 挑選期初 ( $t=0$ ) 權重最大的租借站  $s$ ，並設  $V^c=s$ ，  
 $p=s$ ，且  $t=0$ 。

**Step 2:** (Termination test) 若是挑選到第  $T$  期運補車停靠的租借站，即  $t=T$ ，  
 則到 Step 4；否則到 Step 3。

**Step 3:** (Path extension) 從網路圖中找到一個與  $p$  相鄰且第  $t+1$  期權重最大的租借站  $s$ ，然後將其加入  $V^c$  中，且設置  $p=s$ 、 $t=t+1$ ，並移動到 Step 2。

**Step 4:** (Complete path) 回傳運補車 $c$ 經過的節點集合 $V^c$ 。

End Algorithm

其中 $V^c$ 為運補車 $c$ 經過的節點集合， $p$ 表是為每一次迭代的暫時基點，主要用於尋找 $s$ 租借站。以圖4.7為例，透過此Find-path演算法可以得到3-1-4運補車的路徑，如圖4.8所示。

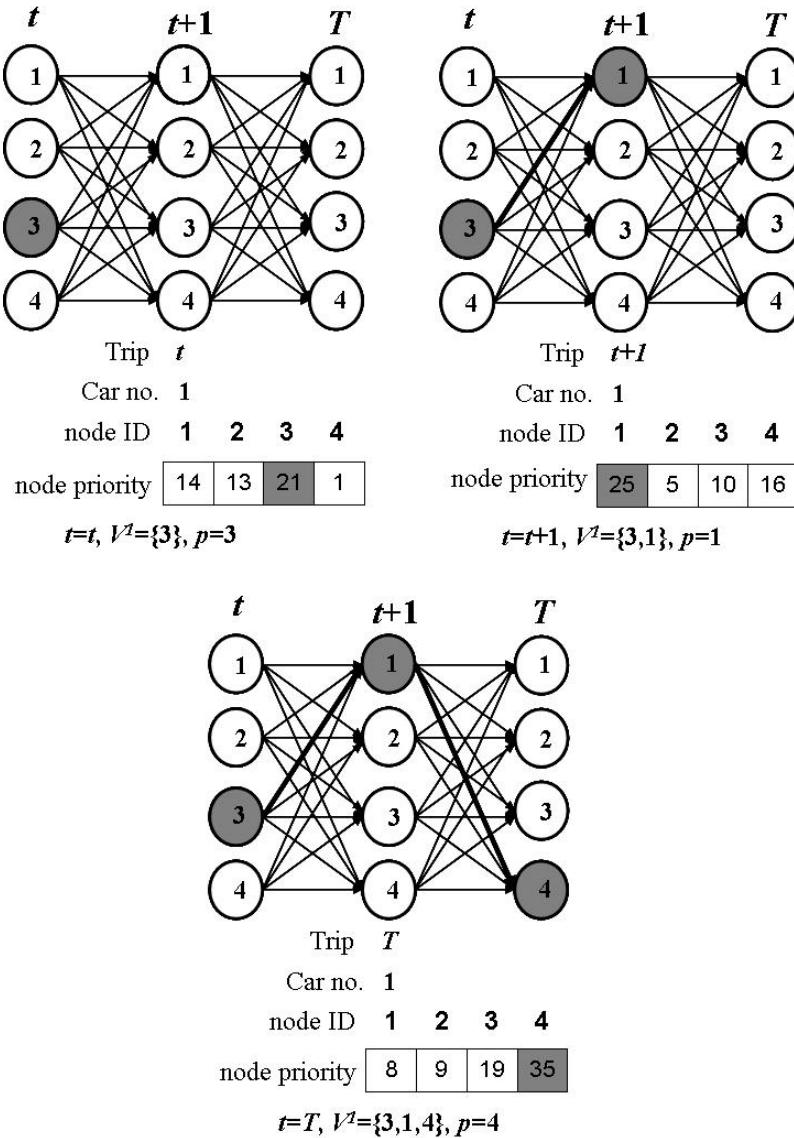


圖 4.8: 以 Find-path 演算法轉換粒子圖例

#### 4.4.2 粒子適應函式

當各粒子的車輛路線確立後，我們便可藉由各粒子中確定的運補車路線計算各粒子的運補成本以及服務水準未滿足的懲罰成本，與各運補車各期裝卸的自行車數。亦即將各粒子的  $V^c$  集合視為各運補車的路線組合，代入目標式 4.62 中，在給定各運補路線的情況下計算適應值，此處搭配 CPLEX 求解，以目標成本值為適應值，成本越小即代表此粒子的表現越好，亦即此路線組合越有可能為最後設置的路線。式子 4.63-4.69 分別為需求、運補車存貨以及租借站內流量守恆，式子 4.70 為租借站內存貨滿足需求情形，式子 4.71-4.75 為容量限制式，式子 4.76-4.83 則是租借站依需求流量比例分配自行車之限制式。

$$\min \sum_{t=0}^T \sum_{c \in C} (C_t^c V I_t^c + C_t^c) + \lambda \max \left\{ 0, \left( \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \bar{y}^{P_{u,v}^t} - \gamma \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} F_{P_{u,v}^t} \right) \right\} \quad (4.62)$$

$$y^{P_{u,v}^t} + \bar{y}^{P_{u,v}^t} = F_{P_{u,v}^t} \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (4.63)$$

$$VI_T^c + \check{X}_0^c = VI_0^c + \hat{X}_0^c \quad \forall c \in C \quad (4.64)$$

$$VI_{t-1}^c + \check{X}_t^c = VI_t^c + \hat{X}_t^c \quad \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.65)$$

$$I_j^0 = I_j^{T+1} \quad \forall j \in S \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned} I_j^{t+1} &= I_j^t - \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} y^{P_{u,v}^t} + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} y^{P_{u,v}^t} \\ &- \sum_{\substack{c \in C \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} \check{X}_t^c + \sum_{\substack{c \in C \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} \hat{X}_t^c \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \end{aligned} \quad (4.67)$$

$$I_j^t = y_{jj}^t + \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} y^{P_{u,v}^t} + \sum_{c \in C} \sum_{\substack{c \in C \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} \check{X}_t^c - \sum_{c \in C} \sum_{\substack{c \in C \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} \hat{X}_t^c$$

$$\forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.68)$$

$$y^{P_{u,v}^T} = 0 \quad \forall j \in S, \forall P_{u,v}^T \in P_T \quad (4.69)$$

$$\bar{I}_j^t = I_j^t - \sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} F^{P_{u,v}^t} \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.70)$$

$$\sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} y^{P_{u,v}^t} + \sum_{c \in C} \sum_{\substack{c \in C \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} \check{X}_t^c \leq I_j^t \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.71)$$

$$\hat{X}_0^c \leq VI_T^c \quad \forall c \in C \quad (4.72)$$

$$\hat{X}_t^c \leq VI_{t-1}^c \quad \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.73)$$

$$\check{X}_0^c \leq R - VI_T^c \quad \forall c \in C \quad (4.74)$$

$$\check{X}_t^c \leq R - VI_{t-1}^c \quad \forall c \in C, t = 1, 2, \dots, T \quad (4.75)$$

$$y_{jj}^t \leq Mv_j^t \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.76)$$

$$y_{jj}^t \leq \bar{I}_j^t + M(1 - v_j^t) \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.77)$$

$$y_{jj}^t \geq \bar{I}_j^t - M(1 - v_j^t) \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.78)$$

$$\bar{I}_j^t \leq Mv_j^t \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.79)$$

$$\bar{I}_j^t \geq M(v_j^t - 1) + \varepsilon \quad \forall j \in S, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.80)$$

$$\bar{y}^{P_{u,v}^t} \leq M \left( 1 - \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} v_j^t \right) \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}^{P_{u,v}^t} &\leq \left[ \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} \left( -\bar{I}_j^t \right) * \frac{\sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} F^{P_{u,v}^t}}{\sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} F^{P_{u,v}^t}} \right] \\ &+ M \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} v_j^t \end{aligned} \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.82)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}^{P_{u,v}^t} &\geq \left[ \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} \left( -\bar{I}_j^t \right) * \frac{\sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} F^{P_{u,v}^t}}{\sum_{P_{u,v}^t \in P_t} \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} F^{P_{u,v}^t}} \right] \\ &- M \sum_{\substack{P_{u,v}^t \text{ pass } j \text{ at} \\ \text{period } t}} v_j^t \end{aligned} \quad \forall P_{u,v}^t \in P_t, t = 0, 1, \dots, T \quad (4.83)$$

#### 4.4.3 粒子更新

PSO 演算法在更新粒子速度時，會考慮每個粒子過去最好的位置 ( $P_{best}$ ) 及全部粒子於過去中表現最好的位置 ( $G_{best}$ )。舉例來說，在 PSO 的每一次迭代中皆會有一  $P_{best}$  及  $G_{best}$ ，接著使用亂數產生器產生介於  $[0, 1]$  之間的亂數作為  $P_{best}$  及  $G_{best}$  的影響比例，藉以探索更多解空間。接著利用 3.3 節中提及的速度更新公式來更新即可得到一新的速度向量。而更新位置的部分，則是透過更新後的速度加上原本位置來產生粒子移動後的新位置。

### 4.5 BRPF 模式範例

在上述提出的三個模式中，BRPF 模式的求解結果較能降低租借者的不公平性，據此本節將假設租借者提供起訖點及租還車位置，並且加入流量成正比機制示範運補問題。因此本節將以 5 期 8 個租借站之範例情境皆參照操作流程與運用，且更進一步比較運補車的多寡對於總自行車數與運補距離間的影響。

在給定各租借站間距離資訊及停車柱個數，如表 4.1-4.2，分別在系統內擺放 0,1 及 2 輛運補車後，代入 BRPF 模式中可求得不同服務水準下運補距離成本以及站內存貨成本比較結果，如表 4.3-4.4。

表 4.1: 8 個租借站間距離表

租借站	租借站							
	A	B	C	D	E	F	G	H
A	—	453	111	157	358	442	173	412
B	453	—	684	140	133	244	534	263
C	111	684	—	332	379	511	230	196
D	157	140	332	—	210	234	693	231
E	358	133	379	210	—	785	153	333
F	442	244	511	234	785	—	549	540
G	173	534	230	693	153	549	—	769
H	412	263	196	231	333	540	769	—

單位: 公尺

表 4.1-4.2 顯示服務水準下限與系統內總自行車數為一體之兩面，當給定總自行車數時，執行運補策略可提昇系統內的服務品質；反之，給定服務水準下限

表 4.2: 各租借站停車柱個數表

租借站	A	B	C	D	E	F	G	H
停車柱個數(個)	180	50	40	60	60	90	120	120

表 4.3: 運補成本與服務品質間之比較表

總自行車數 (個)	運補車數 (輛)	服務品質 (%)	運補成本 (公尺)	求解時間 (秒)
334.75	0	80.0	0	69.34
	1	84.0	3121.24	393.57
	2	85.5	4124.09	1575.34
273.76	0	70.0	0	44.56
	1	78.0	4596.13	196.62
	2	79.5	4882.63	1083.65
220.21	0	60.0	0	28.56
	1	68.0	4596.13	106.39
	2	71.5	4782.63	743.34
172.61	0	50.0	0	20.16
	1	61.0	4121.24	50.74
	2	65.0	4582.73	557.5
131.67	0	40.0	0	19.85
	1	53.0	3882.63	56.22
	2	60.0	4082.63	424.56

表 4.4: 運補成本與總自行車數間之比較表

服務品質 (%)	運補車數 (輛)	總自行車數 (台)	運補成本 (公尺)	求解時間 (秒)
80.0	0	334.75	0	69.34
	1	335.00	0	393.57
	2	335.00	0	575.34
70.0	0	273.76	0	44.56
	1	268.00	1049.56	216.62
	2	268.00	1049.56	453.65
60.0	0	220.21	0	28.56
	1	211.00	973.43	136.39
	2	208.00	1003.06	473.34
50.0	0	172.61	0	20.16
	1	165.00	864.23	60.74
	2	162.00	879.34	557.5
40.0	0	131.67	0	19.85
	1	119.00	794.68	76.22
	2	112.00	802.73	524.56

時，將使系統內需要的較少之自行車數，這說明了運補策略對於系統在服務品質或存貨成本皆有影響。由於此範例未考量運補車成本，亦即假設這些運補車已存在於系統內，因此2台運補車較1台運補車對系統有更佳的影響。然而，若將運補車成本列入考慮，則結果可能會有不同。此外，求解過程亦顯示，隨著運補車數的增加，計算需要耗費的時間也將急遽增加，因此如何改善求解效率將會是極具挑戰之研究議題。

## 4.6 數值分析

具流量比例分配之車輛運補問題隨著運補車輛、租借站數目以及期數的增加，其求解難度也隨之增加，CPLEX 亦將花費較多的求解時間。本節將說明 PSO 演算法運作情形，並與 CPLEX 相比較其求解品質與效率。

### 4.6.1 網路圖之建立

數值測試的網路圖與 3.5.1 小節產生的方式相似，其步驟如下：

步驟 1：同樣依照目前法國巴黎 Velib 租借系統規模，設定欲放置的租借站個數 ( $N$ )，可產生出相對應的租借系統的範圍。

步驟 2：從租借系統的範圍中，隨機產生  $N$  個候選租借站位置及最大容量限制與固定成本，並且計算各租借站之間的距離。

步驟 3：決定一期內發生的起訖點配對數及位置，並且計算各起訖點到達各租借站的距離，當起訖點配對到達各站的距離皆超過 500 公尺，或是租借者皆無法在一期內 (30 分鐘) 內從租車站到達還車站，則必須重新產生新的起訖點配對位置。然而在模式中租借者行走路線固定，因此在各起訖點配對可行走的各個路線中，我們將隨機挑選一條做為需求路線。

步驟 4：當產生完各期的起訖點配對及位置後，以隨機的方式決定各時期內每組起訖點配對之人數。

#### 4.6.2 數值分析

首先我們以網路產生器產生期數為5、8及13，租車站數為8、11及20不同組合的網路圖，將分別利用 CPLEX 以及 PSO 演算法進行求解。經過測試後，PSO 演算法中粒子數設定200個，在不同迭代次數(iteration；Iter.)求得之解與最佳目標函數值之間的差距(Optimality gap；Opt. gap)來比較演算法的求解品質，而 Opt. gap 的計算方式如式子 4.84。

$$Opt. \text{ gap} = \frac{|Z_{PSO} - Z^*|}{Z^*} \times 100\% \quad (4.84)$$

表 4.5-4.7為 CPLEX 與 PSO 演算法求解測試案例之結果，其中求解時間設定5小時，當 CPLEX 或 PSO 演算法無法在5小時內結束，則以「-」表示；此外，PSO 演算法在適應函式中所包含的懲罰值為一很大的數，因此演算法執行後，若適應值為一很大的數字代表具有懲罰值，也就是找不到可行解，則以「\*」表示。結果顯示，期數8期、租借站數11個及運補車為2台內的問題都能在5小時內以 CPLEX 求得最佳解，情境中隨著運補車數的增加，運補車路線組合將同步增加，導致 CPLEX 求解時間跟著劇增，因此我們希望能藉由 PSO 演算法加快求解效率，且能獲得不錯的求解品質。

由測驗的結果可以發現，PSO 演算法求解的時間遠小於 CPLEX 的求解時間，且由表 4.5 得知期數為5期例子中，經初步測試皆可以找到最佳解。表 4.6-4.7 顯示 CPLEX 需要耗費很多的時間，而 PSO 演算法可以在短時間內提供誤差值在 10% 以內的可行解。最後，我們進一步擴大問題規模，求解租借站為50個及100個的問題，其數值結果如表 4.8 所示，此時 CPLEX 已無法在時限內求解，因此無法與 PSO 演算法比較求解品質。

### 4.7 小結

本章以時空網路為基礎，並且已知營運時間內每期租借者的起訖點需求情形以及營運者提供服務水準的門檻值後，根據每期使用者在各租借站租還車以及

表 4.5: Cplex 和 PSO 求解 5 期車輛運補問題之比較表

Case				Cplex	Cplex	PSO	PSO
T	Sta.	Car	Iter.	Obj.	time	gap(%)	time
5	8	1	50	1978.40	283.67	0	289.49
	8	1	100	1978.40	283.67	0	382.69
	8	1	200	1978.40	283.67	0	656.18
	8	2	50	1978.40	599.76	0	333.12
	8	2	100	1978.40	599.76	0	432.68
	8	2	200	1978.40	599.76	0	792.69
	11	1	50	984.52	702.51	0	368.47
	11	1	100	984.52	702.51	0	549.53
	11	1	200	984.52	702.51	0	893.65
	11	2	50	592.19	1384.33	0	392.64
	11	2	100	592.19	1384.33	0	602.45
	11	2	200	592.19	1384.33	0	950.69
20	20	1	50	503.68	1521.75	0	742.59
	20	1	100	503.68	1521.75	0	1185.48
	20	1	200	503.68	1521.75	0	1532.52
	20	2	50	503.68	1921.75	0	891.57
	20	2	100	503.68	1921.75	0	1064.57
	20	2	200	503.68	1921.75	0	1622.57

表 4.6: Cplex 和 PSO 求解 8 期車輛運補問題之比較表

Case				Cplex	Cplex	PSO	PSO
T	Sta.	Car	Iter.	Obj.	time	gap(%)	time
8	8	1	50	193.67	2587.45	0	289.49
	8	1	100	193.67	2587.45	0	947.46
	8	1	200	193.67	2587.45	0	1744.85
	8	2	50	193.67	8487.44	9.2	675.54
	8	2	100	193.67	8487.44	0	999.67
	8	2	200	193.67	8487.44	0	1837.53
	11	1	50	2375.68	5478.94	0	642.86
	11	1	100	2375.68	5478.94	0	1172.75
	11	1	200	2375.68	5478.94	0	2083.68
	11	2	50	1033.76	11874.61	8.2	600.38
	11	2	100	1033.76	11874.61	8.2	1285.49
	11	2	200	1033.76	11874.61	8.2	2165.84
20	20	1	50	1049.674	9874.616	9.2	1022.58
	20	1	100	1049.674	9874.616	0	1813.57
	20	1	200	1049.674	9874.616	0	2993.67
	20	2	50	—	—	—	1152.56
	20	2	100	—	—	—	1949.58
	20	2	200	—	—	—	3584.51

「-」表示求解時間超過 5 小時

表 4.7: Cplex 和 PSO 求解 13 期車輛運補問題之比較表

T	Case			Cplex	Cplex	PSO	PSO
	Sta.	Car	Iter.	Obj.	time	gap(%)	time
13	8	1	50	484.56	5683.65	5.8	877.47
	8	1	100	484.56	5683.65	1.7	1674.58
	8	1	200	484.56	5683.65	0	3586.99
	8	2	50	484.56	10512.74	7	1033.57
	8	2	100	484.56	10512.74	7	1033.57
	8	2	200	484.56	10512.74	7	1033.57
	11	1	50	1587.64	14532.59	9.6	1985.47
	11	1	100	1587.64	14532.59	9.6	3568.66
	11	1	200	1587.64	14532.59	9.6	6012.58
	11	2	50	—	—	—	1152.56
	11	2	100	—	—	—	1949.58
	11	2	200	—	—	—	3584.51
20	20	1	50	—	—	—	2260.58
	20	1	100	—	—	—	4049.75
	20	1	200	—	—	—	7584.59
	20	2	50	—	—	—	2953.58
	20	2	100	—	—	—	4588.66
	20	2	200	—	—	—	8566.49

「-」表示求解時間超過 5 小時

表 4.8: Cplex 和 PSO 求解大規模車輛運補問題之比較表

T	Sta.	Car	Iter.	Case		Cplex	Cplex	PSO	PSO
				Obj.	time	Obj.	time		
8	50	1	50	—	—	18946.77	4695.66		
		1	100	—	—	1066.48	7817.66		
		1	200	—	—	1066.48	13295.77		
		2	50	—	—	10384.66	5238.47		
		2	100	—	—	10384.66	8255.68		
		2	200	—	—	883.57	15889.59		
	100	1	50	—	—	7469.88	10254.69		
		1	100	—	—	7469.88	17084.53		
		1	200	—	—	—	—		
		2	50	—	—	*	11337.59		
		2	100	—	—	8853.44	17983.55		
		2	200	—	—	—	—		
13	50	1	50	—	—	30584.99	9953.57		
		1	100	—	—	—	—		
		1	200	—	—	—	—		
		2	50	—	—	9867.49	10574.88		
		2	100	—	—	—	—		
		2	200	—	—	—	—		
	100	1	50	—	—	*	15337.88		
		1	100	—	—	—	—		
		1	200	—	—	—	—		
		2	50	—	—	*	16975.58		
		2	100	—	—	—	—		
		2	200	—	—	—	—		

「-」表求解時間超過5小時，「\*」表未能求得可行解

同時進行運補車配置各站點內的自行車數之情況下，建構最小成本之多元商品網路流量模式，求解各租借站在每期應配置的自行車數及每台運補車輛行走路線。

在 4.1-4.3 節中，我們分別針對不同的資訊要求而規劃出不同的最小成本多元商品網路流量模式。此三模式可利用租借者提供的資訊以及自行車系統機制來劃分，當使用者僅提供起訖點位置時，系統無法直接得知到達各租借站實際需求的數量，營運者較困難實施流量成正比機制，因此若能得知租借者更進一步的資訊，則可以利用 BRFT 模式及 BRPF 模式求解。不過在 BRFT 模式中，並運用歷史需求資料所隱含的不同起訖站間之需求量與實際之需求量成正比的概念，因此營運者如果能分析並利用此歷史需求之流量比例關係來提昇其服務的公平性，則可依此以 BRPF 來規劃運補車行走路線。

由小規模測試 BRPF 模式的範例中，我們發現加入運補策略對於系統在服務品質或存貨成本中都將造成影響，且隨著運補車數的增加，對系統的影響更大，但其需花費的求解時間亦將劇增。然而經過測試後，BRPF 模式在限定的 5 小時內，利用 CPLEX 進行求解只能處理 8 期、11 個租借站數及運補車為 2 台內小規模的問題；反之，PSO 演算法所求得之解的品質，與 CPLEX 的結果差距在 10% 以下，由於其花費的時間顯著地較 CPLEX 為短，進而能夠求解租借站數為 50 及 100 的問題，雖然其求解品質仍有待改善。

# 第五章

## 結論與未來研究方向

### 5.1 結論與貢獻

自行車租借系統逐漸在世界各地開始盛行，相較於其他的交通工具而言，其同時兼具了便利性、低成本與無汙染等優勢，深受短程接駁的都會區通勤族所喜愛，因此成為新一代受矚目的都會區交通工具。在目前現行的租借系統中，從一開始規劃各租借站點的位址及容量大小，到之後開始營運的站間運補作業以及服務品質保證等營運方針，皆尚未能全面性的考慮到通勤族的需求，因此本研究期望能針對自行車租借系統，提出更妥善的系統設計及營運模式。

本研究在第二章中，對於租借站位址設置問題，首先回顧了運輸場站區位選擇相關的文獻，列出影響大眾運輸系統設置之原因，並挑選合適於自行車系統之因素應用至本研究中；接著，從目前與自行車租借系統位址設置問題之相關文獻中，發現先前之研究在設定此問題情境時，對租借者在系統內的不方便性的設定皆採用靜態型參數，未考慮不同租借者步行或騎乘之習性，導致在同一路段上需要花費時間可能不同，而影響租借站挑選時的誤差，因此本研究在第一類問題引用了Natarajan et al.(2009)發展的*Persistency*模式，求解考慮租借者在各路段上花費的時間為特定分配之情況下之租借站位址設置問題。

此外，在車輛運補配置策略中，由於直接相關的文獻仍不多見，因此我們參考了運補相關的議題例如：收送貨問題、配置途程問題、其相關產業之應用及租借系統之車輛配置問題，進而比較這些問題與自行車租借系統之車輛配置運補問題的差異，而在自行車系統之文獻中，目前學者設定的情境皆屬於靜態型模

式，也就是當結束營業後，比較目前各租借站自行車存貨狀況以及早上需擺放的個數之差額後，安排運補車的路線模式。在這種僅做一次運補的情境中，可看出大部分還是需要租借者自行達到供需平衡，而違反了公共設施的精神。因此，若能蒐集租借者的租借資訊，諸如起訖點位置、租還車位置等資訊，甚至分析各租借站租借資訊以提供公平的自行車配給，提供與租借者同步運補配置之策略，才能維持租借者的使用意願。本研究針對租借者提供不同程度的租借資訊，分別發展出三種不同情境的最小成本多元商品網路流量模式來求解車輛運補配置問題。

本研究在第三章針對考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置的問題，在考量實際狀況下，探討顧客在各路段行走或騎乘時間為服從特定機率分配的狀況下，如何影響站點的選址、站內容量設計以及各期間自行車輛的配置之情形。據此我們發展出一套隨機型整數規劃模式以計算更合理的最佳站點位址、容量及自行車配置方式。藉由求解一個3期5個候選租借站之範例，且設計其部分路段上的花費時間長度為符合區間均勻分配，我們分別求解該問題所對應的二次規劃問題，並與單純考量建置成本的模式相比較。比較結果顯示，如果能將路徑所花費時間的所有可能都納入考慮，也就是越符合實際情況的話，則越能降低總期望時間成本，越能夠提升顧客的方便性。

隨著網路規模的變大，求解時間亦將隨之增長，因此我們利用  $PSO_I$  和  $PSO_C$  演算法求解不同起訖點配對數及租借站規模，並與 CPLEX 能夠求解的例子作比較，發現兩個 PSO 演算法所得之結果皆與最佳解相同，表示其求解品質有不錯的結果；然而在規模小的情況下， $PSO_C$  花費的時間是最少的，而  $PSO_I$  受到起訖點配對數的影響較 CPLEX 小；當隨著配對數或租借站規模增加，CPLEX 無法在 5 個小時內求解完畢時， $PSO_C$  求解結果的品質或時間比  $PSO_I$  好；不過當依照實際狀況設計租借站個數時，反而  $PSO_I$  求得的解比  $PSO_C$  來的好，因此  $PSO_C$  可能需要加入額外的限制式來補強其求解品質。

此外，第四章針對自行車租借車輛配置運補模式，以時空網路為基礎，並且已知營運時間內每期租借者的起訖點需求以及營運者提供服務水準的門檻值後，根據每期使用者在各租借站租還車以及同時進行運補車配置各站點內的自行

車數之情況下，建構最小成本之多元商品網路流量模式，求解各租借站每期應配置的自行車數及每台運補車輛行走路線。

針對租借者提供的資訊不同，我們也發展了三種不同情境模式處理不同的情況。首先，GBRP 模式為處理使用者僅提供起訖點位址時，營運者僅能大概歸納出租借者可及車站，而無法直接得知到達各車站租車的需求數量，若在各車站內實施流量成正比機制較為困難，因此若能得知租借者更進一步的資訊(諸如租還車站點)，則可以利用BRFT模式求解。不過在BRFT模式中，並未套用流量成正比的概念，因此營運者如果願意提供此機制來降低對租借者的不公平性，則可進一步藉由BRPF規劃運補車行走路線。最後，藉由5期8個租借站的範例，我們對BRPF模式進行求解，發現加入運補策略對於系統在服務品質或存貨成本中都造成影響，且隨著運補車數的增加，對系統的影響更大，其花費的求解時間將劇增，因此未來如何發展演算法以加快求解效率將是一項重要的挑戰。

同樣的，網路規模及運補車數的增加需要更久的求解時間，我們將藉由PSO演算法求解不同期數、租借站數以及運補車數的問題，其執行結果與與CPLEX能夠在5小時內求解的例子作比較，在求解品質方面，演算法的結果與最佳解差距不超過10%以下，代表其求解品質有不錯的結果但尚有改善的空間；另一方面其所花費的時間又明顯小於CPLEX，甚至能求解租借站50及100的規模，因此未來應繼續改善其求解品質，增加演算法的實用性。

綜合以上所述，本研究目前貢獻如下：

1. 提出考慮考慮隨機路徑長度之最佳租借站位址設置模式，除了租借站的建置成本與容納量外，尚考慮租借者不同的行走或騎車習性影響同一路段上會有不同的花費時間之情況，以衡量各租借站的可及性。發展二次混整數規劃模式求解租借站數目、位址、停車柱數目以及總自行車數，以達到系統內最小化的建置成本和租借者的不方便性之期望值，並針對問題發展 $PSO_I$ 和 $PSO_C$ 演算法加速求解效率。
2. 提出車輛運補策略模式，提供營運者在提供服務水準之門檻值下，在租借者需求發生的時，同步規劃運補車行走路線，重新配置各租借站內在各期

間自行車存貨情形。並針對租借者提供不同程度的租借資訊以及歷史資料，建構三種不同的網路模式，使決策者在不同情境下，能依照現有的租借資訊配置各租借站在各期的自行車存貨及最小的運補成本，並針對BRPF模式發展PSO演算法加速求解效率。

## 5.2 其他延伸性發展方向

至目前為止，本研究雖對公共自行車租借系統的租借網路做整體探討，然而本研究尚有未臻完善之處，因此以現階段探討的兩大議題為基礎，以下列舉幾個未來可延伸之議題：

1. 租借者需求具有隨機性：目前本研究的探討皆在考量甲地租乙地還的租借需求確定性的模式下進行，這是屬於短期規劃的部分，然而隨著季節、風俗民情的改變，需求可能每兩三個月就會變動，甚至會有不定時的觀光租借需求出現，因此未來可考慮隨機性需求情形或原地租借的現象。
2. 分區運補之車輛運補模式：目前本研究探討的車輛運補為各租借站間相互支援的方式，主要以多車站補少車站的概念進行租借站間自行車輛的運補。若將模式應用於巴黎Velib之大規模租借系統中，可能無法短時間內迅速的完成所有的站間運補，因此未來可依照租借站的容量及可供租借自行車之數量，將租借範圍進行分區，發展區站間與站內同步運補之模式。
3. 遊憩類租借系統建置：本研究目前針對用於通勤的租借系統為探討範圍，因此將通勤者的最短租借時間考慮在內。然而高雄C-Bike的租借系統已遊憩型為主，不需以租借者的最短租借時間為主要考量，可能以最大的服務品質，譬如；自行車種多樣性、維修品質以及旅遊規劃等，使租借者能有難忘的觀光旅程。因此，建議未來可朝針對遊憩類租借系統的建置加以探討。
4. 自行車維修站與機動人員的配置：目前本研究在設計情境時，皆未考慮自行車及停車柱損耗情形，然而隨著自行車被使用的次數或不當操作增加，

可能會產生故障的情形。若能在每一區設置維修站點或是租借站指派機動人員進行維修，則當租借者發生問題時，能夠及時獲得妥善的處理。因此，建議未來可針對自行車維修站與機動人員的配置問題加以探討。



## 參 考 文 獻

Ai, J. and Kachitvichyanukul, V. A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Computers and Operations Research*, **36**(5), 1693-1702, 2009.

Aydin, M. E. and Fogarty, T. C. A distributed evolutionary simulated annealing algorithm for combinatorial optimisation problems. *Journal of Heuristics*, **10**, 269-292, 2004.

Bean, J. C., Higle, J. L. and Smith, R. L. Capacity expansion under stochastic demands. *Operations Research*, **40**, 210-216, 1992.

Benchimol, M., Benchimol, P., Chappert, B., Taille, A. D. l., Laroche, F., Meunier, F. and Robinet, L. 2011. *Balancing the stations of a self-service “bike hire” system.*

Chang, L. C. 2010. *Design and management of urban bike sharing systems*. Thesis, National Cheng Kung University.

Chaudhry, S. S., He, S. and Chaudhry, P. E. Solving a class of facility location problems using genetic algorithm. *Expert Systems*, **20**, 86-91, 2003.

Chemla, D., Meunier, F. and Calvo, R. W. 2009. *Balancing a bike-sharing system with multiple vehicles*.

Dantzig, G. and Ramser, J. The truck dispatching problem. *Management Science*, **6**(1), 80-91, 1959.

Daskin, M. and Owen, S. Location models in transportation. *Handbook of Transportation Science*, 311 – 360, 1999. (Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers)

DeMaio, P. Bike-sharing: History, impacts, models of provision, and future. *Journal of Public Transportation*, **14**(4), 41-56, 2009.

Demetsky, M. and Lin, B. B. M. Bus stop location and design. *Transportation Engineering Journal of ASCE*, **108**, 313-327, 1982.

Edelstein, M. and Melnyk, M. The pool control system. *Interfaces*, **8**(1), 21-36, 1977.

Ernst, A. T., Gavrilouk, E. O. and Marquez, L. An efficient lagrangean heuristic for rental vehicle scheduling. *Computers and Operations Research*, **38**(1), 216-226, 2010.

Federgruen, A. and Zipkin, P. A combined vehicle routing and inventory allocation problem. *Operations Research*, **32**, 1019-1032., 1984.

Fink, A. and Reiners, T. Modeling and solving the short-term car rental logistics problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **42**(4), 272 - 292, 2006.

Guner, A. R. and Sevkli, M. A continuous particle swarm optimization algorithm for uncapacitated facility location problem. *Ant Colony Optimization and Swarm*, **4150**, 316-323, 2006.

Hsieh, T. F. 2010. *Solving vehicle routing problem with stochastic demands by ant colony optimization algorithm - a case study of vending machine replenishment*. Thesis, National Kaohsiung First University of Science and Technology.

Kennedy, J. and Eberhart, R. Particle swarm optimization. *IEEE International Conference on Neural Networks*, 1942-1948, 1995.

Laporte, G., Mesa, J. A. and Ortega, F. A. Optimization methods for the planning of rapid transit systems. *European Journal of Operational Research*, **122**(1), 1-10, 2001.

Levanova, T. and Loresh, M. Algorithms of ant system and simulated annealing for the p-median problem. *Automation and Remote Control*, **65**, 431-438, 2004.

Li, Z. and Tao, F. On determining optimal fleetsize and vehicle transfer policy for a car rental company. *Computers and Operations Research*, **37**, 341-350, 2010.

Lin, J. and Yang, T. Strategic design of public bicycle sharing systems with service level constraints. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2010.

Lovsz, L. Energy of convex sets, shortest paths, and resistance. *Journal of Combinatorial Theory A*, **94**, 363-382, 2001.

Lyons, R., Pemantle, R. and Peres, Y. Resistance bounds for first-passage percolation and maximum flow. *Journal of Combinatorial Theory A*, **86**, 158-168, 1999.

Manne, A. S. Capacity expansion and probabilistic growth. *Econometrica*, **29**, 632-649, 1961.

Mohammed, A. W., Sahoo, N. C. and Geok, T. K. Solving shortest path problem using particle swarm optimization. *Applied Soft Computing*, **8**(4), 1643-1653, 2008.

Murray, A. and Wu, X. Accessibility tradeoffs in public transit planning. *Journal of Geographical Systems*, **5**(1), 93 - 107, 2003.

Murray, A. T. Strategic analysis of public transport coverage. *Socio-Economic Planning Sciences*, **35**(3), 175-188, 2001.

Natarajan, K., Song, M. and Teo, C. P. Persistency model and its applications in choice modeling. *Management Science*, **55**(3), 453-469, 2009.

Pachon, J., Iakovou, E. and Chi, I. Vehicle fleet planning in the car rental industry.

*Journal of Revenue and Pricing Management*, **5**(3), 221-236, 2006.

Pachon, J., Iakovou, E., Chi, I. and Aboudi, R. A synthesis of tactical fleet planning models for the car rental industry. *IIE Transactions*, **35**(9), 907-916, 2003.

Pongchairerks, P. and V., K. A particle swarm optimization algorithm on job-shop scheduling problems with multi-purpose machines. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, **26**(2), 161-184, 2009.

Raviv, T., Tzur, M. and Forma, I. A. 2010. *Static repositioning in a bike-sharing system: Models and solution approaches.*

Salhi, S. Defining tabu list size and aspiration criterion within tabu search methods. *Computers and Operations*, **29**, 67-86, 2002.

Shaheen, S. A., Guzman, S. and Zhang, H. Bikesharing in europe, the americas, and asia: Past, present, and future. *Transportation Research Board 89th Annual Meeting*, 2010.

Shintani, K., Imai, A., Nishimura, E. and Papadimitriou, S. The container shipping network design problem with empty container repositioning. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **43**(1), 39 - 59, 2007.

Shu, J., Chou, M., Liu, Q., Teo, C. and Wang, I.-L. 2010. *Bicycle-sharing system: deployment, utilization and the value of re-distribution.*

White, W. W. Dynamic transshipment networks: An algorithm and its application to the distribution of empty containers. *Networks*, **2**(3), 211 – 236, 1972.

Wu, L., Zhang, X. and Zhan, J. Capacitated facility location problem with general setup cost. *Computers and Operations Research*, **33**(5), 1226-1241, 2006.

Xu, H., Chen, Z. L., Rajagopal, S. and Arunapuram, S. Solving a practical pickup and delivery problem. *Transportation Science*, **37**, 347-364, 2003.

Yang, T. H., Lin, J. R. and Chang, Y. C. Strategic design of public bicycle sharing systems incorporating with bicycle stocks considerations. *Proceeding of The 40th International Conference on Computers and Industrial Engineering*, 25-28, 2010.  
(Awaji, Japan)

