

國立成功大學  
工業與資訊管理學系碩士班  
碩士論文

考慮需求變化狀況及增設臨停區之公共自行車共享  
系統租借站分群與車輛調度策略研究

Site Clustering and Bike Repositioning Strategies for Public  
Bike Sharing Systems based on Demand Profile and  
Temporary Bike Buffer Zone

研究生： 周 佰 賢

指導教授： 王 逸 琳 教授

中 華 民 國 一 百 零 四 年 六 月

國立成功大學

碩士論文

考慮需求變化狀況及增設臨停區之公共自行車共享系統租借站分群與車輛調度策略研究

Site Clustering and Bike Repositioning  
Strategies for Public Bike Sharing Systems  
based on Demand Profile and Temporary Bike  
Buffer Zone

研究生：周佰賢

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員：

王逸琳 張永勝  
李宇欣 柯東昌

指導教授：王逸琳

系(所)主管：李永順

中華民國 104 年 6 月 4 日

## 摘要

在公共自行車共享系統的營運期間，為了避免使用者無車可借或無位可還，營運者必須在各租借站間以運補車來回調度自行車以達到供需平衡，此即為動態運補策略管理問題，該問題與車輛途程問題文獻中的收送貨問題十分類似，通常必須使用作業研究理論的整數規劃法求解。由於整數規劃法經常耗時過久，本研究擬先由實際收集而得的歷史租還資料為基礎，利用分析而得的各租借站租還需求變動趨勢來簡化問題，依循先分群後規劃路線(Cluster-First Route-Second)的策略，第一階段提出「K-means 分群演算法」與「預測趨勢之分群數學模式」等兩種分群方式來劃分出合宜的租借站分群，以劃分運補責任區域；第二階段再針對各責任區域依(1)無增設臨停區、(2)所有租借站皆增設臨停區、(3)臨停區選址等三種情境，提出能滿足最多租還需求的單一運補車運補數學模式，藉此規劃出每台運補車之最佳自行車調度策略以及暫時人力資源之最佳配置方式，以改善自行車共享系統的服務品質。數值測試結果顯示，利用各租借站租還需求變動趨勢來簡化問題的方式的確能有效地在短時間內求得幾近最佳的動態運補方式；此外，臨停區的設置的確能大幅改善服務品質，而本論文亦已針對現實系統中該如何以有限的資源設置合適的臨停區個數與位置提出整數規劃的數學模式，可供相關業者在後續實務營運時的選址決策參考依據。

關鍵詞：自行車共享系統；租借站分群；需求變動趨勢；動態運補策略管理；臨停區；整數規劃

# Site Clustering and Bike Repositioning Strategies for Public Bike Sharing Systems based on Demand Profile and Temporary Bike Buffer Zone

Bo-Hsien Chou

I-Lin Wang

Institute of Industrial and Information Management

## Summary

The public bike sharing system has become popular in many metropolitan areas worldwide, due to its contribution to the green transportation. This thesis focuses on more practical side of bike sharing system management. In particular, we first conduct big data analysis to learn the rental tendency pattern of demand profile for each rental site, and then use the tendency pattern as a key to simplify the procedures of site clustering and bike repositioning strategies. In our two stage strategy, we first give two methods to cluster rental sites, one by a modified K-means algorithm and the other by an integer program, and then we propose three dynamic repositioning models for each cluster managed by a single repositioning vehicle in the second stage. We also investigate the service quality improvement by installing a temporary bike buffer zone besides a rental site, based on the current practice of YouBike. To make it more realistic, we integrate the dynamic repositioning with a locational model to help decision maker to select suitable numbers and locations for installing temporary bike buffer zones. Based on the results of our computational experiments, by using the rental tendency pattern of demand profile, our proposed integer program models can calculate near optimal solutions within much shorter time, and makes the dynamic repositioning strategies feasible for large scale public bike sharing systems.

**Key words:** Bike sharing system, Site clustering, Demand profile, Dynamic repositioning, Temporary bike buffer zone, Integer program

## INTRODUCTION

In recent years, sustainable transportation has been gaining popularity. The public bike sharing system (PBSS) is a perfect sustainable transportation in a metropolitan area, since it provides a solution to the traffic congestion, air pollution, as well as the first and last mile linkage to the public transportation systems. Besides the locational problems to install rental sites in the strategic design of public bike sharing systems, how to manage the bike inventory for each rental site at any time is the most crucial challenge to the success of a PBSS. It is not clear about how the optimal inventory for each site at any time can be calculated. Even if such

an optimal bike inventory is available, how to move bikes between stations to match the optimal inventory at any time is not clear, either. Such movements of bikes to match the rental demands are called bike repositioning. The so-called “static repositioning” refers to the overnight bike redistribution by repositioning vehicles, so that the target bike inventory in the beginning of a day is achieved. Since the static repositioning is carried in the mid-night and early morning, it does not consider the affection of bike movements made by riders. This thesis, on the other hand, investigates the so-called “dynamic repositioning” that moves bikes between sites in daytime or before mid-night, when more bikes are still used on the way. The dynamic repositioning is even more challenging than the static repositioning, since the dynamics of bike flows conducted by riders is usually unpredictable. In other words, it may be easily seen that some sites become crowded or empty within short time, which would lead to complaints due to the mismatch of rental demands. To resolve such imbalance, most PBSS hire repositioning vehicles to load bikes from crowded sites to empty sites. However, the mathematical programming model for dynamic repositioning usually has a large feasible solution space, which makes the branch-and-bound iterations to stall and may never converge to a good solution within an acceptable time interval.

## **MATERIALS AND METHODS**

To resolve the complicated dynamic repositioning problem, this thesis proposes several concepts, which are mostly based on the real-world practices. First, we divide all the rental sites into clusters, where each cluster is handled by a single repositioning vehicle. This differs from previous works in literature that aim to solve a difficult pickup-and-delivery problem for all repositioning vehicles at the same time on the entire network within one day. We use the “Cluster-First Route-Second” 2-stage divide-and-concur strategy which sacrifices the guarantee to the global optimality for the original problem, but does calculate very good solution within shorter time. We have implemented two clustering methods: (1) a popular K-means algorithm and (2) an integer program that considers the “fitness” of rental sites. Both methods tend to group close sites of different demand profile tendency (gainy or lossy) in adjacent time periods to be in the same cluster. After finishing clustering, then we focus on solve the dynamic repositioning for each cluster.

For the dynamic repositioning problem in a single cluster, we have proposed 3 models: (1) the original dynamic repositioning problem, (2) the dynamic repositioning problem with temporary bike buffer zone, and (3) the dynamic repositioning problem with a locational problem for the temporary bike buffer zone. A temporary bike buffer zone, currently used by YouBike at Taiwan, is an area close to a rental site on which one can lock extra bikes by a chain. When a rental site is to be crowded, some part-time staff will empty some racks by moving some bikes from racks to the buffer zone. Similarly, when a rental site is to be empty,

bikes can be released from the buffer zone to some racks. In particular, the second model considers a temporary bike buffer zone installed to each rental site in a cluster, and the third model only installs a given number of temporary bike buffer zones to some rental sites in a cluster.

To further simplify the dynamic repositioning problem for single cluster, we further remove some arcs between neighbor sites and periods, should these sites are both gainy or lossy to some extent. Again, this is based on the analysis of demand profiles, since it does not make much sense in reality to assign a repositioning vehicle to move from a gainy (or lossy) site to another gainy (or lossy) site.

## RESULT AND DISCUSSION

We have analyzed the 6-month YouBike rental data to summarize the average rental pattern for each station in each time slot (e.g. 30 min). In particular, we focus on the net rentals obtained by subtracting the number of bike rentals from the bike returns in each time slot. We have tested two clustering methods, and concluded that although the method by integer program can give a better service quality, it consumes too much running time and the resultant cluster boundary may be fuzzy. Thus we still recommend K-means method for grouping rental sites for each repositioning vehicle. Note that our K-means method has already taken the fitness of rental sites into consideration, so that it will avoid grouping neighboring sites of similar patterns (e.g. both gainy or lossy in consecutive time slots). By our 2-stage Cluster-First-Route-Second method, we are able to deal with the dynamic repositioning problems for large-scale bike sharing systems which were previously unsolvable in literature.

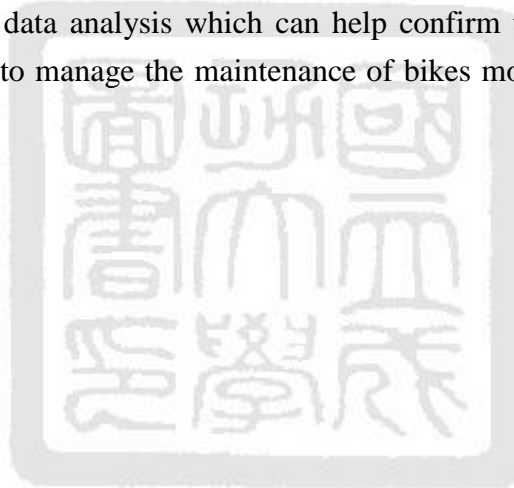
As for the testing on the affection of installing temporary bike buffer zones, we concluded that installing such a buffer does boost the performance of service quality. However, this comes with the price of hiring more part-time staff to help reposition bikes between the rental site and buffer zone. In addition, such a buffer zone requires some space, whose use should be permitted beforehand. As we all know, the space in a metropolitan area might be expensive to rent. Thus whether it pays off to install such temporary bike buffer zones is still questionable. Based on such doubts, we further give an integer program model which allows the decision maker to decide only a few but not all rental sites to install such buffer zones. We believe such a setting is more reasonable in practice. Note that all of our testings in dynamic repositioning have again exploited the fitness of rental sites, so that we can remove a lot of feasible but unlikely route for a repositioning vehicle to move between rental sites in consecutive time slots. As a result, we can calculate nearly optimal solution within much shorter time.

All calculations are implemented in C++ language and compiled in Visual C++2012. The

integer programs are solved by Gurobi 6.0.4. All the experiments are conducted on a personal computer with Windows 7, 8GB RAM, and Intel Core i7 CPU of 3.4GHz.

## CONCLUSION

Based on the rental tendency analyzed from transaction data of real-world bike sharing systems, we propose the concept of “fitness” of rental sites for any two consecutive time slots. By using this fitness, we can assess whether it pays off to group two rental sites into the same cluster in the first stage of our “Cluster-First-Route-Second” dynamic repositioning framework. In addition, we can also use fitness to simplify the dynamic repositioning problem in the second stage, which helps to calculate a near optimal solution in shorter time. The results of our computational experiments indicate that to install a temporary bike buffer zone besides a rental site does help improve the service quality a lot, yet this comes with the price of illegal land use and extra costs of hiring part-time staff. For future research, we suggest to investigate the use of big data analysis which can help confirm the reliability of the rental patterns. In addition, how to manage the maintenance of bikes more effectively would be an important issue as well.



# 目錄

摘要.....	II
<b>Abstract.....</b>	<b>III</b>
目錄.....	VII
圖目錄.....	X
表目錄.....	XII
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究動機.....	3
1.3 研究目的.....	5
1.4 論文架構.....	7
第二章 文獻探討.....	8
2.1 自行車租借站系統運作之相關文獻.....	8
2.1.1 使用者行為.....	8
2.1.2 營運策略.....	9
2.2 運補車路徑之相關文獻.....	9
2.2.1 車輛途程問題.....	9
2.2.1.1 收送貨問題.....	10
2.2.1.2 兩階段式車輛途程問題.....	10
2.2.2 貨櫃調度問題.....	11
2.2 自行車運補策略之相關文獻.....	12
2.2.1 靜態運補.....	12
2.2.2 動態運補.....	13
2.5 小結.....	17



第三章 自行車租借站分群之研究 .....	18
3.1 K-means 分群演算法 .....	18
3.2 預測趨勢之分群數學模式 .....	25
3.2.1 「需求趨勢相同的租借站」之運補相斥性 .....	25
3.2.2 預測趨勢之整數規劃分群模式 .....	26
3.2.2.1 研究方法與資料分析 .....	26
3.2.2.2 參數與變數的定義 .....	27
3.2.2.3 數學模式的建立 .....	28
3.3 小結 .....	29
第四章 自行車需求變化之運補策略研究 .....	30
4.1 問題描述與假設 .....	30
4.1.1 問題描述 .....	30
4.1.2 問題假設 .....	32
4.1.3 「需求趨勢相同的租借站」之運補相斥性 .....	34
4.2 原始自行車租借站之運補模式 .....	36
4.2.1 參數與變數的定義 .....	36
4.2.2 數學模式的建立 .....	37
4.3 增設臨停區與人力之運補模式 .....	40
4.3.1 參數與變數的定義 .....	41
4.3.2 數學模式的建立 .....	42
4.4 臨停區選址之運補模式 .....	45
4.4.1 參數與變數的定義 .....	45
4.4.2 數學模式的建立 .....	46
4.5 小結 .....	48
第五章 實際範例與數值分析 .....	49

5.1 測試情境.....	49
5.2 兩種不同自行車租借站分群方式之數值分析.....	52
5.3 「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」的影響之數值分析.....	54
5.4 三種不同自行車租借站運補模式之數值分析.....	57
5.5 小結.....	58
第六章 結論與未來研究方向.....	59
6.1 結論與貢獻.....	59
6.2 未來研究方向.....	61
參考文獻.....	63
附錄 A、K-means 分群結果.....	66



## 圖目錄

圖 1.1 台北市 YouBike 租借站分布圖(截至 2014.6.1).....	2
圖 1.2 使用者無法進行交易示意圖 .....	3
圖 1.3 自行車租借流動示意圖 .....	4
圖 2.1 兩期租借需求示意圖【資料來源：洪菁蓬(2011)】 .....	14
圖 2.2 兩期租借者需求之網路圖【資料來源：洪菁蓬(2011)】 .....	15
圖 3.1 租借站 A、B、C 的自行車租還示意圖 .....	19
圖 3.2 自行車淨流量示意圖 .....	20
圖 3.3(a) 自行車租借站隨機分布 .....	21
圖 3.3(b) 分群後的租借站區域.....	21
圖 3.4 選擇起始中心租借站 .....	22
圖 3.5(a)租借站 B 與各中心相對應關係 .....	23
圖 3.5(b)租借站 B 被歸類為第 2 群 .....	23
圖 3.6 第 2 群新中心的淨流量與地理位置 .....	24
圖 3.7 運補車透過「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」之路徑選擇 .....	25
圖 3.8 從租借站 A 出發至 B 的路徑較為優先選擇 .....	27
圖 4.1 自行車流量時空網路圖 .....	31
圖 4.2 運補車調度時空網路圖 .....	32
圖 4.3 運補車的行車路徑種類 .....	33
圖 4.4 同性質的自行車租借站不會互相連結 .....	35
圖 4.5 租借站的自行車數量變化示意圖 .....	38
圖 4.6 運補車調度自行車示意圖 .....	38
圖 4.7 租借站與臨停區示意圖 .....	40
圖 4.8 租借站的自行車數量變化示意圖 .....	43

圖 5.1 YouBike 60 個租借站以 K-means 分群演算法之分群結果 .....	53
圖 5.2 YouBike 100 個租借站以 K-means 分群演算法之分群結果 .....	53
圖 5.3(a) YouBike 164 個租借站以 K-means 分群演算法之分群結果.....	54



## 表目錄

表 3.1	租借站 A、B、C 的自行車租借與還車(時間單位：30 分鐘).....	19
表 3.2	租借站 A、B、C 的自行車需求淨流量(時間單位：30 分鐘).....	19
表 4.1	租借站之使用者需求資訊(單位時間：30 分鐘).....	31
表 4.2	租借站 A、B、C 的自行車需求淨流量(時間單位：30 分鐘).....	34
表 4.3	自行車之需求淨流量 .....	47
表 5.1	數據分析所用之名稱 .....	51
表 5.2	兩種分群方式之比較 .....	52
表 5.3	60 個租借站分成 3 群後，經運補模式之計算結果 .....	55
表 5.4	100 個租借站分成 7 群後，經運補模式之計算結果 .....	55
表 5.5	164 個租借站分成 10 群後，經運補模式之計算結果 .....	56
表 A-1	YouBike 60 個租借站分 3 群結果 .....	66
表 A-2	YouBike 100 個租借站分 7 群結果 .....	67
表 A-3	YouBike 164 個租借站分 10 群結果 .....	69

# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景

由於近年來國際油價高漲再加上人們環保意識的提升，漸漸地，各個國家提倡民眾多使用大眾運輸工具、減少私用車的使用，亦提出「無車日」的活動，以利減少碳排放、減緩環境的破壞。為了提升人們的生活品質，自行車的環保性及便利性受到大家的喜愛，荷蘭推行一系列相關政策，完善自行車的交通安全措施，規劃了一萬七千公里的單車專用道，騎車人的身影無所不在，至今擁有「自行車王國」的美譽。最初自 1960 年代，公共自行車系統(Bicycle Sharing System)的出現帶動了一連串改變，從第一代的「White Bike」，一套免租金、無固定擺放位置的自行車系統，經過不斷地修正改良，發展至具系統性且便利性的第四代公共自行車租借系統。目前世界許多城市如法國的巴黎、美國的紐約等城市均已設置此類自行車共享系統，帶給社會顯著的正面環保與樂活效益，其它城市因而開始效仿，公共自行車共享系統也因此在近幾年來受到政府機關的重視而引進台灣。

台灣的自行車系統逐漸擴增中，首先開始營運的是高雄「C-Bike」。該系統隨著使用率增加，至今已經設置了約 160 個自行車租借站；隨後出現在台北市的「YouBike」亦受到民眾青睞，透過政府及相關公司的宣傳行銷，公共自行車共享系統已經散布至台北市各個街道角落，自行車的使用次數逐年增加，甚至新設置租借站至周邊城市，如圖 1.1。現今如新北市、彰化縣、台中市、屏東市等地方政府也逐漸規劃了公共自行車共享系統，以方便民眾使用。在這股自行車風潮的帶動下，公共自行車系統的管理問題逐漸受到重視，近幾年來的第四代公共自行車系統擁有無人化自動管理租借站(Kiosk)，可以簡易的操作系統來租借自行車，租借站的設置普及與 24 小時營運的方便性，使得使用民眾急遽增加。

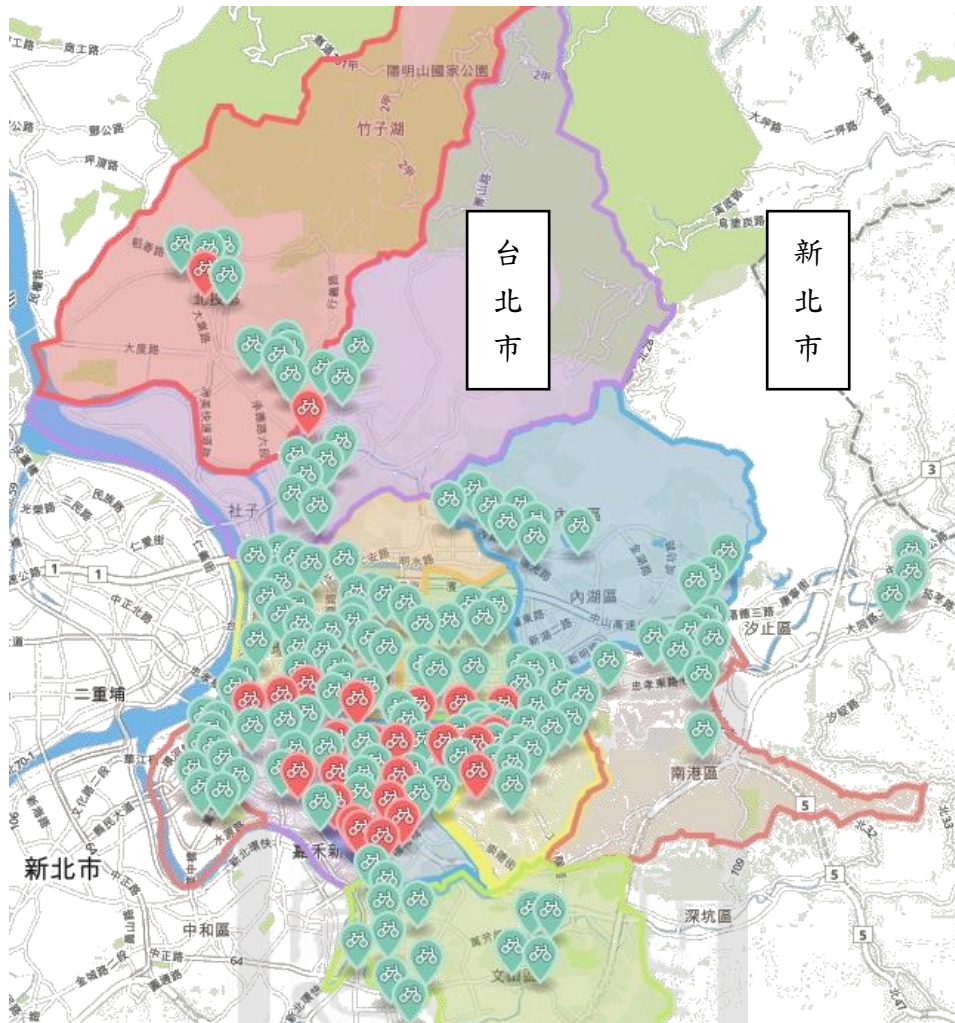


圖 1.1 台北市 YouBike 租借站分布圖(截至 2014.6.1)

而其中自行車租借系統也衍生出不少問題，例如使用者到達某一租借站，卻發現當下沒有自行車可以租借使用、或是沒有空車柱可供還車，而該如何解決民眾在使用此共享系統所面臨的困擾，成了政府及相關單位的最大挑戰。此外管理決策挑戰包括：(1) 租借站設置地點的選擇，可將各地區的需求、成本與距離納入考量後，再以數學規劃模式求解最佳的設置地點；(2) 每個租借站應該配有多少數量自行車及車柱(供停放自行車、記錄之停車柱)、某時段有多少使用者租還自行車、某時段租借站該擺放多少台自行車都是值得研究的議題。

## 1.2 研究動機

自行車租借系統(Bike Sharing System)是一套自動化、方便使用、能夠隨時進行交易租借自行車的共享系統，但是在現實情況下，使用者在這共享系統中常常會遇見兩種無法進行交易的情況。第一種是當使用者需要租借自行車騎乘，到達租借站時卻發現該站沒有任何自行車可以租借，會將此種情況視為「無車可借」，如圖 1.2(a)所示；另一種情況則是當使用者租借自行車後，騎至目的地租借站想要歸還時，卻發現租借站所有停車柱都有擺放自行車、沒有空位，造成使用者無法還車，即稱為「無位可還」，如圖 1.2(b)。對於使用者來說，尤其後者的情況更為造成困擾，依目前台灣的自行車共享系統來說，前一情況使用者可選擇：(1)不租借、(2)在原地等候直到有其它使用者歸還自行車或(3)移動至其它租借站租車；但是後者勢必要等待其它使用者租借自行車、以讓出空位或是移動到其它租借站還車，進而可能導致遠離原本的目的地。

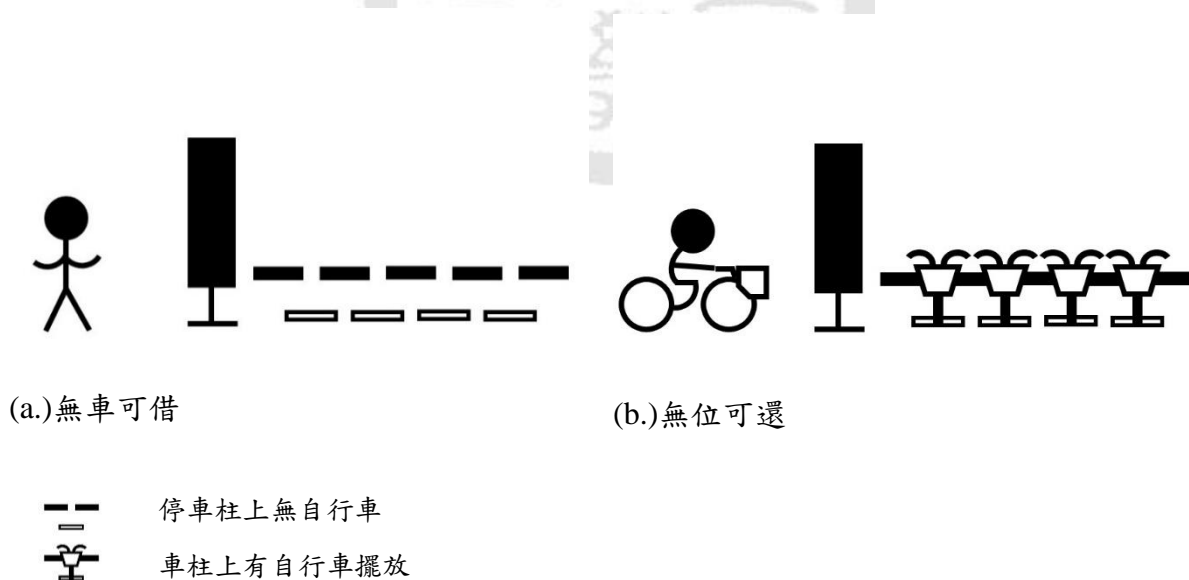


圖 1.2 使用者無法進行交易示意圖



由於此自行車系統都是由使用者自行租借自行車，讓自行車在各租借站不斷地來回被租借以達到數量平衡，但是事實發現整個系統並不是那麼完美，如圖 1.3 所示。假設租借站 A、B、C、D 停車柱數皆相同，當下每個租借站擁有的自行車數量也相同，該時段有 5 名使用者從租借站 A 租借自行車出發，3 名使用者騎往目的地租借站 B，而另外 2 名使用者騎至租借站 D；同時間共有 2 名使用者分別從租借站 B、D 騎往租借站 A 歸還，因此租借站 A 在經過這段時間自行車的流動後，自行車數量就會比上一時段還要少 3 台自行車；這樣一來一往的租借過程中，就可能造成了租借站缺少自行車或是沒有空位可以還車的狀況。由於公共自行車系統的租借站很多，加上各租借站地理位置不同、擁有的停車柱數不同、周邊環境也不同，造就了各租借站擁有自己的特性，使得自行車租借站常出現上述的兩種情況，一旦出現這些情況，需透過相關單位去調度自行車以利整個系統順利運作。

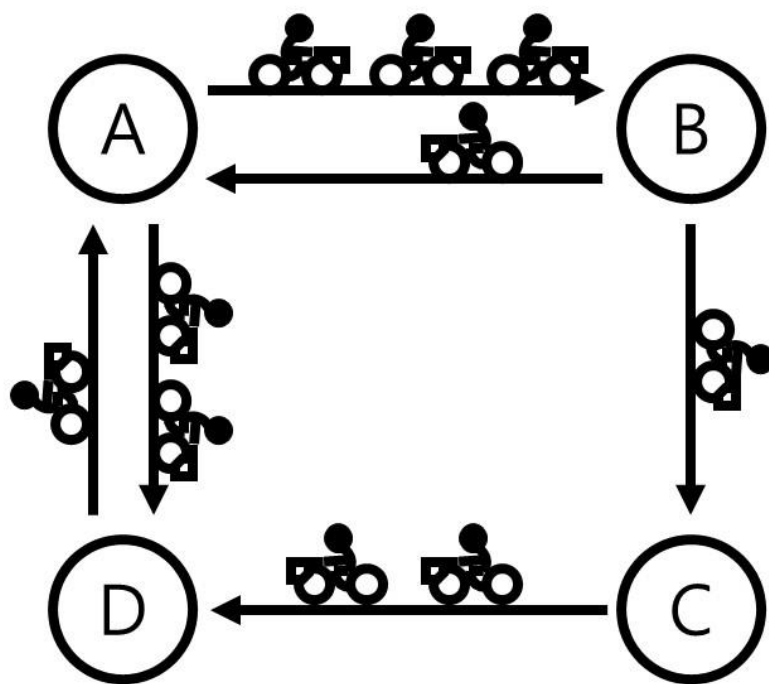


圖 1.3 自行車租借流動示意圖

之前的研究常會針對自行車租借站本身去作探討，如 Lin and Yang (2011) 藉由數學模式探討該在何地設置租借站、該站應設置多少自行車停車柱及總自行車數量，其它研究如 Chemla et al. (2013) 針對每天一早該擺放多少台自行車、減少前述的兩種情況發生來進行討論；這兩三年來對自行車系統的研究者逐漸以「使用者的角度」去作探討，例如 Gebhart (2014) 提出不同的天氣變化與幅度，會影響民眾公共自行車的使用率，針對自行車的應該擺放數量重新規劃。公共自行車共享系統中「使用者需求」、「自行車數量平衡」皆為系統中的重要課題，亦將在本研究中加以探討。

### 1.3 研究目的

由於使用者需求有著不確定性，造成許多自行車租借站常常面臨無車可借、無位可還的情況，即會影響自行車系統的使用品質。為降低此情況的發生次數，相關單位將會派出運補車去調整自行車租借站的自行車數量，如何在適合的時間調度自行車到正確的地方、運補車該如何移動等正是此研究所探討的目標。而本研究將以「兩階段式車輛途程問題」求解方式為主軸，第一階段將系統中的自行車租借站分群後，再進入第二階段求解運補車路徑之數學模式，並且在過程中發現了「需求趨勢相同租借站之運補相斥性」，以增快整體數學模式的計算，整體研究可分為以下兩個主題：

#### 1. 自行車租借站分群之研究

一個完整公共自行車系統的自行車租借站數量非常多，將全部的自行車租借站同時放進數學模式將是一個非常大的網路問題，進行最佳化求解時間就會非常久。因此本研究會先將自行車租借站之歷史資料進行前置處理後，使用兩種不同的分群方式：(1)K-means 分群演算法與(2)預測趨勢之分群數學模式將眾多的自行車租借站進行分群。原眾多自行車租借站依前述兩種分群方式後，產出的每一區域，將可以只需計算一部運補車來進行該區域運補的車輛途程問題，以簡化並節省後續最佳化數學模式的求解時間，可以更快速地規劃出每台運補車之調度策略。

## 2. 自行車租借站需求變化之運補策略研究

自行車租借站每天都有其自行車數量的需求變化，根據歷史資料可以發現每一站的自行車需求都稍有不同，例如在學校附近的租借站，早上 7、8 點與下午 4、5 點都會出現大量的租還行為；公園和運動中心的尖峰時間則通常是下午才開始；本研究將透過自行車租借站的需求變化及站務資訊作為輸入資料，建立起三種不同類型的租借站運補之整數規劃數學模式：(1)「原始自行車租借站之運補模式」：亦即運補車直接在租借站運補；其(2)為「增設臨停區與人力之運補模式」：由於自行車租借站可能因為單位時間內的租還需求過大，而造成運補不及的情況，因此參考現行 YouBike 的運作方式，假如在租借站增設可供擺放自行車的「臨停區」並派遣人力在該自行車租借站協助處理臨停區與租借站間車輛運補，即可以及時調度放置在臨停區的自行車，增加自行車的使用效率與整體系統的順暢；然而在現實生活中不可能將每個自行車租借站皆增設臨停區，因此(3)「臨停區選址之運補模式」：可以依營運者的臨停區數量需求，決定將數個臨停區設置在合適的自行車租借站，利用最小的成本以達到最高的自行車調度效率。三種數學運補模式皆以極大化騎乘者之租還需求車次為目標，訂定租借站分群後的運補車調度自行車之計畫，藉以改善整個自行車租借系統之服務品質。

在此上述兩階段式車輛途程問題中，從運補模式決策算出的運補車路線可以發現到：當不同租借站在連續時間下具有相同的自行車需求趨勢(缺車、缺位)時，其運補車並不會連續兩期出現在相同性質的自行車租借站，因此本研究將此性質定義為「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」。將此性質重新代入上述的兩階段式車輛途程問題中，即可加速其數學模式的求解過程，並依然可以得到最佳運補策略，此性質將為本研究重點之一。

## 1.4 論文架構

本論文之架構如下：第二章為文獻探討，介紹過去學者對於公共自行車租借系統的種種研究貢獻：譬如特定時間該放置多少自行車於各站、系統最小化營運成本、最大化服務水準、啟發式演算法等相關議題的數學模式，並加以套用在實際生活層面中，以利現今的自行車共享系統可以使用；另外有學者提及未實行過的新政策，嘗試在公共自行車共享系統中實施，以達整體系統有更好的運作。第三章會藉由自行車租借站的歷史資料及其需求特性，研究出兩種不同的自行車租借站分群方式，加以簡化後續其運補車輛途程問題之數學模式的計算。第四章將介紹三種不同時空網路之整數規劃數學模式，建立仿造現實生活中運補車調度模式，將過去的歷史資料代入進行最佳化求解，試求出運補車一整天完整的運補路徑及其運補策略。第五章將針對第三、四章的方法與數學模式作實際情境作範例，並作數值分析與討論其結果。第六章則為本研究之總結，提出研究之貢獻與未來研究方向。

## 第二章 文獻探討

本節將介紹過去學者對於公共自行車系統研究的相關文獻探討。由於本研究主要探討為「自行車在租借站之間的平衡關係」，因此在 2.1 節先將介紹過去學者對於自行車系統的運作策略研究，以及使用者角度去研究其自行車租借站系統的變化作些文獻回顧；2.2 節將針對其運補車移動路徑之路徑問題作主軸，並另探討貨櫃問題之自行車系統運補模式作延伸；2.3 節則依自行車的兩種運補策略作區隔，歸納出其靜、動態運補之間的差異性與比較；最後 2.4 節作此文獻探討之小結。

### 2.1 自行車租借站系統運作之相關文獻

#### 2.1.1 使用者行為

由於公共自行車系統的使用者越來越多，使得預測自行車的使用需求更加困難。假定可以利用周邊的資訊判斷出，這個時間點哪些租借站會有大量的使用者來借用自行車？下一個時段內，哪些地點的租借站即將要沒有空位導致使用者困擾？除了各相關單位提供的軟體，可以讓民眾知道即時各自自行車租借站的狀況外，Gebhart and Noland (2014) 分析了許多天氣資料(如濕度、溫度等)與自行車系統的數據，利用統計的分析來比對驗證，各種天氣因素的確會影響公共自行車系統的使用頻率。O'Mahony and Shmoy (2015) 則針對上下班的尖峰時刻進行自行車系統所含有的潛在需求進行研究，透過自行車歷史資料的趨勢變化，分析預測各租借站的在尖峰時刻自行車數量變化。本研究也有分析過去自行車系統之歷史資料，以預測租借站的需求趨勢。

Cervero and Duncan (2003) 提出一個自行車選擇的相關數學模式，針對天氣的變化會不會影響在都市生活自行車的使用作分析。而 Gebhart and Noland (2014) 提到他們蒐集了華盛頓特區接近幾個月的歷史天氣資料，並將華盛特區盛行的自行車系統(Capital Bike Share, CaBi)中的各時段交易資料蒐集起來，利用統計多重因子的交叉分析比對，發現溫度介於 32.2~37.2°C 時，使用者最多；而在下雨天、高濕度的環境、強風的氣候底

下，都只有少少的使用者仍會租借自行車。由此研究得知，當大家可以預測其氣象預報，即可以推測出當天的自行車使用狀況是不是一如往常的租還頻繁，再加以決策是否減少運補車的指派。

### 2.1.2 營運策略

Waserhole and Jost (2012) 訂定出一套的訂價策略，讓公共租車系統有良好的表現成果，之後 Chemla et al. (2013) 延伸此訂價策略，建立一公共自行車模擬租借系統，並自行發明一啟發式演算法，模擬計算出重新擺放自行車的數量於各租借站。該研究亦試驗了訂價策略的應用於模擬系統中，確認此策略的確可以讓系統中的自行車使用率提升，但由於此訂價策略似乎仍缺乏一些經濟學的考量，實有待其它學者的後續研究。

平常看到的公共自行車租借系統，因為沒有預約機制，租還時僅能靠運氣。Kaspi and Raviv (2014) 提出了一個全新的預約規則(Reservation Rule)，以確保每個使用者在預約成功後，一定有車子可借、有空停車柱可還；舉例來說，當發現其該租借站有自行車可供租借時，不一定真的能夠將自行車騎走，一定要確定目的地租借站是有位子可供使用者還車，才允許租借自行車。

Kaspi and Raviv (2014) 提出此策略後，另外建立兩個數學模式來檢測「預約策略」究竟實不實用，因而針對此數學模式提出了許多假設，計算出「最小化超出預定的旅行時間」，計算出來的結果發現，預約策略比想像中效果還要好，因此又再進一步推出部分預約的聯合策略方式，發現所有旅行時間皆比未採納策略的時間要短。

上述相關文獻皆針對自行車租借站系統作為探討，下一節將從運補車的角度回顧運補自行車相關文獻。

## 2.2 運補車路徑之相關文獻

### 2.2.1 車輛途程問題

公共自行車系統中，各個租借站就像物流中心的倉儲系統，而運補車透過指派與行經各租借站來運補自行車，就像將貨物運送至各個客戶與廠商一般。此類將貨物從倉儲

中心運送至各地點的問題，即為平常所看到的車輛途程問題(Vehicle Routing Problem, VRP)(Dantzing and Ramser, 1959)，在能夠滿足需求的條件下，可達到成本最小化或總路程時間最短等目的。而傳統的車輛途程問題可分為三種類型：容量限制車輛途程問題(Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP)、時窗限制車輛途程問題(Vehicle Routing Problem with Time Windows, VRPTW)以及收送貨問題(Pickup and Delivery Problem)。而針對這些問題中，後續的學者也提出不少啟發式演算法，希望可以在特定時間內得到某些成效。

#### 2.2.1.1 收送貨問題

收送貨問題是指工作人員必須對客戶收取貨物又同時有送貨的功能，自行車租借系統與這類問題極其相似，而收送貨問題又可分為：

1. 先送後收(Dief and Bodin, 1984)：各個可能會經過的需求地點上，只會有收貨及送貨其一的需求。貨車一旦從出發點行駛後，會先經過所有需要送貨的地點，滿足了這些地方才會開始往其它收貨的需求地點前進。
2. 同時收送(Hokey, 1989)：各需求地點同時具有收貨與送貨的需求，若貨車經過這些地點時，兩種需求的滿足皆會被考慮進去，貨車必須滿足兩種需求才能離開。
3. 混合收送(Golden et al., 1985)：各個地點只會有一種需求：收貨或是送貨，然而在貨車的行駛途中，需要收貨的地點和送貨的地點會交叉來回，與第一種收送貨方式相差甚遠。

Benchimol et al. (2010)將第三類型的混合收送貨問題套入公共自行車共享系統，若該租借站有收貨之需求，則將會指派運補車前往該站，將多餘的自行車移開；另一方面，假若租借站有送貨之需求，代表此站現在自行車數量過少，需要進行「補貨」，運補車便會載著自行車前往該站。

#### 2.2.1.2 兩階段式車輛途程問題

前面所提及之 VRP 問題已被證明為 NP-Hard，而當有多台運補車同時進行規劃路線求解時又顯得更加困難，為了將此類型問題簡單化，通常會採取兩階段式解法。其一

為先規劃路線後分群(Route-First Cluster-Second)的方式，此方式是在考慮運補車數量可以調動下進行路線的規劃，完成後再依運補車路線進行拆解分群化，以利簡化原因難問題的求解過程。

兩階段多車輛途程問題中，另一種較常使用的簡化問題方式為「先分群後規劃路線」(Cluster-First Route-Second)這種，也即是本研究對於自行車運補策略之主軸。此方式會將車輛欲經過的所有站先進行分群，將這些站分群成車輛數的區塊後，再個別每一個區塊針對一台車輛進行車輛路線規劃，在這其中比較有名的方式如：花瓣演算法(Petal algorithms, Ryan et al., 1993)、節省法(Savings algorithms, Clarke and Wright., 1964)、掃描法(Sweep algorithms, Gillet and Miller., 1974)等。

過去學者透過不同兩階段方式求解車輛途程問題，而 Schuijbroek et al. (2013) 將兩階段式演算法 Fisher and Jaikumar Algorithms (Fisher and Jaikumar, 1981)套用在公共自行車租借系統中，藉由達到一定的服務水準之下建構一混整數數學模式，求解最小化成本之運補策略。在本研究的主軸中，同樣也是採取兩階段式車輛途程問題來求解數學規劃模式：依自行車租借站需求的歷史資料，研究出兩種不同的自行車租借站分群方式，簡化其整個自行車系統的假設模式，作為第一階段的分群；第二階段將以前述產生的分群方式結果，建構出相似現實生活中的運補車動態運補數學模式，計算出最佳之自行車租借站運補策略，以改善整體自行車系統的服務品質。

### 2.2.2 貨櫃調度問題

貨櫃調度問題是全球海運公司定期貨櫃系統中重要的議題。此問題中需要考慮各港口貨櫃的最大存量限制，並希望讓成本最小化。Shintani et al. (2007) 將營運公司的利潤與運補成本列入考慮，再加上貨櫃路線的考量，建立一數學模式以兩階段方式求解。第一階段以營運公司最大化利潤為目標，求解最佳運送港口組合與最佳船舶數目；第二階段再將目標設定為最小化貨櫃運輸配置成本，來配置各港口的貨櫃。

張立蓁 (2010) 延伸貨櫃調度的概念，發展出一套兩階段的自行車運補模式。首先第一階段以單一車種最小成本多元商品流模式(Single-type Bike Redistribution, STBR)求



解出各權重下的租借車輛配置與站間運補路線後，此研究在第二階段以運補車模式求解出相對應的運補車個數。在第一階段求出的路線雖然即會限制第二階段的計算，但是此文獻一開始未限制其運補車個數，可能會在不恰當的設定下導致系統太過脫離現實(如運補車數量過多)；因此，營運者如何在提供一定服務水準的前提下，調節營運者與租借者間的平衡非常重要。

## 2.2 自行車運補策略之相關文獻

在整個自行車租借系統中，自行車經過使用者騎乘後，原本停在 A 站的自行車可能會在下個時段停放在 B 站，任一時刻皆會有不同的自行車在系統中流動著，這也造成了自行車租借站容易出現自行車數量不均，進而影響系統順利運作，因此衍生出運補自行車之相關議題。在自行車運補文獻中，大致上可分為兩種類型，「靜態自行車運補」(Static Bike Repositioning)以及「動態自行車運補」(Dynamic Bike Repositioning)問題。

### 2.2.1 靜態運補

靜態運補是指當整個自行車租借系統的交易幾乎呈現靜止的狀態(例：夜間較少人使用時段)，指派運補車調配各站的自行車數量，運補車只考慮開始營運時(例：早上開始比較多人使用)該放置多少台自行車在租借站即可，通常假設這段時間內不會有任何交易產生(包括「無車可借」、「無車可還」亦不會發生)，透過此方式簡化自行車租借系統數學模式。此種運補方式只須規劃一次性運補，將自行車重新擺放(Repositioning、Rebalancing)以達平衡，Chemla et al. (2013)、Raviv et al. (2010)及 Benchimol et al. (2011)皆屬此類型的研究，通常會藉由啟發式演算法或是一定服務水準的前提下訂定數學規劃模式，重新規劃各租借站的自行車數量。

廖敏婷 (2012) 改善了 Raviv et al. (2010) 文獻中未考慮運補車上的存貨量作為運補自行車上限的疏失，提出了兩種靜態運補數學模式，盡可能在交易靜止的情況下(如深夜時刻)將自行車運補至各租借站，分配租借站最佳的期初配置車數，分別以(1)指派問題與(2)一般流量守恒式呈現，將兩者作數值測試比較其求解效率，但隨著站點與運補車

的數量增加，求解時間也大幅上升，因此該模式給定初始路徑的方式可調整或是使用其它演算法來求解其運補問題。

### 2.2.2 動態運補

根據即時訊息得知現在各自行車租借站的自行車數目與空位數，再決定運補車現在將開往何處調整自行車數量，此運補方式稱作「動態運補」，相較於前一小節的靜態運補，動態自行車運補的文獻少了很多，因整個自行車租借系統中充滿了許多不確定性，譬如使用者將何時來租還自行車等皆無法事先得知？。張立蓁 (2010) 建構一單車種的時空網路，加入平均車次的考量，將其視為一個多元商品網路流量問題，考慮租借者的騎乘路線偏好，建構一單車種的最小成本多元商品流模式，以求解權重衡量的各租借站在各小時應配置的自行車數及其最小總成本的站間運補方式；接著依其最佳解結果以運補車模式求解在不同情境考量下最適宜的運補車個數與其運補路線，但假如依此模式計算出來的最佳運補車個數過大，營運者可能不會採取此方式進行調整自行車，因此本研究將假設運補車個數為固定已知，並建立數學模式以方便決策者的指派運補車運作。

洪菁蓬 (2012) 探討自行車租借與運補車配置模式，她以時空網路為基礎，並且已知營運時間內每期租借者的起訖點需求以及營運者提供服務水準門檻後，根據每期使用者在各租借站租還車以及需各站點內的自行車數量下，建構最小成本之網路流量模式，以求解各租借站每期應該配置的自行車數及運補車移動路線，如圖 2.1 為一組三個租借站、一輛運補車以及兩期分別有兩組起訖點租還需求的例子。

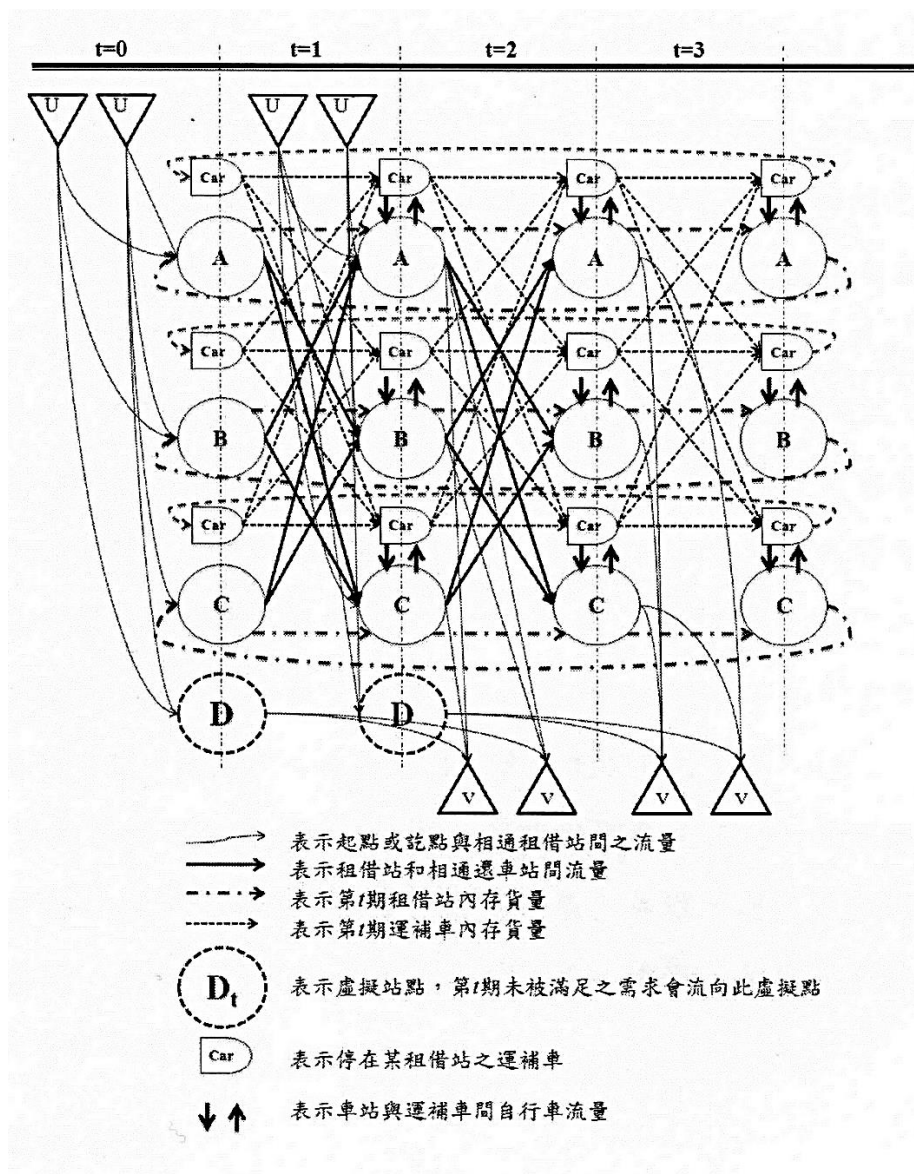


圖 2.1 兩期租借需求示意圖【資料來源：洪菁蓬(2011)】

其中可以發現此系統可拆解成各期租借者需求狀況、運補車的途程規劃、與自行車的流動情形等三組網路圖，分別如圖 2.2-2.4 所示，圖 2.2 為兩期租借者需求之網路圖，租借系統包含租借站如 A、B、C 的需求發生流動情形，而 D 表示當需求沒有完全被滿足的時候，剩下的未滿足自行車需求的數量將流往 D；圖 2.3 表示運補車的途程規劃網路圖，運補車依照各期租借站未來發生之需求與目前站內自行車、空位個數，決定前往的租借站並且決定是否調動站點內的自行車數；營運時間的連續狀態下，為了能符合第一期的需求，因此在最後一期結束後，又會再進行一次運補，上述的租借需求流動與運

補車的調動皆會影響各租借站的自行車數，因此系統的自行車流動情形以圖 2.4 表示。

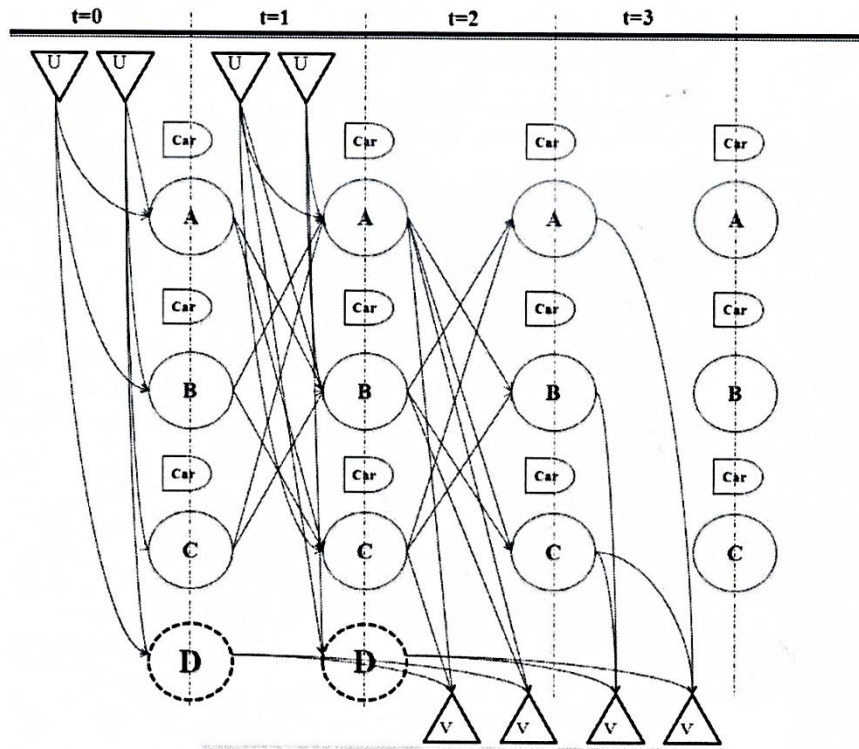


圖 2.2 兩期租借者需求之網路圖【資料來源：洪菁蓬(2011)】

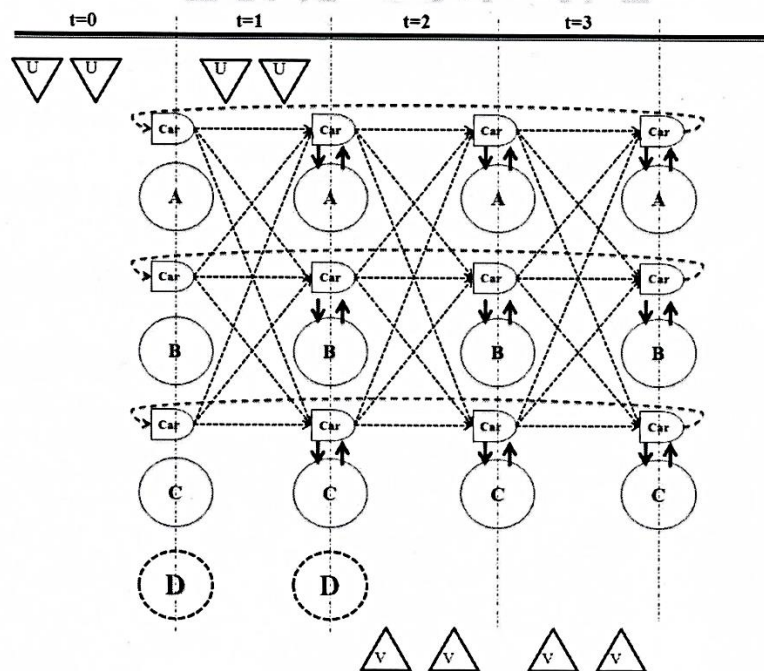


圖 2.3 運補車路徑網路圖【資料來源：洪菁蓬(2011)】

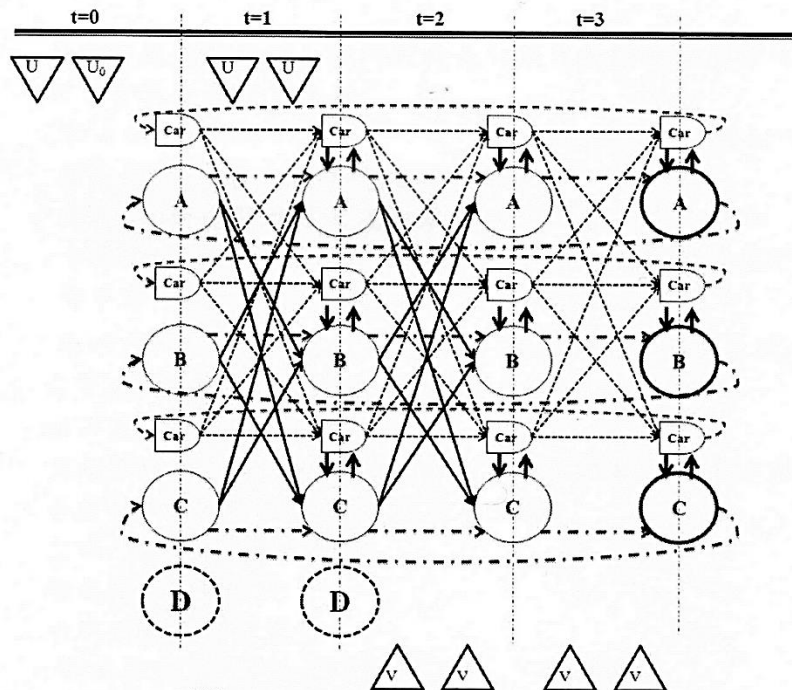


圖 2.4 各期自行車流動網路圖【資料來源：洪菁蓬(2011)】

此問題可能會因時空網路的複雜性與租借站過多的關係，導致整個問題的網路圖變大、變數變多，每個點到每個點之間的連結都考慮進去，問題的求解時間因此過長，但其實際上在求解過程中運補路徑不一定都需皆將納入考量。所以如何簡化數學模式也是本研究重點之一，本研究將以洪菁蓬(2011)的運補數學模式為基礎，重新訂定一全新簡化版的數學模式作分析求解，且根據過去學者的例子中，可以將自行車租借站進行分群後，再進行運補車的路徑規劃，依此兩階段方式的求解其自行車運補策略模式勢必會再加以簡化許多。

其次在 Chemla et al. (2013) 的論文中，提到同時考慮不同期數(1 期、2 期)的歷史資料而計算出來的運補路徑，發現配合單一期資料與求解出來的運補路徑最為準確，而當資料一次進行兩期的計算就會明顯有誤差，代表歷史資料雖然貴為參考用，但假若真正遇到現實狀況，運補路徑的還是會有所變化。而在本研究中，會將自行車租借站的歷史租借資料整理，透過預測其需求趨勢變化而加以訂定其運補車可能移動之路徑，發現到

運補車在移動過程中會針對租借站的「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」，而改變運補策略移動過程，如將此性質考慮進運補數學模式中的話，即可以省略掉許多運補車不必計算的移動路徑，以增加問題的求解效率，而詳細性質將會在後面章節作介紹。

## 2.5 小結

自行車租借系統雖然是近幾年來才逐漸受到重視，但其相關議題(如車輛途程問題)已被廣為討論，因此往後的研究不斷地將各種方法套用至此系統，希望可藉此讓系統更加便利。目前政府機關或其相關單位對於自行車租借系統最注重的還是以下兩個問題：其一是租借站的選址問題，何地該放置租借站讓民眾使用？放在此處會不會對當地造成影響？；其二就是本研究正在討論的自行車運補問題。自行車的運補問題被視為 NP-Hard 問題，在舊有的文獻中，多是以貪婪法、禁忌搜尋演算法及粒子群演算法去計算選址及期初應該擺放的自行車數量，而在此研究中，我們將分析蒐集到的租借資料，藉由資料特性讓數學模式的複雜程度減少，以利電腦可以快速的運算出結果，再訂定模式假設、建立數學模式，計算出運補車行駛路徑及該運補多少自行車數量，後面章節將開始介紹本研究的方法與模式。

### 第三章 自行車租借站分群之研究

本研究將在自行車配置運補問題上，與張立蓁(2010)、洪菁蓬(2011)一樣，探討各自行車租借站同時存在租借者的需求與運補車的調度等之動態自行車運補(dynamic bike repositioning)。由上述的研究得知，假如進行全區域的運補車路徑計算，會導致整個問題的求解時間過久，甚至會因問題過大、變數過多而幾乎無法求解。因此在此章節中，本研究將介紹兩階段式車輛途程問題的求解方式中的第一階段：將全部的租借站依運補車數量分成若干個區塊進行研究，提出兩種不同自行車租借站的分群方式，以利電腦可以在第二階段訂定運補策略時，可以更快計算出運補車的移動路徑及每單位時間內的運補數量，此外也可以計算出期初各個租借站該放置多少數量的自行車，以減少騎乘者租還車的需求未被滿足的總發生次數。

#### 3.1 K-means 分群演算法

首先本研究將各租借站的經度、緯度配合地圖算出租借站彼此之間的實際直線距離；再將所有最原始的成功交易資料，以 30 分鐘為一單位時間，將每天分成 48 期後，依照每個租借站每期的交易量，分為使用者租借自行車與還車兩類，將此兩數字相減(還車總數減去借車總數)，計算以獲得該站當期的「自行車淨流量」，舉例如下：如表 3.1、圖 3.1 所示，租借站 A 在某一期間之還車輛為 6 台，該期也剛好有 6 台自行車被借走，因此對於租借站 A 的該期淨流量為 0(還車數-租車數=淨流量， $6-6=0$ )；而當該期的租借站借車數大於還車數時，則可以計算判斷出該租借站經過該期需求變化後，自行車淨流量為負值，租借站 B 該期的還車數只有 1 輛，但是卻有 6 位使用者租借自行車，則可以計算得自行車淨流量為-5( $1-6=-5$ )；相反之，租借站 C 的租還狀況淨流量為 4( $6-2=4$ )。將每一站每一期的自行車租還狀況整理成「自行車需求淨流量」的表格，如剛剛的淨流量變化作為第一期的淨流量變化( $t=1$ )，則可以依序推出往後時間的淨流量變化，如表 3.2 所示。

表 3.1 租借站 A、B、C 的自行車租借與還車(時間單位：30 分鐘)

自行車借還數量	t=1		t=2	
	借	還	借	還
A	6	6	1	4
B	6	1	4	2
C	2	6	3	3

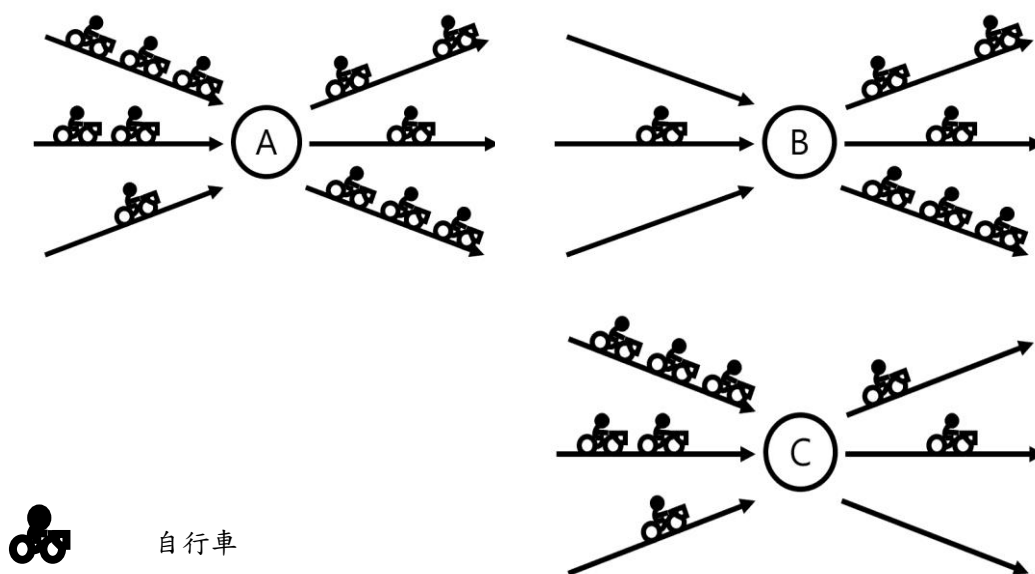


圖 3.1 租借站 A、B、C 的自行車租還示意圖

表 3.2 租借站 A、B、C 的自行車需求淨流量(時間單位：30 分鐘)

租借站	t=1	t=2	t=3	t=4
A	0	+3	+1	-2
B	-5	-2	0	-2
C	+4	0	+1	+3

透過上述表格可以得知眾多租借站在同一時間內，所發生的任何租借需求狀況，租借站的自行車需求淨流量即代表該租借站經過該期的自行車數量變化，如圖 3.2 所示，因此在做分群演算法時，即會將此種變化考慮進去。



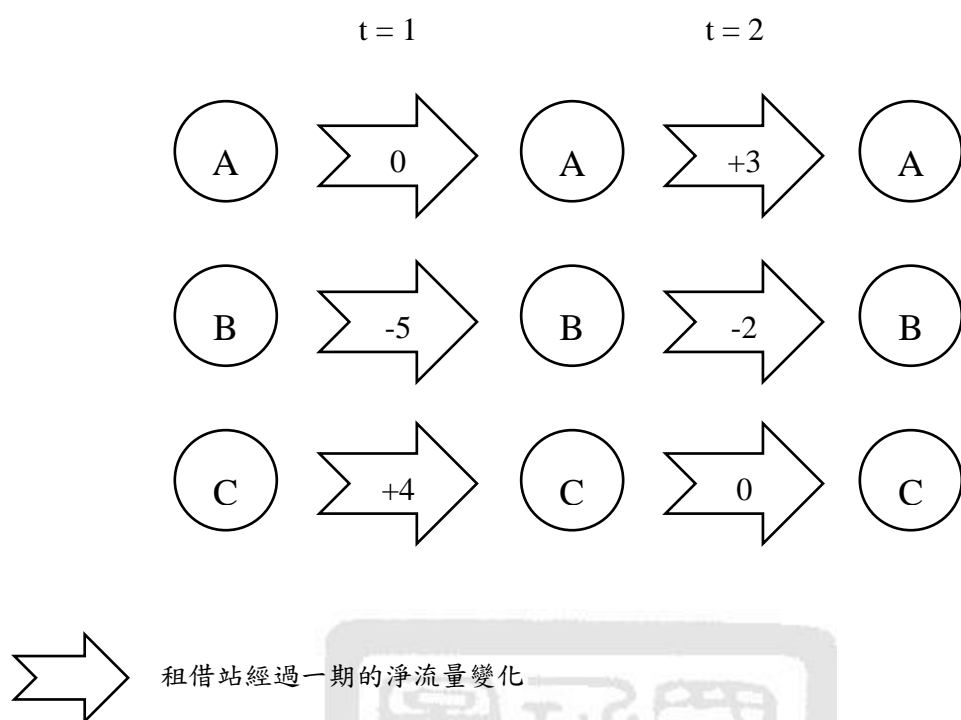


圖 3.2 自行車淨流量示意圖

將上述資料整理出來後，所有自行車租借站都有一新表格及其原本的站務資訊。接下來利用 K-Means Clustering 演算法的概念，設定起始分區群集數與運補車個數相同，將全部區域的自行車租借站分成若干個區域，如圖 3.3(a)(b)所示，假設運補車個數為 3，將原本許多零散的自行車租借站依距離遠近進行分群，所有租借站將會被分成 3 群，此方式不但可以將自行車租借站清楚劃分，讓其運補人員清楚知道有哪些租借站屬於自己的責任區域，而接著之後在求解動態自行車運補路徑過程中，將可以僅考慮個別區域內的自行車租借站與其負責的一台運補車，以減少許多求解時間。

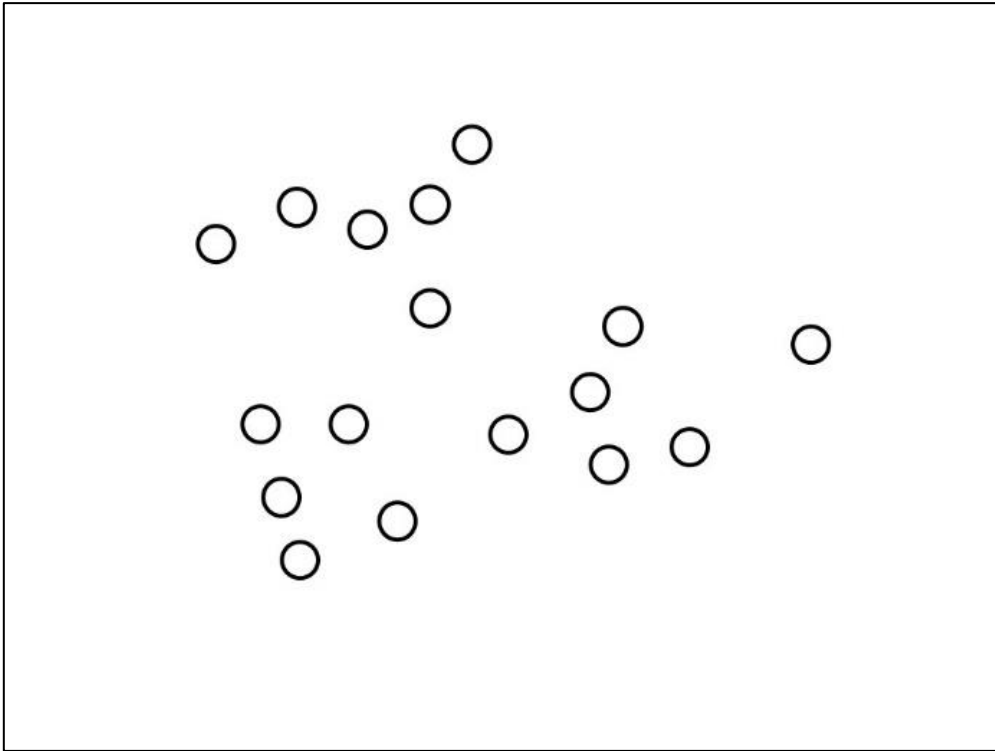


圖 3.3(a) 自行車租借站隨機分布

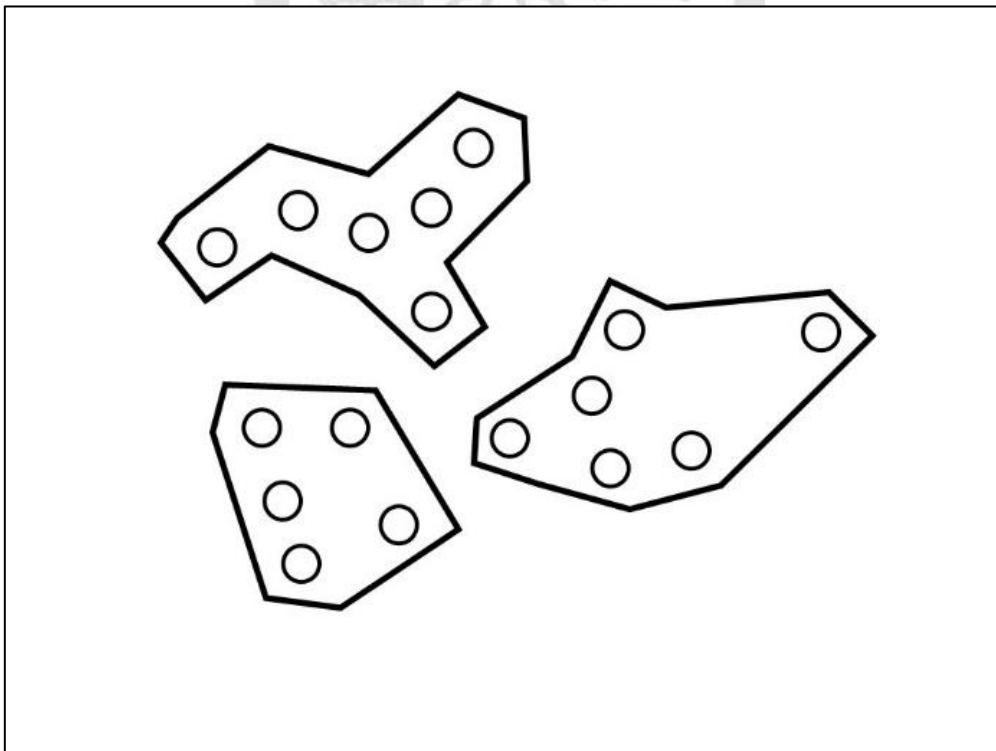


圖 3.3(b) 分群後的租借站區域

K-means 分群演算法流程：

**STEP.1 選擇初始中心：**選擇數個自行車租借站為起始中心租借站，並將其租借站的期初淨流量考慮進去，如圖 3.4 所示(如欲分成  $k$  區，則選擇  $k$  個租借站為起始中心點)。

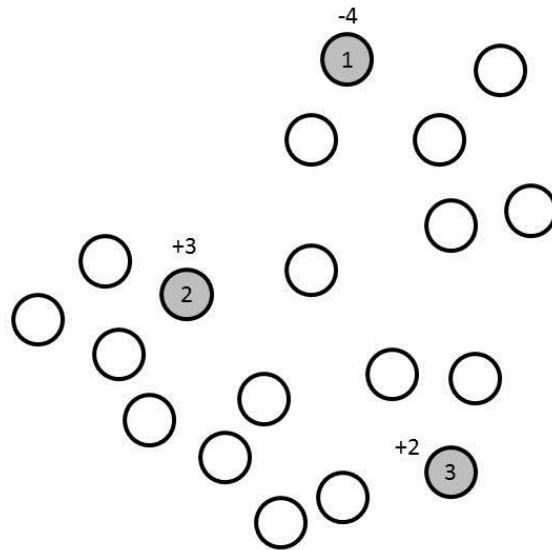


圖 3.4 選擇起始中心租借站

**STEP.2 權重比較：**針對尚未分配區域的自行車租借站，將其相對應的自行車需求淨流量與各中心租借站的前一期淨流量相加取絕對值後，再乘上其租借站與各中心的距離，可得一個新的數值，將租借站該分配至數值最小的那一群集。舉例如圖 3.5(a)(b)所示：如前述的租借站 B 有一淨流量為 -5，則欲想將其分配至某一群集裡，勢必考慮到其中心租借站的前一期淨流量與租借站之間距離，因此本研究將其租借站之淨流量與其各中心的淨流量相加取絕對值，再乘上其之間距離可得：

$$\text{租借站 B 與中心租借站 1: } |(-5) + (-4)| = 9, 9 * 20 = 180$$

$$\text{租借站 B 與中心租借站 2: } |(-5) + 3| = 2, 2 * 10 = 20$$

$$\text{租借站 B 與中心租借站 3: } |(-5) + 2| = 3, 3 * 25 = 75$$

計算出相對應的數值後，判斷所得之值最小者，則租借站即會屬於該分群裡，

此例子表示租借站 B 將被分配至第 2 群。

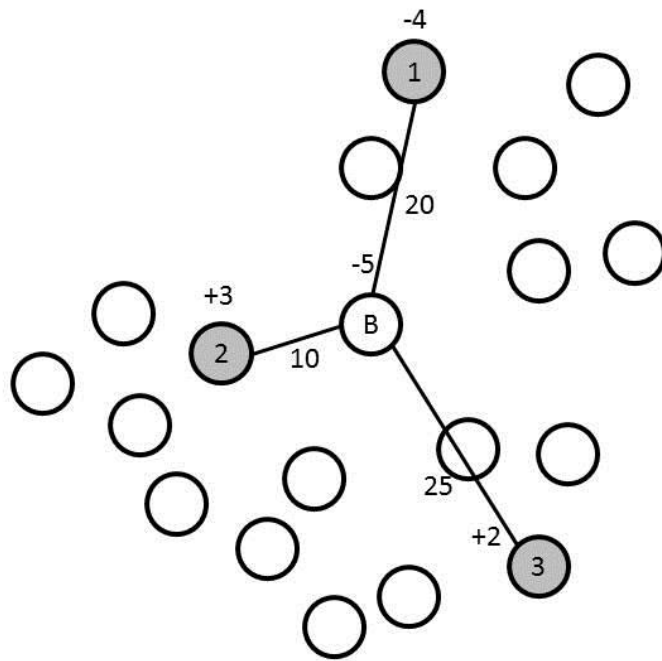


圖 3.5(a)租借站 B 與各中心相對應關係

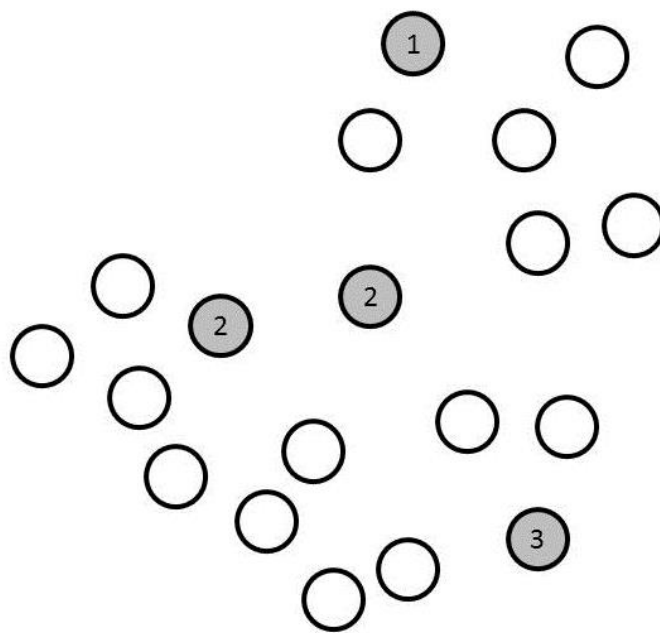


圖 3.5(b)租借站 B 被歸類為第 2 群

**STEP.3 新中心的產生：**新分群後的中心將會出現新的淨流量值，而且中心地裡座標也會跟著變動，如圖 3.6 所示。第 2 群的新中心為圖中星型，其淨流量與地理位置已經隨著租借站 B 的歸群而改變。

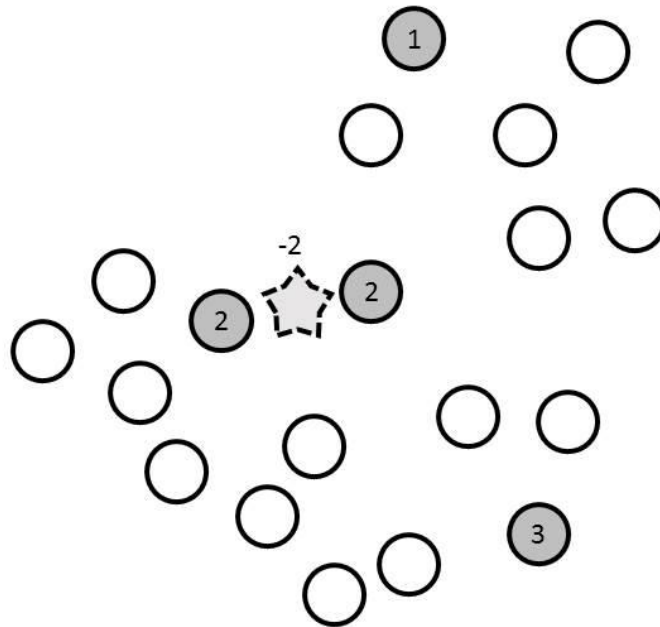


圖 3.6 第 2 群新中心的淨流量與地理位置

**STEP.4 分群歸類：**依序將剩下所有的自行車租借站重複 STEP.2 逐一分群，不斷進行分群後可得前後兩期之間的租借站分群，由於整個自行車租借系統的時空網路有 48 期(30 分鐘為一期，一天一共 48 期)，將 48 期的分群結果產出後，讓兩兩自行車租借站互相交叉比對，假如被分到同一個群集次數越高，越有機會將這兩個租借站規劃在同一區域；將所有自行車租借站不斷地整理，直到每一個自行車租借站皆已被完整分群出來。

透過此種分群方式可以快速地將各個自行車租借站進行分群，不但考慮到租借站的地理相關因素，也考慮到了每一期的自行車需求淨流量變化，本研究將其分群結果將會代入第四章的第二階段整數規劃模式：運補車途程規劃問題。

## 3.2 預測趨勢之分群數學模式

### 3.2.1 「需求趨勢相同的租借站」之運補相斥性

由前述可得知，各自行車租借站每一期皆可以計算出「自行車需求淨流量」，而經過累積數期的淨流量變化則可以得知自行車租借站未來之需求趨勢，如累積四期(2小時)後，即可判斷出該租借站在未來兩小時內的自行車總淨流量變化。但可想而知，假如現有連續兩期兩個租借站的累積淨流量產生的需求趨勢皆為自行車借車者較多的話，則運補車在進行運補策略時必定不會選擇「需求趨勢相同」的租借站進行連續移動，而改以尋找擁有「需求趨勢相異」之租借站(如自行車還車者較多的租借站)來進行搬運，此性質即為需求趨勢相同的租借站之運補相斥性。如圖 3.7 所示，租借站 A、B、C 的深淺顏色代表未來四期的「需求趨勢」，原本運補車將由租借站 B 出發，下一期將會移動至其它租借站進行運補，但由於「需求趨勢相同之運補相斥性」，使得運補車的選擇性減少，因此下一期將只會選擇到達租借站 C 的路徑來進行移動，而不考慮虛線路徑。

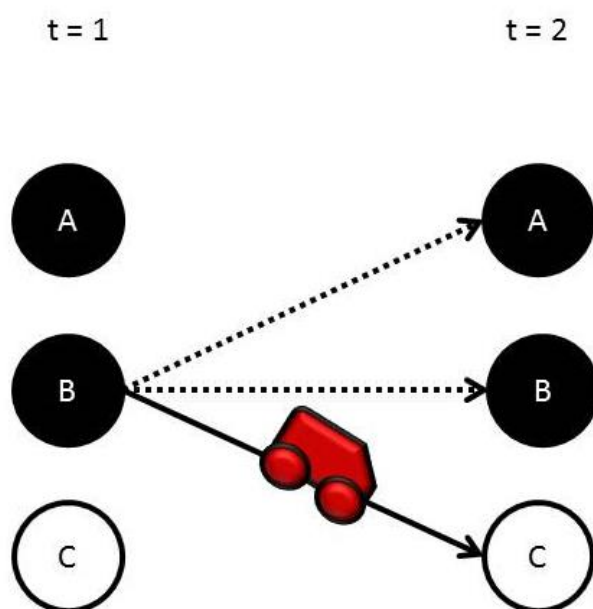


圖 3.7 運補車透過「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」之路徑選擇

在自行車系統的時空網路中，此性質可以在規劃運補車移動策略時，減少許多不必要的路徑選擇，在整數規劃數學模式的求解速度上增快了不少，整體自行車租借系統時空網路中為一個有利的性質。藉由此特殊性質，本研究另外建構出另一數學規劃模式，藉以求解自行車租借站的分群方式。

### 3.2.2 預測趨勢之整數規劃分群模式

根據前一小節可以得知「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」在自行車系統時空網路中可以簡化數學模式的求解過程，因此在本小節將以此性質為基礎，建立一預測需求趨勢之數學模式，來對整體的自行車租借站分群。

#### 3.2.2.1 研究方法與資料分析

首先本研究將每一站每一期的累積淨流量劃分等級，從-3~+3(包括0)一共七個等級，其中-3表示該自行車租借站嚴重缺乏自行車(即自行車數量在該期結束後減少很多)，+3表示自行車還車數量很多(亦即可能缺乏空位放置新的自行車)，而每個自行車租借站每一期的淨流量皆可依此原則算出其對應的自行車需求分級。直覺上我們希望盡量避免將前後兩期的需求變化趨勢為類似的租借站(譬如連續兩期同為多租車或多還車的租借站)歸到同一群，而是盡量將需求變化趨勢差異較大的站(亦即較互補)歸到同一群。欲達到此一目的，我們提出一個作法如下：將連續兩期的某兩站 $i$ 與 $j$ 的等級差異當成兩站是否該歸類於同一群的權重，該權重值越大即代表兩站越互補，因此越應該被歸類於同一群。亦即，針對第 $t$ 期的租借站 $i$ 與第 $t+1$ 期的租借站 $j$ ，將此前後期兩站的分級差別量(取絕對值)視為是否將 $i$ 與 $j$ 的歸到同一群權重，舉例於圖3.8，可知租借站A與B應較優先被歸類在同一群。

依此特性可以整理出各期之間，兩兩租借站的權重相互關係，藉由此方式作為整數規劃分群模式的參數設定，假如上述自行車租借站A、B兩站被分在同一區域，則該路徑權重就會被考慮進去，以最大化整體分群權重為目標，求解各自自行車租借站應該最適合和其它哪些租借站放置在同一區域，最後即可得知各租借站的分群結果。

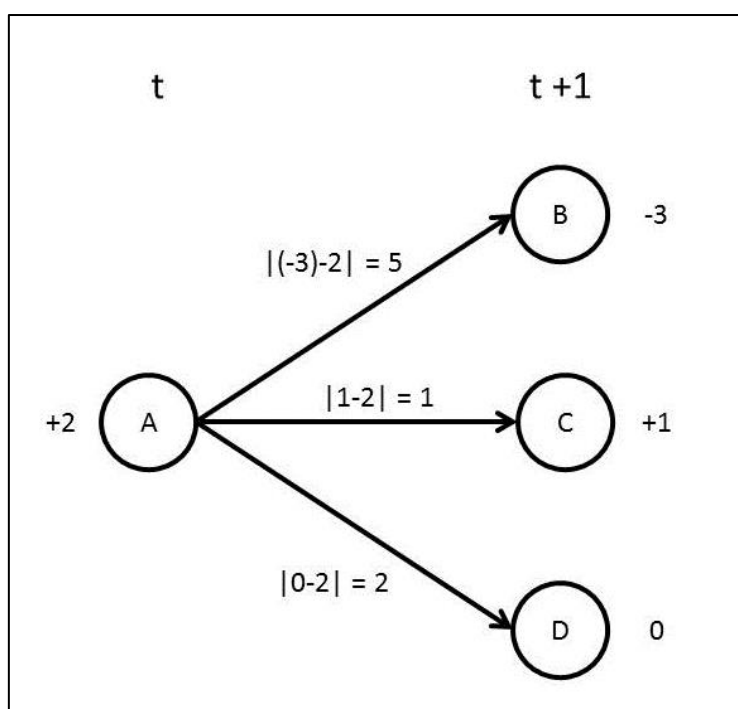


圖 3.8 從租借站 A 出發至 B 的路徑較為優先選擇

### 3.2.2.2 參數與變數的定義

#### 參數

$N$  租借站之集合，租借站編號  $i, j = 1, \dots, N$

$T$  總時間期數，時間  $t = 1, \dots, T$

$K$  總分群數目，分群編號  $k = 1, \dots, K$

$w_{ijk}^t$  第  $t$  期結束時，租借站  $i$  與租借站  $j$  同時被分在第  $k$  群的權重(第  $t$  期自行車需求分級減去第  $t-1$  期自行車需求分級後，再取絕對值)

$L$  每一分群中最小自行車租借站數目



變數

$y_{ijk}^t \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$  第  $t$  期結束時，租借站  $i$  移動至租借站  $j$  同時被分在第  $k$  群的路徑，路徑成立則為 1，否則為 0

$x_{ik} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$  租借站  $i$  分配至第  $k$  群時為 1，否則為 0

### 3.2.2.3 數學模式的建立

由於自行車租借站的需求趨勢已經得知，所以將藉由自行車租借站需求分級所產生之路徑權重為目標，訂定租借站被分配至某一分群後最大化所得之路徑權重，如式 3.1 所示。

$$\max \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T w_{ijk}^t * y_{ijk}^t \quad (3.1)$$

一個自行車租借站只會被分配至某一組分群裡，如式(3.2)。

$$\sum_{k=1}^K x_{ik} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (3.2)$$

分配出來的自行車租借站分群，每一集群中至少有一下限  $L$  個租借站，避免分群結果後出現租借站的個數不均勻。

$$\sum_{i=1}^N x_{ik} \geq L \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (3.3)$$

當自行車租借站  $i$  與租借站  $j$  同時分配在第  $k$  群裡時，其中  $y_{ijk}^t$  所代表的權重路徑才有可能成立，否則必定為 0，以式(3.4)、(3.5)、(3.6)限制之。

$$x_{ik} \geq y_{ijk}^t \quad (3.4)$$

$$x_{jk} \geq y_{ijk}^t \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} y_{ijk}^t + 1 &\geq x_{ik} + x_{jk} & \forall k = 1, \dots, K, t = 1, \dots, T, \\ & & i, j = 1, \dots, N, i \neq j \end{aligned} \quad (3.6)$$

再考慮自行車租借站彼此之間的地理位置，若超過一設定之同分群門檻距離時，該兩站應該要被分為不同集群，以式(3.7)限制之（假設租借站  $i$  與  $j$  已離得夠遠）。

$$x_{ik} + x_{jk} \leq 1 \quad \forall k = 1, \dots, K, i, j = 1, \dots, N, i \neq j \quad (3.7)$$

透過預測趨勢之整數規劃分群模式的求解，可得自行車需求權重最佳化之分群方式，在此種分群方式不但包含了地理位置中的設限，篩選出自行車租借站彼此之間因為距離太遠，而租借站不能被分至同一區之外，也計算了其中各個租借站的累積淨流量需求趨勢，可以判斷出哪些自行車租借站在某個時段需要比較多自行車還是需要停放自行車的空白，決定自行車租借站應該放置在哪一分群結果，將整體公共自行車系統的運補問題加以簡化。

### 3.3 小結

本章介紹了兩種不同的租借站分群方式：(1)K-means 分群演算法，經由每一站某一時刻的自行車需求淨流量與租借站之間的距離，可以快速地計算出該時刻的最佳分群結果，再經由一整天 48 期的結果比較，選出最適合的租借站對應分群方式。(2)在預測趨勢之分群數學模式中，則以計算兩兩鄰近租借站其自行車需求淨流量差值，來評判此兩站被歸類於同一群的互補程度，再求解一個整數規劃模式以計算整體互補程度最高的租借站分群方式。接下來我們將會把此本章提出的兩種分群方式結果套用至下一章，以接著計算第二階段運補車的移動路徑及其運補策略。

## 第四章 自行車需求變化之運補策略研究

考慮整體自行車租借系統時，常因自行車租借站過多而導致無法在時限內解出最佳運補策略，在使用上一章的租借站分群方式後，本章將僅針對單一分區來規劃求解其自行車運補模式。4.1 節將針對運補車該如何調度自行車作問題的描述與假設，並且提出前面章節所介紹的需求趨勢相同的租借站之運補相斥性，套用至後面運補模式的計算；4.2 節依現行大部分自行車共享系統的運補車移動方式，建置一原始自行車租借站運補模式，藉以規劃出運補車移動策略；而 4.3 節將參考現行 YouBike 增設臨停區的方式，建置臨停區與指派人力進行緊急調度之運補模式，此方式可以讓被分派到人力的自行車租借站利用該人力處理臨停區與本身站上的自行車移動，以減少使用者需求未被滿足的次數；4.4 節將探討臨停區選址問題，假設臨停區之個數與選址可依營運者成本而定，建置一臨停區選址之自行車運補模式以更加符合現實狀況，最後 4.5 節為本章運補策略研究之小結。

### 4.1 問題描述與假設

#### 4.1.1 問題描述

本章節將以洪菁蓬(2011)的動態自行車運補數學模式為基礎，再加以研究其運補車該如何進行調度自行車。原研究利用起訖點的不同位置，歸納出使用者可及之自行車租借站，接著考量起訖點的使用者需求，並發展一整數規劃模式求解各租借站在每期應配置的自行車數量及每台運補車的移動路線。

在本研究的動態自行車運補問題中，我們假設事先已知使用者需求的起訖自行車租借站與自行車數量，再建構成自行車租借站與使用者需求的時窗網路，如圖 4.1 與表 4.1 所示，圖中圓形節點代表各自自行車租借站，節線表示使用者的騎乘路徑，黑色小人代表使用者騎乘自行車。當第一期( $t=1$ )結束前，使用者騎乘自行車從租借站 A 騎乘至目的地租借站 A(可租借騎乘再返回原租借站歸還)、B、C，分別有 0 位、2 位、1 位，而同時

間有 3 位、0 位使用者從租借站 B、C 騎乘至租借站 A 歸還；同樣地租借站 B、C 也有上述的自行車租借交易狀況發生，形成如圖 4.1 自行車流量時空網路圖。

表 4.1 租借站之使用者需求資訊(單位時間：30 分鐘)

	$t=1$			$t=2$		
租借站起訖點	A	B	C	A	B	C
A	0	2	1	1	3	0
B	3	1	2	2	2	0
C	0	2	2	1	0	2

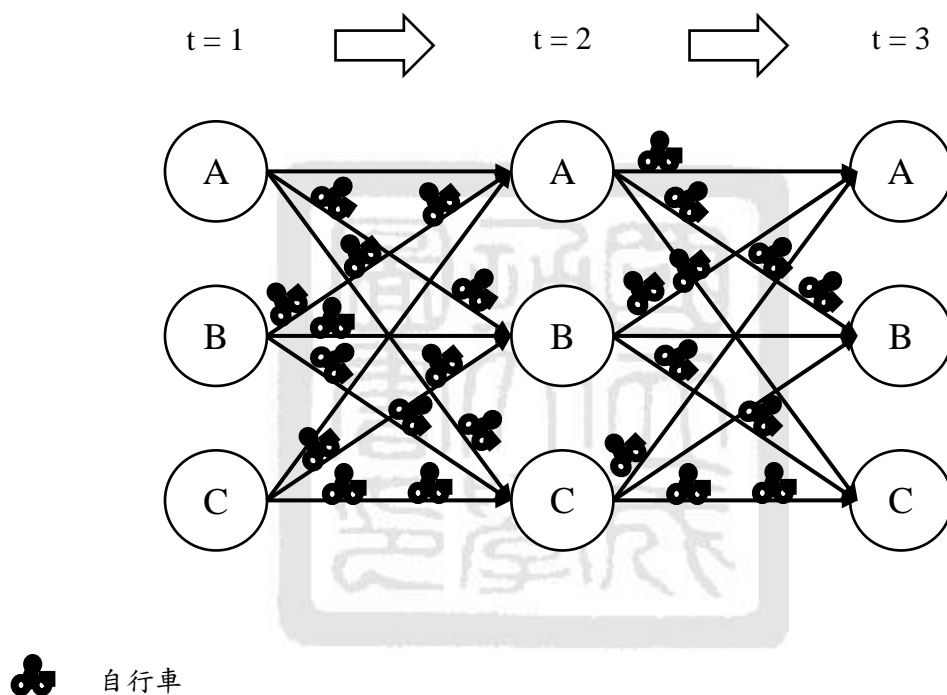


圖 4.1 自行車流量時空網路圖

從上述的自行車流量時空網路圖可以看出，針對只有三座自行車租借站、時間為兩期的時空網路圖就已產生了許多節線；若針對半小時為一期、全部兩百站的共享系統，其運補數學模式將會更難求解。但若再仔細推敲，即會發現其實上述的網路圖中有許多用不到的線（舉例來說，運補車不太會從多（或空）車站再移到多（或空）車站）。因此本研究將會把資料簡化以減少不必要的複雜性。動態自行車運補的另一重要時空網路圖為「運補車調度時空網路圖」，如圖 4.2 所示。運補車的移動路徑可能為租借站與任一

其它租借站之間的節線，圖中表示時間第一期結束前(即尚未進入  $t=2$ )，運補車將由租借站 A 移動至租借站 C，並且完成運補；下一期再由租借站 C 出發前往租借站 B 進行運補，運補車行經的自行車租借站與路徑構成另一時空網路圖，由上述兩種時空網路圖構成此動態自行車運補問題的基礎概念，在後面章節中本研究將會建立數學模式，透過整數規劃的方法求解出此模式的最佳運補路線。

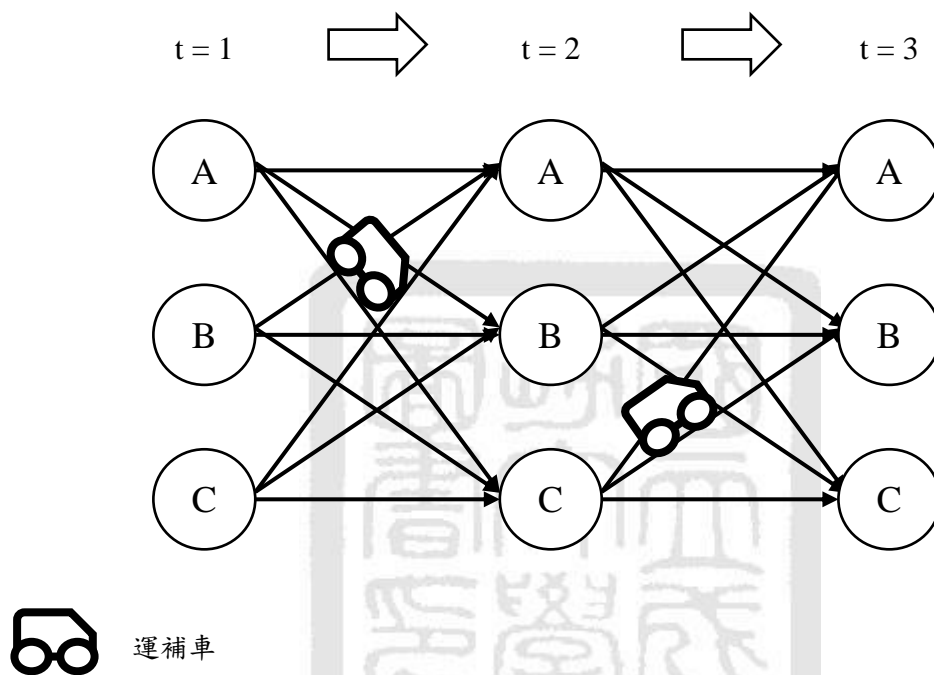


圖 4.2 運補車調度時空網路圖

#### 4.1.2 問題假設

針對租借站分區域運補問題，本研究列出以下幾點假設：

1. 自行車租借站的停車柱數、地理位置皆已知。
2. 訂定 30 分鐘為一單位時間(期)，使用者騎乘自行車、運補車調度作業皆在一單位時間內完成。
3. 自行車租借使用者需求中的起訖租借站與數量皆已知。
4. 自行車使用者的需求產生時，「借車」即代表騎乘自行車離開該站，「還車」則代表將自行車放回租借站停車柱上。

5. 將自行車租借站分區完成後，各區域只會有一台運補車來調度自行車，且運補車可以迅速到達責任區域內的任一租借站進行運補。
6. 只有運補車在當期移至該站才會有運補，其餘租借站在該期只有進行單純的自行車使用者需求租還。
7. 運補車的移動會受到前一期所在地點所影響，例如：第一期結束前，運補車從租借站 B 移動至租借站 A 進行運補作業，則下一期必定從租借站 A 出發前往下一其它租借站，如圖 4.3 所示。
8. 營運初始時，會給定一常數值當作期初總自行車數量，其數量必定小於總租借站的停車柱數；經過計算後可得初始各租借站應擺放的自行車數量。
9. 運補車進行調度作業的自行車數量必定小於等於運補車的容量限制。

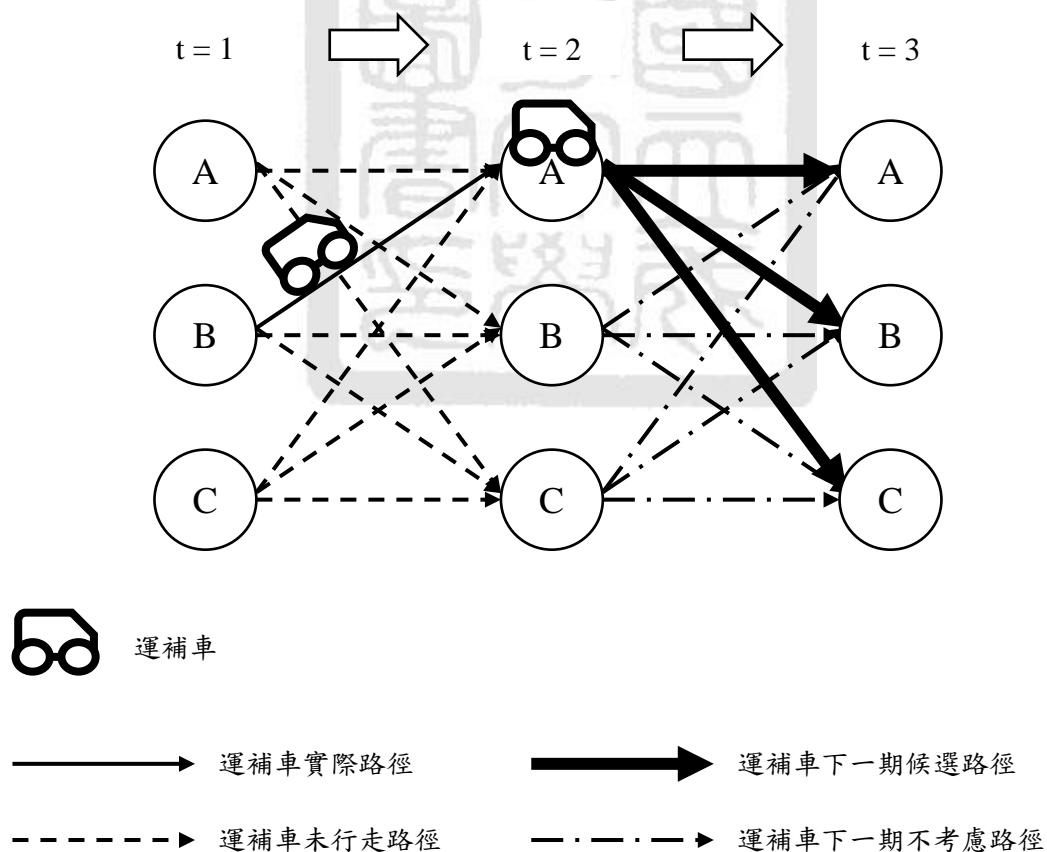


圖 4.3 運補車的行車路徑種類

#### 4.1.3 「需求趨勢相同的租借站」之運補相斥性

前面章節提及過，本研究可以透過自行車租借站的需求趨勢特性，將每個租借站分配至較互補的站群，而在這裡也同樣利用此特性來簡化自行車運補問題，以建立新的數學規劃模式。舉例來說，若已知當期的運補車身上已無任何自行車，則下期運補車必定不會開往同樣缺車的租借站，因為去了也無車可運補；相對地，當此運補車沒辦法擺放多餘的自行車時(車上已擺滿自行車)，下期較不會出現在淨流量為正(代表車子較多)的租借站。配合表 4.2 的資訊以及圖 4.4 所示，可以預期得知租借站 C 在第一期結束後會「多車」，因此運補車自然會優先前往該站將車移出，從租借站將自行車移至運補車上放置；由於運補車在第一期結束前就有將自行車收回車上，因此下一期就較不可能前往也同樣是多車的租借站 B，這就是所謂的「需求趨勢相同的租借站」之運補相斥性。增加了此條件限制的篩選，可以減少一些不必要的運補路徑，在求解過程中又會節省更多時間。

表 4.2 租借站 A、B、C 的自行車需求淨流量(時間單位：30 分鐘)

租借站	$t=1$	$t=2$	$t=3$
A	-2	-1	-2
B	+1	0	+3
C	+3	+3	+1

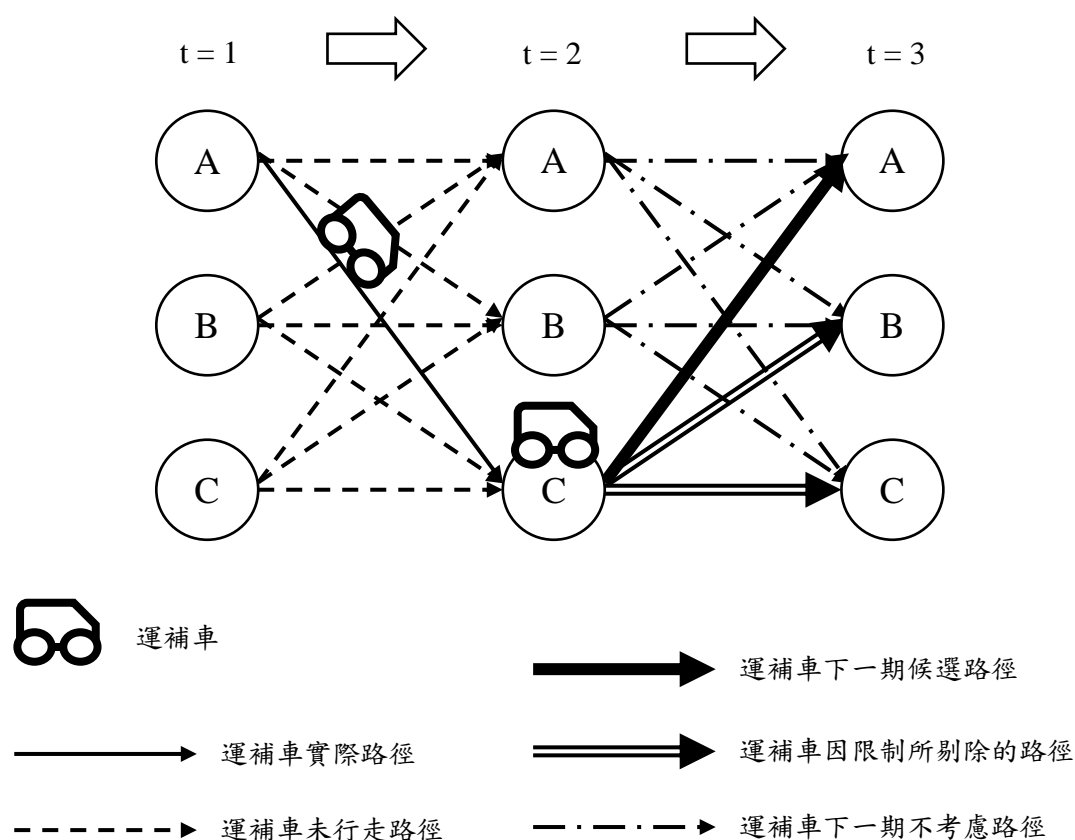


圖 4.4 同性質的自行車租借站不會互相連結

在以下章節中，本研究將介紹三種不同的自行車租借站系統運補模式：(1)原始自行車租借站之運補模式；(2)增設臨停區與人力之運補模式；(3)臨停區選址之運補模式，透過不同的系統模式以符合現實生活中的自行車租借系統，進行數學模式規劃求解，以極大化騎乘者之租還需求車次；也會將「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」納入數學模式計算過程中進行比較，以更快速地規劃出每台運補車之調度策略。



## 4.2 原始自行車租借站之運補模式

根據第一階段的分群結果，本研究將針對各分群求解其數學規劃模式，以極大化騎乘者之租還需求車次來訂定運補車之移動路徑、運補中的自行車車輛數，並且依照自行車需求淨流量來安排期初( $t = 0$ )各自行車租借站應該放置多少自行車，以利整體系統順利進行。

### 4.2.1 參數與變數的定義

#### 參數

$d_i^t$	第 $t$ 期結束時，已知的租借站 $i$ 之自行車需求淨流量(還車量-租車數)
$U_i$	租借站 $i$ 的容量限制
$\tilde{U}$	單一運補車的容量限制
$N$	租借站之集合，租借站編號 $i, j, k = 1, \dots, N$
$T$	總時間期數，時間 $t = 1, \dots, T$
$TB$	期初總自行車數量( $t = 0$ )

#### 變數

$I_i^t$	租借站 $i$ 在第 $t$ 期結束時的自行車數量
$\tilde{I}^t$	區域內單一運補車在第 $t$ 期結束時車上的自行車數量
$\hat{x}_i^t$	第 $t$ 期結束前，運補車運送給租借站 $i$ 的自行車數量
$\check{x}_i^t$	第 $t$ 期結束前，運補車從租借站 $i$ 取走的自行車數量
$Y_{ij}^t \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	第 $t$ 期結束前，運補車從租借站 $i$ 行駛至租借站 $j$ 則為 1，否則為 0

$\Delta U_i^t$  第  $t$  期結束時，超出租借站  $i$  容量限制的自行車數量(即有自行車欲還，卻沒有空位可供停放)

$\Delta L_i^t$  第  $t$  期結束時，租借站  $i$  缺少可供租借的自行車數量

#### 4.2.2 數學模式的建立

各分區的租借站運補問題目標式相對簡化了許多，訂定目標為超出各租借站容量或是小於 0 的自行車總個數，即為最小化未滿足自行車需求次數(無車可借、無位可還)：

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (\Delta U_i^t + \Delta L_i^t) \quad (4.1)$$

每台運補車在同一時間內，只會從某自行車租借站  $i$  行駛至某租借站  $j$ ，若  $i=j$  則代表該運補車未移動；每一期的運補車路徑只會有一條成立，以式(4.2)表達。

$$\sum_{(i,j) \in A} Y_{ij}^1 = 1 \quad (4.2)$$

式子(4.3)為每一個租借站自行車數量的守恆。經由前一期剩下的自行車數量，配合運補車在當期進行運補的自行車數量，再加上該期租借站的需求淨流量計算，即為該租借站新一期的自行車數量；欲還車卻沒有空位可以供使用者歸還，則以  $\Delta U_i^t$  記錄，而如欲借車卻沒有自行車時，則以  $\Delta L_i^t$  記錄。以圖 4.5 表示自行車租借站的變化過程。

$$I_i^t = I_i^{t-1} + \hat{x}_i^t - \check{x}_i^t + d_i^t - \Delta U_i^t + \Delta L_i^t \quad \forall \quad t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N \quad (4.3)$$

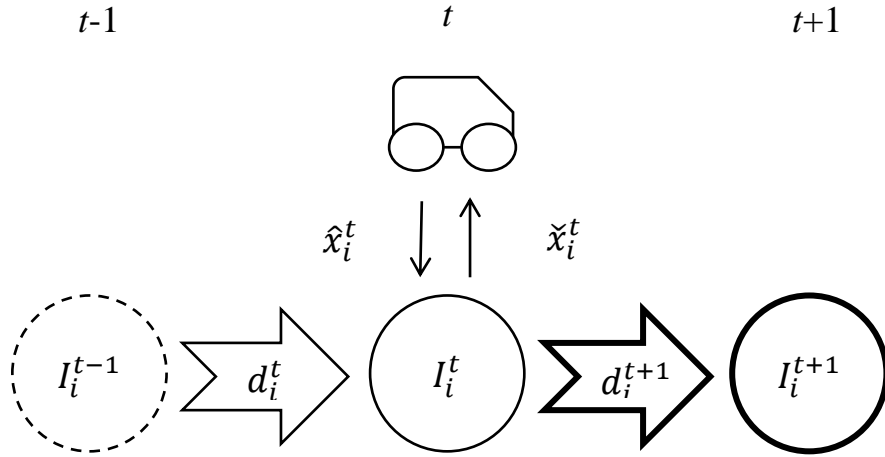


圖 4.5 租借站的自行車數量變化示意圖

式子(4.4)為運補車的自行車數量守恆，由前一期的所剩下的自行車車數，加上前一期運補的數量，即為新一期初運補車車上的自行車數，如圖 4.6 運補車在租借站調度自行車示意圖。

$$\tilde{I}^t = \tilde{I}^{t-1} - \sum_{i=1}^N \hat{x}_i^t + \sum_{i=1}^N \check{x}_i^t \quad \forall \quad t = 1, \dots, T \quad (4.4)$$

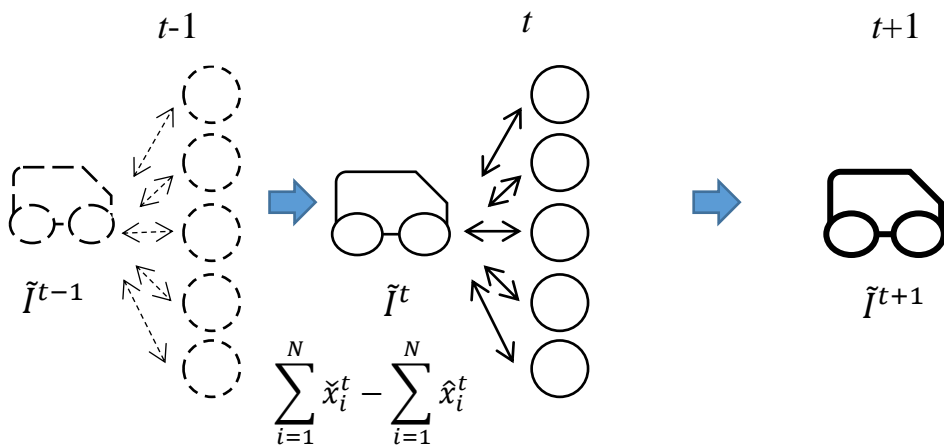


圖 4.6 運補車調度自行車示意圖

式子(4.5) 表示運補車路徑流量守恆。運補車在第  $t-1$  期時由租借站  $i$  出發到達租借站  $k$  後，第  $t$  期必定會從  $k$  出發再移動至某租借站  $j$ ；若  $k=j$ ，則代表該運補車在第  $t$  期並未移動。

$$\sum_{(i,k) \in A} Y_{ik}^{t-1} = \sum_{(k,j) \in A} Y_{kj}^t \quad \forall \quad k = 1, \dots, N, t = 2, \dots, T \quad (4.5)$$

式子(4.6)代表期初所有放置在租借站的自行車數與所有運補車上的自行車數量加總為一已知參數  $TB$ 。

$$\sum_{i=1}^N I_i^0 + \tilde{I}^0 = TB \quad (4.6)$$

式子(4.7)代表自行車租借站每一期擁有的自行車數必須小於其容量限制。

$$I_i^t \leq U_i \quad \forall \quad i = 1, \dots, N, t = 0, \dots, T \quad (4.7)$$

式子(4.8)代表運補車每一期擁有的自行車不可超過該車的容量大小。

$$\tilde{I}^t \leq \tilde{U} \quad \forall \quad t = 0, \dots, T \quad (4.8)$$

式子(4.9)表示當運補車在第  $t$  期結束前到達此租借站  $j$ ，才有可能進行運補的動作，否則不可成立，其中  $Q$  為一極大數字。

$$Q \sum_{i=1}^N Y_{ij}^t - \hat{x}_j^t - \check{x}_j^t \geq 0 \quad \forall \quad t = 1, \dots, T, j = 1, \dots, N \quad (4.9)$$

此一數學模式為單純的自行車租借站與運補車所形成的運補系統，提供各租借站的成功交易資料以及整個自行車租借系統放置的總自行車數量，即可計算出運補車如何在各租借站之間移動進行運補，而根據「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」的關係，

可以更加減少數學模式中不必要的變數產生。根據此自行車租借系統來說，即使本研究已經將眾多的租借站進行分區，讓每一個區域裡控制在一定數量的自行車租借站，避免了不少繁雜的計算，但是每一個區域裡面仍只有一台運補車，其運補能力非常有限，因此在此下一節中，將會有新的假設環境與數學模式，以增進整體系統的運補能力。

### 4.3 增設臨停區與人力之運補模式

為了增進分區結束後的區域自行車系統運補效率，現在假設每一個自行車租借站皆有設置一個臨停區(Extra Region)，由於運補車同一時間僅能服務一個租借站，因此必須安排人力至需要緊急運補的租借站，如圖 4.7 所示：如遇自行車租借站缺自行車時，可以將放置在臨停區的自行車移至租借站本身的停車柱上，以提供租借反之，當租借站停滿自行車，卻仍有使用者想要還車時，可以將站上一些自行車移至臨停區，以方便還車。此種新增設臨停區的模式較原始模式能提供更佳的服務品質。

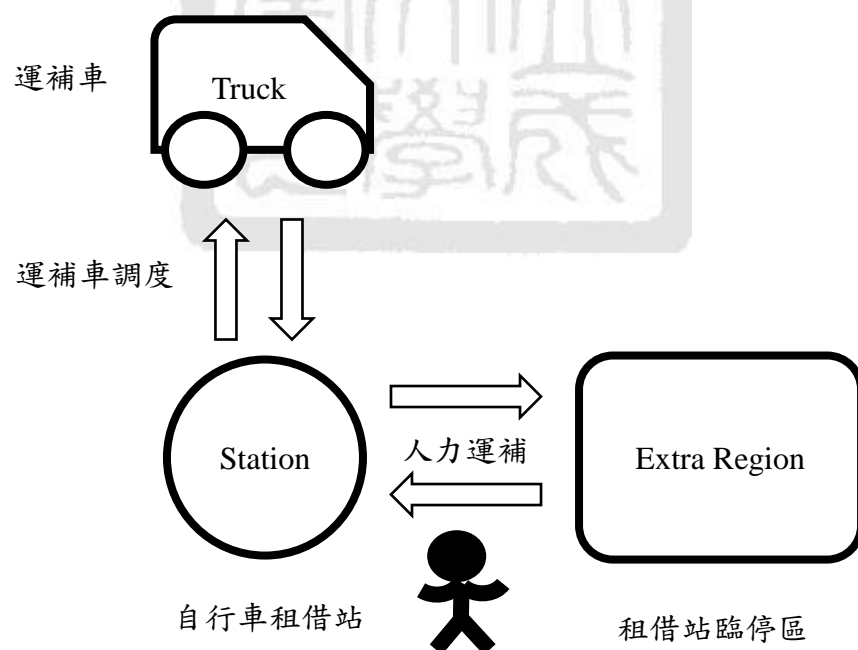


圖 4.7 租借站與臨停區示意圖

#### 4.3.1 參數與變數的定義

##### 參數

$d_i^t$  第  $t$  期結束時，已知的租借站  $i$  之自行車需求淨流量(還車量-租車數)

$U_i$  租借站  $i$  的容量限制

$\tilde{U}$  單一運補車的容量限制

$N$  租借站之集合，租借站編號  $i, j, k = 1, \dots, N$

$T$  總時間期數，時間  $t = 1, \dots, T$

$TB$  期初總自行車數量( $t = 0$ )

$TP$  租借站總人力，每一期每一站只會有 1 單位人力

##### 變數

$I_i^t$  租借站  $i$  在第  $t$  期結束時的自行車數量

$E_i^t$  租借站  $i$  的臨停區在第  $t$  期結束時的自行車數量

$\tilde{I}^t$  區域內單一運補車在第  $t$  期結束時車上的自行車數量

$\hat{x}_i^t$  第  $t$  期結束前，運補車運送給租借站  $i$  的自行車數量

$\check{x}_i^t$  第  $t$  期結束前，運補車從租借站  $i$  取走的自行車數量

$\hat{v}_i^t$  第  $t$  期結束前，臨停區流動到租借站  $i$  的自行車數量

$\check{v}_i^t$  第  $t$  期結束前，從租借站  $i$  放置在臨停區的自行車數量

$Y_{ij}^t \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$  第  $t$  期結束前，運補車從租借站  $i$  行駛至租借站  $j$  則為 1，否則為 0

$\Delta U_i^t$  第  $t$  期結束時，超出租借站  $i$  容量限制的自行車數量(即有自行車欲還，卻沒

有空位可供停放)

$\Delta L_i^t$  第  $t$  期結束時，租借站  $i$  缺少可供租借的自行車數量

$z_i^t \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$  第  $t$  期結束前，租借站  $i$  是否有指派人力至自行車租借站與臨停區間，進行危急狀況的自行車調度作業，有分配人力至運補動作則為 1，否則為 0

#### 4.3.2 數學模式的建立

目標式與原始數學模式相同，為超出各租借站容量或是小於 0 的自行車總個數，即為最小化需求缺失次數(極大化騎乘者之租還需求車次)：

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (\Delta U_i^t + \Delta L_i^t) \quad (4.10)$$

每台運補車在同一時間內，只會從某自行車租借站  $i$  行駛至某租借站  $j$ ，若  $i=j$  則代表該運補車未移動；每一期的運補車路徑只會有一條成立，以式(4.11)表達。

$$\sum_{(i,j) \in A} Y_{ij}^1 = 1 \quad (4.11)$$

式子(4.12)為每一個租借站自行車數量的守恆。經由前一期剩下的自行車數量，配合運補車在當期進行運補的自行車數量，加上臨停區和租借站本身流動的自行車數量，再加上該期租借站的需求淨流量計算，即為該租借站新一期的自行車數量；欲還車卻沒有空位可以供使用者歸還，則以  $\Delta U_i^t$  記錄，而如欲借車卻沒有自行車時，則以  $\Delta L_i^t$  記錄，以圖 4.5 表示自行車租借站與臨停區、運補車調度自行車之關係圖。

$$I_i^t = I_i^{t-1} + \hat{x}_i^t - \check{x}_i^t + \hat{v}_i^t - \check{v}_i^t + d_i^t - \Delta U_i^t + \Delta L_i^t \quad (4.12)$$

$\forall \quad t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N$

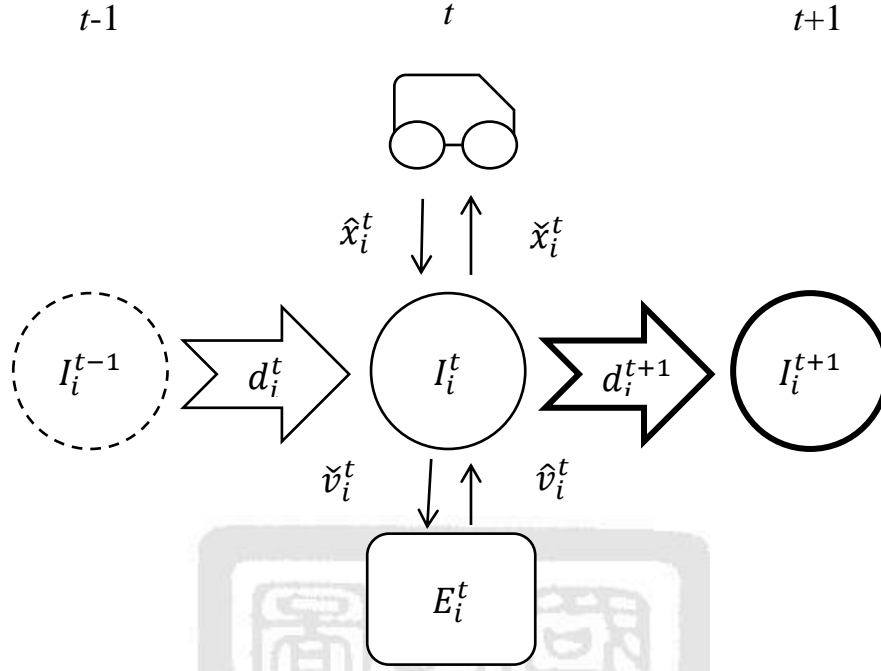


圖 4.8 租借站的自行車數量變化示意圖

式(4.13)為自行車租借站的臨停區域自行車數量守恆，前一期所剩下的自行車數量加上該期臨停區對租借站本身的自行車流動，即為該期結束時最後的自行車數量。

$$E_i^t = E_i^{t-1} - \hat{v}_i^t + \check{v}_i^t \quad \forall \quad t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N \quad (4.13)$$

式子(4.14)為運補車的自行車數量守恆，由前一期的所剩下的自行車車數，加上前一期運補的數量，即為新一期初運補車車上的自行車數，與前式(4.12)、(4.13)配合，可形成如圖 4.7 運補車在租借站調度自行車示意圖。

$$\tilde{I}^t = \tilde{I}^{t-1} - \sum_{i=1}^N \hat{x}_i^t + \sum_{i=1}^N \check{x}_i^t \quad \forall \quad t = 1, \dots, T \quad (4.14)$$



式子(4.15) 表示運補車路徑流量守恆。運補車在第  $t-1$  期時由租借站  $i$  出發到達租借站  $k$  後，第  $t$  期必定會從  $k$  出發再移動至某租借站  $j$ ；若  $k=j$ ，則代表該運補車在第  $t$  期並未移動。

$$\sum_{(i,k) \in A} Y_{ik}^{t-1} = \sum_{(k,j) \in A} Y_{kj}^t \quad \forall \quad k = 1, \dots, N, t = 2, \dots, T \quad (4.15)$$

式子(4.16)代表期初所有放置在租借站的自行車數、所有放置在臨停區的自行車數與所有運補車上的自行車數量加總為一已知參數  $TB$ 。

$$\sum_{i=1}^N I_i^0 + \sum_{i=1}^N E_i^0 + \tilde{I}^0 = TB \quad (4.16)$$

式(4.17)表示一整天的所有自行車租借站，所擁有可供調度自行車的人力總和為一已知參數  $TP$ 。

$$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T z_i^t = TP \quad (4.17)$$

式子(4.18)代表自行車租借站每一期擁有的自行車數必須小於其容量限制。

$$I_i^t \leq U_i \quad \forall \quad i = 1, \dots, N, t = 0, \dots, T \quad (4.18)$$

式子(4.19)為運補車每一期擁有的自行車不可超過該車的容量大小。

$$\tilde{I}^t \leq \tilde{U} \quad \forall \quad t = 0, \dots, T \quad (4.19)$$

式子(4.20)表示當運補車在第  $t$  期結束前到達此租借站  $j$ ，才有可能進行運補的動作，否則不可成立，其中  $Q$  為一極大數字。

$$Q \sum_{i=1}^N Y_{ij}^t - \hat{x}_j^t - \check{x}_j^t \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T, j = 1, \dots, N \quad (4.20)$$

式(4.21)表示在第  $t$  期結束前真的有指派人力到租借站  $i$ ，才有可能進行臨停區和租借站本身的調度動作，否則不可成立，其中  $Q$  為一極大數字。

$$Q * z_i^t - \hat{v}_i^t - \check{v}_i^t \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N \quad (4.21)$$

在增設臨停區與人力的自行車運補模式中，臨停區可以讓整體的運補效用變大，減緩運補車來回移動到某些特定的自行車租借站，也減少了整體自行車租借系統未滿足需求的缺失(無位可還、無車可借)；另外本研究也可以利用前述中的「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」來縮減數學模式，可以比較快速的訂出運補車移動路徑與運補數量、臨停區該放置多少自行車、什麼時候該派遣人力至自行車租借站進行調度作業等。

#### 4.4 臨停區選址之運補模式

上一節所介紹增設臨停區與人力的運補模式中，租借站的臨停區並沒有容量上限，因此每一個租借站皆可以設有臨停區在旁邊以供緊急運補；站在營運者的角度來說卻不可能將每一個自行車租借站皆如此設置，在此小節本研究將會修正上述的臨停區運補模式，改變為可依營運者決策此分區應該設置多少個臨停區，而建構成一「臨停區選址之運補模式」，如此更加貼近現實自行車共享系統的運作。以下僅新增些許參數、變數與限制式：

##### 4.4.1 參數與變數的定義

##### 參數

$NE$  總臨停區個數， $NE < N$

## 變數

$e_i \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$  自行車租借站  $i$  是否增設臨停區，該租借站  $i$  有設置臨停區則為 1，否則為 0

### 4.4.2 數學模式的建立

式子(4.22)代表所有自行車租借站的臨停區是否設置之二元變數  $e_i$  加總需剛好等於決策者決定的臨停區個數  $NE$ 。

$$\sum_{i=1}^N e_i = NE \quad (4.22)$$

式子(4.23)表示當自行車租借站  $i$  有設置臨停區的話(即  $e_i$  為 1 時)，則才會出現臨停區的停放自行車數量，否則不可成立。

$$Q * e_i - \sum_{t=1}^T E_i^t \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (4.23)$$

式子(4.24)表示租借站  $i$  有設置臨停區的話(即  $e_i$  為 1 時)，則才可以在該站的臨停區指派人力，否則人力皆不可以出現該租借站。

$$Q * e_i - \sum_{t=1}^T z_i^t \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (4.24)$$

## 實際例子的應用：

將歷史資料經過分析後，將自行車需求淨流量、需求趨勢相同的租借站之運補相斥性及租借站基本資訊為數學模式的輸入值，上述的三個運補模式經過最佳化求解運算後，可得(1)運補車移動路線及其運補策略、(2)期初各自自行車租借站的自行車擺放數量，而如有人力配置與臨停區的選擇問題，皆也可以得知。以下為一小例子應用：今有 6 個自行車租借站，租借站資訊皆為已知，則將表 4.3 自行車需求淨流量分別代入上述三種運補模式，則可以得知運補車的移動路線。

表 4.3 自行車之需求淨流量

租借站	8:00	8:30	9:00	9:30
1	-9	-9	-7	-1
2	4	2	2	7
3	-3	-4	-4	0
4	-9	-7	-6	-4
5	-1	0	3	0
6	2	6	0	2

經過數學模式的計算，運補車在各租借站之間移動策略：

原始自行車租借站之運補模式：1→6→4→2

增設臨停區與人力之運補模式：1→6→3→2，人力配置在租借站 4 與 5

臨停區選址之運補模式：1→6→3→2，增設臨停區在租借站 4 及其配置人力

運補車在移動至該自行車租借站時，會執行卸載自行車至租借站或是從租借站上取車至運補車等兩種作業其一，而經過此一運補方式，此自行車共享系統可以滿足更多自行車需求車次，如不透過運補車調度自行車的話，租借站 1、3、4 皆有可能導致無車可借；同理，亦有可能會有自行車使用者經過騎乘後、卻在租借站 2、6 因滿車而無法還車。

## 4.5 小結

本章探討了三種自行車系統運補模式，簡化了之前學者的自行車系統時空網路圖，其中也利用「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」來增快其模式的求解速度。第一個數學模式主要為現實生活中比較常見的公共自行車租借系統，只有運補車來回進行調度自行車以提高服務品質；而第二、三種自行車運補模式增設了臨停區與人力派遣，就如生產管理中以暫時的庫存來因應爆倉或缺貨的情況，以滿足更多使用者的租還需求。雖然 YouBike 目前就是採取這種應急方式營運，但在法規上尚有爭議。

第三章與第四章透過先分群後規劃路線(Cluster-First Route-Second)的方式，將原本的複雜問題依分區來各個擊破，讓此問題可以變成在短時間內求得每站期初該放置多少自行車數量、運補車行經路徑，以應付及時動態運補的情況，修正了洪菁蓬(2011)的研究中站數增多、求解時間過長的缺點。每期的淨流量變化即為該期的自行車數租還的總和，亦可省略了起訖點的資料分析，直接判斷此租借站的淨流量分析下一期是否需要進行運補；經過此淨流量資料的分析，有些租借站雖然會有自行車的流動，但是連續幾小時幾進毫無變化，所以假如期初放置的自行車數量得宜，則可能有些租借站一整天都不用進行運補。另外在運補過程中，洪菁蓬(2011)假設可能讓多台運補車同時抵達在某一站進行運補，然而本研究一開始就執行分區了，且同一分區僅指派一輛運補車，因此不會出現運補車路線共用的問題。

下一章節將會針對公共自行車租借系統，以兩階段式車輛途程問題的解決方法提出實際例子，求解並進行數值分析與探討。

## 第五章 實際範例與數值分析

本研究可以分成兩階段式車輛途程問題之自行車運補策略研究本，因此本章主要針對第三章的兩種分群方式：(1)K-means 分群演算法與(2)預測趨勢之分群數學模式，配合第四章的兩種自行車租借站運補模式：(1)原始自行車租借站之運補模式；(2)增設臨停區與人力之運補模式；與(3)臨停區選址之運補模式進行效能與效率的分析，將於 5.1 小節敘述其測試的環境與真實資料；5.2 節將比較有無加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」所造成其求解品質與效率；5.3 節將探討兩種不同分群方式造成其後續求解的差異性與其優劣，5.4 節則是探討三種不同運補模式之間造成其整體自行車系統的缺失差異與其現實可能性；最後於 5.5 小節將就數值分析部分小結。

### 5.1 測試情境

本研究利用兩階段式車輛途程問題之解決辦法，研究出兩種自行車租借站分群方式與兩種運補模式，隨著分組和運補模式的不同，使得探討自行車租借站運補策略的情境更加多元；此外在求解過程中，有無加入了「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」的特性也會造成求解時間的效率與品質，以下分別說明各種假設情境：

**情境一：**以 K-means 分群演算法進行分群後，續接原始自行車租借站之運補模式，  
無加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境二：**以 K-means 分群演算法進行分群後，續接原始自行車租借站之運補模式，  
有加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境三：**以 K-means 分群演算法進行分群後，續接增設臨停區與人力之運補模式，  
無加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境四：**以 K-means 分群演算法進行分群後，續接增設臨停區與人力之運補模式，  
有加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境五：**以 K-means 分群演算法進行分群後，接續臨停區選址之運補模式，

無加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境六：**以 K-means 分群演算法進行分群後，接續臨停區選址之運補模式，

有加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境七：**以預測趨勢之分群數學模式進行分群，續接原始自行車租借站之運補模式，

無加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境八：**以預測趨勢之分群數學模式進行分群，續接原始自行車租借站之運補模式，

有加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境九：**以預測趨勢之分群數學模式進行分群，續接增設臨停區與人力之運補模式，

無加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境十：**以預測趨勢之分群數學模式進行分群，續接增設臨停區與人力之運補模

型，有加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境十一：**以預測趨勢之分群數學模式進行分群後，接續臨停區選址之運補模式，

無加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

**情境十二：**以預測趨勢之分群數學模式進行分群後，接續臨停區選址之運補模式，

有加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」

以上這十二種情境主要是針對不同「分群方式」、不同「自行車租借站運補模式」及是否考慮「需求趨勢的預測特性」，前六種情境與後六種的差異在於第一階段的分群方式，希望藉由互相比較的方式可以觀察出其優劣差異性；而情境一、二、七、八，情境三、四、九、十與剩下的情境相比，則可以比較出三種運補模式對於整體自行車租借站系統的實質影響力，如服務品質、期初租借站放置多少自行車等等；奇數編號的情境與偶數編號的情境可以比較出加入「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」後，對於整體求解時間是否有影響求解品質與效率。本研究進行數據測試時，是載入美國 Citi Bike 在網路上所提供之真實交易資料與台北市政府提供之 YouBike 資料進行測試，其資料涵蓋每一筆交易資料的借還車地點、借還車時間及使用者騎乘時間，根據不同的大小例子進行自行車租借站分群。此外，可能出現某一天、某一站、甚至某一時間的交易資料特

別突出(租借自行車數量、還車數量突然暴增或是大幅減少)，為了排除掉此種事件的發生，在處理交易資料裡的過程中，將特別突出的交易資料視為異常值(outlier)而忽略。在此以台北市 YouBike 資料為主，分別選定 60、100、164 個租借站為例，再分別進行租借站分群個數訂定為 3、7、10 群；透過擷取網路線上資料，可以發現在交易需求幾近不動的時間下，自行車數量約為總體可供停放自行車空位的 27%，因此在進行兩種分群後的運補模式計算時，期初放置的自行車總數取決於該區的自行車空位數多寡；而在「增設臨停區與人力之運補模式」與「臨停區選址之運補模式」中，分配多少單位時間的人力取決於各分區的租借站個數，越多租借站而假設的單位人力越多；臨停區選址之運補模式則設定臨停區之個數為該區租借站的一半。

在數據分析上皆以英文簡稱代表各種不同的分群、運補模式、計算求解時間與為滿足自行車使用者之需求缺失，以表 5.1 所示。

表 5.1 數據分析所用之名稱

英文簡稱	中文定義
<b>K-SC</b>	以 K-means 分群演算法進行分群
<b>M-SC</b>	以預測趨勢之分群數學模式進行分群
<b>TRAP</b>	原始自行車租借站之運補模式
<b>TRP</b>	加入運補相斥性的原始自行車租借站之運補模式
<b>EAP</b>	增設臨停區與人力之運補模式
<b>EP</b>	加入運補相斥性的增設臨停區與人力之運補模式
<b>HAP</b>	臨停區選址之運補模式
<b>HP</b>	加入運補相斥性的臨停區選址之運補模式
<b>Time</b>	求解時間，訂定上限為四小時 (單位：秒)
<b>Opt. Gap</b>	如果在求解時間上界內未完成最佳化求解，則此表示目前求得之解與目前求得最佳解的距離。
<b>Cost</b>	未滿足自行車使用者之需求(無車可借、無位可還，單位：人次)

本研究所使用的處理器為 Intel(R) Core(TM) i7-4770CPU @ 3.4GHz，作業系統為 Windows 7 Professional 的電腦進行測試，並且利用 C++ 程式語言、結合 Gurobi 求解整數規劃模式最佳化軟體進行程式的撰寫。



## 5.2 兩種不同自行車租借站分群方式之數值分析

本小節將以 60 個自行車租借站為基礎，蒐集其歷史交易資料及站務資訊，利用不同的自行車租借站分群方式進行數值分析，表 5.2 表示兩種分群方式之結果分成三群，每一群所擁有的自行車租借站各數不同，擺放自行車數量也有些許差異；第二階段固定一運補模式計算出未滿足總需求，比較兩種分群方式的差異性。

表 5.2 兩種分群方式之比較

	分群時間 (單位：秒)	分群	租借站個數	未滿足需求計次	未滿足需求之 總計次
K-SC	408.96	1	17	91	402
		2	24	185	
		3	19	126	
M-SC	14400	1	18	105	313
		2	26	132	
		3	16	76	

經過自行車租借站的分群後，在各分群使用運補模式及運補相斥性，再最佳化求解可得表 5.2。在此節比較的是第一階段不同分群方式的表現(情境前六種 vs. 後六種)，可以發現到以預測趨勢之分群數學模式進行分群後，搭配後續整數規劃的運補模式求解出未滿足需求之總計次，普遍皆比 K-means 分群演算法進行分群的運補模式之未滿足需求總計次少；而自行車分群的結果、期初擺放的自行車數皆對於運補模式的求解時間也影響很大。但是本身以預測趨勢之分群數學模式分群將耗時太久，且上述例子為 60 座自行車租借站的小例子分群結果(如圖 5.1)，而在計算中型例子和大型例子(100 站、164 站)時，以預測趨勢之分群數學模式進行分群，因耗時過久皆無法在合理時間內算出最佳分群方式，同時該分群方式無法保證群組間能清楚分界(亦即責任區域劃分方式在部分地區可能會較模糊，可能看起來會混雜在一起)，此為其數學模式之缺點；反之，以 K-means 分群演算法求解這些較大的例子卻仍可以非常快速地將自行車租借站分群，以第一階段的求解過程來說，K-means 分群演算法會是比较好的選擇，圖 5.2、圖 5.3 分別為 100 個、164 個自行車租借站依此分群方式之分群結果。

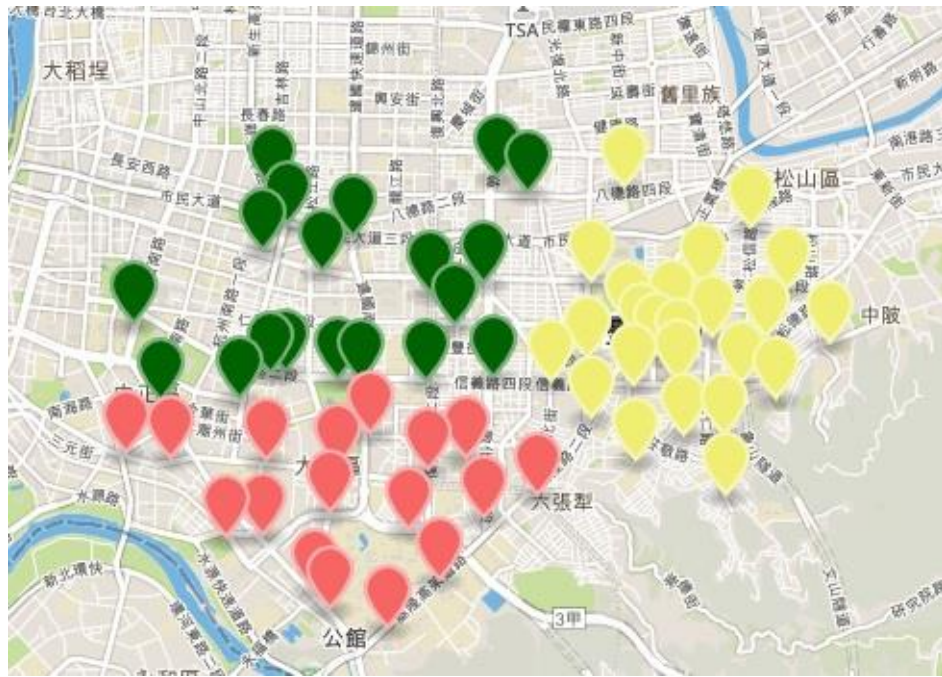


圖 5.1 YouBike 60 個租借站以 K-means 分群演算法之分群結果

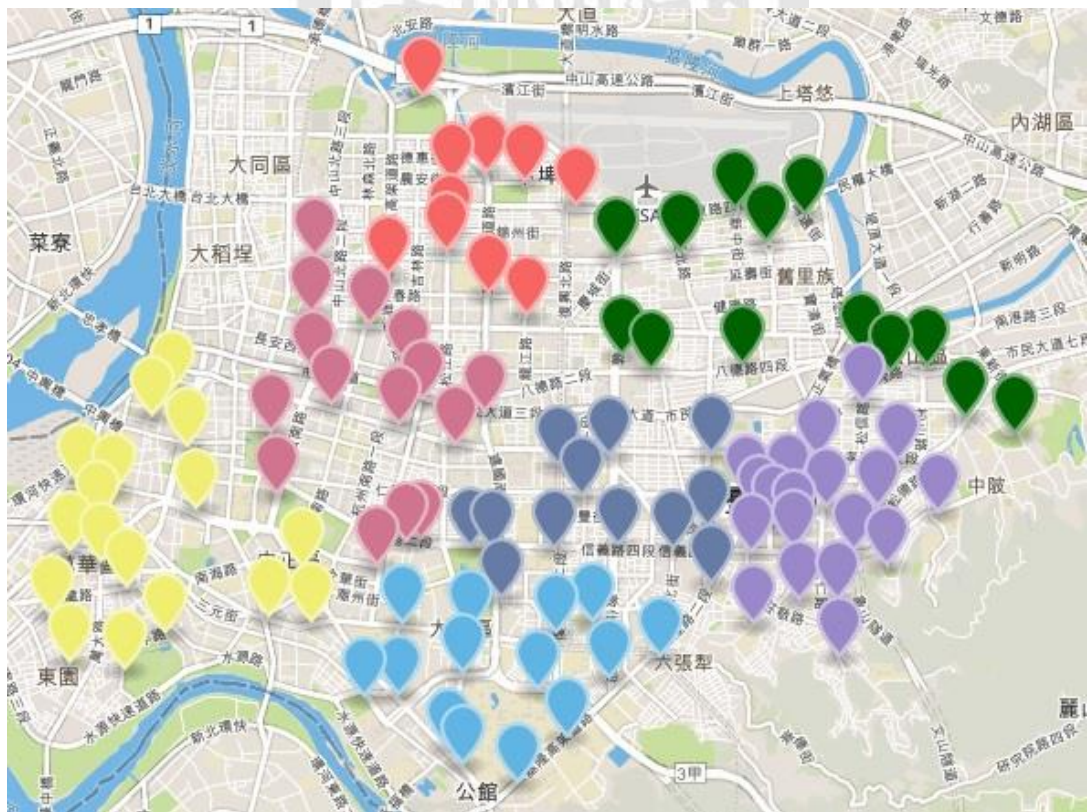


圖 5.2 YouBike 100 個租借站以 K-means 分群演算法之分群結果

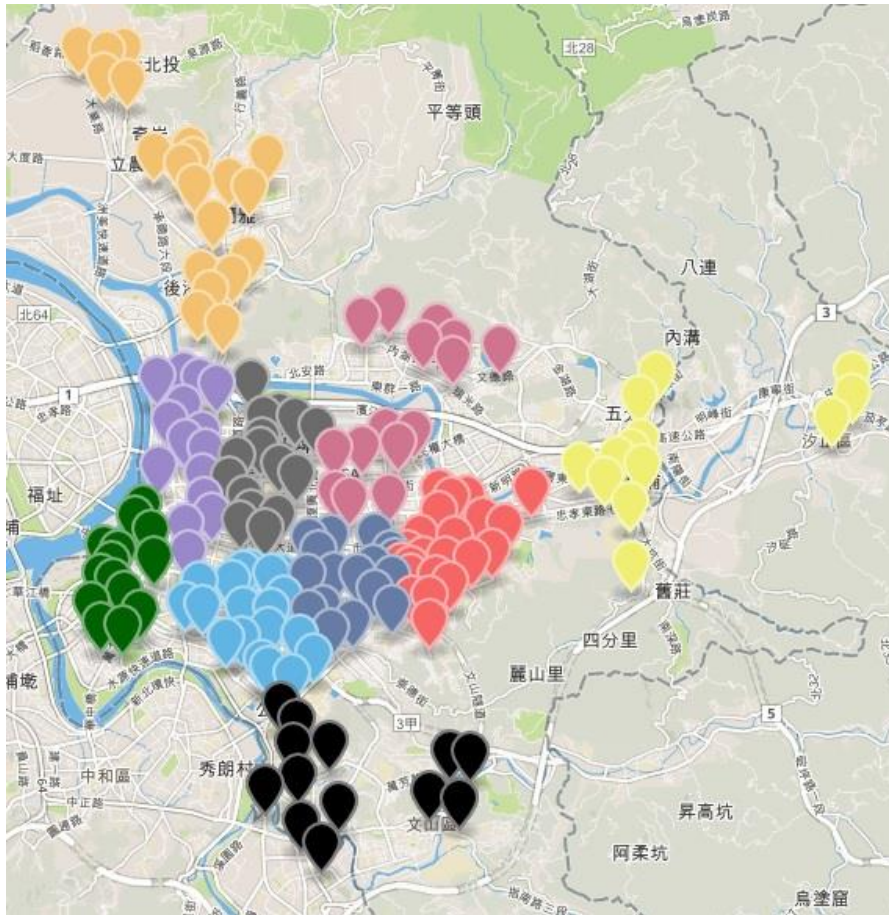


圖 5.3(a) YouBike 164 個租借站以 K-means 分群演算法之分群結果

### 5.3 「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」的影響之數值分析

本節所要探討的是有無加入需求趨勢相同的租借站之運補相斥性的數學運補模式，是否真的會影響其求解品質與效率。在未滿足租還需求計次相同下，比較運算時間(CPU Time，單位：秒)。由表 5.3、表 5.4、表 5.5 可以看出，三種運補模式在尚未加入此性質之前(TRAP、EAP、HAP)，有可能無法在時限內解完；而再加入了需求趨勢相同的租借站之運補相斥性後(TRP、EP、HP)，此三種模式求解速度皆變快，且在預測趨勢之分群數學模式結合原始自行車租借站之運補模式，本來無法在求解時間上限內求解完成，加入此性質後即可能在時間上限內訂定出運補策略，代表此性質的確可以大幅度增加其數學模式的限制與減少求解時間。



表 5.3 60 個租借站分成 3 群後，經運補模式之計算結果

分群	1		2		3	
	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time
<b>TRAP</b>	91	896	185	14400	126	25
<b>TRP</b>	91	95	185	4484	126	6.55
<b>EAP</b>	11	916	47	134	0	6.5
<b>EP</b>	11	119	47	22	0	1.03
<b>HAP</b>	53	1220	108	11	0	4.57
<b>HP</b>	53	301	108	2.58	0	1.52

表 5.4 100 個租借站分成 7 群後，經運補模式之計算結果

分群	1		2		3		4	
	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time
<b>TRAP</b>	23	9.53	113	31	83	13.4	71	34
<b>TRP</b>	23	1.5	113	2.27	83	4.36	71	7.8
<b>EAP</b>	0	4.53	12	14.6	0	4.35	0	2.31
<b>EP</b>	0	1.09	12	1.84	0	1.53	0	0.85
<b>HAP</b>	0	1.34	12	12	22	5.48	5	2.54
<b>HP</b>	0	0.62	12	0.83	22	2.12	5	0.77
	5		6		7			
	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time		
<b>TRAP</b>	56	153	132	43	0	9.53		
<b>TRP</b>	56	14	132	9.3	0	1.49		
<b>EAP</b>	0	13.39	0	6.4	0	1.21		
<b>EP</b>	0	0.88	0	2.1	0	1.09		
<b>HAP</b>	0	15	11	5.34	0	5.11		
<b>HP</b>	0	1.23	11	1.43	0	1.06		

表 5.5 164 個租借站分成 10 群後，經運補模式之計算結果

分群	1		2		3		4		5	
	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time
<b>TRAP</b>	222	153	45	10.8	58	7.32	141	14400	71	283
<b>TRP</b>	222	14	45	2.95	58	1.24	141	14400	71	152
<b>EAP</b>	3	13.39	0	1.81	0	6.39	0	5.65	0	1.86
<b>EP</b>	3	0.88	0	1.03	0	1.18	0	0.98	0	1.08
<b>HAP</b>	39	15	0	5.31	0	4.13	12	10.3	4	8.55
<b>HP</b>	39	1.23	0	2.14	0	0.57	12	25.5	4	2.64
	6		7		8		9		10	
	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time	Cost	Time
<b>TRAP</b>	23	52	5	9.56	182	5263	93	1532	35	23
<b>TRP</b>	23	40	5	5.61	182	496	93	564	35	19
<b>EAP</b>	0	5.32	0	1.89	9	2146	0	4.27	0	3.58
<b>EP</b>	0	3.44	0	1.62	9	231	0	2.31	0	2.03
<b>HAP</b>	0	2.35	0	4.59	84	861	15	5.63	3	1.28
<b>HP</b>	0	1.28	0	2.86	84	134	15	3.41	3	1.13

尚未加入此性質之前，電腦計算運補車可能移動路徑時會將運補車兩期間所有可能的移動路徑皆考慮進去，但經過許多次的數據試驗觀察得知，計算出的運補車移動不會連續兩期待在具有相同需求趨勢的自行車租借站，因此本研究假設出運補車移動依循「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」的性質，將其代入分群方式與各種運補模式之間，希望藉由此性質能夠幫助點腦更快篩選出其運補車移動路徑與調度策略。代入此性質後重新進行三種運補模式的計算求解，得知平均下來的計算時間皆縮短不少，且未滿

足自行車需求車次的數量皆與未加入此性質時相同，因此可以判定此性質對於加速求解的助益頗大。接下來計算之數學運補模式皆是以加入此運補相斥性質進行計算，以加速整體計算過程。

#### 5.4 三種不同自行車租借站運補模式之數值分析

本節所探討的是三種不同運補數學模式：原始自行車租借站之運補模式(TRP、TRAP)、增設臨停區與人力之運補模式(EAP、EP)與臨停區選址之運補模式(HAP、HP)，經過整數規劃最佳化求解軟體之結果比較未滿足自行車租借需求人次(Cost，單位：人次)，由表 5.3、表 5.4、表 5.5 可以發現到原始自行車租借站之運補模式的總體缺失會比另兩個數學模式大上許多，求解時間則會因自行車租借站的分群而有些許差異，但普遍仍是增設臨停區與人力之運補模式的求解時間較為快速許多；分群後的結果比較，總體來說有增設臨停區之運補模式皆較佳。

第二種模式與第三種臨停區選址之運補模式之比較，可以發現其計算時間與未滿足需求車次皆以後者較大，以現行 YouBike 設置臨停區的營運者角度再作修正，與第三種運補模式較為相似，即使有出現比較多的未滿足缺失，但與第一個數學模式相比，已經可以知道增設臨停區的確有效改善公共自行車系統之使用者需求，透過上述三張表格皆可以看出三種運補模式未滿足需求人次的差異性。

增設臨停區不但降低了其缺失成本，在大部分的例子中，也都比較快速規劃出自行車系統之運補策略；但是在現實生活中來說仍是一大挑戰，因為平時不會讓所有的自行車租借站皆設置臨停區，以可供擺放多餘的自行車，而會另外思考說是否不增設臨停區、而是直接讓某些租借站增加其停車柱。而且對於人力成本的工作考量，也不太可能會出現零散的工作時間，此數學模式仍有修正改善的空間。

## 5.5 小結

本章的數值分析分成三個部分：第一部分探討需求趨勢相同的租借站之運補相斥性，評估各種情境下所產生之運補策略與品質；第二部分為兩種不同分群方式之結果比較；而最後一部分則針對三種不同自行車租借站運補模式比較其求解時間與服務品質。

在第一階段車輛途程問題的分群問題中，可以發現以預測趨勢之分群數學模式進行分群後，再結合兩種不同自行車租借站的運補模式所產生之結果，其求解時間皆優於 K-means 分群演算法，其服務品質（未滿足使用者之缺失）亦與 K-means 分群演算法幾近相同；但以求解分群所耗費的時間而言，K-means 分群演算法遠比前者快速許多；尤其當租借站數量變大時，預測趨勢之分群數學模式之求解時間經常過久而無法在合理時間內求得最佳解。

第二階段的三種自行車租借站運補模式裡，後兩種增設臨停區與人力之運補模式的服務品質比第一種原始自行車租借站運補模式為佳；而對於總體的求解時間來說，後兩種運補模式因為降低了使用者之缺失，本來計算時間過久的分群也快速了許多。而最後一部分再將需求趨勢相同的租借站之運補相斥性納入測試，可以明顯地看出有加入此性質的運補數學模式皆會迅速很多，雖然其數學模式限制增加，但仍可以得到相對應的最佳解，因此加入此性質是一個很有效率的方式。

## 第六章 結論與未來研究方向

### 6.1 結論與貢獻

近幾年來由於公共自行車共享系統的盛行，使得自行車使用者逐漸增多，如 2015 年四月時每輛自行車在台北地區的每日周轉次數已達到 8.65 次。在自行車系統透過自行車使用者的租借需求來往、卻無法完全自行平衡的情況下，營運者勢必要想辦法改善服務品質，減少無車可借或無位可還的情況。營運者除了基本設置自行車租借站的選址問題之外，如何在租借站之間調度自行車、使其系統更加順利運作為一重要課題。本研究在第二章中，對於過去學者對自行車系統的運作策略研究進行探討，其後以運補車路徑為主軸，研究出最小化成本、達至某一服務水準等等的各式自行車運補問題。

即使過去研究此議題的學者們已經探討了許多調度自行車方式，但大多數文獻僅探討隔夜運補的靜態運補來平衡自行車數量，較少有相關文獻探討白天租還行為較為活躍時的動態運補方式。本研究以洪菁蓬(2011)的運補時空網路數學模式為基礎，研究如何以系統方式調度自行車之運補作業。鑒於過去的動態運補研究大都將所有的自行車租借站列入數學規劃模式，無法在合理時間內求解，本研究將從實務上的營運方式著手，以責任區域的角度將所有租借站分群，如此在分群後的動態運補問題規模即會縮小許多，使得過去的數學規劃模式求解效率提高並得到最佳運補策略。此類數學規劃求解方式近似於車輛途程問題中的兩階段式車輛途程問題「先分群後規劃路徑」之過程。

本研究在第三章也針對上述的想法提出兩種自行車租借站分群的演算法：(1)K-means 分群演算法；(2)預測趨勢之分群數學模式，試圖由過去的歷史資料進行分析，讓其自行車租借站可以依照自行車需求趨勢分成數個責任區域，每區配置一台運補車。第一個演算法以 K-means 演算法為基礎，將過去的歷史交易資料轉換成每 30 分鐘為一期的自行車借車數與還車數，經過還車與租車需求量的相加減後即可得該時段的自行車需求淨流量，透過此自行車需求淨流量可以簡化其複雜的交易資料，只需針對租借站本身進行探討，因此即使後面進行分區後的運補，其自行車淨流量仍是該租借站的歷史資



料，不會受到分區影響其減少交易資料；透過這些淨流量和自行車租借站的地理位置，可以利用 K-means 分群演算法快速地產出某一時段的結果，經過交叉比對即會產生真正的最後分群。以 K-means 演算法分群的好處即是有考慮到租借站實際地理位置，避免出現相鄰租借站分區範圍混雜的情況。而第二種為利用數學模式進行自行車租借站分群，此方法將自行車需求淨流量考慮進去，以最大化滿足需求車次為目標，進行最佳化的分群方式，希望藉此可以得到比 K-means 分群演算法的結果還要好。在後續三種運補模式中，後者分群方式的求解時間的確比前者好，有些分區的未滿足缺失甚至降低很多，但是本身進行求解數學規劃的分群過程就會耗時過久，對於營運者來說並不是一個特別方便的分群演算法，且在此數學分群模式減少了一些地理位置的權重，即使在小例子中求解分群，仍可以看到地圖上有出現分區範圍混雜的情況，實為仍要改進的地方，而產生出的分群結果後將會代入後面的三種運補模式中。

參考實務上 YouBike 使用臨停區的營運方式，第四章建立了三種運補數學模式，第一種為原始自行車租借站之運補模式，單純只有運補車在租借站之間來回調度自行車以達平衡，且在前一階段的分群計算後，每一區皆剛好只分配一台運補車調度，簡化了以往同時考慮多台運補車之規劃，能夠更加有效率計算出運補車移動策略；第二個運補模式則是參考了現行 YouBike 的方式，在自行車租借站旁邊設置一個可暫存自行車的臨停區，僅需派遣人力即可以將租借站和臨停區之間的自行車數量視需求而調度，大大降低了各區未滿足需求車次的缺失；而第三種臨停區選址之運補模式則是修正了前一個數學模式，依較符合現實的情況下，讓營運者決定設置臨停區的數量與安排人力，透過計算結果可以發現到：有些區域只需要在特定的某些自行車租借站設置臨停區即可以將缺失降為 0，代表設置臨停區的數量可依該分群的自行車需求淨流量作變動，不一定需要在該區的每個自行車租借站皆設置臨停區。

上述三種運補模式經過繁雜的數學計算後，可規劃出運補車之移動路徑與運補策略，可以觀察到運補車的移動路徑有一定的規律性：假如現在運補車在該期結束前抵達的自行車租借站淨流量需求為負(即表示租借站缺少自行車)，則下一期運補車進行移動時，

必不會選擇具有相同自行車需求趨勢(缺車)的租借站前往，反之亦然；本研究將此性質訂定為「需求趨勢相同的租借站之運補相斥性」，因為當運補車在前一期停留在一個缺少自行車的租借站後，運補車所擁有的自行車數應該為很少或甚至沒有，假如下一期又移動到缺自行車的租借站的話，則運補車的調度效益就非常低，數學規劃模式的最佳解應該幾乎不會將此類移動路線列入考慮，因此這類運補車移動路線可以在一開始即從網路中刪除，如此即可改善各模式的求解效率。經過許多分群的計算後可以發現：加入此性質之後的數學規劃模式之求解速度大幅提升，而且最後計算出的未滿足需求缺失仍與尚未加入此性質的時候一樣，代表加入需求趨勢相同的租借站之運補相斥性可以縮短許多求解時間，又不會影響最佳運補策略之品質，此性質為本研究的重點之一。

綜合以上結論，本研究可以提出以下幾點貢獻：

1. **提出兩種自行車租借站分群方式：**兩階段式車輛途程問題已經大幅簡化了自行車租借系統，而在第三章提出的兩種租借站分群方式：(1)K-means 分群演算法與(2)預測趨勢之分群數學模式，簡化原系統之動態運補問題，提供營運者對運補車人員進行責任區域劃分的參考依據。
2. **三種不同運補車模式：**第一個模式為自行車租借站系統的原樣，而第二、三個運補模則是在租借站旁邊增設一個自行車暫存臨停區，可供營運者決定何時在哪一個租借站安排臨時人力，以機動性地進行小型的自行車調度，也可以再度降低整體系統可能尚未被滿足需求的車次；我們的數學模式亦可計算出該區的最佳化配置臨停區與人力，以提供更佳之營運管理。
3. **需求趨勢相同的租借站之運補相斥性：**從運補模式得出的調度策略路徑啟發，訂定出運補車不會連續兩期待在淨流量需求變化狀況類似的租借站，我們利用此一特性在分群決策以及運補車調度計畫，藉此篩選掉一些不必要的計算，縮短求解時間。

## 6.2 未來研究方向

至目前為止，本研究雖已提出一些公共自行車系統的車輛調度與租借站分群建議作

法，但仍有許多需要改善的地方，以下列舉幾個未來可延伸之議題做討論：

1. **新的租借站分群方式**：本研究雖然已經提出兩個啟發式的租借站分群方式，但後續的資料計算皆為此兩種方式相互比較而已，假如可以拿到更完善的自行車租借系統歷史資料，應該可以透過自行車需求趨勢、各租借站高峰期的資料作分析，進而研究出更完美的租借站分群方式。
2. **跨區運補之數學模式**：由於本研究先將整體的自行車租借站進行分群後，才進行一台運補車的路線規畫問題，而每一區域所需要考慮的即是該區域內的自行車租借站，然而有可能出現某一區的自行車租借站皆是學校、公司等地方，那此區域在九點過後勢必每一個租借站皆會有非常多自行車，而相鄰的區域自行車數則會大幅減少，因此之後的學者或許可以針對跨區域運補的方式進行探討，以利系統更加順行。
3. **自行車維修之倉儲中心**：在運補車調度自行車的時候必定有出現自行車損壞的情況而無法讓使用者騎乘，這些壞掉的自行車應隨機出現在各租借站之中，如果每一站皆需要對該區自行車作維護保養，相信會耗掉不少時間與金錢，因此可以針對運補車在移動的同時，可以將損壞的自行車移至選定的某倉儲中心進行修復，而維修倉儲中心應座落何處即為一個後續可探討的議題。

## 參考文獻

- 王俊偉. (2011) 以系統模擬探討公共自行車租借系統之建置及營運策略. 工業與資訊管理學系碩士論文，國立成功大學
- 洪菁蓬. (2011) 公共自行車租借系統之最佳租借站位址設置及車輛運補策略之研究. 工業與資訊管理學系碩士論文，國立成功大學
- 張立蓁. (2010) 都會區公共自行車租借系統之設計與營運方式研究. 工業與資訊管理學系碩士論文，國立成功大學
- 廖敏婷. (2012) 考慮需求比例及暫時人力配置之公共自行車租借系統管理策略研究. 工業與資訊管理學系碩士論文，國立成功大學
- Benchimol, M., Benchimol, P., Chappert, B., Taille, A-D-L., Laroche, F., Meunier, F., Robinet, L.(2011) Balancing the satations of a self-service “bike hire” system. *RAIRO Operations Research*, 45, 37-61.
- Chemla, D., Meunier, F., and Wolfer-Calvo, R. (2013) Bike sharing systems: solving the static rebalancing problem. *Discrete Optimization*, 10 (2), 120-146.
- Chemla, D., Meunier, F., Pradeau, T., Wolfer-Calvo, R., and Yahiaoui, H. (2013) Self-service bike sharing systems: simulation, repositioning, pricing. Working Paper.
- Clarke, G., and Wright, J. (1964) Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12 (4), 568-581.
- Dantzig, G, B., and Ramser, J, H.(1959) The truck dispatching problem.. *Management Science*,. 6, 80-91.
- Dief, I., and Bodin, L. (1984) Extension of the Clarke and wright algorithm for solving the vehicle routing problem with backhauling. *Kidder, A.(Ed), Proceedings of the Babson Conference on Software Users in Transportation and Logistics Management*, 75-96.

- DeMio, P.(2009) Bicycle-sharing: history, impacts, models of provision and future. *Journal of Public Transportation*, 12(4), 41-56.
- O'Mahony, E. and Shmoy, D.B. (2015) Data Analysis and Optimization for (Citi)Bike Sharing. Working Paper.
- Erdogan, G., Laporte, G., and Wolfer-Calvo, R. (2013) The one-commodity pickup and delivery traveling salesman problem with demand intervals. Working Paper.
- Fisher, M., and Jaikumar, R. (1981) A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks* 11, 109-124.
- Fricker, C., and Gast, N. (2014) Incentives and regulations in bike sharing systems with stations of finite capacity. Working Paper
- Kaspi, M., Raviv, T., and Tzur, M. (2014) Parking reservation policies in one-way vehicle sharing systems. *Transportation Research Part B: Methodological*, 62, 35-50.
- Kaspi, M., Raviv, T., Tzur, M., and Galili, H. (2014) Regulating vehicle sharing systems through parking reservation policies: Analysis and performance bounds. Working Paper, Tel-Aviv University
- Gebhart, K., and Noland, R, B. (2014) The impact of weather conditions on bike share trips in Washington, DC. *Transportation* DOI 10.1007/s11116-014-9540-7
- Gillet, B. E., and Miller, L, R. (1974) A Heuristic Algorithm for the Vehicle Dispatch Problem. *Operations Research*, 22:340-349.
- Golden, B. L., Baker, E. K., Alfaro, J. L., and Schaffer, J. R. (1985) The vehicle routing problem with backhauling: two approaches. *Working paper MS/S 85-017*, University of Maryland, College Park.
- Hockey, M. (1989) The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. *Transportation Research Part A: General*, 23(5), 377-386.
- Lin, J-R., and Yang, T-H. (2011) Strategic design of public bicycle sharing systems with

- service level constraints. *Transportation Research Part E*, 47, 284-294.
- Lin, J-R., Yang, T-H., and Chang, Y-C. (2011) A hub location inventory model for bicycle sharing system design: Formulation and solution. *Computers & Industrial Engineering*.  
Doi:10.1016/j.cie.2011.12.006
- Pformmer, J. Warrington, J., Schildbach, G., and Morari, M. (2013). Dynamic vehicle redistribution and online price incentives in shared mobility systems. Working Paper.
- Raviv, T., and Kolka, O. (2013) Optimal inventory management of a bike sharing station. *IIE Transactions*, 45(10), 1077-1093.
- Raviv, T., Tzur, M., and Forma, I.(2013) The static repositioning problem in a bike sharing system: models and solution approaches. *EURO Journal of Transportation and Logistics*, 2(3), 187-229.
- Ryan, D. M., Hjorring, C. and Glover, F. (1993) Extensions of the Petal Method for Vehicle Routing. *Journal of the Operational Research Society*, 44:289-296.
- Schuijbroek, J., Hampshire, R., and Van Hoes, W-J. (2013) Inventory rebalancing and vehicle routing in bike sharing systems. *Tepper School of Business*, Paper 1491.
- Shaheen, S., Guzman, S., and Zhang, H. (2010) Bicycle Sharing in Europe, the Americas, and Asia: Past, Present, and Future. *Transportation Research Record*, 2143, 159-167.
- Shintani, K., Imai, A., Nishimura, E., and Papadimitriou, S. (2007) The container shipping network design problem with empty container repositioning. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 43(1), 39-59.
- Vogel, P., Saavedra, B. A. N., and Mattfeld, D. C. (2014) A hybrid metaheuristic to solve the resource allocation problem in bike sharing systems. *In Hybrid Metaheuristics. Springer International Publishing*. 16-29.

## 附錄 A、K-means 分群結果

表 A-1 YouBike 60 個租借站分 3 群結果

第一群：17 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
20	捷運科技大樓站	61	台灣科技大學
30	基隆長興路口	62	南昌公園
31	辛亥新生路口	81	捷運台電大樓站(2 號出口)
32	捷運六張犁站	89	和平重慶路口
36	臺大資訊大樓	102	臺北市客家文化主題公園
38	臺灣師範大學(圖書館)	126	敦化基隆路口
45	捷運公館站(2 號出口)	128	成功國宅
54	臺北市立圖書館(總館)	132	羅斯福新生南路口
57	新生和平路口		

第二群：24 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
1	捷運市政府站(3 號出口)	16	松山家商
2	捷運國父紀念館站(3 號出口)	19	中強公園
3	台北市政府	25	永吉松信路口
4	市民廣場	33	中崙高中
5	興雅國中	70	捷運台北 101/世貿
6	世貿二館	71	捷運信義安和站
7	信義廣場(台北 101)	75	基隆光復路口
8	世貿三館	88	捷運象山站
9	松德站	93	吳興公車總站
10	台北市災害應變中心	113	仁愛逸仙路口
11	三張犁	138	捷運永春站(2 號出口)
12	臺北醫學大學	150	松德公園

第三群：19 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
18	社教館	72	新生長安路口
24	信義建國	74	信義連雲街口
29	金山愛國路口	83	捷運大安森林公園站
37	捷運東門站(5 號出口)	85	信義敦化路口

47	捷運忠孝新生站(3 號出口)	87	捷運大安站
49	龍門廣場	100	金山市民路口
53	八德市場	101	華山文創園區
55	臺北田徑場	111	捷運忠孝復興站(2 號出口)
63	仁愛醫院	130	羅斯福寧波東街口
64	國家圖書館		

表 A-2 YouBike 100 個租借站分 7 群結果

第一群：10 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
14	榮星公園	72	新生長安路口
34	捷運行天宮站(1 號出口)	74	信義連雲街口
35	捷運行天宮站(3 號出口)	83	捷運大安森林公園站
51	建國農安街口	85	信義敦化路口
52	建國長春路口	87	捷運大安站

第二群：17 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
62	南昌公園	95	東園國小
65	青年公園 3 號出口	103	萬大興寧路口
68	國興青年路口	105	峨嵋停車場
80	華江高中	106	西園艋舺路口
82	捷運西門站(3 號出口)	107	捷運小南門站(1 號出口)
84	復華花園新城	120	捷運龍山寺站(1 號出口)
89	和平重慶路口	125	華西公園
90	老松國小	130	羅斯福寧波東街口
92	開封西寧路口		

第三群：13 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
15	饒河夜市	40	玉成公園
17	民生光復路口	42	捷運後山埤站(1 號出口)
18	社教館	50	民權運動公園
21	民生敦化路口	55	臺北田徑場
22	松山車站	77	民生活動中心
28	五常公園	96	三民公園
33	中崙高中		



第四群：14 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
20	捷運科技大樓站	57	新生和平路口
30	基隆長興路口	61	台灣科技大學
31	辛亥新生路口	81	捷運台電大樓站(2 號出口)
32	捷運六張犁站	102	臺北市客家文化主題公園
36	臺大資訊大樓	126	敦化基隆路口
38	臺灣師範大學(圖書館)	128	成功國宅
45	捷運公館 2 號	132	羅斯福新生南路口

第五群：12 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
2	捷運國父紀念館站(3 號出口)	71	捷運信義安和站
11	三張犁	75	基隆光復路口
24	信義建國	83	捷運大安森林公園站
49	龍門廣場	85	信義敦化路口
54	臺北市立圖書館(總館)	87	捷運大安站
63	仁愛醫院	111	捷運忠孝復興站(2 號出口)

第六群：19 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
1	捷運市政府站(3 號出口)	16	松山家商
3	台北市政府	19	中強公園
4	市民廣場	25	永吉松信路口
5	興雅國中	70	捷運台北 101/世貿
6	世貿二館	88	捷運象山站
7	信義廣場(台北 101)	93	吳興公車總站
8	世貿三館	113	仁愛逸仙路口
9	松德站	138	捷運永春站(2 號出口)
10	台北市災害應變中心	150	松德公園
12	臺北醫學大學		

第七群：15 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
29	金山愛國路口	72	新生長安路口
37	捷運東門站(5 號出口)	74	信義連雲街口
47	捷運忠孝新生(3 號)出口	99	捷運雙連站

53	八德市場	100	金山市民路口
58	捷運善導寺站 1 號出口	101	華山文創園區
59	林森公園	115	臺北轉運站
64	國家圖書館	160	捷運中山站(2 號出口)
67	捷運臺大醫院 4 號出口		

表 A-3 YouBike 164 個租借站分 10 群結果

第一群：22 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
1	捷運市政府站(3 號出口)	19	中強公園
3	台北市政府	22	松山車站
5	興雅國中	25	永吉松信路口
6	世貿二館	26	捷運昆陽站(1 號出口)
7	信義廣場(台北 101)	28	五常公園
8	世貿三館	40	玉成公園
9	松德站	42	捷運後山埤站(1 號出口)
10	台北市災害應變中心	88	捷運象山站
13	福德公園	93	吳興公車總站
15	饒河夜市	138	捷運永春站(2 號出口)
16	松山家商	150	松德公園

第二群：13 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
27	捷運南港展覽館站(5 號出口)	48	南港車站
23	東新國小	127	東湖國中
39	南港世貿公園	156	東湖國小
41	中研公園	198	汐止火車站
43	凌雲市場站	199	汐止區公所
44	捷運南港軟體園區站(2 號出口)	200	國泰綜合醫院
46	南港國小		

第三群：14 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
65	青年公園 3 號出口	95	東園國小
68	國興青年路口	103	萬大興寧路口
80	華江高中	105	峨嵋停車場
82	捷運西門站(3 號出口)	106	西園艦舢路口

84	復華花園新城	107	捷運小南門站(1 號出口)
90	老松國小	120	捷運龍山寺站(1 號出口)
92	開封西寧路口	125	華西公園

第四群：19 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
24	信義建國	61	台灣科技大學
29	金山愛國路口	62	南昌公園
30	基隆長興路口	74	信義連雲街口
31	辛亥新生路口	81	捷運台電大樓站(2 號出口)
36	臺大資訊大樓	83	捷運大安森林公園站
37	捷運東門站(5 號出口)	89	和平重慶路口
38	臺灣師範大學(圖書館)	102	臺北市客家文化主題公園
45	捷運公館 2 號	130	羅斯福寧波東街口
54	臺北市立圖書館(總館)	132	羅斯福新生南路口
57	新生和平路口		

第五群：17 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
2	捷運國父紀念館站(3 號出口)	71	捷運信義安和站
4	市民廣場	75	基隆光復路口
11	三張犁	85	信義敦化路口
12	臺北醫學大學	87	捷運大安站
20	捷運科技大樓站	111	捷運忠孝復興站(2 號出口)
32	捷運六張犁站	113	仁愛逸仙路口
49	龍門廣場	126	敦化基隆路口
63	仁愛醫院	128	成功國宅
70	捷運台北 101/世貿		

第六群：15 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
58	捷運善導寺站 1 號出口	108	臺北孔廟
64	國家圖書館	115	臺北轉運站
67	捷運臺大醫院 4 號出口	139	永樂市場
73	酒泉延平路口	140	捷運大橋頭站(2 號出口)
78	捷運圓山站(2 號出口)	145	樹德公園
79	捷運民權西路站(3 號出口)	153	蔣渭水紀念公園
91	市立美術館	160	捷運中山站(2 號出口)

99	捷運雙連站		
----	-------	--	--

第七群：15 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
17	民生光復路口	110	文湖國小
18	社教館	119	捷運劍南路站(2 號出口)
21	民生敦化路口	122	捷運港墘站(2 號出口)
33	中崙高中	129	捷運文德站(2 號出口)
50	民權運動公園	131	洲子二號公園
55	臺北田徑場	155	瑞光港墘路口
77	民生活動中心	157	麗山國小
96	三民公園		

第八群：20 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
97	捷運劍潭站(2 號出口)	135	捷運石牌站(2 號出口)
112	捷運新北投站	136	國立臺北護理健康大學
114	蘭雅公園	137	國防大學
116	福林公園	146	捷運士林站(2 號出口)
117	捷運北投站	147	士林運動中心
118	大業大同街口	148	捷運明德站
123	天母運動公園	149	北投運動中心
124	振華公園	152	百齡國小
133	蘭興公園	154	中正基河路口
134	捷運芝山站(2 號出口)	161	大豐公園

第九群：15 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
14	榮星公園	60	中山行政中心
34	捷運行天宮站(1 號出口)	72	新生長安路口
35	捷運行天宮站(3 號出口)	76	新生長春路口
47	捷運忠孝新生(3 號)出口	86	民權復興路口
51	建國農安街口	100	金山市民路口
52	建國長春路口	101	華山文創園區
53	八德市場	109	林安泰古厝
59	林森公園	121	龍江南京路口

第十群：13 站

編號	租借站名稱	編號	租借站名稱
66	師範大學公館校區	143	捷運動物園站(2 號出口)
69	興豐公園	144	國立政治大學
94	捷運景美站	151	考試院
98	羅斯福景華街口	197	大鵬華城
104	台北花木批發市場	201	裕隆公園
141	文山行政中心	202	捷運大坪林站
142	捷運木柵站		

