

國立成功大學
工業與資訊管理學系碩士班
碩士論文

軌道式大眾運輸系統之最佳維安人員巡邏方式研究
Optimal security deployment and patrol scheduling in rail transit networks

研 究 生：黃采緹
指導教授：王逸琳 教授
中華民國一百零五年五月

國立成功大學

碩士論文

軌道式大眾運輸系統之最佳維安人員巡邏方式研究
Optimal security deployment and patrol
scheduling in rail transit networks

研究生：黃采緹

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員：

王逸琳 李雨青

蔡欣 王中允

指導教授：王逸琳

系(所)主管：

李興駿

中華民國 105 年 5 月 26 日

摘要

鐵路、捷運等軌道式大眾運輸系統具有固定路線、班次、及停靠站的特性，為先進都會區內或區間的主要大眾運輸系統，肩負都會區大量人群旅運需求的運送任務，因此其維安需求十分重要。目前此類運輸系統的維安資源大多進駐於靜態的車站內，而非分配在動態的車輛上。由於軌道車輛為密閉空間，倘若車輛在兩停靠站間的運行過程中發生嚴重的危安問題時，進駐於車站等外界的維安資源勢必無法及時處理。以北捷為例，其於 2014 年 5 月 21 日到 2015 年 7 月 20 日期間發生的 11 起衝突事件中，即有 8 起是發生在移動列車上。為能即時處理移動列車上的維安任務，假設維安人力僅依靠轉乘方式於列車間移動巡邏，倘若某列車之某運行路段上有足夠之維安人力佈署，則該路段上的所有旅運人次皆可視為已受到保護，本研究以盡可能保護越多旅運人次為主要考量，探討數種最佳維安人員巡邏路徑規劃問題。

首先，本研究將各列車路線上各停靠車站依不同時間以時空二維網路運行圖呈現，並依此建構整數規劃模式求解以下三個最佳維安人員巡邏路線規劃問題：(1) 如何以最少維安人員來巡邏而能保證所有列車隨時至少佈署足夠之維安人員？(2) 如何以給定的維安人員種類與數量，規劃其最佳之巡邏排程與路線，而使其達到最好的維安效果（譬如能保護到最多的總旅運人次）？(3) 如何同時考慮攻擊者和維安人員的策略，使現有維安人員的巡邏路線能夠極小化攻擊者所能造成的最大影響？針對上述前兩種問題，本研究考量不同層級維安人員的可替代性，發展整數規劃模式求解；而第三種問題實為一個雙層規劃問題，我們發展一疊代式演算法整合整數規劃模式求解。此外，在後兩問題中，我們提出兩種路段節線的維安效果（亦即影響程度）估算方式：(1) 考慮各路段的旅運人次與時間長度、(2) 只考慮各路段的旅運人次，供決策者依其需求調配權重來估算。

數值分析結果顯示 2016 年 8 月的北捷和高捷之維安人數(分別為 128、68 人)皆

少於本論文所求出的理想安全運輸系統的維安人數，但若能依照本論文求解出的最佳巡邏路線來巡邏，現有之維安人力將可顧及約 80% 以上的維安需求。

關鍵詞：軌道式大眾運輸系統；維安人力佈署；維安人員巡邏路線；整數規劃；雙層規劃



Abstract

Optimal security deployment and patrol scheduling in rail transit networks

Tsai-Ti Huang

I-Lin Wang

Department of Industrial and Information Management

SUMMARY

Rail transit features fixed routes, schedules and stations which make it become the main public transport system within urban area and between cities. Presently, police are usually assigned to stations rather than to moving trains. However, trains are confined space which means police in the station definitely can't rescue the passengers in time if a severe problem strikes. This research will formulate the problem as a time-space network which can show each train's location at different time, and then propose integer programming models to solve first two main problems: (1) how many police are needed to make sure that each train can be protected by at least one police, (2) how to determine the best patrol route for the high ranking trains under the limited number of police. (3) How to determine the best patrol route to minimize the maximal damage made by attackers in a way that consider both police's and attacker's strategy, which is a bi-level programming problem, so we propose an iterator method with an integer programming model to solve it. This research also develops two formulations to estimate the demand of security manpower and the degree of damage for each train at different time windows. Numerical analysis shows that numbers of police in Taipei metro system are less than the optimized one; however, it can still cover up over 80% of the security demand via our optimized patrolling route.

Key words: rail transit, patrol routing, integer programming, bi-level programming

Introduction

Railway public transportation featuring fixed routes, schedules and stations is one of main traffic systems within urban area and between cities. As a result, it is easier to be

seen as an attack target for criminal. Presently, police are usually assigned to stations rather than to moving trains. However, fast moving trains are confined space which means police in the station definitely can't rescue the passengers in time if a severe problem strikes. Thus, this research will consider the safety issue on both stations and trains and first formulate the problem as a time-space network which can show each train's location at different time, and then solve three main problems: (1) how many police are needed to make sure that each train can be protected by at least one police, (2) how to determine the best patrol route for the high ranking trains under the limited number of police, (3) How to determine the best patrol route to minimize the maximal damage made by attackers in a way that consider both police' and attacker's strategy. In the end, we will test real data from Taipei metro system's schedules.

MATERIALS AND METHODS

To solve these problems, we first formulate a time-space network which contains arcs standing for stations, trains and transfer routes, so that, we can know each train's location at different time. Then, we propose two integer programming models to solve (1) how many police are needed to make sure that each train can be protected by at least one police, (2) how to determine the best patrol route for the high ranking trains under the limited number of police, (3) How to determine the best patrol route to minimize the maximal damage made by attackers in a way that consider both police' and attacker's strategy. For first problem, the objective is to minimize the number of police and at the same time can protect every station, train and transfer route. Constrains contain flow balance and each arc's lower bound should be 1 which means every arc is assigned at least one police. For second problem, each arc is assigned different numbers of safety need and the objective is to maximize the coverage of safety need. Constrains contain flow balance and correctly identifying which arc has been protected. For third problem, considering both police' and attacker's strategy, which will make the integer programming model as a bi-level programming model and it will be non-linear. Therefore, we propose an iterator method with an integer programming to solve it. There are processes, (1) Sorting every arc in time-space network by its effect degree (equals to safety need) which will take $O(m \log m)$ time, and saving the result in an array. (2) Defining searching lower bound $L = 1$, upper bound $U = m$ and testing position $H = \lceil U/2 \rceil = \lceil m/2 \rceil$ in the array we just sort, which will take $O(1)$ time. (3) By binary search, we first assign H polices to every arc in the sorted array from position $L = 1$ to $H = \lceil U/2 \rceil = \lceil m/2 \rceil$, which means every arc from position L to H in the sorted array

should be assigned at least one police, and the next arc (position $H+1$) should not be assigned anyone. Then we put this setting into integer programming model from chapter 3.6.1, using constrain 3.15 to 3.18 to solve this problem. If this setting can find a feasible solution, we redefine $L = H + 1$ and $H = \lceil (L + H) / 2 \rceil$. If not, we redefine $U = H$ and $H = \lceil (L + H) / 2 \rceil$. Repeat the procedure above until $L = H = U$. This procedure will run $O(\log m)$ times, and each time is for solving a Min-cost Network Flow Problem. In the end, it will find the feasible solution within polynomial time. In total, these processes will take $O(S(m, n) \log m)$.

RESULT AND DISCUSSION

All the solution methods are implemented in C++ language. All the experiments are conducted on a personal computer with Ubuntu14.04, 16 GB RAM, and Intel(R) Core(TM) i5-4210 CPU @ 1.7GHz, 4Gb RAM. In this research, we test the real data from Taipei metro system's schedule. For the first problem (1) how many police are needed to make sure that each train can be protected by at least one police. The optimized solution $Q^* = 232$ police can protect every station, train and transfer route, as for only protecting every train, it will need 81 police. For the second problem (2) how to determine the best patrol route for the high ranking trains under the limited number of police. We test limited number of police from $1/6Q^* \sim 6/6Q^*$, and with two different arc weight settings which are (a) number of passengers in this arc times period in this arc (b) only consider number of passengers in this arc. The result shows that the coverage rate of safety need will increase 20% when increasing $1/6Q^*$. And the coverage rate increases more and more slowly as the number of police gradually reaching Q^* which is the minimized number of police can protect whole network. For the third problem (3) How to determine the best patrol route to minimize the maximal damage made by attackers in a way that consider both police' and attacker's strategy, it takes 350s to 470s to solve the problem. The authority can set a coverage rate they want to achieve and decide how many guard they should hire and how to patrol by these model.

CONCLUSION

This research may be the first one to determine the best patrol route especially for trains in railway public transportation and the first one to test the real data form metro system's schedule. According to references we found, they only consider the patrol in stations and ignore the time effect. Also we develop two estimate methods to estimate the safety need and effecting degree. This research propose two integer programming models and an

iterator method with an integer programming model to solve three main problems: (1) how many police needed to make sure that each train can be protected by at least one police, (2) how to determine the best patrol route for the high ranking trains under the limited number of police, (3) How to determine the best patrol route to minimize the maximal damage made by attackers in a way that consider both police' and attacker's strategy. For future research, we suggest five possible aspects (1) can consider the damage of hardware facility when estimating the safety need, (2) our third problem only consider single attacker, for further research can consider multiple attackers, (3) need to ensure that whether our integer programming models can be solved within polynomial time, (4) can design an effective algorithm to solve two different types of guards problem, (5) further research can consider the working time of guards and how to take a shift of patrolling.



目錄

摘要	I
Abstract	III
目錄	VII
圖目錄	IX
表目錄	XI
第一章 緒論	1
1.1 研究背景與動機	1
1.2 研究目的	4
1.3 研究範圍	5
1.4 論文架構	5
第二章 文獻回顧	7
2.1 巡邏維安問題	7
2.2 軌道式大眾運輸維安	10
2.3 小結	12
第三章 最佳維安人員巡邏路線規劃數學模式與演算法	14
3.1 問題描述	14
3.2 問題假設	16
3.3 多路線交錯網路系統	17
3.4 節線維安需求估算方式	21
3.5 理想安全運輸系統之最少維安人數巡邏數學模式	23
3.5.1 每位維安人員的維安能力皆相同	23
3.5.2 維安人員區分不同等級	26

3.6	給定維安人力資源之最佳巡邏數學模式.....	28
3.6.1	每位維安人員的維安能力皆相同.....	29
3.6.2	維安人員區分不同等級.....	30
3.7	同時考慮攻擊者和給定之維安人力之最佳巡邏數學模式.....	33
3.8	小結.....	37
第四章	數值分析.....	38
4.1	小規模北捷資料測試.....	38
4.1.1	理想安全運輸系統之維安人員數量.....	40
4.1.2	人力資源有限下最佳佈署方法.....	41
4.1.3	同時考慮攻擊者和維安人員之最佳配置.....	44
4.2	多路線交錯網路測試—以北捷為例.....	44
4.2.1	理想安全運輸系統之維安人員數量.....	45
4.2.2	人力資源有限下之最佳佈署方法.....	46
4.2.3	同時考慮攻擊者和維安人員之最佳配置.....	50
4.3	小結.....	51
第五章	結論與未來研究方向.....	53
5.1	結論與貢獻.....	53
5.2	未來研究方向.....	55
	參考文獻.....	57
	附錄 A、詳細資料測試結果.....	59

圖目錄

圖 1.1 北捷衝突事件示意圖(2014/05/21-2015/07/20)	2
圖 1.2 台北市捷運警察隊組織架構圖【資料來源：台北市警察局捷運警察隊】	3
圖 1.3 高雄市捷運警察隊組織架構圖【資料來源：高雄市警察局捷運警察隊】	3
圖 1.4 鐵路警察局組織架構圖【資料來源：內政部警政署鐵路警察局】	4
圖 2.1 車輛途程問題示意圖	8
圖 2.2 中國郵差問題示意圖	8
圖 2.3 鐵道大眾運輸系統攻擊事件次數(1971-2000).....	10
圖 2.4 英國軌道、車站、乘客車廂、基礎建設的攻擊事件次數(1998-2004).....	10
圖 2.5 賽局理論應用在軌道運輸的資源配置問題【資料來源：Jin et al. (2015)】	12
圖 3.1 簡易列車時刻表之二維時空網路運行圖	15
圖 3.2 高捷圖【資料來源：高捷網站】	18
圖 3.3 簡易兩主線交錯示意圖	18
圖 3.4 兩主線列車停靠平面圖	19
圖 3.5 兩主線列車交錯停靠圖	19
圖 3.6 雙路線交錯二維時空網路運行圖	20
圖 3.7 北捷圖【資料來源：北捷網站】	21
圖 3.8 節線維安需求估算	22
圖 3.9 小例子數學模式解釋示意圖	25
圖 3.10 初始起始點位置、最終點位置、中心點位置	37
圖 3.11 擴大測試後半段可行性	37
圖 3.12 縮減測試前半段可行性	37
圖 4.1 板南線小規模測試例構成的時空網路運行圖	39
圖 4.2 人力資源有限下一維安人員皆相同等級之結果	42

圖 4.3 人力資源有限下一維安人員區分不同等級之結果(以板南線小規模測試)	43
圖 4.4 同時考慮攻擊者和維安人員之最佳配置一(以板南線小規模測試)	44
圖 4.5 考慮(1)節線人次*節線時段長度之北捷不同維安人數比例的維安需求滿足率	48
圖 4.6 考慮(2)節線人次之北捷不同維安人數比例的維安需求滿足率	48
圖 4.7 考慮(1)節線人次*節線時段長度之北捷不同維安人數比例的列車維安需求滿 足率	49
圖 4.8 考慮(2)節線人次維安人數比例的列車維安需求滿足率	50



表目錄

表 3.1 簡易列車時刻表	15
表 3.2 簡易兩主線時刻表	18
表 3.3 虛擬各站起訖點之流量守恒式	25
表 3.4 各列車節點之流量守恒式(一)	26
表 3.5 各列車節點之流量守恒式(二)	26
表 4.1 板南線小規模列車時刻表	38
表 4.2 理想安全運輸系統— 以板南線小規模測試例為例	40
表 4.3 理想安全運輸系統—維安人員區分不同等級之結果(以板南線小規模測試) ..	41
表 4.4 板南線小規模測試不同比例維安人數的最佳佈署結果	42
表 4.5 北捷測試參數	45
表 4.6 北捷需巡邏所有節線之最佳維安人員數量	46
表 4.7 北捷僅需巡邏所有同車節線之最佳維安人員數量	46
表 4.8 考慮(1)節線人次*節線時段長度之北捷不同比例維安人數的最佳佈署結果 ..	47
表 4.9 考慮(2)節線人次之北捷不同比例維安人數的最佳佈署結果	47
表 4.10 考慮(1)節線人次*節線時段長度之北捷不同比例維安人數最佳列車佈署結 果	49
表 4.11 考慮(2)節線人次之北捷不同比例維安人數最佳列車佈署結果	49
表 4.12 北捷同時考慮攻擊者和維安人員策略之結果	51
表 A-1 北捷不同比例維安人數的最佳佈署結果 (1)節線人次*節線時段長度	59
表 A-2 北捷不同比例維安人數的最佳佈署結果 (2)節線人次	59
表 A-3 北捷不同比例維安人數的最佳列車佈署結果 (1)節線人次*節線時段長度 ...	60
表 A-4 北捷不同比例維安人數的最佳列車佈署結果 (2)節線人次	60
表 A-5 北捷同時考慮攻擊者和維安人員策略之結果	61

第一章

緒論

1.1 研究背景與動機

鐵路、捷運等軌道式運輸系統具有固定路線、班次、及停靠站的特性，能夠連結各個城市或是紓解都市內的交通壅塞，是現代化國家和城市的重要指標。由於其運行時刻之可靠度較高，在通勤尖峰時載客量極大，根據交通部統計資料 2015 上半年鐵路的平均日運量為 63 萬人，高捷平均日運量為 16 萬人，而北捷平均日運量則高達 196 萬人次，如此大量的運輸人潮也造成危安的隱憂。根據新聞資料整理出北捷從 2014 年 5 月 21 日到 2015 年 7 月 20 日這段期間共發生 11 起衝突事件，如圖 1.1 所示。圖中以紅色表示需送醫的流血傷人事件，藍色表示較輕微的爭吵打鬥事件，並以線段表示衝突事件發生在移動列車內，以圓點表示衝突事件發生在車站內。可觀察出 11 次衝突事件中就有 8 次衝突事件是發生在移動的列車，更凸顯在移動列車配置維安人員的重要性。然而目前此類運輸系統的維安資源大多進駐於靜態的車站內，而非在動態的列車上；以北捷為例，根據訪查得知其於每站均編制一名站長，並依捷運站規模大小，配置一到三名站務員和一名保全，然而針對運行中的列車卻無固定的維安人力佈署規劃。由於移動中的列車為密閉空間，倘若車輛在兩停靠站間的運行過程中發生嚴重的危安問題時，只進駐於車站等外界的維安資源勢必無法及時處理，更凸顯維安人員巡邏列車的重要性。

根據報章雜誌、網站與訪談結果得知軌道式大眾運輸系統維安人員如：捷運維安人力，來自三部分：(1)捷運警察隊、(2)地方派出所支援警力、(3)約聘的保全人員。其中保全人員通常只是負責最簡單的秩序與糾紛處理，或擔任及捷運站的站務人員，沒有「逮捕」的權限；而地方派出所支援警力通常是負責捷運建築物「以外」的安全，因此只要在捷運建築物內，包括捷運站內與移動的車廂內的所有維安問題，一

律由捷運警察隊負責。根據台北市政府警察局捷運警察隊網站的資料，2015 年北捷警察隊總人數為 165 人，其中內勤有 37 人，外勤人員有 128 人共分成三個分隊，每個分隊有不同外勤人數且各自負責不同的捷運線，第一分隊到第三分隊各有 55、36、37 人，其組織架構圖如圖 1.2 所示。每個分隊每個時段上班人數約 7-10 人(含值班、備勤、巡邏、守望、婦保勤務、遊民勤務，每班勤務有 2-4 小時)，原則上每人每日上班 10-12 小時。分隊會規劃巡邏線，以板南線為例，維安人員就自行挑板南線任一班次的捷運，車廂巡邏一班 2 小時，巡完 4-6 個車廂即可下車，再上車同樣巡邏，2 小時內自行挑選班次上車下車巡邏。目前北捷各捷運站還有轄區的派出所、警備隊不定時進去巡邏。



圖 1.1 北捷衝突事件示意圖(2014/05/21-2015/07/20)

高捷警察隊共 68 人，其中外勤人員有 51 人，其組織架構圖如圖 1.3 所示。台

灣台鐵和高鐵的維安人力則由內政部警政署鐵路警察局負責，轄區包含鐵路沿線、鐵路橋梁和鐵路車站內。負責有關鐵路事業設施之安全維護，鐵路沿線、站、車秩序、犯罪偵防及旅客貨運安全維護，鐵路法令之其他協助執行事項，並受交通部臺灣鐵路管理局之指揮及監督，其組織架構如圖 1.4 所示，內勤單位包含行政科、保安科、督訓科、後勤科、保防科、人事室、主計室、秘書室、勤務指揮中心；外勤單位包含臺北、臺中、高雄、花蓮分局及刑事、護車警察大隊。

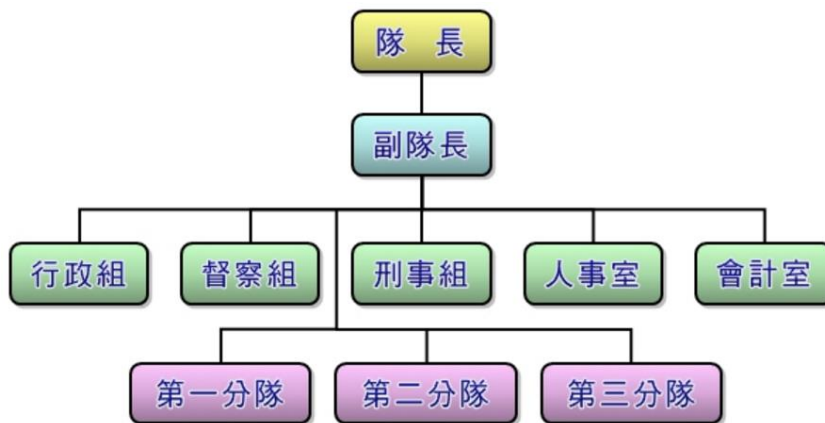


圖 1.2 台北市捷運警察隊組織架構圖【資料來源：台北市警察局捷運警察隊】

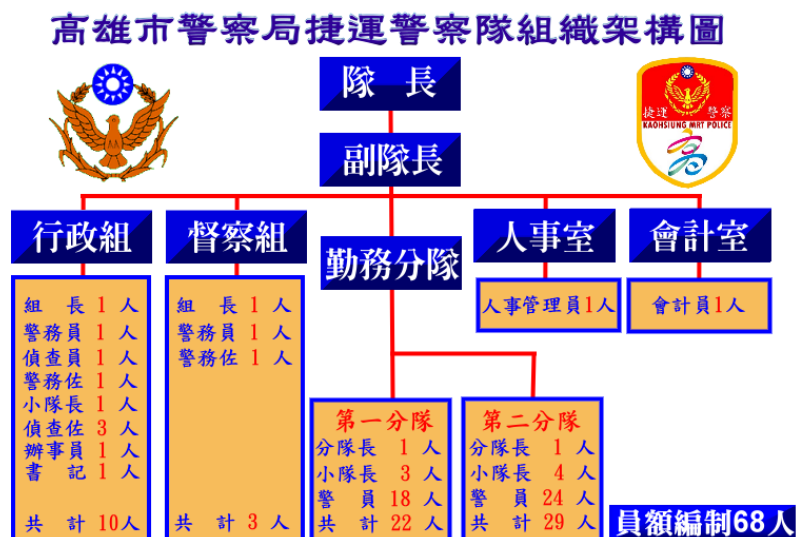


圖 1.3 高雄市捷運警察隊組織架構圖【資料來源：高雄市警察局捷運警察隊】

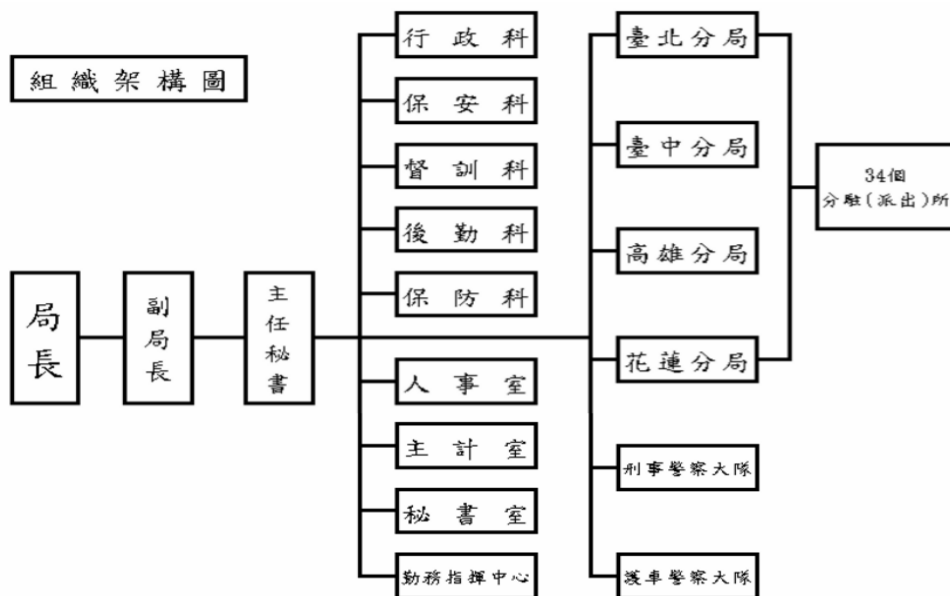


圖1.4 鐵路警察局組織架構圖【資料來源：內政部警政署鐵路警察局】

台灣的捷運系統巡邏方式為在 2 小時內自行挑選任一班次的車次巡邏，可以隨意上下車變換巡邏車次。而鐵路的巡邏方式則大多配置鐵路警察在車站，負責巡邏候車月台及售票大廳；至於行進中的列車維安則多依賴列車長，若行駛途中發生意外可用無線電和最近的車站鐵路警察請求支援。據訪查得知，台灣目前的軌道式大眾運輸系統在維安人員人數、佈署及巡邏方式等方面皆無系統化且較有效率的管理策略。因此，本研究擬探討維安人員於移動中列車的最佳巡邏規劃方式，希望以最少維安人力巡邏到所有列車；或依據更貼近現實面的考量，在已知維安人員種類與數目的情況下，該如何佈署人力才能巡邏涵蓋最多高維安需求的列車路段；最後再考量攻擊者的立場，找出最佳巡邏方式以使可能造成之攻擊影響越小越好，希望本研究成果能提供給相關單位參考，提升台灣軌道式大眾運輸交通的安全性。

1.2 研究目的

由於軌道式大眾運輸系統的維安資源大多進駐於靜態的車站內，較少分配在動態的車輛上，因此本研究特別針對移動列車的維安探討以下三種問題：(1)計算出理

想中在軌道式運輸系統上需要配置多少人力才能在每列車上都有至少足夠的維安人員巡邏。此問題旨在估算最理想的維安人數，藉以做為將來改善當下維安人力佈署的參考。(2)依據現有的人力資源，計算出維安效果最佳的人員排程巡邏方式。此外，上述兩問題可再深入考慮不同等級維安人員的可替代性，譬如：若維安人力共有配有真槍實彈的員警、捷運公司外包的保全人員等兩類，假設兩名保全人員與一名員警的維安效果相同（但花費可能不同），則該如何針對不同類維安人力規劃其各自之巡邏路線？(3)上述兩種問題皆未考慮攻擊者的角度，此問題則同時考慮攻擊者和維安人員的策略，假設攻擊者會優先攻擊影響力最大的時段列車，依據現實人力，該如何規劃維安人員的巡邏路線，以使其能極小化攻擊者所能造成的最大影響？

1.3 研究範圍

本研究假設維安人員只能利用列車運行來移動轉乘，所探討的三種維安問題之研究範圍如下：

1. 問題一：求取最少人力成本的最安全巡邏方式

利用最少維安人員（可能有兩種等級）成本，以使所有時段的每輛列車上都有足夠的維安人員巡邏，以達到最安全的維安效果。

2. 問題二：求取已知有限人力（可能有兩種等級）下的最佳維安巡邏方式

考慮不同等級維安人員的維安能力，配合某些列車在某些時段有不同等級與數量的維安人員需求，求解能最大化維安效果的巡邏路規劃方法。

3. 問題三：納入攻擊者策略的最佳維安巡邏方式

假設某時段的列車有配置維安人員，攻擊者就不會攻擊該區域。而攻擊者會優先攻擊影響力（亦即維安效果）最大的時段列車。為了盡量降低攻擊者攻擊運輸系統後所造成的影響，必須找出維安人員最佳的巡邏路線。

1.4 論文架構

本論文之架構如下：第二章為文獻回顧，針對軌道式大眾運輸的維安巡邏相關文獻整理分類，回顧一般維安巡邏問題的類型和問題之特例以及大眾運輸維安人員職責分配。第三章為研究方法，解釋本研究之數種整數規劃模式與演算法步驟。第四章為數值分析，應用測試本研究提出之數學模式，並以最佳化軟體 Gurobi 求解分析。第五章總結本研究成果及提供未來可研究方向和建議。



第二章

文獻回顧

大眾維安工作大多依靠維安機構如：警察機關的巡邏和配置，以預防事故發生及提高事故發生的應變能力。通常不同場域由不同的維安單位負責巡邏：在一般社區的巡邏工作由警察勤務單位依照設置巡邏箱的地點巡邏；在鐵路大眾運輸上則由鐵路警察局負責；而捷運站的維安工作則由各區域的捷運警察隊負責。在過去巡邏和維安問題的文獻大多集中在一般道路的巡邏問題（Patrol Routing Problem），至於軌道式大眾運輸的維安方式，僅有少數文獻曾針對恐攻探討過靜態車站的維安佈署，而從未見過相關文獻研究動態列車上人員的巡邏及配置問題。大多數的巡邏維安問題以最大化巡邏地點，或在已知維安需求下，最小化維安巡邏的成本（譬如巡邏路徑總長度）為目標。本章將回顧軌道式大眾運輸維安及巡邏問題的相關文獻，並介紹現行較常見的維安方式。

2.1 巡邏維安問題

首先介紹大眾維安工作的巡邏問題，傳統巡邏問題相關的文獻大多集中於道路上的巡邏，即巡邏車從總部出發，依照事先設定的巡邏定點或巡邏路段為目標繞行，最後再回到總部。因為巡邏工作因各層級單位與巡邏範圍而有所不同，陳思齊(2007)將道路巡邏問題概分成以下三類：

1. **節點排程問題(Node Routing Problem, NRP)**：以派出所或分局為站點，在已知巡邏定點和巡邏次數的情況下，安排出最有效率的巡邏路徑，滿足巡邏到所有巡邏箱(節點)及其時窗限制，即是車輛途程問題(Vehicle Routing Problem, VRP)延伸應用在巡邏勤務上的例子。車輛途程問題最早是由Dantzig and Ramser (1959)首次提出，它是指不同客戶各自有不同數量的貨物需求，由多台運輸車負責從配送中心

分送貨物給客戶(節點)，藉由安排適當的行車路線使得客戶的需求得到滿足，且能達到如路程最短、成本最小、耗費時間最少等目的。車輛途程問題如圖2.1所示，車隊中的車輛皆從圖中的中心點(配送中心)出發，各自繞行最有效率的路線走訪每個客戶(節點)以達成顧客需求。

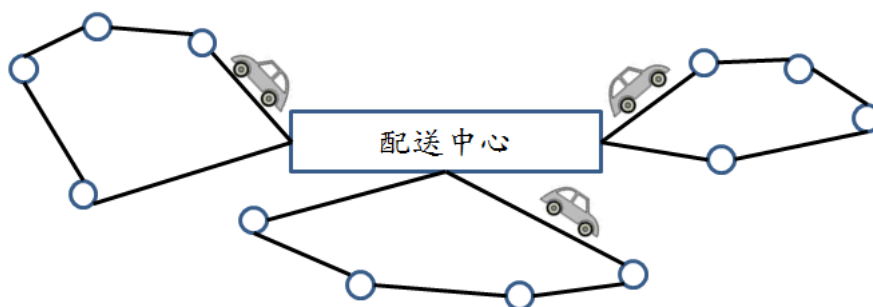


圖2.1 車輛途程問題示意圖

2. **節線排程問題(Arc Routing Problem, ARP)**：以警局為站點，在巡邏路段以及巡邏次數已知的情況下，安排出最有效率的巡邏路徑，滿足巡邏到所有路段(節線)及其時窗限制，即是中國郵差問題(Chinese Postman Problem, CPP)特性延伸應用在巡邏勤務上的例子。中國郵差問題最早由Guan (1962)提出，問題為在一個已知的地區，郵差要設法找到一條最短路徑，可以走過此地區所有的街道(節線)去收送信件，且最後要回到出發點。如圖2.2所示，在一個連通的無向圖中找到一最短的封閉路徑，且該路徑需通過所有節線至少一次再回到出發點(實心節點)。

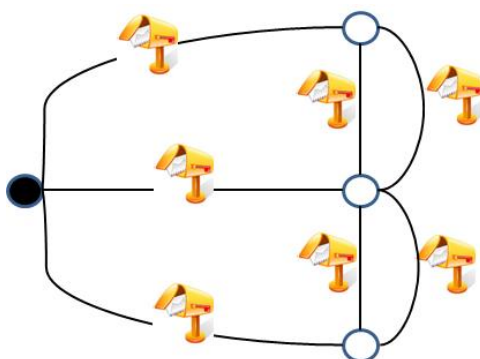


圖2.2 中國郵差問題示意圖

3. **綜合節點和節線排程問題**：同時考量節點與節線之巡邏途程問題，即符合一般車輛途程問題(General Routing Problem, GRP)之特性，為尋求一以花費最小成本旅行路網中之任務節點、以及完全有向或完全無向任務節線至少一次，再回到原出發點之路徑。

台灣的道路維安巡邏多屬於第一類節點排程問題和第三類綜合節點和節線排程問題，巡邏車需經過所有配有巡邏箱的地點，及依照警察勤務條例第 13 條規定，巡邏勤務應視需要彈性調整巡邏區(線)，採定線及不定線；並注意逆線、順線，於定時、不定時交互行之。其他和道路維安巡邏相關的文獻有 Keskin, Li, Steil, and Spiller (2012)、Birge and Pollock (1989)、Curtin, Hayslett-McCall, and Qiu (2010)、Li and Keskin (2013)。Keskin, Li, Steil, and Spiller (2012) 屬於節點排程問題的一種，和以往不同的是它多考慮了公路上不同時段、地點的事故發生率，依據最多事故發生高頻率的地點和時段(hot stops)為主要巡邏地點，以巡邏到最多高頻率事故點為目標。Birge and Pollock (1989) 則考量到鄉村區人口密度較低，且路途時間較久等特性皆不同於城市地區，而過去較多巡邏相關文獻以探討城市地區的維安人力佈署為主，因而針對鄉村地區規劃巡邏人力，在該問題中巡邏車在各個巡邏點的旅行時間比起城市地區的巡邏更為重要。Curtin, Hayslett-McCall, and Qiu (2010) 和過去巡邏相關文獻相同以巡邏範圍最大化(maximal covering)為目標，也同時考慮在負責巡邏的範圍內，可涵蓋所有維安服務為前提下最小化維安設施數量。Li and Keskin (2013)仍以巡邏範圍最大化(maximal covering)為主要考量，但多考慮了巡邏起始點的配置，同時以配置起始點的成本最小化和巡邏車隊的路線最小化為目標。

上述文獻都以公路相關的維安巡邏為主，Chircop, Surendonk, van den Briel, and Walsh (2013)則探討船隻巡邏海域的問題，其和道路巡邏不同的地方在於船隻必需到中途停靠港補充燃油、船員休息及補給船上資源，求解至少需要多少船隻才夠巡邏規定海域和其巡邏路線，並以時空網路運行圖表示，使用 column generation 求解。

2.2 軌道式大眾運輸維安

本節將介紹軌道式大眾運輸的維安需求和有哪些不同理論方法執行實際的維安工作。Loukaitou-Sideris, Taylor, and Fink (2006)調查倫敦、巴黎、東京、馬德里四座國際化城市，顯示在 1991 年時有大約有 20%的暴力攻擊事件會發生在大眾運輸系統，到了 1998 年在大眾運輸系統發生暴力攻擊的機率上升至 40%。

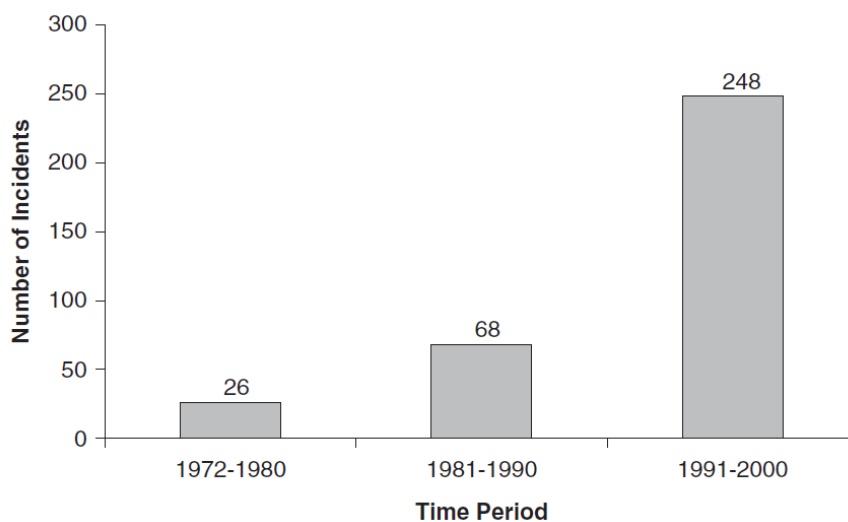


圖2.3 鐵道大眾運輸系統攻擊事件次數(1971-2000)

【資料來源：Loukaitou-Sideris et al. (2006)】

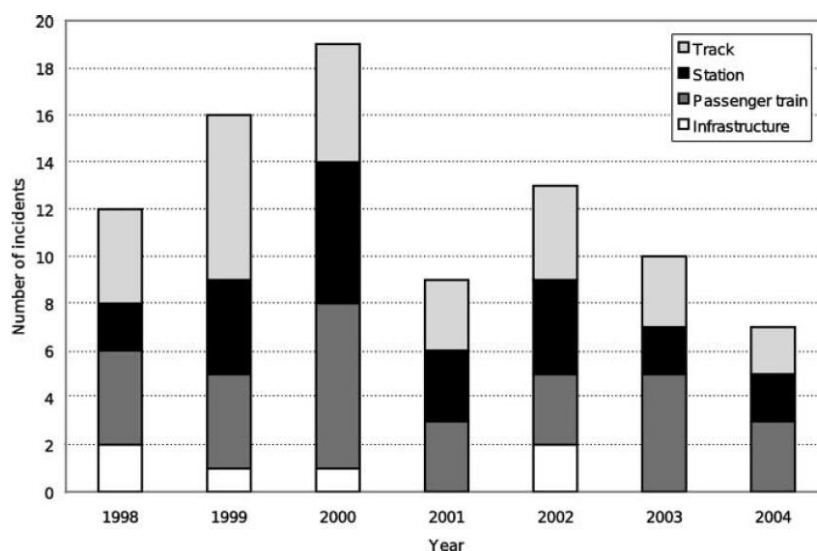


圖2.4 英國軌道、車站、乘客車廂、基礎建設的攻擊事件次數(1998-2004)

【資料來源：Powell et al. (2011)】

圖 2.3 以大約 10 年為單位描繪出在軌道式大眾運輸的暴力攻擊次數，該次數逐年升高，這也代表軌道式大眾運輸系統維安工作越來越重要。而在 Powell and Fletcher (2011)文獻中提到軌道式大眾運輸的暴力攻擊可能發生在軌道、車站、乘客車廂、基礎建設(包含電力供應、橋梁、電氣化鐵路之架線系統等)等四處，圖 2.4 以長條圖表示英國 1998 到 2004 年每年發生在上述四處的攻擊次數，可看出在軌道、車站、乘客車廂內有較高的攻擊事故發生次數。

對於實際該如何執行大眾式軌道運輸的維安工作，許多學者都提出不同的方法，例如：維安人員工作排程、以賽局理論為基礎配置維安資源等。Lau and Gunawan (2012)探討巡邏隊在新加坡捷運系統的工作排程，每個巡邏隊都被分配到至少要巡邏多少個車站，而每個車站也設有巡邏次數的上下界限制，目標則為最小化所有巡邏隊的巡邏距離總和。Snijders and Saldanha (2015)針對荷蘭的鐵路運輸系統，將巡邏工作分為月台巡邏和列車巡邏等兩組工作隊，並將所有需完成的工作視為已知參數，目標為最小化未完成的巡邏工作。Jin, Lu, Sun, and Yin (2015)則以賽局理論為基礎，同時考慮維安人員、攻擊者和一般搭車民眾的需求。將維安人員視為先行者，決定該如何配置維安資源，而攻擊者則為後行者，決定該在那些車站進行攻擊，如圖 2.5 所示。

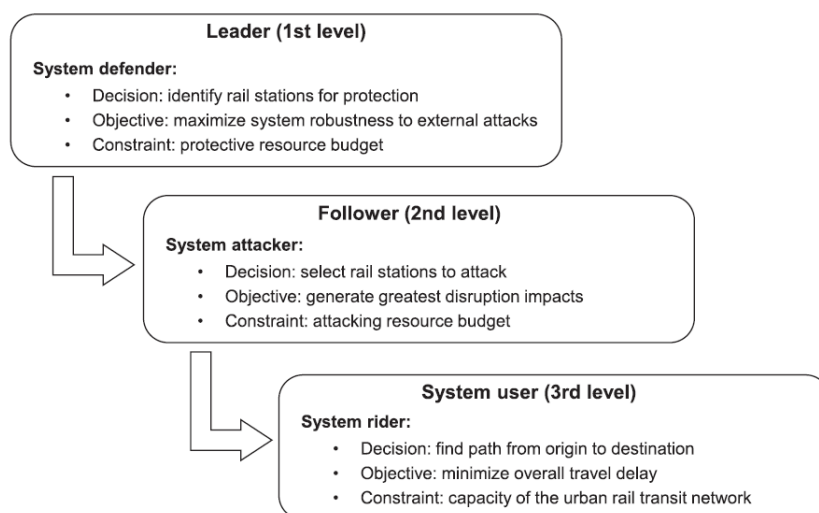


圖2.5 賽局理論應用在軌道運輸的資源配置問題【資料來源：Jin et al. (2015)】

Starita and Scaparra (2016) 同樣以賽局理論為基礎，並加入時間概念。攻擊者希望攻擊後對運輸系統的影響越大越好，而維安人員則相反。求解出每個時間單位，維安人員該如何配置會使得運輸系統被攻擊後的影響最小。然而這類Multi-level models問題已被Hansen, Jaumard, and Savard (1992)證明為strongly NP-hard問題。上述以賽局理論為基礎的網路封鎖問題(Network Interdiction Problem)通常不需要完整巡邏特定地點或線段的規定，因此和2.1節的傳統警察巡邏問題有不少差異。

本研究將採用傳統道路巡邏問題的節線排程概念，應用至軌道式大眾運輸系統的範疇上，以列車的運行圖(為一個二維的時空網路運行圖)為基礎，假設維安人員在運行的列車上巡邏，僅能以停靠站轉乘方式巡邏其它列車，並考慮Burcu et al. (2012)提到的某些發生事故頻率較高的地點和時段(hot stops)必須設定一些巡邏水準要求(譬如巡邏次數或人數下限等)規定，求解維安效果最大(譬如能巡邏到所有列車)的最少維安資源(即最小化維安人力)規劃方式；或是如何善用現存的維安資源達成最好的維安效果(譬如能被巡邏保護到的人次越多越好、行程愈久的路段越能被巡邏到越好等)；最後也納入賽局概念，考慮攻擊者和維安人員的策略，求解維安人員的巡邏路線使攻擊者攻擊後所能造成的影響最小等三種維安人員巡邏路線規劃問題。

2.3 小結

本章首先介紹了維安巡邏的相關文獻，而多數相關文獻探討道路上的巡邏問題，並依據不同的巡邏方式分為三類：第一類為節點排程問題，以最有效率的巡邏路線走訪所有巡邏箱(節點)；第二類為節線排程問題，以最有效率的巡邏路線走訪所有路段(節線)；第三類為綜合節點和節線的排程問題，同時考量節點與節線之巡邏途程。台灣的道路維安巡邏多屬於第一類節點排程問題和第三類綜合節點和節線排程問題。接著介紹軌道式大眾運輸的維安需求，及以工作排程問題和賽局理論執行實

際的維安工作，然而這些方法和傳統警察巡邏問題有較大的差異，並沒有探討需要完整巡邏特定地點或線段的情況，本研究則將傳統道路巡邏問題的節線排程理論應用至軌道式大眾運輸系統的範疇上。此外，過去維安巡邏問題的文獻大都集中於道路上的巡邏，較少有軌道式運輸的巡邏研究，軌道式大眾運輸具有固定路線、班次、及停靠站的特性，維安人員也只能依照固定班次的列車移動至不同巡邏地點，和道路巡邏有所差異。



第三章

最佳維安人員巡邏路線規劃數學模式與演算法

本章節將進行本研究之問題描述，並討論三個主要問題：(1) 至少需要多少維安人力才能保證所有列車皆有足夠的維安人員巡邏、(2) 依據現有的人力資源，計算出維安效果最佳的人員排程巡邏方式、(3) 依據現實人力，同時考慮攻擊者和維安人員的策略，使維安人員的巡邏路線能夠極小化攻擊者所能造成的最大影響。其中問題(1)與(2)皆可再考量不同等級維安人員間的可替代性，例如：假設一名捷運警察的維安能力等同於兩名捷運保全（但成本可能不同），而不同時段的列車維安需求亦可能不同（譬如有些較多人次或較久的運行時段可能至少需要 1 名捷運警察或 2 名保全等）。所有的數學模式皆以時空網路運行圖的節點-節線（node-arc）為基礎，來建構相關之整數規劃模式，而問題(3)則需要設計一個疊代式演算法以結合整數規劃模式求解。

3.1 問題描述

為了定義維安人員在軌道式大眾運輸的巡邏方式，本研究將類似表 3.1 的一般列車時刻表轉換為類似圖 3.1 的「二維時空網路運行圖」，如此即可秀出各列車在各時刻的運行時段，以及列車間可能的轉乘方式。在該網路運行圖中，縱軸是時間，橫軸為空間。因為時間一直往未來（即圖中的下方）走，所以每一輛列車在這個網路中可以用一個斜向下的數條「同車時段節線」來組成，每段同車時段節線代表該列車所行經相鄰兩站之間的行程。依各車的到站時刻畫出各列車在各站停留的時空點，為了方便起見，將每個時空點給予編號。這些時空點是這個時空網路中最主要的節點，這些同一列車的相鄰節點間的時段即為「同車時段節線」，而同一站的相鄰節點

間的時段則可稱為「同站時段節線」。最後再加上「虛擬總起點」與「虛擬總訖點」，把虛擬總起點用「虛擬節線」連到「虛擬各站起點」；同理再把「虛擬各站訖點」用「虛擬節線」連到虛擬總訖點，即完成時空網路運行圖的設置，如圖 3.1 所示。

表3.1 簡易列車時刻表

	車站名稱(順向)				
列車名稱	A	B	C	D	E
Train1	10:00	10:30	11:10	11:35	12:16
Train2	12:26	12:55	13:20	13:38	13:55
	車站名稱(逆向)				
列車名稱	E	D	C	B	A
Train3	10:20	10:37	11:20	11:50	12:15
Train4	12:35	13:00	13:30	13:50	13:58

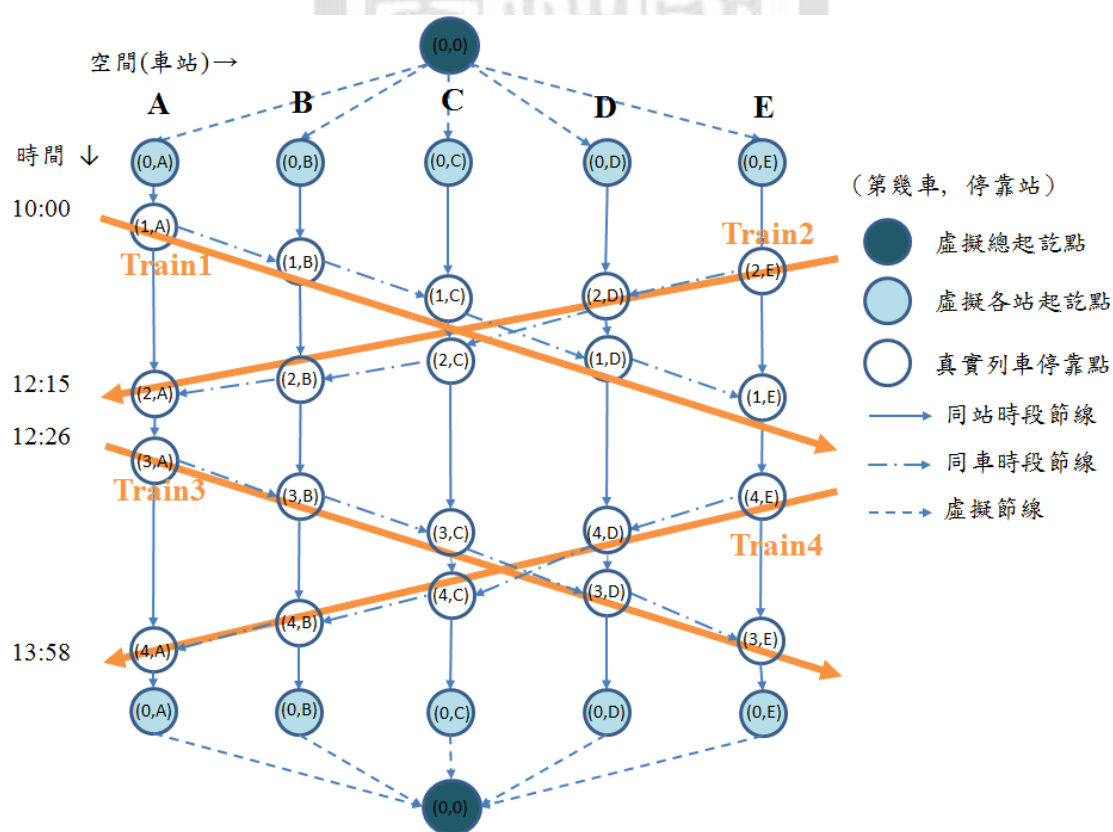


圖3.1 簡易列車時刻表之二維時空網路運行圖

將轉換後的二維時空網路運行圖視為一個連通網路 (connected network) $G=(N, A)$ 。其中 N 為網路內之節點 (nodes) 集合，共分三種：虛擬總起訖點、虛擬各站起訖點和不同時刻下真實列車的停靠點，分別為圖 3.1 的深色節點、淺色節點和空心節點。其中，「虛擬總起訖點」為維安人員共同出發和共同結束巡邏之虛擬節點；「虛擬各站起訖點」為維安人員初始佈署到不同車站和在不同車站結束巡邏之節點；而「真實列車停靠點」則為實際列車在不同時刻停靠在車站之節點。 A 為網路中所有有向節線 (directed arcs) 之集合，共分為三種：同站時段節線、同車時段節線和虛擬節線，分別為圖 3.1 的實心線段、點線構成的虛線和線段構成的虛線。其中，「同站時段節線」表示在同一車站相鄰的起訖時刻間的時段；「同車時段節線」代表同輛列車相鄰的起訖時刻（在不同車站）間的時段；而「虛擬節線」則連結虛擬總起訖點與虛擬各站起訖點，讓維安人員從頭到尾的流動方式在網路圖上得以容易被追蹤出來。

每位維安人員皆有兩種選擇：(1)選擇要繼續待在該站，如此一來該人就會沿著垂直向下的「同站時段節線」往下移動，或者(2)選擇搭乘經過的軌道列車，如此一來該人就會沿著斜向下的「同車時段節線」往斜下移動。直到最後，這些人會匯流到「虛擬各站訖點」，再統一流回「虛擬總訖點」，結束一天的工作。可以將各段節線上面的維安人力流量當成那個時段在那段行程所需的人力，如此一來各段行程的人力總數即等於該節線上的流量，而全部的維安人數就等於虛擬總起點所流出的總流量。各路段若有維安人數的種類或人數下限，可直接視為該節線的流量種類與下限；因為人員不會無中生有或消失，所以網路中除虛擬總起訖點外的其它節點必須滿足其流入的總流量等於流出的總流量，亦即流量守恆條件(flow conservation、flow balance)。而全部的總維安人數則等於虛擬總起點流出的總流量。

3.2 問題假設

為適當簡化模式的發展與界定模式的使用限制，本研究有下列基本假設：

1. 總列車個數、路線、時刻表（停靠站）、各時段節線（包括同站或同車時段節線）人次假設皆為已知資訊。
2. 假設維安人員工時為一整天（自開始至結束），維安人員一整天僅能靠列車或停靠站轉乘來移動。
3. 假設某路段列車有足夠的維安人員（通常為一名維安保全即可，但某些路段或時段可能需要更多維安人數）巡邏，則該路段的所有乘客可被視為被保護（即安全之意），且該路段就不會被攻擊。
4. 依上述假設，最安全的維安系統（第一個問題）代表每列列車上隨時都必須配置足夠（可能是一名或是數名，依維安需求而訂定）的維安人員。
5. 不同等級維安人員的維安能力可以人數多寡來替代置換，且假設替代方式為已知（例如：一名配槍員警的維安能力等同於 2 名捷運保全等）。
6. 各節線的「維安需求」，亦即該節線被攻擊後之「影響程度」，其估算方式依「該時段列車的搭乘人數」與「該路段兩端停靠站間的行駛時間」而決定，若某時段列車內的人數越多、行駛時間越長，則該節線之維安需求（即影響程度）越大。

3.3 多路線交錯網路系統

上述的時空網路運行圖（圖 3.1）僅針對單一系列繪製而成，然而真實軌道式大眾運輸系統通常是多路線交錯的網路，例如北捷共有五條主線和兩條支線。以下先以較簡單的雙路線交錯系統解釋如何建構多路線的時空網路圖，並藉此說明列車班次間的轉乘方式。以高捷為例，目前僅有紅線和橘線兩大主線。紅線共 24 個停靠站，橘線共 14 個停靠站，兩主線交會於美麗島站，如圖 3.2 所示。



圖3.2 高捷圖【資料來源：高捷網站】

為了定義維安人員在雙路線交錯運輸系統的巡邏方式，以下用一個簡易小例子做說明，表 3.2 的時刻表為兩條軌道主線交錯，每條主線共兩輛列車，路線交錯情形如圖 3.3 所示。

表3.2 簡易兩主線時刻表

主線一				主線二			
列車名稱	A	B	C	列車名稱	D	B	E
train1(順向)	10:00	10:30	11:10	train3(順向)	11:05	11:35	12:00
train2(逆向)	12:15	11:15	11:00	train4(逆向)	11:20	10:50	10:30

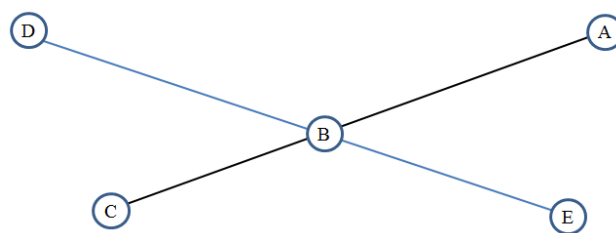


圖3.3 簡易兩主線交錯示意圖

分別將兩主線依照列車停靠時間畫出其對應的站點形成一個時間軸向下展開的平面圖，如圖 3.4 所示，此平面圖僅標示出各個主線的停靠列車、時間、車站。但

實際情況是兩主線相互交錯，因此將圖 3.4 的兩個平面相互交錯，得出實際交錯的雙路線示意圖，如圖 3.5 所示。

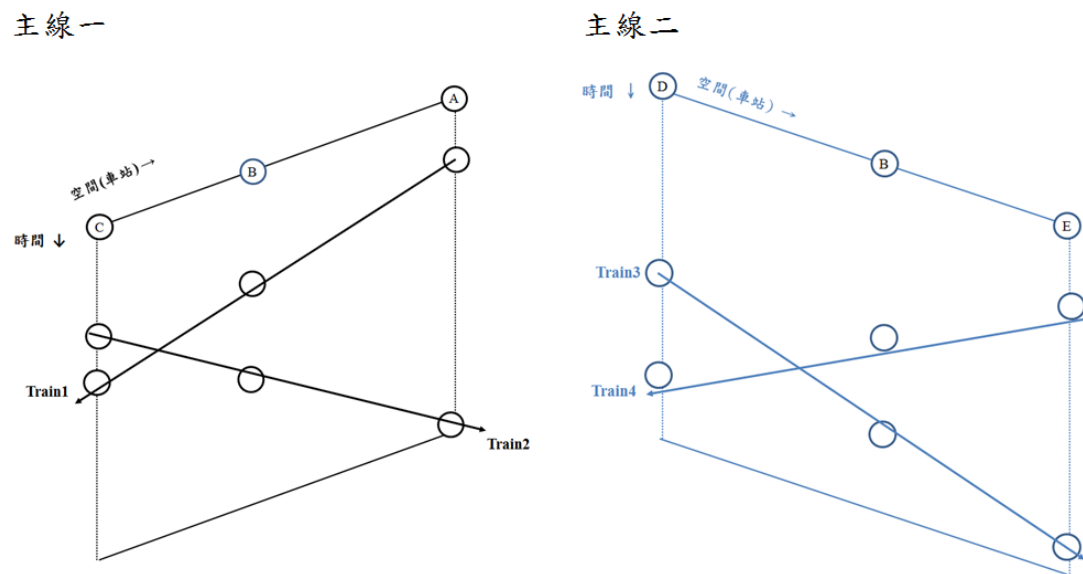


圖3.4 兩主線列車停靠平面圖

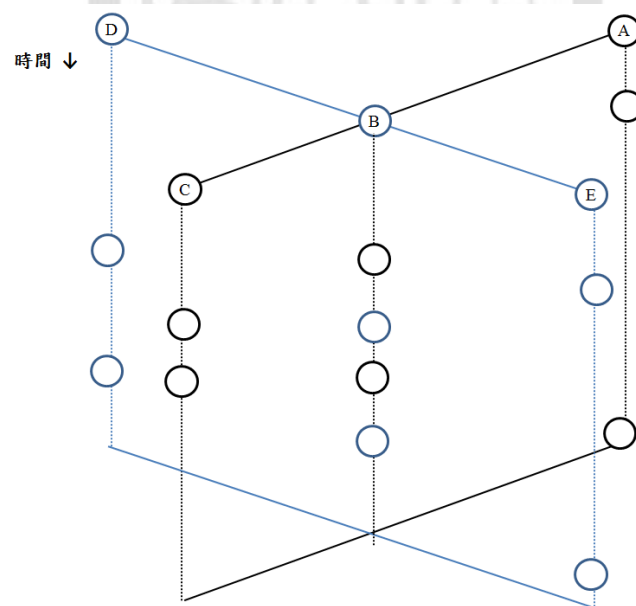


圖3.5 兩主線列車交錯停靠圖

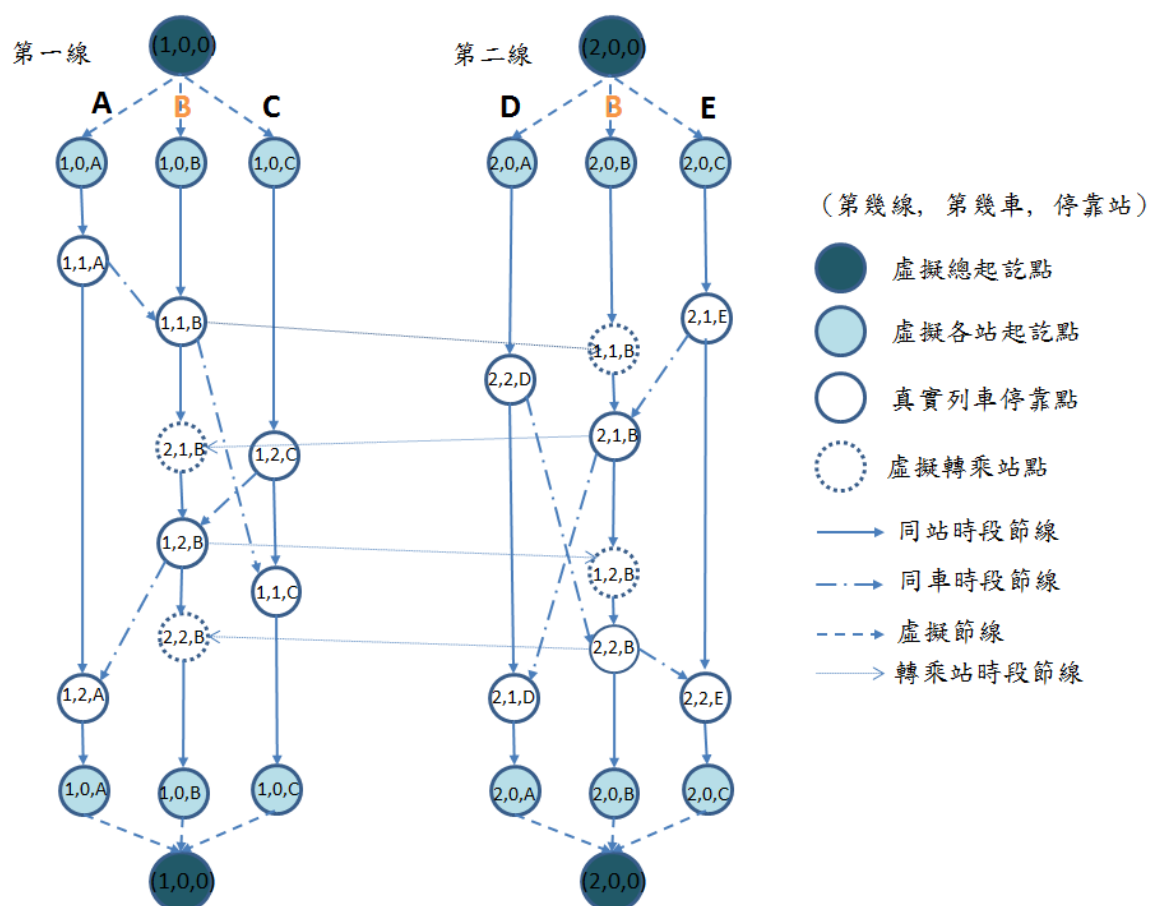


圖3.6 雙路線交錯二維時空網路運行圖

最後為了定義維安人員巡邏的起訖點和巡邏路徑，將圖 3.5 的列車交錯停靠圖轉換為兩個相連接的二維時空網路運行圖（如圖 3.6），轉換方法如 3.1 節所述。

由於雙路線有交會的車站，因此由兩個主線轉換的二維時空網路運行圖可經由轉乘站相互連通。連通方法為將第一條主線的時空網路運行圖上的轉乘站時空點藉由「轉乘站時段節線」連接到第二條主線時空網路運行圖的「虛擬轉乘站點」；反之，第二條主線的時空網路運行圖上的轉乘站時空點也會藉由「轉乘站時段節線」連接到第一條主線時空網路運行圖的「虛擬轉乘站點」。

北捷五條主線（如圖 3.7）的多路線時空網路運行圖建構方式和雙路線交錯的網路圖相似，其中黃線中和蘆洲線在大橋頭站又分成兩條不同軌道，因此將黃線視為兩條主線。最後以六條主線交錯的二維時空網路運行圖呈現。



圖3.7 北捷圖【資料來源：北捷網站】

3.4 節線維安需求估算方式

本節探討該如何估算時段列車的維安需求和運輸系統被攻擊後的影響程度，本研究假設各節線的「維安需求」等同於其被攻擊後的「影響程度」，因此某時段列車的維安需求越高代表攻擊該時段列車對運輸系統造成的影響越大。

第一種估算方式：
考慮當下節線人數×節線時段

第二種估算方式：
只考慮當下節線人數

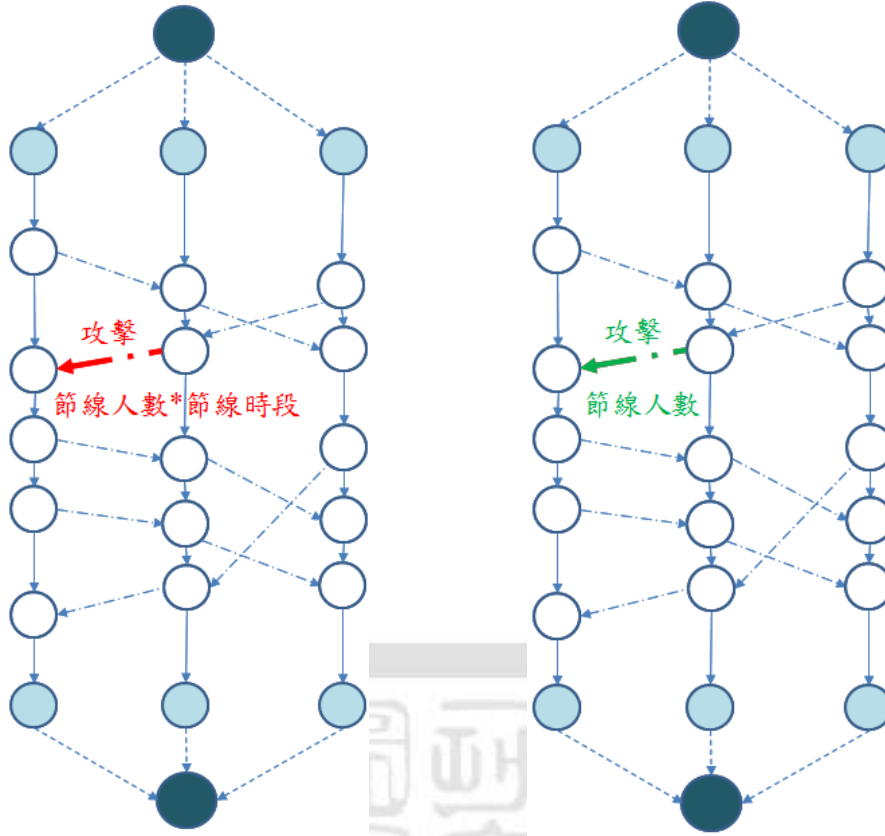


圖3.8 節線維安需求估算

本研究提出兩種估算方式：第一種節線的「維安需求」估算方式只考慮當下時段節線，由於行駛中的密閉列車若在兩停靠站間行駛時間越久，攻擊者攻擊成功的機率就越大，而時段節線的搭乘人數越多也越容易成為攻擊者攻擊的目標，因此第一種估算方式將維安需求設為該時段節線的人數乘上行駛時間，亦即若 a_{ij} 代表節線 (i, j) 的維安需求、 p_{ij} 代表節線 (i, j) 的人數、 t_{ij} 代表節線 (i, j) 的時間差，則 $a_{ij} = p_{ij} \times t_{ij}$ 。

第二種節線的「維安需求」估算方式則指考慮當下節線的乘車人次，只考量直接受攻擊影響的乘客數量，排除攻擊者的思考方式，因此只需計算當下節線的人次視為維安需求，則 $a_{ij} = p_{ij}$ 如圖 3.8 所示。若想要同時考慮以上兩種情況，可採用給予不同權重的方式，假設第一種估計方式的維安需求為 a_{ij}^1 ，第二種估計方式的維安需求為 a_{ij}^2 ，同時考慮兩種情況的維安需求為 $a_{ij}^3 = \alpha^1 a_{ij}^1 + \alpha^2 a_{ij}^2$ ，而 α^1 和 α^2 可由決策者自行

依需求來調整決定。

3.5 理想安全運輸系統之最少維安人數巡邏數學模式

3.5.1 每位維安人員的維安能力皆相同

此處僅考慮一種維安人員，以下定義此問題的所有參數及變數。

集合

- N 所有節點構成之集合， $i, j \in N$
- A 所有時段節線構成之集合， $(i, j) \in A$
- S 所有虛擬總起點構成之集合， $S \subset N$
- F 所有虛擬總訖點構成之集合， $F \subset N$
- ST 所有由同站時段節線構成之集合， $ST \subset A$
- TR 所有由同車時段節線構成之集合， $TR \subset A$

決策變數

- z 最安全之總維安人數需求
- x_{ij} 每條節線的維安人數， $(i, j) \in A$

建構數學模式

在理想狀況下，假設所有時段的列車至少需配置一位以上的維安人員才能確保運輸系統的安全，則至少需佈署多少維安人力在才能達到安全的維安效果。將此問題轉化為上小節所述的二維時空網路運行圖，其節線的流量表示各段時程的人力安排，全部的維安人數就等於虛擬總起點所流出的總流量（亦等同為虛擬總訖點流入的流量），這個總流量數值越小，代表維安人數越少。而此問題目標為最小化維安人員個數，故目標式為：

$$\text{Min } z \quad (3.1)$$

限制式

所有維安人力皆從虛擬總起點開始，最後在虛擬總訖點結束如式(3.2)和式(3.2)。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = z \quad \forall i \in S \quad (3.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = z \quad \forall j \in F \quad (3.3)$$

對每個車站而言，維安人力不會無故增加，也不會無故消失，皆是遵守流量守恒原理。因此除了虛擬總起訖點外的每個節點都必須符合流量守恒如式(3.4)。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{(j,k) \in A} x_{jk} = 0 \quad \forall j \in N - S \cup F \quad (3.4)$$

最後為了達到最安全的維安效果，所有同車時段節線 $(i, j) \in TR$ 至少需要佈署一名維安人員如式(3.5)。

$$x_{ij} \geq 1 \quad \forall (i, j) \in TR \quad (3.5)$$

以下藉由表 3.1 的簡易列車時刻表的小例子解釋上述的數學模式，如圖 3.9 所示， z 為總維安人員。

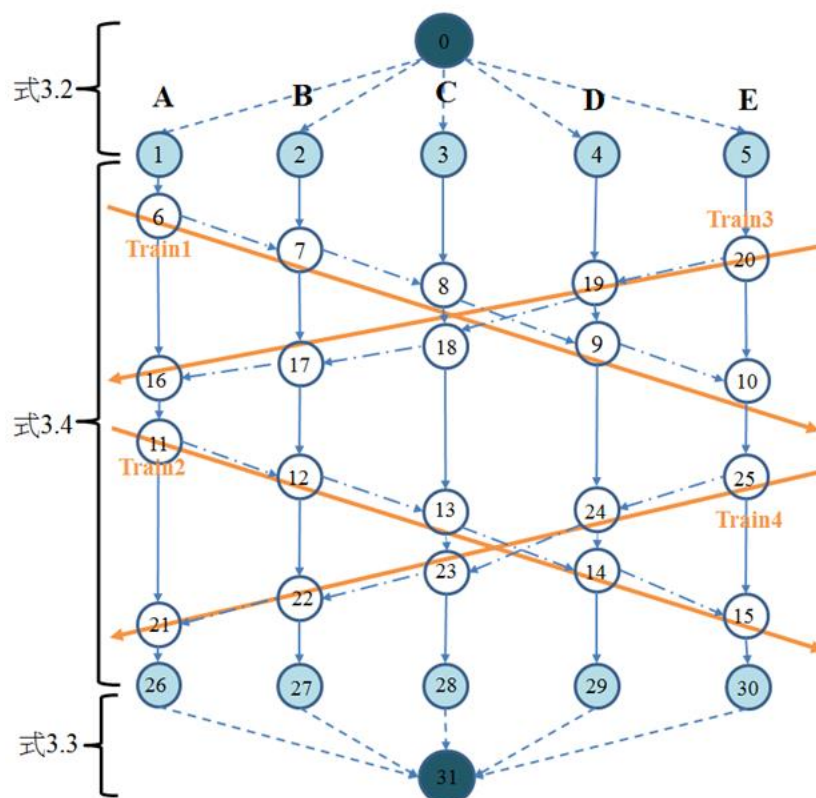


圖3.9 小例子數學模式解釋示意圖

所有維安人力皆從虛擬總起點開始，即 $x_{(0,1)} + x_{(0,2)} + x_{(0,3)} + x_{(0,4)} + x_{(0,5)} = z$

所有人力最後皆結束於虛擬總訖點，即 $x_{(26,31)} + x_{(27,31)} + x_{(28,31)} + x_{(29,31)} + x_{(30,31)} = z$

接著是除了虛擬總起訖點外的每個節點都必須符合流量守恆，依照虛擬各站起訖點和各個列車上的節點，說明於表 3.3, 3.4, 3.5。

表3.3 虛擬各站起訖點之流量守恆式

站點	虛擬各站起點	虛擬各站訖點
A	$x_{(0,1)} - x_{(1,6)} = 0$	$x_{(21,26)} - x_{(26,31)} = 0$
B	$x_{(0,2)} - x_{(2,7)} = 0$	$x_{(22,27)} - x_{(27,31)} = 0$
C	$x_{(0,3)} - x_{(3,8)} = 0$	$x_{(23,28)} - x_{(28,31)} = 0$
D	$x_{(0,4)} - x_{(4,19)} = 0$	$x_{(14,29)} - x_{(29,31)} = 0$
E	$x_{(0,5)} - x_{(5,20)} = 0$	$x_{(15,30)} - x_{(30,31)} = 0$

表 3.4 各列車節點之流量守恒式(一)

	Train1	Train2
A	$x_{(1,6)} - x_{(6,7)} - x_{(6,16)} = 0$	$x_{(16,11)} - x_{(11,12)} - x_{(11,21)} = 0$
B	$x_{(2,7)} + x_{(6,7)} - x_{(7,8)} - x_{(7,17)} = 0$	$x_{(11,12)} + x_{(17,12)} - x_{(12,13)} - x_{(12,22)} = 0$
C	$x_{(3,8)} + x_{(7,8)} - x_{(8,9)} - x_{(8,18)} = 0$	$x_{(12,13)} + x_{(18,13)} - x_{(13,14)} - x_{(13,23)} = 0$
D	$x_{(8,9)} + x_{(19,9)} - x_{(9,10)} - x_{(9,24)} = 0$	$x_{(13,14)} + x_{(24,14)} - x_{(14,15)} - x_{(14,29)} = 0$
E	$x_{(9,10)} + x_{(20,10)} - x_{(10,25)} = 0$	$x_{(14,15)} + x_{(25,15)} - x_{(15,30)} = 0$

表3.5 各列車節點之流量守恒式(二)

	Train3	Train4
A	$x_{(6,16)} + x_{(17,16)} - x_{(16,11)} = 0$	$x_{(11,21)} + x_{(22,21)} - x_{(21,26)} = 0$
B	$x_{(7,17)} + x_{(18,17)} - x_{(17,16)} - x_{(17,12)} = 0$	$x_{(12,22)} + x_{(23,22)} - x_{(22,21)} - x_{(22,27)} = 0$
C	$x_{(8,18)} + x_{(19,18)} - x_{(18,17)} - x_{(18,13)} = 0$	$x_{(13,23)} + x_{(24,23)} - x_{(23,22)} - x_{(23,28)} = 0$
D	$x_{(4,19)} + x_{(20,19)} - x_{(19,9)} - x_{(19,18)} = 0$	$x_{(9,24)} + x_{(25,24)} - x_{(24,14)} - x_{(24,23)} = 0$
E	$x_{(5,20)} - x_{(20,10)} - x_{(20,19)} = 0$	$x_{(10,25)} - x_{(25,15)} - x_{(25,24)} = 0$

為了達到最安全的維安系統，限制每節線上都至少要有一位維安人員，即 $x_{(*,*)} \geq 1$ 。

3.5.2 維安人員區分不同等級

此處假設維安人員有兩種（譬如警察、保全），而不同種類之維安人員的維安效果與成本皆有不同，以下定義所有參數及變數。

集合

- N 所有節點構成之集合， $i, j \in N$
- A 所有時段節線構成之集合， $(i, j) \in A$
- S 所有虛擬總起點構成之集合， $S \subset N$
- F 所有虛擬總訖點構成之集合， $F \subset N$
- ST 所有由同站時段節線構成之集合， $ST \subset A$

TR 所有由同車時段節線構成之集合， $TR \subset A$

參數

a_{ij} 每條線段的維安需求權重， $(i, j) \in A$

n 一位捷運警察的維安能力為一位捷運保全的 n 倍

c 一位捷運警察的人力成本為一位捷運保全的 c 倍

U 維安需求界定，若 $a_{ij} \geq U$ ，至少需配置一位捷運警察或 n 位捷運保全

決策變數

z^1 最安全之捷運警察人數(有配槍且有逮捕權利)

z^2 最安全之捷運保全人數

x_{ij}^1 節線 (i,j) 的捷運警察人數， $(i, j) \in A$

x_{ij}^2 節線 (i,j) 的捷運保全人數， $(i, j) \in A$

建構數學模式

考慮捷運警察和捷運保全的維安能力和不同時間點的列車維安需求，給予不同的維安人員，例如：一名捷運警察的維安能力為一名捷運保全的 n 倍，若某些時刻的列車的人次大於等於某一維安界線 U ，則至少需要一名捷運警察或 n 個捷運保全，才能保證該節線的安全。本問題探討的是：在理想狀況下，至少需佈署多少維安警察和捷運保全才能達到最安全的維安效果？節線的流量表示各段時程的人力安排，全部的維安人數就等於虛擬總起點所流出的總流量。假設捷運警察的人力成本為捷運保全的 c 倍，我們希望能以最低人力成本雇用到適當人數的捷運警察和保全以達到理想中最安全的運輸系統。故目標式為：

$$\text{Min } cz^1 + z^2 \quad (3.6)$$

限制式

捷運警察和捷運保全的總人數限制式，如式(3.7)到式(3.10)所示。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^1 = z^1 \quad \forall i \in S \quad (3.7)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^1 = z^1 \quad \forall j \in F \quad (3.8)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^2 = z^2 \quad \forall i \in S \quad (3.9)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^2 = z^2 \quad \forall i \in F \quad (3.10)$$

對每個車站而言，維安警察和保全不會無故增加，也不會無故消失，皆是遵守流量守恒原理，如式(3.11)和式(3.12)所示。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^1 - \sum_{(j,k) \in A} x_{jk}^1 = 0 \quad \forall j \in N - S \cup F \quad (3.11)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^2 - \sum_{(j,k) \in A} x_{jk}^2 = 0 \quad \forall j \in N - S \cup F \quad (3.12)$$

為了達到最安全的維安效果，若同車時段節線 $(i, j) \in TR$ 的維安需求權重 a_{ij} 大於或等於維安界線 U ，則該節線至少需要佈署一名維安警察或 n 名維安保全，如式(3.13)。若同車時段節線 $(i, j) \in TR$ 的維安需求權重 a_{ij} 小於維安界線 U ，則配置一名維安保全即可，如式(3.14)。

$$nx_{ij}^1 + x_{ij}^2 \geq n \quad \forall (i, j) \in TR, a_{ij} \geq U \quad (3.13)$$

$$x_{ij}^1 + x_{ij}^2 \geq 1 \quad \forall (i, j) \in TR, a_{ij} < U \quad (3.14)$$

3.6 給定維安人力資源之最佳巡邏數學模式

上述的數學模式對於所有車站和列車的維安需求視為相等。然而實務上有些車站、列車在某些時段發生維安問題的機率較高(hot spots)，因此若在某些時段能彈性地配置較多(或較少)維安人員於某些車站、列車的話，會有更高的維安效率；此類維安需求的人力配置問題，尤其在人力有限的情況下更為重要。因此本模式依據現

實的人力資源和不同維安需求程度，在已知維安總人數資源的情況下，使用節線為基礎的網路最佳化模式得出維安人員之最佳佈署方法，使其巡邏能達到的維安效果越大越好。

3.6.1 每位維安人員的維安能力皆相同

此處僅考慮一種維安人員，以下定義此問題的所有參數及變數。

集合

- N 所有節點構成之集合， $i, j \in N$
- A 所有時段節線構成之集合， $(i, j) \in A$
- S 所有虛擬總起點構成之集合， $S \subset N$
- F 所有虛擬總訖點構成之集合， $F \subset N$
- ST 所有由同站時段節線構成之集合， $ST \subset A$
- TR 所有由同車時段節線構成之集合， $TR \subset A$

參數

- p 已知現有維安總人數
- a_{ij} 每條線段的維安需求權重， $(i, j) \in A$
- M 表示一極大常數值
- ε 表示一極小常數值

決策變數

- x_{ij} 節線 (i, j) 的維安人數， $(i, j) \in A$
- y_{ij} 若維安人員有巡邏到節線 (i, j) ，則為 1；反之為 0

建構數學模式

目標為最大化維安人員可達成之維安效果，目標式為

$$Max \sum_{(i,j) \in TR} a_{ij} y_{ij} \quad (3.15)$$

限制式

所有維安人力皆從虛擬總起點開始，最後在虛擬總訖點結束如式(3.16)和式(3.17)。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = p \quad \forall i \in S \quad (3.16)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = p \quad \forall j \in F \quad (3.17)$$

對每個車站而言，維安人力不會無故增加，也不會無故消失，皆是遵守流量守恒原理。因此除了虛擬總起訖點外的每個節點都必須符合流量守恒如式(3.18)。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{(j,k) \in A} x_{jk} = 0 \quad \forall j \in N - S \cup F \quad (3.18)$$

為了得出哪些節線有佈署維安人員必須建立 if-else 判斷式，若維安人員有被佈署在節線 (i, j) ，則 y_{ij} 等於 1，限制式(3.19)會使巡邏該節線的維安人數 x_{ij} 至少大於等於 1 人；反之 y_{ij} 則等於 0，限制式(3.20) 會使巡邏該節線的維安人數 x_{ij} 等於 0。

$$M (y_{ij} - 1) + \varepsilon \leq x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.19)$$

$$M \cdot y_{ij} \geq x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.20)$$

3.6.2 維安人員區分不同等級

此處假設維安人員有兩種（譬如警察、保全），而不同種類之維安人員的維安效果與成本皆有不同，以下定義所有參數及變數。

集合

N 所有節點構成之集合， $i, j \in N$

A	所有時段節線構成之集合， $(i, j) \in A$
S	所有虛擬總起點構成之集合， $S \subset N$
F	所有虛擬總訖點構成之集合， $F \subset N$
ST	所有由同站時段節線構成之集合， $ST \subset A$
TR	所有由同車時段節線構成之集合， $TR \subset A$

參數

p^1	已知現有捷運警察人數(有配槍且有逮捕權利)
p^2	已知現有捷運保全人數
a_{ij}	每條線段的維安需求權重， $(i, j) \in A$
M	表示一極大常數值
ε	表示一極小常數值
n	一位捷運警察的維安能力為一位捷運保全的 n 倍
U	維安需求界定，若 $a_{ij} \geq U$ ，則至少需配置一位捷運警察或 n 位捷運保全

決策變數

x_{ij}^1	節線 (i,j) 的捷運警察人數， $(i, j) \in A$
x_{ij}^2	節線 (i,j) 的捷運保全人數， $(i, j) \in A$
y_{ij}	若有捷運警察人員或足夠的保全人員有巡邏到節線 (i, j) ，則為 1；反之為 0。在 $a_{ij} \geq U$ 的情況下，需有等價於 n 名以上捷運保全人員巡邏到節線 (i, j) 。

建構數學模式

目標為最大化維安人員可達到之維安效果，若同時有維安警察和保全巡邏到同

一條節線，為了避免重複計算巡邏的效益，必須減去重複的巡邏效益。由於每條節線的維安需求不同，可能需要不同等級的維安人員，若維安需求大於或等於維安需求界定標準 $a_{ij} \geq U$ ，則該節線至少需要一名維安警察或 n 名保全，才能算被確切保護到。目標式為：

$$\text{Max} \sum_{(i,j) \in TR} a_{ij} y_{ij} \quad (3.21)$$

限制式

所有維安人力皆從虛擬總起點開始，最後在虛擬總訖點結束如式(3.22)至式(3.25)。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^1 = p^1 \quad \forall i \in S \quad (3.22)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^1 = p^1 \quad \forall j \in F \quad (3.23)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^2 = p^2 \quad \forall i \in S \quad (3.24)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^2 = p^2 \quad \forall i \in F \quad (3.25)$$

對每個車站而言，維安人力不會無故增加，也不會無故消失，皆是遵守流量守恆原理。因此除了虛擬總起訖點外的每個節點都必須符合流量守恆如式(3.26)和式(3.27)。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^1 - \sum_{(j,k) \in A} x_{jk}^1 = 0 \quad \forall j \in N - S \cup F \quad (3.26)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^2 - \sum_{(j,k) \in A} x_{jk}^2 = 0 \quad \forall j \in N - S \cup F \quad (3.27)$$

為了得出哪些節線有佈署維安人員必須建立 if-else 判斷式，維安人員又分警察和保全，維安警察不分維安需求界定，只要有維安警察有被佈署在節線 (i, j) ，則 y_{ij} 等於 1。但對保全人員而言有兩種情況：第一種為若節線的維安需求 $a_{ij} < U$ ，則只要有維安保全被佈署在節線 (i, j) ，則 y_{ij} 等於 1，反之則為 0；第二種為維安需求 $a_{ij} \geq U$ ，

保全人員人數需要大於等於 n 才能確定保護到該節線。綜合以上幾點可歸納出當 $a_{ij} \geq U$ 限制式為(3.28)和(3.29)，當 $a_{ij} < U$ 限制式為(3.30)和(3.31)。

$$nx_{ij}^1 + x_{ij}^2 - n + 1 \leq My_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, a_{ij} \geq U \quad (3.28)$$

$$nx_{ij}^1 + x_{ij}^2 - n + 1 \geq M(y_{ij} - 1) + \varepsilon \quad \forall (i, j) \in A, a_{ij} \geq U \quad (3.29)$$

$$x_{ij}^1 + x_{ij}^2 \leq My_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, a_{ij} < U \quad (3.30)$$

$$x_{ij}^1 + x_{ij}^2 \geq M(y_{ij} - 1) + \varepsilon \quad \forall (i, j) \in A, a_{ij} < U \quad (3.31)$$

3.7 同時考慮攻擊者和給定之維安人力之最佳巡邏數學模式

上述兩種問題皆未考慮攻擊者的角度，本研究探討之第三問題則假設攻擊者只發動一次攻擊，會優先攻擊影響力最大的時段列車，假設僅考慮同一等級的維安人員，因此只要有維安人員巡邏的節線攻擊者就不會攻擊，希望能找出最佳的維安人員的巡邏路線，使攻擊者所能造成的最大影響被極小化，以下定義此問題的所有參數及變數。

集合

- N 所有節點構成之集合， $i, j \in N$
- A 所有時段節線構成之集合， $(i, j) \in A$
- S 所有虛擬總起點構成之集合， $S \subset N$
- F 所有虛擬總訖點構成之集合， $F \subset N$
- ST 所有由同站時段節線構成之集合， $ST \subset A$
- TR 所有由同車時段節線構成之集合， $TR \subset A$

參數

- P 已知現有維安人員人數

a_{ij} 每條線段的維安需求(影響程度)權重， $(i, j) \in A$

M 表示一極大常數值

ε 表示一極小常數值

決策變數

x_{ij} 節線 (i,j) 的捷運警察人數， $(i, j) \in A$

y_{ij} 若捷運警察人員有巡邏到節線 (i, j) ，則為 1；反之為 0

w_{ij} 若攻擊者攻擊節線 (i, j) ，則為 1；反之為 0

建立數學模式

對攻擊者而言希望攻擊後的影響程度越大越好，而維安人員則希望該影響程度越小越好，因此目標式為：

$$\text{Min}_Y \text{Max}_W \sum_{(i,j) \in TR} a_{ij} w_{ij} \quad (3.21)$$

限制式

所有維安人力皆從虛擬總起點開始，最後在虛擬總訖點結束如式(3.22)和式(3.23)。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = p \quad \forall i \in S \quad (3.22)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = p \quad \forall j \in F \quad (3.23)$$

對每個車站而言，維安人力不會無故增加，也不會無故消失，皆是遵守流量守恆原理。因此除了虛擬總起訖點外的每個節點都必須符合流量守恆如式(3.24)。

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{(j,k) \in A} x_{jk} = 0 \quad \forall j \in N - S \cup F \quad (3.24)$$

為了得出哪些節線有佈署維安人員必須建立 if-else 判斷式，若維安人員有被佈署在節線 (i, j) ，則 y_{ij} 等於 1，限制式(3.25)會使巡邏該節線的維安人數 x_{ij} 至少 1 人；

反之 y_{ij} 則等於 0，限制式(3.26) 會使巡邏該節線的維安人數 x_{ij} 等於 0。

$$M(y_{ij} - 1) + \varepsilon \leq x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.25)$$

$$M \cdot y_{ij} \geq x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.26)$$

維安人員不分等級只要有維安人員巡邏的地方攻擊者就不會攻擊，如式(3.27)。

$$y_{ij} + w_{ij} \leq 1 \quad (3.27)$$

假設攻擊者只發動一次攻擊，如式(3.28)。

$$\sum_{(i,j) \in A} w_{ij} = 1 \quad (3.28)$$

解法

本問題為 bi-level programming 問題，屬於非線性問題，無法直接使用一般最佳化軟體（e.g., Gurobi, CPLEX 等）求解，因此本研究設計一疊代式演算法，結合 3.6 小節「給定維安人力資源之最佳巡邏數學模式(維安人力同等級)」求解，最後可求出維安人員的最佳巡邏路線，能夠極小化攻擊者所能造成的最大影響，以下解釋求解概念。

在此問題假設下，如果將所有節線的影響程度由大到小排序，我們可觀察到以下特性：若影響程度第 k^* 大的節線為最佳解，代表影響程度第 1 至第 $k^* - 1$ 大的節線一定都會被巡邏到（但是影響程度第 k^* 大的節線將無法被巡邏到）。

因此，我們可先隨便猜 $k^* = H$ ，若設定影響程度第 1 至第 $H - 1$ 大的節線一定要被巡邏到（但是影響程度第 H 大的節線不可被巡邏到），求解加入上述限制的第二問題（3.6.1 節之整數規劃模式），倘若求解結果為可行，代表攻擊者最多只能選影響程度第 H 大的節線來攻擊（不可能選影響程度更大的節線，因為那些節線已被證明皆可被巡邏到），因此再來只需測試影響程度更小（例如第 $H + 1$ 大或更小影響性）的節線；反之若求解結果為不可行，代表系統無法同時巡邏影響程度第 1 至第 $H - 1$ 大的節線，所以攻擊者一定可以攻擊這 $H - 1$ 條節線中的某一條，以造成比影響性第 H 大的節線更大的傷害結果，因此再來只需測試影響程度更大（例如第 $H - 1$

大或更大影響性)的節線。依據上述的搜尋概念，我們可以用二分搜尋法(Binary Search)的方式來加速收斂 k^* 值的搜尋如下：

步驟一：

將時空二維網路圖中所有節線(假設共 m 條)的影響程度由大到小排序並存入陣列，共花 $O(m \log m)$ 時間。

步驟二：

定義陣列的搜尋下界位置 $L=1$ 、搜尋上界位置 $U=m$ 、主要猜測位置 $H=\lceil U/2 \rceil = \lceil m/2 \rceil$ 。下圖 3.10 以 $m=9$ 的陣列例子說明如何定義其搜尋下界位置 L 、搜尋上界位置 U 、主要猜測位置 H ，共花 $O(1)$ 時間。

步驟三：

利用二元搜尋法(Binary Search)的概念，總共指派 H 個維安人員，即為從搜尋下界位置 $L=1$ 到主要猜測位置 $H=\lceil U/2 \rceil = \lceil m/2 \rceil$ 的所有排序陣列節線皆被指派一名維安人員(即節線流量為 1)，且主要猜測位置的下一條節線(位置 $H+1$)不准被指派一名維安人員(即節線流量為 0)，以 3.6.1 小節之「給定維安人力資源之最佳巡邏整數規劃模式」為基礎，僅使用式(3.15)至式(3.18)來求解，若有可行解，則更新搜尋下界位置 $L=H+1$ 、主要猜測位置為 $H=\lceil (H+U)/2 \rceil$ ，如圖 3.11 所示；反之若無可行解，則更新搜尋上界位置 $U=H$ 、主要猜測位置為 $H=\lceil (L+H)/2 \rceil$ ，如圖 3.12 所示。重複本步驟直至 $L=H=U$ 停止。本步驟共會執行 $O(\log m)$ 次，每次則求解一個 3.6.1 小節簡化過之整數規劃模式(式(3.15)至式(3.18))，其中目標式(3.15)可稍加修改，譬如設定為 $\min \sum_{(i,j) \in TR} y_{ij}$ ，而式(3.16)及(3.17)的 $p=H$ ，則該簡化模式即為一個最小成本流量問題(Min-cost Network Flow Problem)，可在多項式時間內 $S(m,n)$ 求解完成，故本步驟共花 $O(S(m,n) \log m)$ 時間。

	起始點				中心點	攻擊			最終點
影響程度	9	8	7	6	5	4	3	2	1

圖3.10 初始起始點位置、最終點位置、中心點位置

						起始點		中心點	攻擊 最終點
影響程度	9	8	7	6	5	4	3	2	1

圖3.11 擴大測試後半段可行性

	起始點		中心點	攻擊	最終點				
影響程度	9	8	7	6	5	4	3	2	1

圖3.12 縮減測試前半段可行性

因此本演算法之複雜度為多項式時間，應該可以很快完成求解。

3.8 小結

本章明確定義出此論文欲探討的三個主要問題，首先解釋單一系列車的運行圖如何轉成一個二維的時空網路圖，接著說明如何將單路線列車時刻表以及多路線交錯網路如：北捷、高捷，轉換為二維時空網路運行圖。接著針對前兩問題提出整數規劃模式，而第三問題則設計一個多項式時間內可完成求解的疊代式演算法，該演算法每次求解一個簡化版的第二問題（並說明其為一個最小成本流量問題）。

第四章

數值分析

為測試本研究建構之數學模式與求解方法在不同運行路線的時空網路運行圖下皆能得出最佳維安人員佈署方式，本章將以北捷為測試資料，分別測試小規模(一條支線)的北捷系統和完整的(五條支線)捷運系統，並展示其求解後的結果。本研究以 C++ 程式語言撰寫程式，並配合 Gurobi 5.6.3 版求解數學模式；同時在個人電腦執行，測試平台為 Ubuntu14.04 作業系統，搭配之處理器及記憶體為 Intel(R) Core(TM) i5-4210 CPU @ 1.7GHz 與 4Gb RAM。

4.1 小規模北捷資料測試

先用北捷板南線共 23 個車站 30 班列車組成的網路進行小規模測試，輸入資料為表 4.1 的板南線小規模列車時刻表，每一列代表一班列車，每一欄代表一個車站，停靠站時間以分鐘計算，如：第一班列車 1B 在南港展覽館的時間為 360，換算為 24 小時制 $360/60=6$ 為早上 6 點。此時刻表同時包含往返的列車停靠時刻，有從南港展覽館發車的列車，也有從頂埔站發車的列車。由於測試資料規模較小，因此最後可將測試結果以網路圖呈現。

表4.1 板南線小規模列車時刻表

	南港展覽館站	南港站	...	忠孝新生站	善導寺站	台北車站	西門站	龍山寺站	...	永寧站	頂埔站
1B	360	362	...	372	373	374	376	378	...	393	396
2B	367	369	...	379	380	381	383	385	...	400	403
3B	373	375	...	385	386	387	389	391	...	406	409
4B	379	381	...	391	392	393	395	397	...	412	415
5B	386	388	...	398	399	400	402	404	...	419	422
6B	392	394	...	404	405	406	408	410	...	425	428
7B	397	399	...	409	410	411	413	415	...	430	433
8B	393	391	...	387	386	385	384	383	...	362	360
9B	401	399	...	395	394	393	392	391	...	370	368
10B	407	405	...	401	400	399	398	397	...	376	374
...
30B	478	476	...	472	471	470	469	468	...	453	451

由表 4.1 的板南線小規模列車時刻表構成的時空網路共有 738 個節點和 1419 條節線，如圖 4.1 所示，以紅色節點代表該車站為轉運站（有和其它北捷主線交錯），共以 30 台列車做測試。

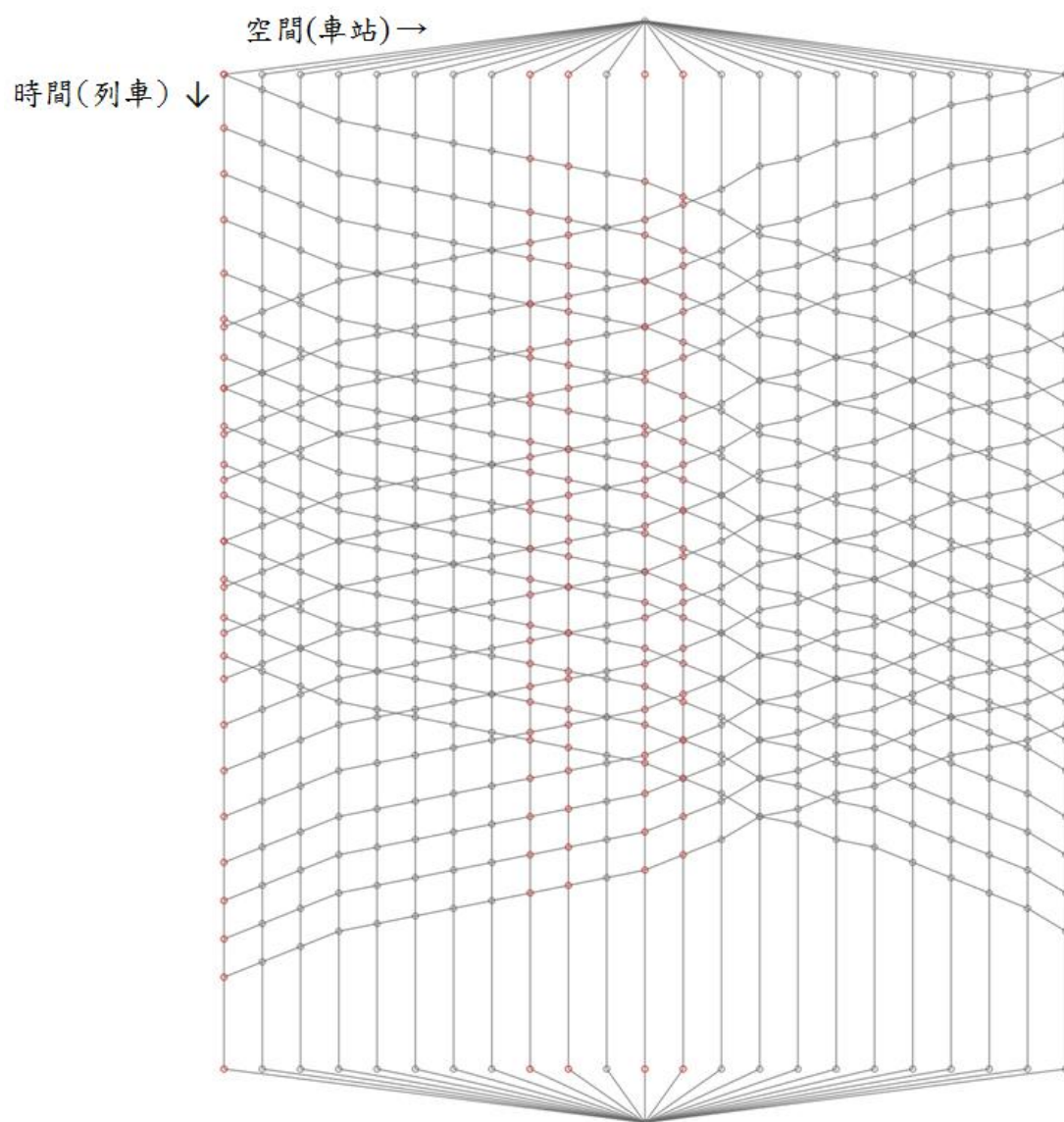


圖4.1 板南線小規模測試例構成的時空網路運行圖

4.1.1 理想安全運輸系統之維安人員數量

(1) 每位維安人員的維安能力皆相同

依照 3.5.1 小節的數學模式，解出至少需要 14 人才能巡邏到所有列車，即任意時段列車都有配置至少一名維安人員。結果如表 4.2 所示。

表4.2 理想安全運輸系統— 以板南線小規模測試例為例

	板南線
停靠站數量	23
維安人數	14

(2) 維安人員區分不同等級

依照 3.5.2 小節的數學模式，由於捷運警察的維安能力為保全的 n 倍，而警察的人力成本為保全的 c 倍，捷運警察和保全可利用一定比例交換。當 n 和 c 的比值小於 1 時，代表利用保全巡邏的效益較高，因此全部只會聘用保全人員巡邏；反之當 n 和 c 的比值大於 1 時代表利用警察巡邏的效益較高，因此全部只會聘用警察人員巡邏。當 n 和 c 的比值等於 1 時則有多解，可同時聘用警察、保全或只聘用其中一種人力。分別測試三種不同能力、成本的組合，目標為求出能巡邏到所有列車的最小人力成本，結果如表 4.3 所示。

表4.3 理想安全運輸系統—維安人員區分不同等級之結果(以板南線小規模測試)

	情境一 ($\frac{n}{c} < 1$)	情境二 ($\frac{n}{c} = 1$)	情境三 ($\frac{n}{c} > 1$)
詳細敘述	警察的維安能力為保全的 2 倍； 警察的人力成本為保全的 3 倍	警察的維安能力為保全的 2 倍； 警察的人力成本為保全的 2 倍	警察的維安能力為保全的 3 倍； 警察的人力成本為保全的 2 倍
維安人數	28 名保全	14 名警察或 28 名保全(人數可置換)	14 名警察

4.1.2 人力資源有限下最佳佈署方法

(1)每位維安人員的維安能力皆相同

依照 3.6.1 小節的數學模式，代入參數已知有 5 位保全人員，維安需求估計方式採用 3.4 節的第一種估計方式，即只考慮當下時段節線，解出巡邏到的維安需求佔總維安需求的 56.43%，巡邏方式如圖 4.2 所示。接著分別以理想安全維安人數 14 人的 1/3、1/2、2/3 測試，結果如表 4.4 所示。維安需求滿足率算法為：維安人員巡邏到的維安需求除以總維安需求

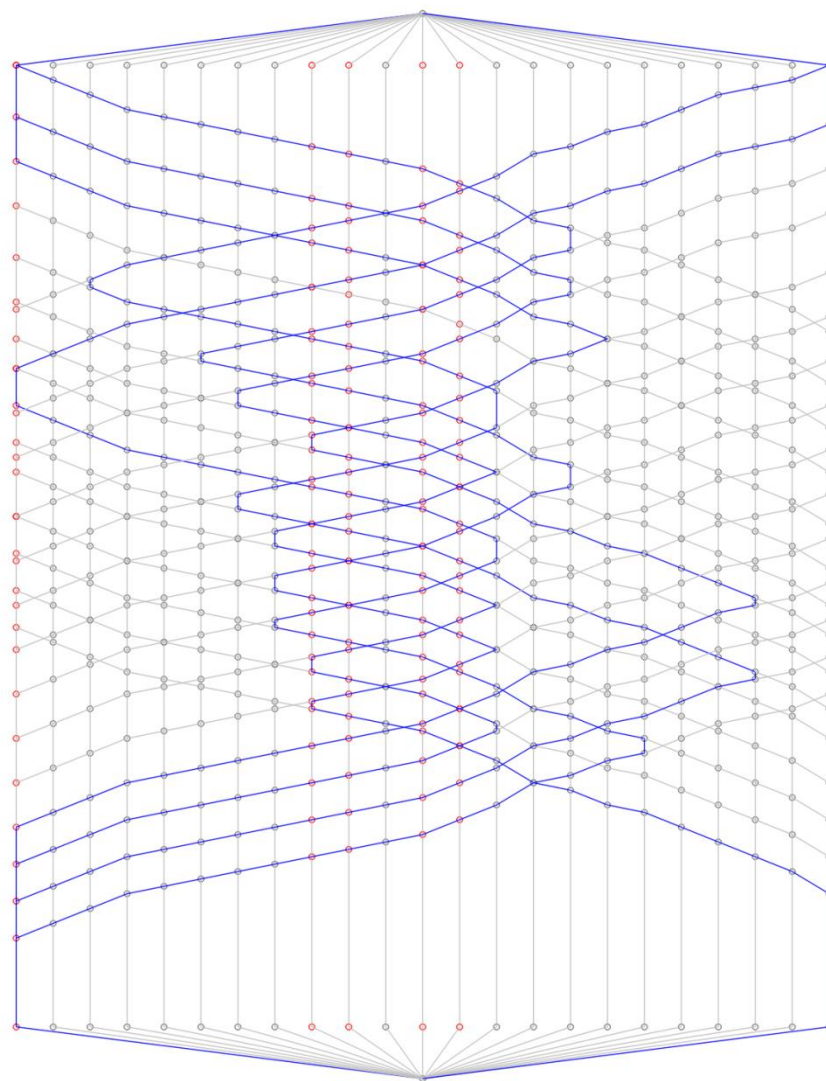


圖4.2 人力資源有限下一維安人員皆相同等級之結果
(板南線小規模測試，維安需求採用第一種估計方式)

表4.4 板南線小規模測試不同比例維安人數的最佳佈署結果

	1/3 維安人數	1/2 維安人數	2/3 維安人數
維安人數	5	7	9
維安需求滿足率	56%	71%	83%

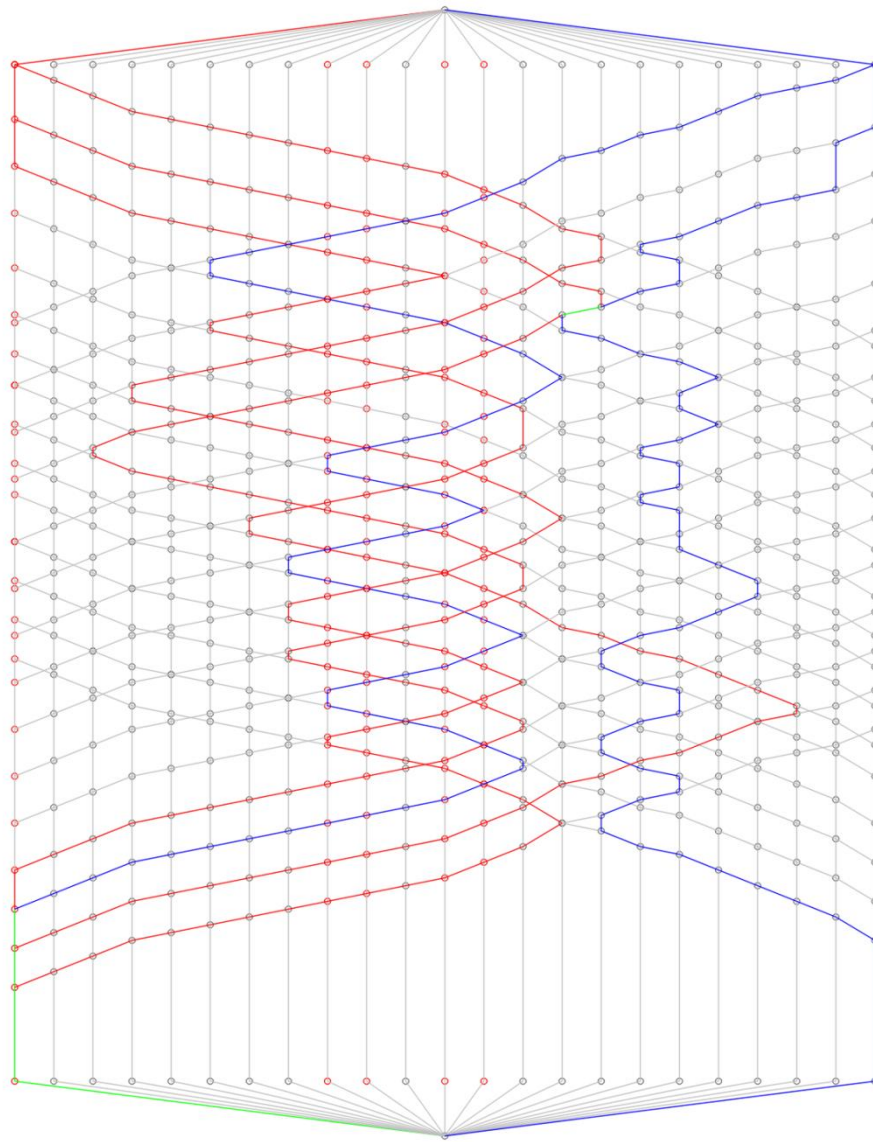


圖4.3 人力資源有限下一維安人員區分不同等級之結果(以板南線小規模測試)

(2)維安人員區分不同等級

依照 3.6.2 小節的數學模式，設定一位捷運警察的維安能力為一位捷運保全的 2 倍，維安需求界定為所有節線的維安需求權重之平均，共有 3 位警察和 3 位捷運保全人員同時巡邏。巡邏到的維安需求佔總維安需求 57.59%。巡邏方式如圖 4.3 所示。紅色的線段表示警察巡邏、藍色表示保全、綠色表示同時有警察和保全在巡邏該線段。

4.1.3 同時考慮攻擊者和維安人員之最佳配置

依照 3.7 小節的數學模式結合演算法，針對此類問題我們僅假設單一類的維安人員，代入參數已知有 5 位維安人員 $p = 5$ ，將每條節線的影響程度由大至小排序，結果維安人員至少能巡邏到前 55 條影響程度較大的節線，其路線如下圖 4.4 所示。

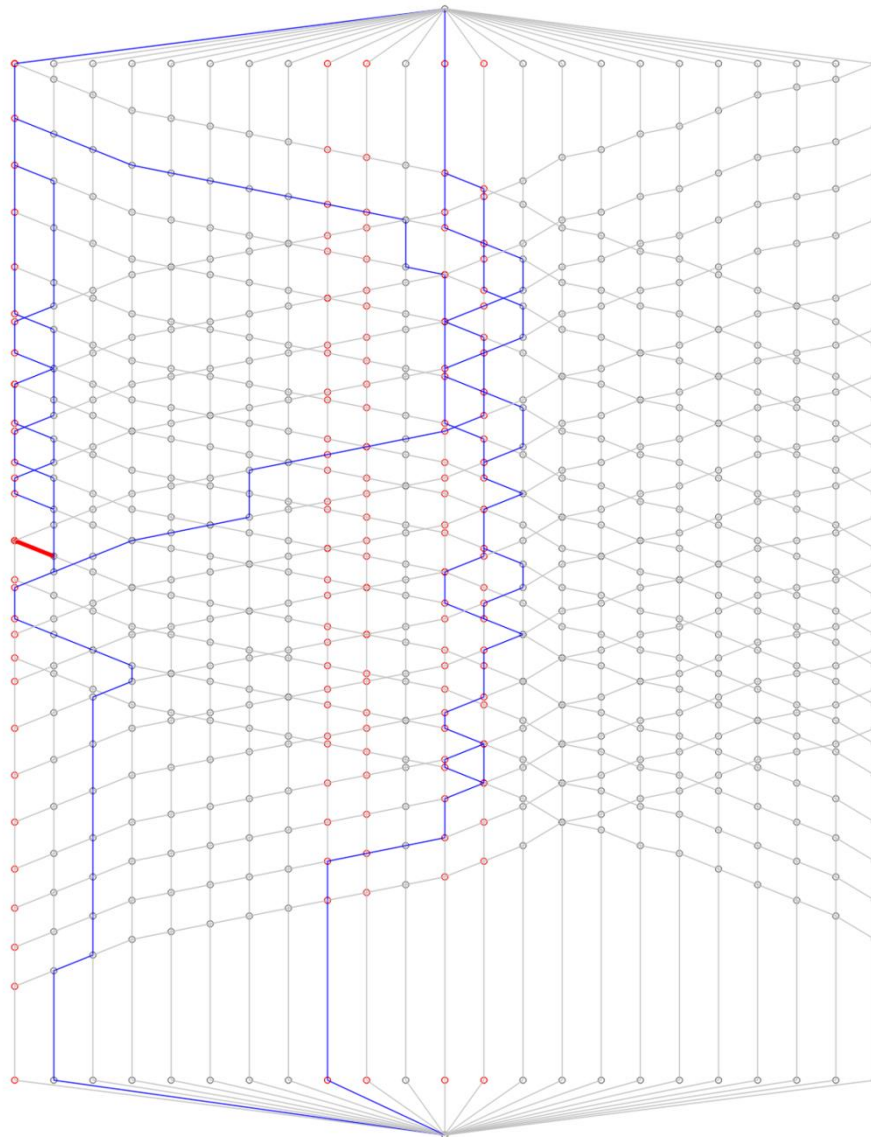


圖4.4 同時考慮攻擊者和維安人員之最佳配置—(以板南線小規模測試)

4.2 多路線交錯網路測試—以北捷為例

上一節已測試過單一軌道路線的求解結果，本節將測試更加複雜的多路線交錯網路圖，並以北捷的所有路線為測資來源。北捷共有文湖線、淡水信義線、松山新店線、板南線、中和新蘆線等五條路線，其中的中和新蘆線呈 Y 字型，因此將其拆成兩條線，總共 6 條主線相互交錯。共有 14 個轉乘站：民權西路站,中山站,台北車站,中正紀念堂站,東門站,大安站,南京復興站,松山南京站,西門站,古亭站,南港展覽館站,忠孝復興站,忠孝新生站,大橋頭，每條主線一天共有 299 列列車，測試參數如表 4.5 所示。

表4.5 北捷測試參數

	6 主線
停靠站數量	121
列車數量	1794
節點數量	43308
總節線數量	84678
虛擬節線數量	240
必須被巡邏之同站節線數量	43173
必須被巡邏之同車節線數量	34086
必須被巡邏之轉乘站節線數量	7176

4.2.1 理想安全運輸系統之維安人員數量

(1)每位維安人員的維安能力皆相同

車站、轉乘線和列車皆納入維安考慮（亦即有被巡邏過的任一節線皆將被計入目標式）

依照 3.5.1 小節的數學模式，求解結果顯示至少需要 232 人才能巡邏到整個網路，即任意時段的車站(同站節線 43173 條)、轉乘站(轉乘站節線 7176 條)和列車(同車節線 34086 條)都有配置至少一名維安人員。結果如表 4.6 所示。

表4.6 北捷需巡邏所有節線之最佳維安人員數量

	6 主線
維安人數	232

僅考慮列車維安需求（亦即僅有被巡邏過之同車節線才會被計入目標式）

依照數學模式，求解結果顯示至少需要 81 人才能巡邏到所有列車(同車節線 34086 條)，即任一時段的列車都有配置至少一名維安人員，但不用特地去巡邏同站時段或轉乘節線。結果如表 4.7 所示。

表4.7 北捷僅需巡邏所有同車節線之最佳維安人員數量

	6 主線
維安人數	81

(2)維安人員區分不同等級

在考慮雇用不同等級的維安人員情況下，我們發現原本規模的資料經測試無法在 24 個小時內求得最佳解，因此將列車數量縮減成 10 台測試。代入參數 $n = 2$ 、 $c = 2$ 、 $U =$ 所有節線的維安需求權重之平均，即一位捷運警察的維安能力為一位捷運保全的 2 倍，且成本也為保全的 2 倍。得出此假設下至少需要 108 名警察、81 名保全。

4.2.2 人力資源有限下之最佳佈署方法

(1)每位維安人員的維安能力皆相同

依據現實的人力資源考量，在已知維安總人數的情況下，我們使用節線為基礎的模式求解出維安人員最佳佈署方法，使其巡邏能涵蓋最多的節線（同車、同站、轉乘）。分別以最安全維安人數 $Q^* = 232$ 人的 $1/6$ 至 $6/6$ 測試(即 $1/6Q^* \sim Q^*$)。由於缺乏實際乘車人數資訊，在此我們以亂數針對每組分別產生五次亂數測資，每次結

果皆以整個網路的總維安需求作為分母，維安人員巡邏到的維安需求為分子，以計算其維安需求滿足率，並將五次維安需求滿足率取平均。

車站、轉乘線和列車皆納入維安考慮（亦即有被巡邏過的任一節線皆將被計入目標式）

任意時段的車站(同站節線 43173 條)、轉乘站(轉乘站節線 7176 條)和列車(同車節線 34086 條) 有被巡邏過的任一節線皆將被計入目標式，依 3.4 節提出的兩種方法產生節線維安需求：(1)節線人次*節線時段長度 (2)節線人次。結果如表 4.8 至 4.9 所示，各次求解結果詳見附錄。

表4.8 考慮(1)節線人次*節線時段長度之北捷不同比例維安人數的最佳佈署結果

	$1/6Q^*$	$2/6Q^*$	$3/6Q^*$	$4/6Q^*$	$5/6Q^*$	Q^*
維安人數	39	77	116	154	193	232
求解時間(s)	187.39	190.02	167.27	143.71	55.46	37.26
維安需求滿足率	47.16%	66.48%	82.44%	94.62%	99.90%	100%

表4.9 考慮(2)節線人次之北捷不同比例維安人數的最佳佈署結果

	$1/6Q^*$	$2/6Q^*$	$3/6Q^*$	$4/6Q^*$	$5/6Q^*$	Q^*
維安人數	39	77	116	154	193	232
求解時間(s)	168.21	155.21	147.28	140.43	63.09	36.99
維安需求滿足率	57.10%	77.81%	88.17%	96.16%	99.70%	100%

圖 4.5 至圖 4.6 以折線圖表示不同比例下的最佳維安人員巡邏範圍所能涵蓋到的維安需求比例，其中圖 4.5 $1/6Q^*$ 至 $3/6Q^*$ 區間，每增加 $1/6Q^*$ ，維安需求滿足率約增加 15%，越而趨近於最安全維安人數 Q^* ，維安需求滿足率成長幅度越低。圖 4.6 $1/6Q^*$ 至 $2/6Q^*$ 區間，每增加 $1/6Q^*$ ，維安需求滿足率約增加 20%，越趨近於最安全維安人數 Q^* ，維安需求滿足率成長幅度越低。

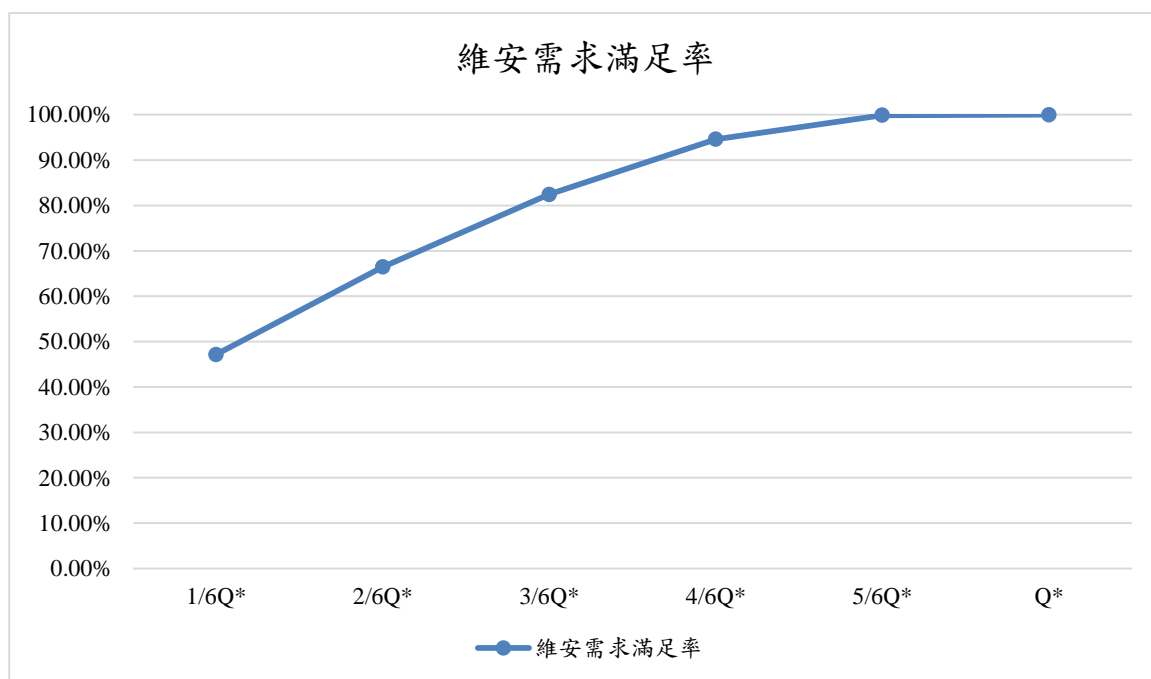


圖4.5 考慮(1)節線人次*節線時段長度之北捷不同維安人數比例的維安需求滿足率

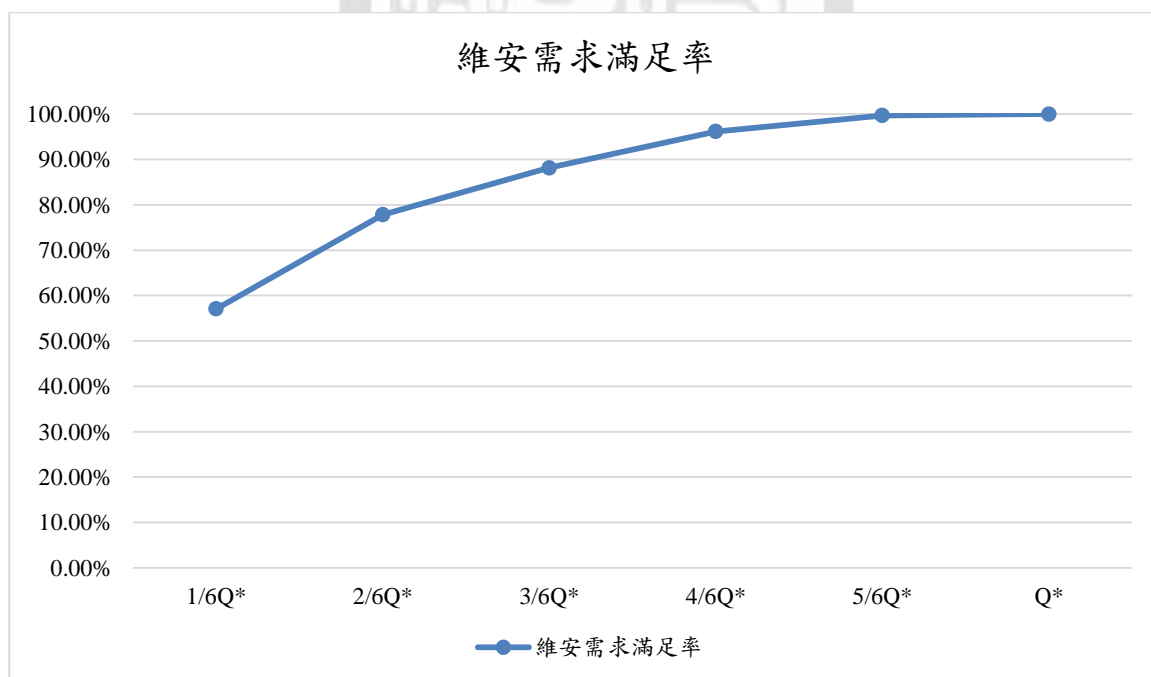


圖4.6 考慮(2)節線人次之北捷不同維安人數比例的維安需求滿足率

僅考慮列車維安需求（亦即僅有被巡邏過之同車節線才會被計入目標式）

列車(同車節線 34086 條) 有被巡邏過的任一節線才會被計入目標式，依 3.4 節提出的兩種方法產生節線維安需求：(1)節線人次*節線時段長度 (2)節線人次。結果如表 4.10 至 4.11 所示，圖 4.7 至圖 4.8 以折線圖表示不同比例下的維安人員能夠巡邏範圍能覆蓋到多少列車維安需求的比例，詳細各次求解結果詳見附錄。

表4.10 考慮(1)節線人次*節線時段長度之北捷不同比例維安人數最佳列車佈署結果

	$1/6 Q^*$	$2/6 Q^*$	$3/6 Q^*$	$4/6 Q^*$	$5/6 Q^*$	Q^*
維安人數	14	27	41	54	68	81
求解時間(s)	56.56	57.00	65.48	49.00	42.61	33.33
維安需求滿足率	40.46%	62.92%	82.21%	94.05%	98.53%	100%

表4.11 考慮(2)節線人次之北捷不同比例維安人數最佳列車佈署結果

	$1/6 Q^*$	$2/6 Q^*$	$3/6 Q^*$	$4/6 Q^*$	$5/6 Q^*$	Q^*
維安人數	14	27	41	54	68	81
求解時間(s)	53.19	55.27	60.78	45.53	43.65	32.65
維安需求滿足率	45.21%	67.25%	84.85%	94.98%	98.77%	100%

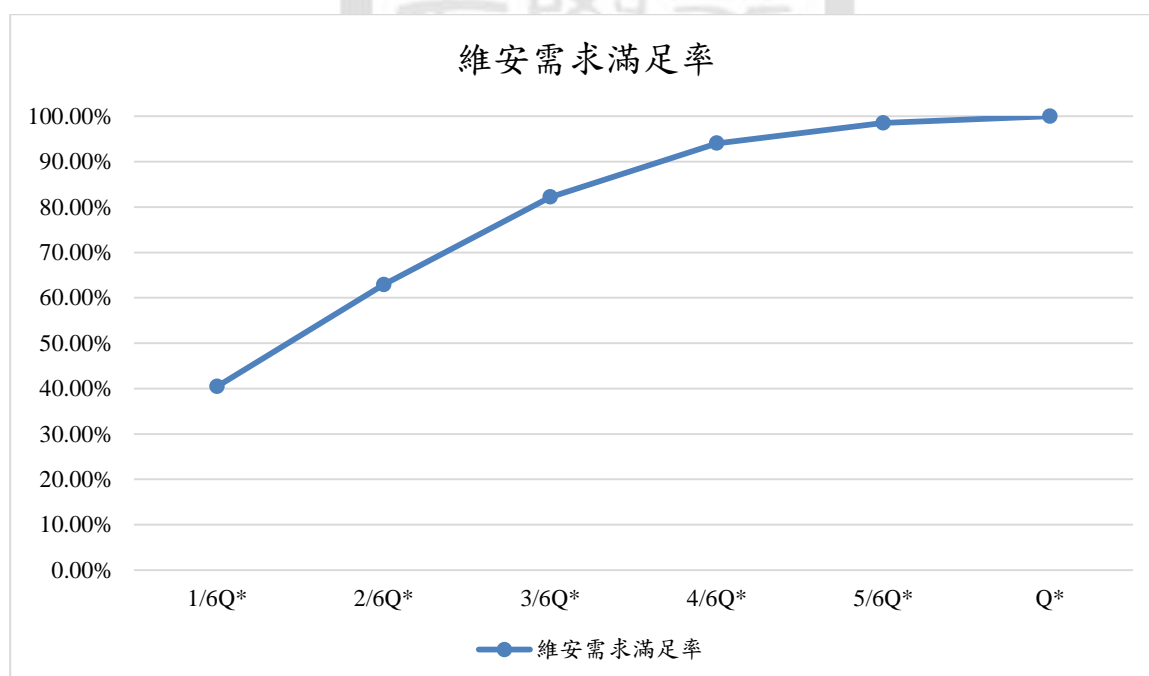


圖4.7 考慮(1)節線人次*節線時段長度之北捷不同維安人數比例的列車維安需求滿足率

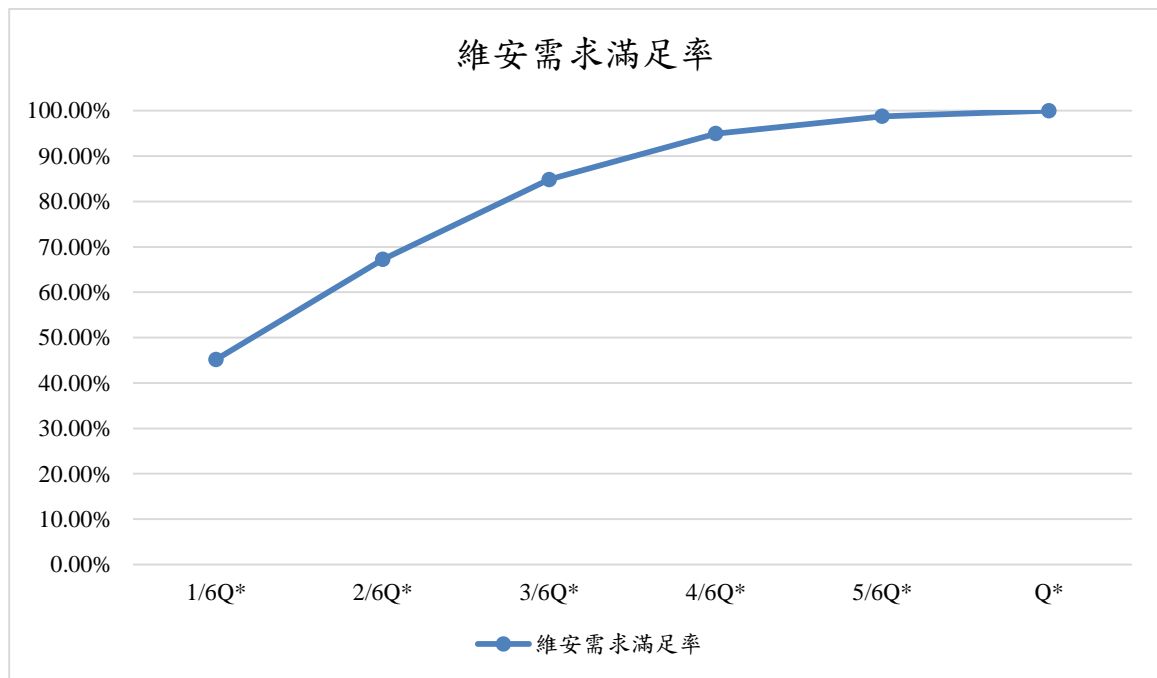


圖4.8 考慮(2)節線人次維安人數比例的列車維安需求滿足率

(2)維安人員區分不同等級

在區分不同等級的情況下，使用原本規模的資料無法在 24 個小時內求得最佳解，因此將列車數量縮減成 10 台測試。代入參數 $n = 2$ 、 $c = 2$ 、 $p^1 = 39$ 、 $p^2 = 28$ 、 $U =$ 所有節線的維安需求權重之平均，共有 39 位警察和 28 位維安人員。巡邏到的維安需求佔總維安需求 61.87%。

4.2.3 同時考慮攻擊者和維安人員之最佳配置

完整北捷共有 6 條主線相互交錯，共有 14 個轉乘站，每條主線一天共有 299 列列車。並以節線人次*節線時段長度作為節線影響程度的估算方式，代入參數 $Q^* = 232$ 並測試 $1/6Q^* \sim 6/6Q^*$ ，由於缺乏實際乘車人數資訊，因此以亂數產生，將每組測試資料分別測試五次，將每條節線的維安需求程度由大的小排序，確保巡邏此節

線前，所有比此節線維安需求高的節線都已經被巡邏，求出最多能巡邏多少條節線，並將五次結果取平均。結果如表 4.12 所示。詳細資料測試五次之結果詳見附錄。

表4.12 北捷同時考慮攻擊者和維安人員策略之結果

	$1/6 Q^*$	$2/6 Q^*$	$3/6 Q^*$	$4/6 Q^*$	$5/6 Q^*$	Q^*
求解時間(s)	477.84	365.41	448.53	356.53	364.72	210.09
排序後能巡邏到的節線數量	6723	29802	35815	44828	62358	84677

4.3 小結

為測試本研究建構之數學模式與求解方法在不同運行路線的時空網路運行圖下皆能得出最佳維安人員佈署方式，本章共測試了兩組資料，包含：小規模測試(板南線)和多路線交錯網路測試(以北捷為例)。每組皆求解：(1) 至少需要多少維安人力才能保證所有列車至少有足夠之維安人員巡邏；(2) 依據現實的人力資源考量，求解維安人員巡邏運輸系統的方法，其中又區分為車站、轉乘線和列車皆納入維安考慮

及僅考慮列車維安需求，每個情況下各用三種節線權重估計求解，(a)節線人次*節線時段長度 (b)節線人次 (c)節線權重皆設為 1；(3) 依據現實人力，同時考慮攻擊者和維安人員的策略，使維安人員的巡邏路線能夠極小化攻擊者所能造成的最大影響。其中第(1)(2)個問題可再細分為是否區分不同等級維安人員，但區分不同等級的維安人員，其求解時間較要非常久。在不區分維安人員等級情況下，北捷目前實際共有 128 名維安人員，明顯不足於理想安全運輸系統的維安人數 232 人。如果 128 人若能依照求解出的最佳巡邏路線，將可巡邏到約 80% 以上的巡邏需求。若只考慮列車維安需求即可全部涵蓋。此外，若從維安人數只有最安全維安人數的 $1/6$ 開始算起，每增加最安全維安人數的 $1/6$ ，大約就能提高維安需求滿足率約 15%。這也提供了軌道式大眾運輸相關單位一個衡量的標準，主管單位可設定一個維安滿足率可接受的標準，依照此標準可以決定應該聘用多少位維安人員，再採取本模式求解

出來的最佳化巡邏路徑，即可滿足主管機關設定的維安滿足率。主管機關也可內部核定出不同等級的維安人員效率和成本，並套用本論文的模式得知該聘用不同等級維安人員多少人力。



第五章

結論與未來研究方向

5.1 結論與貢獻

鐵路、捷運等軌道式運輸系統具有固定路線、班次、及停靠站的特性，為先進都會區內或區間的主要大眾運輸系統。由於其運行時刻之可靠度較高，在通勤尖峰時載客量極大，根據交通部統計資料 2015 上半年鐵路的平均日運量為 63 萬人，高捷平均日運量為 16 萬人，而北捷平均日運量則高達 196 萬人次，如此大量的運輸人潮也造成維安的隱憂。在 2014 年的 5 月 21 日不幸發生臺北捷運隨機殺人事件，此事件造成台灣社會極大恐慌和陰影，凸顯了捷運維安人員的不足，也顯示維安人員不僅需被配置在固定車站，連移動中的列車也需要配置人力才能提供最安全的乘車環境。

第二章中回顧了維安巡邏的相關文獻，多數相關文獻探討道路上的巡邏問題，並依據不同的巡邏方式將此類問題分為三類，第一類為節點排程問題，以最有效率的巡邏路線走訪所有巡邏箱(節點)；第二類為節現排程問題，以最有效率的巡邏路線走訪所有路段(節線)；第三類為綜合節點和節線的排程問題，同時考量節點與節線之巡邏途程。接著介紹軌道式大眾運輸的維安需求，及利用工作排程問題和賽局理論執行實際的維安工作。第三章中提出一般軌道式列車時刻表轉換為二維時空網路運行圖的方式和三個主要的數學模式：(1)「理想安全運輸系統之最少維安人數巡邏數學模式」，求解至少需要多少維安人力才能保證所有列車至少有一名維安人員巡邏、(2)「給定維安人力資源之最佳巡邏數學模式」，依據現實的人力資源考量，求解維安人員巡邏運輸系統的方法，使其巡邏能涵蓋最多高維安需求的列車、(3)「同時考慮攻擊者和給定之維安人力之最佳巡邏數學模式」，依據現實人力，同時考慮攻擊者和維安人員的策略，使維安人員的巡邏路線能夠極小化攻擊者所能造成的最大

影響，本研究已說明此演算法可在多項式時間內求解。上述第(1)(2)個問題可再細分為是否區分不同等級維安人員，例如：真槍實彈有配槍的員警和捷運公司外包的保全人員該如何分配巡邏路線。最後的數值分析，共測試了兩組資料，包含：小規模測試(板南線)和多路線交錯網路測試(以北捷為例)。在不區分維安人員等級情況下，皆可在可接受時間內求解出三個主要的數學模式，測試北捷的結果顯示維安人員 128 人明顯不足於理想安全運輸系統的維安人數 232 人，但這 128 人若能依照本研究「給定維安人力資源之最佳巡邏數學模式」求解出的最佳巡邏路線巡邏，將可巡邏到約 80% 以上的所有節線。若只考慮列車的維安需求即可全部涵蓋

綜合以上結論，本研究可以提出以下幾點貢獻：

1. 針對移動中列車的維安需求提出巡邏路線規劃

本論文可能是目前第一個針對移動中的列車維安需求提出巡邏路線規劃的研究，且亦可能是第一個將巡邏路線的時間規劃範圍以真實多路線列車時刻表為基礎。不同於過去文獻大多僅注重車站內的巡邏，此外，文獻大多沒考慮時間軸，僅有少數有考慮固定時間區段，實用性較差。(第二章；第三章)

2. 探討維安需求和影響程度

在本研究中就針對各列車的運行路段重要性提出兩種不同的估算方法，分別為只考慮當下時段節線的人數、時間和考慮若發生攻擊事件直接和間接的影響人數。(第 3.4 小節)

3. 三種軌道式大眾運輸維安人員巡邏路線規劃的模式

I. 理想安全運輸系統之最少維安人數巡邏數學模式：

可供估算合理的維安人數上限及其巡邏方式，確保所有列車至少有足夠多的維安人員巡邏。(第 3.5 小節)

II. 給定維安人力資源之最佳巡邏數學模式：

此模式更貼近現實，能充分利用與佈署已知的維安人力以巡邏到越多節線、特別是高維安需求的行車路段。(第 3.6 小節)

III. 同時考慮攻擊者和給定之維安人力之最佳巡邏數學模式：

將賽局理論列入考量，較上述兩種僅單方面考慮維安覆蓋率的數學模式更為全面，且針對單攻擊者的情形本論文提出之求解演算法複雜度可證明與上述「給定維安人力資源之最佳巡邏數學模式」相同。(第 3.7 小節)

5.2 未來研究方向

本研究已針對軌道式大眾運輸維安人員的巡邏方式提出建議和分析。未來可在針對以下幾點做改善和後續研究：

1. 維安需求估算方法

目前的維安需求和影響程度的估算方法皆只考慮搭乘人員的安全，即車廂內的人員，未來研究還可考慮運輸系統的硬體設施被攻擊的情況，並和相關機構聯繫，已取得更實際的資料，將繼續思考更完備的評估方式。

2. 多攻擊者的研究

本研究雖已將攻擊者攻擊策略納入考慮，並針對該策略進行維安人員之最佳配置，但目前只假設有單一攻擊者的情況，目前仍在構思如何處理多個攻擊者同時進行攻擊、甚至區分不同的攻擊等級等情形的數學模式。

3. 複雜度確認

本研究提出之三種數學模式的複雜度尚需進一步分析確認是否能於多項式時間內求解。

4. 求解效率

在不區分維安人員等級情況下，皆可在可接受時間內求解出本研究的三個主要的數學模式，但在區分不同維安人員等級的情況下求解時間過久，因此未來可再提出更有效率的演算法求解此類問題。

5. 維安人員工時問題

目前本研究的數學模式並不考慮維安人員的工作時數，因此皆有工時過久的問

題。若要解決此問題，更實際的設定方式可考慮用早、中、晚三班來指派。若要再更

實務，譬如盡量讓各巡邏人員能平均分擔巡邏責任，避免部分人員一直被指派去巡邏較高維安需求的路段等，可能必須使用 path flow 當變數，屆時又將有求解效率不彰的問題。



參考文獻

- 陳思齊. (2007). 巡邏車輛途程問題. 中央大學土木工程學系學位論文, 1-103.
- Birge, J. R., & Pollock, S. M. (1989). Modelling rural police patrol. *Journal of the Operational Research Society*, 41-54.
- Chircop, P. A., Surendonk, T. J., van den Briel, M., & Walsh, T. (2013). A column generation approach for the scheduling of patrol boats to provide complete patrol coverage. In *20th International Congress on Modelling and Simulation*. No. December (pp. 1-6).
- Curtin, K. M., Hayslett-McCall, K., & Qiu, F. (2010). Determining optimal police patrol areas with maximal covering and backup covering location models. *Networks and Spatial Economics*, 10(1), 125-145.
- Dantzig, G. B., and Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6, 80-91.
- Guan, M. (1962). Graphic Programming Using Odd and Even Points. *Chinese Mathematics*, 1, 273-277.
- Hansen, P., Jaumard, B., & Savard, G. (1992). New branch-and-bound rules for linear bilevel programming. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 13(5), 1194-1217.
- Jin, J. G., Lu, L., Sun, L., & Yin, J. (2015). Optimal allocation of protective resources in urban rail transit networks against intentional attacks. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 84, 73-87.
- Keskin, B. B., Li, S. R., Steil, D., & Spiller, S. (2012). Analysis of an integrated maximum covering and patrol routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48(1), 215-232.
- Li, S. R., & Keskin, B. B. (2013). Bi-criteria dynamic location-routing problem for patrol coverage. *Journal of the Operational Research Society*, 65(11), 1711-1725.

- Lau, H. C., & Gunawan, A. (2012). The patrol scheduling problem. *Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT)*, 29-31 August 2012
- Loukaitou-Sideris, A., Taylor, B. D., & Fink, C. N. (2006). Rail Transit Security in an International Context Lessons from Four Cities. *Urban Affairs Review*, 41(6), 727-748.
- Powell, J., & Fletcher, D. (2011). The need for developing an effective and acceptable engineering response to terrorist attacks on railway systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 225(4), 359-371.
- Starita, S., & Scaparra, M. P. (2016). Optimizing dynamic investment decisions for railway systems protection. *European Journal of Operational Research*, 248(2), 543-557.
- Snijders, H., & Saldanha, R. L. (2015). Security crew scheduling at Netherlands Railways. *CASPT 2015*
- Washburn, A., & Wood, K. (1995). Two-person zero-sum games for network interdiction. *Operations Research*, 43(2), 243-251.

附錄 A、詳細資料測試結果

車站、轉乘線和列車皆納入維安考慮

表A-1 北捷不同比例維安人數的最佳佈署結果 (1)節線人次*節線時段長度

1/6			2/6			3/6		
	coverage	time(s)		coverage	time(s)		coverage	time(s)
1	47.06%	194.58	1	66.44%	190.84	1	82.42%	165.96
2	47.13%	189.09	2	66.43%	191.30	2	82.43%	166.56
3	47.10%	186.76	3	66.48%	189.11	3	82.49%	169.51
4	47.28%	184.13	4	66.52%	189.02	4	82.46%	167.21
5	47.23%	182.40	5	66.50%	189.84	5	82.39%	167.14
mean	47.16%	187.39	mean	66.48%	190.02	mean	82.44%	167.27
std	9.31E-04	4.76	std	3.90E-04	1.02	std	3.90E-04	1.35

4/6			5/6		
	coverage	time(s)		coverage	time(s)
1	94.59%	145.76	1	99.91%	53.22
2	94.59%	143.46	2	99.89%	56.65
3	94.63%	142.10	3	99.90%	53.66
4	94.63%	142.13	4	99.89%	61.29
5	94.64%	145.09	5	99.90%	52.48
mean	94.62%	143.71	mean	99.90%	55.46
std	2.37E-04	1.68	std	5.8E-05	3.62

表A-2 北捷不同比例維安人數的最佳佈署結果 (2)節線人次

1/6			2/6			3/6		
	coverage	time(s)		coverage	time(s)		coverage	time(s)
1	57.18%	169.69	1	77.85%	151.44	1	88.21%	146.91
2	57.08%	169.31	2	77.87%	153.23	2	88.05%	147.19
3	57.07%	164.87	3	77.76%	157.18	3	88.26%	146.53
4	57.16%	168.07	4	77.88%	155.69	4	88.19%	149.12
5	57.01%	169.10	5	77.70%	158.55	5	88.13%	146.63
mean	57.10%	168.21	mean	77.81%	155.21	mean	88.17%	147.28
std	7.06E-04	1.96	std	7.93E-04	2.89	std	7.87E-04	1.06

4/6			5/6		
	coverage	time(s)		coverage	time(s)
1	96.15%	142.42	1	99.65%	59.03
2	96.17%	143.17	2	99.45%	65.71
3	96.20%	136.03	3	99.77%	64.98
4	96.07%	140.71	4	99.84%	57.29
5	96.19%	139.81	5	99.77%	68.43
mean	96.16%	140.43	mean	99.70%	63.09
std	5.28E-04	2.80	std	1.5E-03	4.72

僅考慮列車維安需求

表A-3 北捷不同比例維安人數的最佳列車佈署結果 (1)節線人次*節線時段長度

1/6			2/6			3/6		
	coverage	time(s)		coverage	time(s)		coverage	time(s)
1	40.44%	57.35	1	62.80%	57.19	1	82.23%	63.91
2	40.43%	56.11	2	63.02%	55.55	2	82.16%	64.03
3	40.54%	56.55	3	62.95%	55.87	3	82.20%	66.82
4	40.49%	57.91	4	62.89%	58.88	4	82.16%	65.34
5	40.41%	54.90	5	62.94%	57.52	5	82.28%	67.32
mean	40.46%	56.56	mean	62.92%	57.00	mean	82.21%	65.48
std	5.32E-04	1.16	std	8.37E-04	1.34	std	5.09E-04	1.56

4/6			5/6		
	coverage	time(s)		coverage	time(s)
1	94.05%	49.26	1	98.55%	41.81
2	94.05%	46.83	2	98.54%	43.97
3	94.07%	49.91	3	98.54%	41.68
4	94.03%	50.01	4	98.52%	42.31
5	94.06%	48.98	5	98.52%	43.28
mean	94.05%	49.00	mean	98.53%	42.61
std	1.48E-04	1.29	std	1.3E-04	0.99

表A-4 北捷不同比例維安人數的最佳列車佈署結果 (2)節線人次

1/6			2/6			3/6		
	coverage	time(s)		coverage	time(s)		coverage	time(s)
1	45.29%	54.00	1	67.14%	54.89	1	84.83%	60.73
2	45.16%	54.33	2	67.36%	55.30	2	84.73%	62.56
3	45.17%	52.44	3	67.17%	54.53	3	84.87%	60.34
4	45.25%	53.70	4	67.29%	56.36	4	84.88%	60.41
5	45.19%	51.49	5	67.30%	55.24	5	84.94%	59.86
mean	45.21%	53.19	mean	67.25%	55.27	mean	84.85%	60.78
std	5.51E-04	1.19	std	9.46E-04	0.69	std	7.52E-04	1.04

4/6			5/6		
	coverage	time(s)		coverage	time(s)
1	94.98%	45.40	1	98.77%	42.29
2	94.96%	46.73	2	98.77%	43.30
3	94.95%	44.09	3	98.76%	45.71
4	95.00%	45.43	4	98.78%	43.89
5	94.99%	46.01	5	98.76%	43.06
mean	94.98%	45.53	mean	98.77%	43.65
std	1.77E-04	0.97	std	6.5E-05	1.29

表A-5 北捷同時考慮攻擊者和維安人員策略之結果

1/6			2/6			3/6		
	rankedArc	time(s)		rankedArc	time(s)		rankedArc	time(s)
1	6518	517.45	1	29755	306.53	1	35692	431.22
2	6927	520.81	2	29633	326.97	2	35820	411.24
3	7100	404.91	3	29783	371.65	3	35690	446.17
4	6270	485.50	4	30123	479.34	4	36325	516.71
5	6801	460.55	5	29717	342.59	5	35550	437.30
mean	6723.2	477.84	mean	29802.2	365.41	mean	35815.4	448.53
std	330.55	47.67	std	188.01	67.98	std	300.46	40.22

4/6			5/6		
	rankedArc	time(s)		rankedArc	time(s)
1	43931	330.74	1	60409	365.51
2	43594	270.32	2	61712	340.41
3	45067	373.56	3	63411	374.68
4	46161	435.02	4	63369	374.23
5	45388	372.99	5	62890	368.78
mean	44828.2	356.52	mean	62358.2	364.72
std	1057.71	60.87	std	1287.43	14.12

