

1 Lógica

Las reglas de la lógica le dan un significado preciso a los enunciados matemáticos o sentencias matemáticas. Estas reglas se usan para distinguir entre argumentos válidos y no válidos. La lógica tiene además numerosas aplicaciones en ciencias de la computación. Las reglas de la lógica se usan en el diseño de circuitos de ordenador, la construcción de programas informáticos, la verificación de que un programa está bien construido y más.

Proposición

Una proposición es una oración declarativa que es correcta o falsa, pero no ambas cosas a la vez.

Ejemplos

1. Todas las siguientes oraciones declarativas son proposiciones:

- (a) Bruselas es la capital de la Unión Europea.
- (b) Toronto es la capital de Canadá.
- (c) $1 + 1 = 2$.
- (d) $2 + 2 = 3$.

Las proposiciones 1 y 3 son correctas, mientras que la 2 y 4 son falsas.

2. Considera las siguientes oraciones:

- (a) ¿Que hora es?
- (b) Lee esto con atención.
- (c) $x + 1 = 2$.
- (d) $x + y = z$.

Las frases 1 y 2 no son proposiciones porque no son declarativas. Las frases 3 y 4 no son proposiciones porque no son ni verdaderas ni falsas, ya que no se les han asignado valores a las variables.

El **valor de verdad** de una proposición es V si es verdadera y F si es falsa.

Se llama **calculo proposicional** o **lógica proposicional** al área de la lógica que trata de proposiciones. Las nuevas proposiciones, llamadas **formulas** o **proposiciones compuestas**, se forman a partir de las existentes usando operadores lógicos.

Definición 1

Sea p una proposición. El enunciado

No se cumple p

es otra proposición, llamada la *negación* de p . La negación de p se denota mediante p' . La proposición p' se lee *no p* .

Una **tabla de verdad** muestra las relaciones entre los valores de verdad de proposiciones. Son especialmente valiosas a la hora de determinar los valores de verdad de proposiciones construidas a partir de proposiciones simples.

La negación de una proposición se puede considerar como el resultado de aplicar el **operador negación** sobre una proposición. El operador negación construye una nueva proposición a partir de la proposición individual existente.

Definicion 2

Sean p y q proposiciones. La proposicion p y q , denotada por $p \wedge q$, es la proposicion que es verdadera cuando tanto p como q son verdaderas y falsa en cualquier otro caso. La proposicion $p \wedge q$ se llama *conjuncion* de p y q .

p	q	$p \wedge q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Definicion 3

Sean p y q proposiciones. La proposicion p o q , denotada por $p \vee q$, es la proposicion que es falsa cuando tanto p como q son falsas y verdadera en cualquier otro caso. La proposicion $p \vee q$ se llama *disyuncion* de p o q .

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Definicion 4

Sean p y q proposiciones. El conectivo logico *o exclusivo* de p y q , denotada por $p \oplus q$, es la proposicion que es verdadera cuando exactamente una de las proposiciones p y q es verdadera y falsa en cualquier otro caso.

p	q	$p \oplus q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Implicaciones

El concepto matematico de implicacion es independiente de la relacion causa-efecto entre hipotesis y conclusion. Especifica valores de verdad, no se basa en el uso del lenguaje

Definicion 5

Sean p y q proposiciones. La *implicacion* $p \rightarrow q$ es la proposicion que es falsa cuando p es verdadera y q es falsa, y verdadera en cualquier otro caso. En esta implicacion p se llama *hipotesis* o *antecedente* o *premisa* y q se llama *tesis* o *conclusion* o *consecuencia*.

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Reciproca, contrarreciproca e inversa

Hay algunas implicaciones relacionadas con $p \rightarrow q$ que pueden formarse a partir de ella. La proposición $q \rightarrow p$ se llama **reciproca** de $p \rightarrow q$. La **contrarreciproca** de $p \rightarrow q$ es $q' \rightarrow p'$. La proposición $p' \rightarrow q'$ es la **inversa** de $p \rightarrow q$. Cuando dos formulas tienen siempre los mismos valores de verdad las llamamos **equivalentes**, de tal forma que una implicación y su contrarreciproca son equivalentes. La reciproca y la inversa de una implicación también son equivalentes.

Definición 6

Sean p y q proposiciones. La *bicondicional*, o *doble implicación*, $p \leftrightarrow q$ es la proposición que es verdadera cuando p y q tienen los mismos valores de verdad y falsa en los otros casos.

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Precedencia de operadores lógicos

Operador	Precedencia
' (not)	1
\wedge	2
\vee	4
\rightarrow	4
\leftrightarrow	5

Busquedas Booleanas

En las búsquedas booleanas se usa la conexión *AND* para emparejar datos almacenados que contengan los dos términos de la búsqueda, la conexión *OR* se usa para emparejar uno o ambos términos de la búsqueda y la conexión *NOT* (a veces escrita *ANDNOT*) se usa para excluir un término particular de búsqueda.

Juegos de Lógica

Son aquellos juegos que se pueden resolver usando el razonamiento lógico.

1.1 Lógica y Operaciones con Bits

Un **bit** tiene dos valores posibles: 0 y 1. La palabra bit viene de la expresión inglesa *binary digit*. Un bit se puede utilizar para representar un valor de verdad. Se usa 1 para representar V de verdadero y 0 para

representar F de falso. Una variable se llama **variable booleana** si su valor es verdadero o falso. Se puede representar una variable booleana con bits.

Definicion 7

Una *cadena de bits* es una sucesion de cero o mas bits. La longitud de esta cadena es el numero de bits de la cadena.