

El término probabilidad se refiere al término de azar, y la incertidumbre en cualquier situación en la que varios resultados son posibles. [Experimentos aleatorios] Acciones o procesos en los cuales conocemos todos los resultados posibles pero no sabemos cuál ocurrirá. Si conocemos todos los resultados posibles entonces podemos anotarlos, entonces definimos *espacio muestral*:
 [Espacio muestral (Ω)] Es el conjunto de todos los resultados posibles del experimento aleatorio. Sus elementos, ω , son los casos que conozco todas las posibles resultados pero no el resultado final:

Tiro una moneda y observo la cara superior.
 Espacio muestral: $\Omega_1 = \{ "cara", "ceca" \}$
 Tiro una moneda 2 veces y observo que sale.
 Espacio muestral: $\Omega_2 = \{ ("cara", "ceca"), ("ceca", "cara"), ("cara", "cara"), ("ceca", "ceca") \}$
 Tiro un dado y observo el resultado.
 Espacio muestral: $\Omega_3 = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$
 Registro la cantidad de personas que entran a un banco entre las 11 y las 12hs.
 Espacio muestral: $\Omega_4 = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \} = N_0$
 Registro el tiempo entre la llegada de autos a un peaje.
 Espacio muestral: $\Omega_5 = \{ t : t \in R, t \geq 0 \}$

En el estudio de la probabilidad nos interesa no solo los resultados individuales de los espacios muestrales sino que los resultados de los eventos o sucesos. [Evento o Suceso] Es cualquier conjunto de resultados en el espacio muestral. Los resultados pueden mostrar un conjunto de resultados. Refiriendonos a (1) podemos definir un evento "A" como:

A. "El valor observado es par". (está formado por 3 eventos elementales) Así creamos un subconjunto que corresponde a los resultados pares. [Espacio equiprobable] Un espacio muestral es equiprobable cuando todos sus elementos tienen la misma probabilidad de ocurrir. [Frecuencia absoluta] Para un evento en particular, la frecuencia absoluta es la cantidad de veces que sucede ese evento. [Frecuencia relativa] Para un evento en particular, se define como la relación entre la cantidad de veces que ocurre el evento y el número total de resultados. Ahora estamos en condiciones para definir *probabilidad*. [Probabilidad] Probabilidad de un evento A, es un número positivo (o nulo) que se le asigna a cada suceso o evento. [Regla de Laplace] La probabilidad de que ocurra un suceso A se calcula como la cantidad de casos en los que ocurre A dividido por el número total de resultados. Regla de Laplace

Arrojo un dado equilibrado ¿cuál es la probabilidad de que observe el número 2? ¿cuál es la probabilidad de que observe un número par?
 Solución:
 Experimento aleatorio: arrojo un dado y observo el resultado.
 Espacio muestral: $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$
 Evento A. "Se observa el número 2".
 Definición de Laplace: ¿es mi espacio equiprobable? el dado es equilibrado, por lo tanto mi espacio es equiprobable. Entonces la probabilidad de que observe el número 2 es $\frac{1}{6}$.
 Evento B. "Se observa un número par".
 $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 Un dado equilibrado se arroja 2 veces. Hallar la probabilidad de que:
 Los dos resultados sean iguales.
 Los dos resultados sean distintos y su suma no supere 9.
 La suma de los resultados sea 10.
 El primer resultado sea 4 y el segundo resultado sea impar.
 Solución:
 Experimento aleatorio: arrojo un dado 2 veces y observo el resultado.
 Evento D_i : "Valor observado en el tiro i " $i = 1, 2$
 Como los resultados son muchos para escribir el conjunto entero, escribo una tabla: $\Omega = \{ (a, b) : a, b = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} \}$

orangeA: "Los dos resultados son iguales" $|orangeA| = 6$ $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
 cyanB: "Los resultados son distintos y la suma no supera 9" $|cyanB| = 26$ $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$
 pinkC: "La suma de los resultados sea 10s" $|pinkC| = 4$ $P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
 cyanD: "El primer resultado sea 4 y el segundo resultado sea impar". $|cyanD| = 4$ $P(D) = \frac{|D|}{|\Omega|} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Preliminares
 [Álgebra de eventos] Dado Ω , sea A una familia de subconjuntos de Ω , diremos que A es un álgebra de eventos si:
 $\Omega \in A$.
 Si $B \in A \Rightarrow \bar{B} \in A$.
 Si $B, C \in A \Rightarrow B \cup C \in A$.
 (σ Álgebra) Si $(A_n)_{n \geq 1}$ es una sucesión en A entonces: $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in A$

Álgebra de eventos
 $\emptyset \in A$
 Si $A_1, \dots, A_n \in A \Rightarrow \bigcup_{i=1}^n A_i \in A$
 Si $A_1, \dots, A_n \in A \Rightarrow \bigcap_{i=1}^n A_i \in A$
 Sea $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$. Hallar la menor álgebra de subconjuntos tal que el subconjunto $\{ 2, 4, 6 \}$ pertenezca a ella.
 Solución:
 Por axioma 2 debe estar su complemento ($\{ 1, 3, 5 \}$).
 Por axioma 3 debe estar la unión ($\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$).
 Por axioma 2 debe estar su complemento ($\{ \emptyset \}$).
 El axioma 1 se cumplió por accidente. $A = \{ \{ 2, 4, 6 \}, \{ 1, 3, 5 \}, \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}, \{ \emptyset \} \}$ De esta forma encontramos el álgebra de eventos.
 [Calcular probabilidad en cualquier espacio] Una probabilidad (o medida de probabilidad) es una función $P : A \rightarrow [0, 1]$ tal que:
 $0 \leq P(A) \leq 1, \forall A \in A$ (la probabilidad es un número entre 0 y 1).
 $P(\Omega) = 1$.
 Si $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (eventos mutuamente excluyentes o disjuntos: no pueden ocurrir al mismo tiempo).