

El término probabilidad se refiere al término de azar, y la incertidumbre en cualquier situación en la que varios resultados pueden ocurrir.

**Definición 0.1** (Experimentos aleatorios). *Acciones o procesos en los cuales conocemos todos los resultados posibles pero no sabemos con certeza cuál va a ocurrir.*

Si conocemos todos los resultados posibles entonces podemos anotarlos, entonces definimos \*espacio muestral\*:

**Definición 0.2** (Espacio muestral ( $\Omega$ )). *Es el conjunto de todos los resultados posibles del experimento aleatorio. Sus elementos,  $\omega$ , se llaman **elementos elementales**.*

**Ejemplos 0.2.1.** *Casos que conozco todas los posibles resultados pero no el resultado final:*

1. Tiro una moneda y observo la cara superior.

Espacio muestral:

$$\Omega_1 = \{ "cara", "ceca" \}$$

2. Tiro una moneda 2 veces y observo que sale.

Espacio muestral:

$$\Omega_2 = \{ ("cara", "ceca"), ("ceca", "cara"), ("cara", "cara"), ("ceca", "ceca") \}$$

3. Tiro un dado y observo el resultado.

Espacio muestral:

$$\Omega_3 = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

4. Registro la cantidad de personas que entran a un banco entre las 11 y las 12hs.

Espacio muestral:

$$\Omega_4 = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \} = \mathbb{N}_0$$

5. Registro el tiempo entre la llegada de autos a un peaje.

Espacio muestral:

$$\Omega_5 = \{ t : t \in \mathbb{R}, t \geq 0 \}$$

En el estudio de la probabilidad nos interesa no solo los resultados individuales de los espacios muestrales sino que nos interesan varias recopilaciones de resultados. Por eso definimos *evento* o *suceso*:

**Definición 0.3** (Evento o Suceso). *Es cualquier conjunto de resultados en el espacio muestral. Los resultados pueden mostrar un conjunto finito o infinito con cualquier cardinalidad.*

**Ejemplo.** Refiriendonos a (1) podemos definir un evento "A" como:

1.  $A$ . "El valor observado es par". (está formado por 3 eventos elementales)  
Así creamos un subconjunto que corresponde a los elementos de  $\Omega_1$  que cumple con el evento " $A$ ".

**Definición 0.4** (Espacio equiprobable). Un espacio muestral es equiprobable cuando todos sus elementos tienen la misma probabilidad de ser elegidos.

**Definición 0.5** (Frecuencia absoluta). Para un evento en particular, la frecuencia absoluta es la cantidad de veces que sucede ese evento. La cantidad de veces que sucede el evento  $A$  (o  $\#A$ ), se nota:

$$\eta_A$$

**Definición 0.6** (Frecuencia relativa). Para un evento en particular, se define como la relación entre la cantidad de veces que ocurre el evento  $A$  y el número total de ensayos.

$$f_a = \frac{\eta_A}{\eta}$$

Ahora estamos en condiciones para definir *probabilidad*.

**Definición 0.7** (Probabilidad). Probabilidad de un evento  $A$ , es un número positivo (o nulo) que se le asigna a cada suceso o evento del espacio muestral.

**Definición 0.8** (Regla de Laplace). La probabilidad de que ocurra un suceso  $A$  se calcula como la cantidad de casos en los que ocurre ese suceso dividido los casos posibles de ese experimento siempre y cuando los todos los elementos del espacio muestral sean equiprobables:

$$P(A) = \frac{\# \text{casos favorables de } A}{\# \text{casos posibles del experimento}}$$

**Ejemplos 0.8.1.** Regla de Laplace

1. Arrojo un dado equilibrado ¿cuál es la probabilidad de que observe el número 2? ¿cuál es la probabilidad de que observe un número par?

Solución:

- Experimento aleatorio: arrojo un dado y observo el resultado.
- Espacio muestral:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- Evento  $A$ . "Se observa el número 2".
- Definición de Laplace: ¿es mi espacio equiprobable? el dado es equilibrado, por lo tanto mi espacio es equiprobable. Entonces puedo usar la definición:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} \because |A| = 1 \wedge |\Omega| = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$$

- Evento  $B$ . "Se observa un número par".

- 

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

2. Un dado equilibrado se arroja 2 veces. Hallar la probabilidad de que:

- Los dos resultados sean iguales.
- Los dos resultados sean distintos y su suma no supere 9.
- La suma de los resultados sea 10.
- El primr resultado sea 4 y el segundo resultado sea impar.

Solución:

- Experimento aleatorio: arrojo un dado 2 veces y observo el resultado.
- Evento  $D_i$ : "Valor observado en el tiro  $i$ "  $i = 1, 2$
- Como los resultados son muchos para escribir el conjunto entero, escribo una tabla:

$$\Omega = \{(a, b) : a, b = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\} \therefore |\Omega| = 36$$

$D_2/D_1$	1	2	3	4	5	6
1				.		
2						
3				.		
4						
5				.		
6						

- A: "Los dos resultados son iguales"  $\therefore |\text{A}| = 6$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- B: "Los resultados son distintos y la suma no supera 9"  $\therefore |\text{B}| = 26$

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

- C: "La suma de los resultados sea 10s"  $\therefore |\text{C}| = 4$

$$P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

- D: "El primer resultado sea 4 y el segundo resultado sea impar".  
 $\therefore |\text{D}| = 4$

$$P(D) = \frac{|D|}{|\Omega|} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$