Множественная проверка гипотез и критерии случайности.

1 Доказать, что нисходящая процедура Холма с $\alpha_i = \alpha/(m-i+1)$ обеспечивает контроль над FWER на уровне α.

2 Доказать, что статистика критерия инверсий I обладает следующими свойствами:

$$\mathsf{E}I = \frac{n(n-1)}{4}, \quad \mathsf{D}I = \frac{2n^3+3n^2-5n}{72}.$$

3 Доказать, что восходящая процедура Бенджамини-Иекутиели обеспечивает контроль над FDR на уровне $\alpha m_0/m$, где m_0 – количество верных гипотез, m – общее количество гипотез.

4 Выданы наблюдения $X_1, \ldots, X_n$. Проверить гипотезу о случайности и о нормальности распределения наблюдений с помощью статистической процедуры, контролирующей FWER на уровне α. Объяснить использование именно этой процедуры. Использовать хотя бы 5 критериев проверки нормальности.

5 Выдано n выборок $\{X_i^{(1)}\}_{i=1}^{k_1}, \ldots, \{X_i^{(n)}\}_{i=1}^{k_n}$. Проверить гипотезу о нормальности выданных выборок с помощью статистической процедуры, контролирующей FDR на уровне α. Использовать хотя бы 3 критерия проверки нормальности для каждой из выборок. Можно ли в данном случае пользоваться нисходящей процедурой Бенджамини-Хохберга?

6 Выданы наблюдения $X_1, \ldots, X_n$. С помощью моделирования получить критические значения для критериев инверсий и Вальда-Волфовитца для n наблюдений на уровне значимости $\alpha = 0.05$. Воспользоваться полученными значениями для проверки гипотезы случайности выданных данных $X_1, \ldots, X_n$.