3 МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРИЕНТАЦИИ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ТИПА CUBESAT

3.1. Исходные параметры модели

В данной главе рассматривается моделирование ориентации малого космического аппарата типа CubeSat с использованием четырёх реакционных маховиков, установленных по тетраэдрической схеме. Основной целью моделирования является исследование эффективности выбранной конфигурации маховиков и нахождение псевдообратной матрицы управления A^{+}, обеспечивающей минимально-нормированное решение для распределения управляющего момента.

Основные параметры:

- масса спутника m_s= 2,6 кг;
- габариты корпуса l_x=0,10 м, l_y=0,10 м, l_z=0,20 м,
- момент инерции корпуса вычисляется по классической по формуле (3.1)

$$J_s = \begin{bmatrix} l_y^2 + l_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & l_x^2 + l_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & l_x^2 + l_y^2 \end{bmatrix} \qquad ( )$$

Каждый маховик моделируется как твердое тело с массой m_r=0,13 кг, радиусом r_r=0,042 м и высотой h_r=0,019 м. Момент инерции одного маховика относительно собственной оси вращения вычисляется по формуле ( )

$$J_r = \frac{1}{2} m_r r_r^2 \qquad ( )$$

3.2 Динамическая модель спутника

Ориентация аппарата описывается с использованием кватернионов, что обеспечивает отсутствие сингулярностей, связанных с углами Эйлера, и упрощает численную интеграцию. Основные переменные:

- $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$ – кватернион ориентации;
- $\omega = \left[\omega_x, \omega_y, \omega_z\right]^T$ – угловая скорость в системе координат спутника;
- J – тензор инерции аппарат;
- h_{rw}- суммарный момент импульса маховиков.

Уравнение Эйлера для вращательного движения ( )

$$J\dot{\omega} + \omega \times (J\omega) = M_r + M_{dist} \qquad (\ )$$

где: M_{rw} – управляющий момент от маховиков;

M_{dist} – внешние возмущающие моменты

Обновление кватерниона:

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\Omega(\omega)q \qquad (\ )$$

Где: $\Omega(\omega)$ – матрица преобразования, зависящая от угловой скорости.

3.3 Модель реакционных маховиков

Каждый маховик обладает моментом инерции J_r и скоростью вращения ω_{r_i}. Угловой момент маховика в системе координат аппарата ( )

$$h_{r_i} = J_r \omega_{r_i} \vec{u}_i \qquad (\ )$$

где: $\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{i}}$ – направление оси маховика в системе координат аппарата
Суммарный момент:

$$h_r = \sum_{i=1}^{4} h_{r_i}, M_r = -\dot{h}_r \qquad (\ )$$

3.3 Расположение реакционных маховиков

Оси вращения маховиков выбраны по вершинам правильного тетраэдра, что позволяет равномерно распределить управляемость по осям. Направления осей задаются матрицей $A \in R^{3\times4}$, где каждый столбец соответствует единичному вектору направления момента от маховика ( )

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad ( )$$

Каждая ось направлена от центра масс к вершинам тетраэдра. Визуализация такой конфигурации представлена на рисунке 3.1.

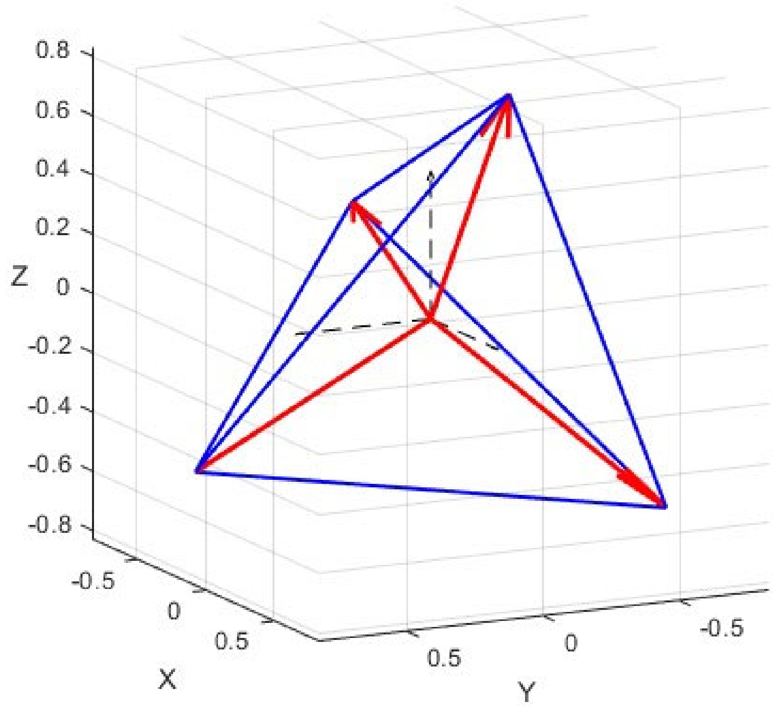

Рисунок XX – Расположение маховиков по вершинам тетраэдра

Данное расположение имеет ряд полезных свойств:

- избыточность, даже при отказе одного маховика, задача ориентации остается решаемой;
- симметрия, момент управления может быть равномерно распределён между маховиками;
- численная устойчивость, матрица AA^Tхорошо обусловлена (не вырождена)

3.4 Управляющая матрица

В задаче управления ориентацией малых космических аппаратов с помощью реакционных маховиков необходимо обеспечить формирование управляющего момента $M_{cmd} \in R^3$, действующего на корпус аппарата. Так как каждый маховик может создавать момент только вдоль своей оси вращения, а число степеней свободы тела — три, то мы должны найти такие управляющие моменты от каждого маховика, которые в совокупности обеспечат нужное воздействие на аппарат.

Для связи между управляющими моментами, создаваемыми отдельными маховиками τ_i и результирующим моментом *Mr,* используется управляющая матрица $A \in \mathbb{R}^{3\times 4}$. Эта матрица содержит направления осей маховиков в виде столбцов.

Каждый маховик в нашей системе имеет фиксированное направление оси вращения в системе координат корпуса аппарата, представленное единичным вектором $\vec{u}_i \in \mathbb{R}^3$. Тогда суммарный момент, создаваемы всеми маховиками, определяется по формуле ( ):

$$M_r = \sum_{i=1}^{4} \tau_i \vec{u}_i = \boldsymbol{A}\tau \qquad ( )$$

Где:

$\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4] \in \mathbb{R}^3$ – вектор индивидуальных управляющих моментов;

$A = [\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{1}}, \vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{2}}, \vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{3}}, \vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{4}}] \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{3}\times\boldsymbol{4}}$ – управляющая матрица

3.5 Восстановление управляющих моментов маховиков

Когда известен требуемый момент, необходимо найти такой вектор τ, который обеспечит воздействие ():

$$\boldsymbol{A}\tau = M_{cmd} \qquad ( )$$

Это переопределённая система (4 переменные, 3 уравнения), которая имеет бесконечно много решений, поскольку число маховиков превышает число управляемых осей. В таких случаях удобно использовать обратную задачу в смысле наименьших квадратов, где выбирается решение с минимальной