P1001 数组计数

由 $Lucas$ 定理，有:

$$\binom{x}{y} \equiv \binom{\lfloor x/2 \rfloor}{\lfloor y/2 \rfloor}\binom{x\%2}{y\%2} \mod 2.$$

对于 $\binom{x\%2}{y\%2}$ 只有四种情况，其中只有 $\binom{0}{1}=0$，也就是说只有这种情况会导致 $\binom{x}{y}\%2=0$，进而致使该种情况不合法。

则问题转化为：对 a_i 进行二进制拆分，只有 a_i 中为0的位 b_i 不能取 1，求满足情况的 $\{b_i\}$ 数量。

对于每一个 a_i 分别求出合法的 b_i 数量，最终相乘即可得到答案。

P1002 宾果游戏

考虑 $\min-\max$ 容斥:

$$\min_{x\in S}\{x\}=\sum_{T\subseteq S,T\neq\phi}(-1)^{|T|-1}\max_{x\in T}\{x\}$$

这个式子在期望意义下同样成立:

$$E(\min_{x\in S}\{x\})=\sum_{T\subseteq S,T\neq\phi}(-1)^{|T|-1}E(\max_{x\in T}\{x\})$$

令 rc 表示一行 / 列，$f(rc)$ 表示该行 / 列，被完全点亮需要的轮数，S 表示所有的行 + 列的集合，S' 为所有未被污染的行 + 列的集合。

那么有:

$$\begin{aligned} ans &= E(\min_{rc\in S}\{f(rc)\}) \\ &= E(\min_{rc\in S'}\{f(rc)\}) \\ &= \sum_{T\subseteq S',T\neq\phi}(-1)^{|T|-1}E(\max_{rc\in T}\{f(rc)\}) \end{aligned}$$

$E(\max_{rc\in T}\{f(rc)\}$ 为将行 + 列的集合 T 完全点亮的期望次数，令 $cnt[T]$ 为行 + 列的集合 T 占据的总格数。问题转化为求在 $n\times m$ 个格子中，点亮特定的 $cnt[T]$ 个格子的期望轮数。

记 $g(N,x)$ 为在 N 个格子中，点亮特定的 x 个格子的期望轮数。

我们有:

$$\begin{aligned} g(N,x) &= 1+\frac{x}{N}g(N,x-1)+\frac{N-x}{N}g(N,x) \\ \frac{x}{N}g(N,x) &= 1+\frac{x}{N}g(N,x-1) \\ g(N,x) &= \frac{N}{x}+g(N,x-1) \\ g(N,x) &= \sum_{i=1}^{x}\frac{N}{i} \end{aligned}$$

最终得到：

$$ans = \sum_{T\subseteq S', T\neq\phi} (-1)^{|T|-1} g(n\times m, cnt[T])$$

将 $g(n\times m, i)$ 预处理出来，即可通过本题。

P1003 拼尽全力

我们可以将可以面试的公司放入一个队列中，并且每次增加新的能力要求。同时，我们需要维护一个记录，对于第 i 个公司，有多少个能力不达标。我们可以使用 m 维的优先队列，每次能力更新后，从最小值开始判断是否有满足条件的公司。当每个能力都达标后，将公司加入到可以面试的队列中。

因为最多每个公司的每个能力都放在优先队列里，复杂度为 $O(nmlogm)$

P1004 弯曲筷子

我们发现，要选择的筷子一定只可能和弯曲程度相邻的筷子组成一双，这样的不舒适度最小。有种特殊情况，如果两支要选的筷子中间隔着一支筷子，这两支也可能组成一双。

把筷子排序后，我们设 $dp_{i,1/0}$ 代表遍历到第 i 支筷子是否取，同时我们保证 $[1,i)$ 要取的筷子都取了。那么转移方程为:

若第 $i-1$ 支筷子要选

$$dp_{i,0} = dp_{i-1,1}$$
$$dp_{i,1} = dp_{i-1,0} + (c_i - c_{i-1})^2$$

若第 $i-1$ 支筷子不选

$$dp_{i,0} = min(dp_{i-1,0}, dp_{i-1,1})$$
$$dp_{i,1} = min(dp_{i-1,0} + (c_i - c_{i-1})^2, dp_{i-2,0} + (c_i - c_{i-2})^2)$$

即，讨论是否隔着一支筷子选。最后答案就是 $dp_{n,1}$ 或，不必须选第n个筷子的$dp_{n,0}$ 。 复杂度为 $O(n)$。

P1005 修复公路

由于这些边是双向的，我们可以通过并查集将所有能够相互传送的节点连接在一起。不连通的块一定是相邻的。因此，修建道路的最小数量等于连通块的个数减一，这就是最终的答案。复杂度 $O(\alpha(n))$

P1006 最小划分

我们可以看做用 S 的子串覆盖 t ，问最少要覆盖多少次。 显然，每次覆盖的越长越好。因为若 wA 是 S 的子串，则 A 一定是 S 的子串。所以上一段能覆盖 w 的话一定更优。

我们用，SA 的 $height$ 数组求出 T 的每个后缀和 S 的子串中的最长公共前缀是多少。 然后用倍增的思想，求出从 T_i 开始，覆盖 2^j 段，最远能覆盖到哪。类似于 ST 表。每次询问找到最小的能覆盖完的段数即可。复杂度 $O(nlogn)$

P1007 宝石商店

首先可以发现魔法公式其实就是异或。

如果每次询问都是前缀的话，那么是一个经典的 Trie 树能解决的问题。

因为 Trie 树上维护的信息具有可减性，所以可以模仿主席树一样写出 Copy-on-write Trie 即可解决本问题。

P1008 序列期望

考虑计算所有区间的不同的数的个数，若区间的数都不相同，总共的方案是 $\frac{len\times(len+1)}{2}$，总的贡献是 $\frac{len\times(len+1)\times(len+2)}{6}$。

考虑容斥，对于询问区间 $[l,r]$ 内相邻的两个相同数，假设他们出现的位置为 $last$ 和 x，他们对答案的贡献为 $-(last-l+1)\times(r-x+1)$，把括号拆出来，分别维护常数项，$l,r,l\times r$ 前面的系数，将询问离线扫一遍右端点即可计算答案。

P1009 部落冲突

如果没有 3 操作，那么可以用 std::set 启发式合并或者并查集来解决问题。

其实可以将 3 操作看作一个独立的问题，即单独写一个评测机和你的程序之间编号的转接桥。因为本质上，部落的编号只是一个标签，我们在交换的时候不必真的挨个交换每个野蛮人，只用交换部落编号这个标签即可。

具体来说，你应该维护评测机以为的编号和你真正的编号之间的双向映射。评测机让你进行交换两个部落的时候，只需要修改这个映射关系。

P1010 选择配送

切比雪夫距离定义如下:

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

$d(A,B)=\max\{|x_1-x_2|,|y_1-y_2|\}$

曼哈顿距离与切比雪夫距离可以相互转化:

$$\begin{aligned}D_{man}(A,B)&=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|\\&=\max\{x_1-x_2+y_1-y_2,x_1-x_2+y_2-y_1,x_2-x_1+y_1-y_2,x_2-x_1+y_2-y_1\}\\&=\max\{|(x_1+y_1)-(x_2+y_2)|,|(x_1-y_1)-(x_2-y_2)|\}\\&=d((x_1+y_1,x_1-y_1),(x_2+y_2,x_2-y_2))\end{aligned}$$

令 $A'(x_1+y_1,x_1-y_1),B'(x_2+y_2,x_2-y_2)$

将曼哈顿距离转为切比雪夫距离后，A',B' 的 x，y 坐标就相互独立了。

求出转化后客户最小和最大的 x 坐标和 y 坐标。

对于每个配送站算一下他们距离最小和最大的 x / y 的距离，取个max就是这个配送站距离最远的客户的距离。

对于所有配送站取个最小值就可以了。