1001 小凯逛超市

难度定位：签到

传统的完全背包问题。

$dp[i][j]$ 表示总花费恰好为 i 的情况下，买的物品体积为 j 的方案数。

转移就是普通完全背包的转移。

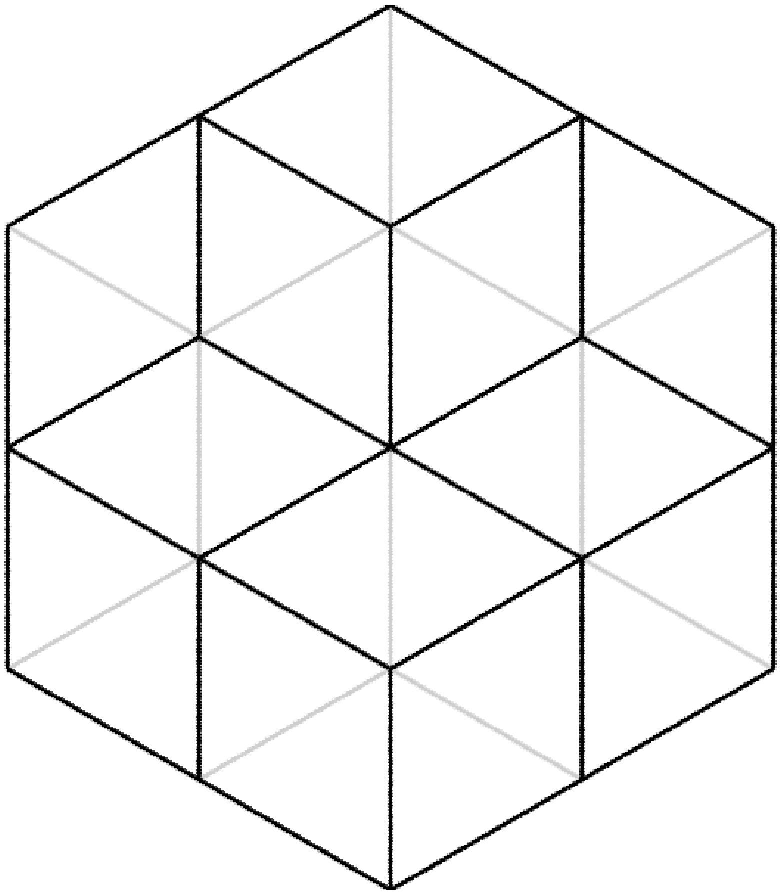
最后的答案为$\sum_{i=1}^{V} dp[i][m]$

时间复杂度 $O(TnmV)$

1002 小凯铺地板

难度定位：hard

对样例初始方案图稍作加工



可以发现，任意铺装方案可以与 在n * n * n的三维空间内摆放若干1 * 1 * 1正方体 ——对应，旋转某个小六边形会导致某个位置的方块被添加或删除，于是可以先取走不需要的方块，再补上需要的方块，答案即为(原有方块数量-相交部分方块数量)+(最终方块数量-相交部分方块数量)，不存在无解情况。

1003 小凯去唱K

难度定位：medium

看到求max/min异或值、第k大/小异或和等异或相关操作时就应该想到能不能维护线性基——[线性基 - OI Wiki]()

之所以求非零异或和，单纯因为出题人出完发现没特判之后懒得特判。 事实上，只要线性基的秩的个数小于原数组的个数，就会有零，特判一下好了。
下面假定值域最大是V。线性基如何求第k小：如果不是高斯消元（这里维护动态支持插入的线性基很明显不能用高斯消元做）得出的线性基，需要再进行一次log^2V的消元，得到行简化阶梯形矩阵（每个主元所在的列只有主元为1），那么现在得到的t个大到小的基可以组成2^t-1个异或和，将k对应的二进制分解对应的t个基异或起来就是第k小，例如第1小的基异或第2小的基就是第3小的异或和。

那么现在操作1就是向一个点的线性基中插入一个数，操作2就是询问子树异或和第k小，也就是询问子树线性基。线性基是可以合并的，只能暴力的log^2V合并也就是暴力的将一个线性基里的数一个个插入另一个线性基里面。那么就是用dfs序将子树转化成区间，然后用线段树维护区间线性基，这样建树是$nlogn*log^2V$的，单次查询是$logn*log^2V$（最多合并$logn$个区间，每次合并log^2V），然后得到线性基求第k小是log^2V的所以总复杂度O（$nlogn*log^2V+mlogn*log^2V$），验题的时候，验题人加了奇妙的优化，发现数据很难卡掉$nlog^3$，所以应该有些$nlog^3$做法会通过此题。

std复杂度是$nlog^2$的，常数有点大，小数据好像跑不过验题人的$nlog^3$做法。需要用到一个小技巧，对于线段树维护的区间线性基，对于线段树上的每个点，我们可以维护前缀/后缀线性基，例如对于某个点对应的区间$[l,r]$，ta的左儿子存$[l,mid]$的后缀线性基，ta的右儿子存$[mid+1,r]$的前缀线性基，那么如果我们查询的区间被包含在$[l,r]$里面我们只需要合并一次前缀和后缀就可以得到区间线性基，而不是$logn$次。为了方便，std实际上将n扩展为大于n的2幂次，因为有一个性质——若序列是2的幂次则x,y的$lca(x,y)=lcp(x,y)=x>>log[x\oplus y]$，那么若查询$[x,y]$可以O(1)求出$lca$所在节点，然后合并前缀后缀即可。

但是还有一个问题，我们不能维护所有的前/后缀线性基，数量太多了，时间和空间都爆掉了。我们需要修改一下线性基维护的信息，在原来的基础上，每一位都增加一个这位存的数对应的区间上的位置，那么我们只需要维护那个最长的前/后缀线性基而不是维护所有n个，在使用的时候检查位置是否在查询区间内即可。很明显，如果维护的是前缀线性基，我们希望这个位置越靠后越好，因为查询的时候，如果1和3都能在这位被插入线性基，那么对于区间$[2,mid]$来说只有3是合法的，具体来说，插入的时候如果这位没有数，就插入，记录数和位置，否则比较位置大小，大于则替换，然后继续插入。后缀则是位置越小越好。

所以，建树是$nlognlogV$的，操作1是$lognlogV$的，操作2是log^2V的。

1004 小凯爱数学

难度定位：medium

如果 n 很小，这是经典的 01 背包问题。

因为 $0+1+2+3+\cdots+m+m+1+\cdots\equiv 0+1+2+3+\cdots+0+1+\ldots \pmod m$,所以可以先计算出任选前 m 个数和为 j 的方案 $f[j]$，因为 m 很小，可以用 01 背包解决。再考虑 $\lfloor\frac{n}{m}\rfloor$ 次合并，每次合并形如 $g[(j+k)\mod m]=\sum\limits_{0\le i,j<m}f[j]\times f[k]$。用分治或者倍增加速计算，时间复杂度为 $O(m^2log(n))$

重新观察合并的方程，很容易发现这是一个循环卷积的形式，因此可以将单次合并的复杂度降为 $O(mlog(m))$。计算循环卷积只需要 IDFT 之后手动将 x^i 的系数加给 $x^{i \mod m}$ 即可。

1005 小凯打游戏

难度定位：hard

首先预处理出任意两个点之间的距离 $dis[i][j]$，时间复杂度$O(n^2)$

接下来考虑树形DP，由于题目要求每个贪吃怪都要被消灭，我们不妨令 $dp[i][j]$ 表示

1.消灭以 i 为根的子树中所有的贪吃怪（包括i）的最小代价。

2.i 号节点上的贪吃怪被 j 号节点上的糖果消灭。

转移时考虑加入一个辅助数组 $ans[i]$ 表示消灭以 i 为根的子树中所有的贪吃怪的最小代价。

假设当前节点为 i , 我们先找出 i 号节点可以被哪些糖果消灭（距离够），然后考虑从儿子转移

$dp[i][j] = \sum_{u\text{ 是 }i\text{ 的儿子}} \min(dp[u][j] - a[j], ans[u])$

$ans[i] = min(dp[i][j])$

时间复杂度$O(T*n^2)$。

1006 小凯在长跑

难度定位：签到

超级签到题，可以发现，若在半圆的范围内，即$y>=d$或$y<=-d$那么最短距离肯定是到圆上的距离，否则就是到直道上的距离，分类讨论算一下就行了，本来想直接输出点坐标的，考虑到hdu oj的神奇spj还是改成四舍五入最短距离了。

1007 小凯用git

难度定位：easy

基本上按照题意模拟即可，特别说明merge的情况，在merge的时候可以使用bitset加速检验子集的过程

各个操作的时间复杂度

commit：O(1) 直接新增节点即可

branch: O(1) 或 O(logn) 可以使用哈希表或map存储branch数据

branch -d: O(1) 直接将分支标记为已删除

merge: O(n^2) n 为节点数，主要的时间瓶颈，首先先获得所有祖先的集合，然后可以直接使用bitset来判断子集 或者用数组判断。

checkout: O(1) 直接移动指针

reset : O(1) 直接修改对应值即可

1008 小凯想要MVP！

难度定位：medium

有点小诈骗，主要看能不能推出一个性质。

首先去掉子序列不能相交这个条件，因为将相交部分去掉不会影响结果。

然后可以注意到所有不相交的两个集合可以扩展到两个$\lfloor\frac{n}{2}\rfloor$长度的集合，由于元素的和不会超过$m*\lfloor\frac{n}{2}\rfloor$，所以集合个数超过它就一定有解。

即如果n满足$m\cdot\lfloor\frac{n}{2}\rfloor<\binom{n}{\lfloor\frac{n}{2}\rfloor}$就一定有解，可以得出当$n>=24$时一定有解。

当$n<24$时暴力判断一下就行了，做法很多。

时间复杂度O(能过)。

update:由于出题人水平有限，目前只能构造出n=20无解的情况，在此深表歉意。

ps:有些暴力能过的原因是可能潜在利用了这个性质~~（虽然没推出来）~~。

1009 小凯取石子

难度定位：easy

设 p_i 为当前有 i 石子，下一步为小凯操作时，小凯的胜率。
设 q_i 为当前有 i 石子，下一步为 Kc0 操作时，小凯的胜率。

$$q_i = \begin{cases} 1, & i \mod 5 = 0,2 \\ \frac{p_{i-1}+p_{i-4}}{2}, & i \mod 5 = 1,3,4 \text{ 且 } i \geq 4 \\ \frac{p_{i-1}}{2}, & i = 1,3 \end{cases}$$

$$p_i = \begin{cases} \max(q_{i-1}, q_{i-4}), & i \mod 5 = 0,2 \text{ 且 } i \geq 4 \\ 1, & i \mod 5 = 1,3,4 \\ q_{i-1}, & i = 2 \end{cases}$$

$i \leq 5$ 时较为特殊，可以直接计算答案，考虑 $i > 5$ 时:

$$q_i = \begin{cases} 1, & i \mod 5 = 0,2 \\ \frac{p_{i-1}+p_{i-4}}{2}, & i \mod 5 = 1 \\ \frac{p_{i-1}+1}{2}, & i \mod 5 = 3 \\ \frac{p_{i-4}+1}{2}, & i \mod 5 = 4 \end{cases}$$

$$p_i = \begin{cases} 1, & i \mod 5 = 1,3,4 \\ \max\left(\frac{p_{i-5}+1}{2}, \frac{p_{i-5}+p_{i-8}}{2}\right) = \frac{p_{i-5}+1}{2}, & i \mod 5 = 0 \\ \max\left(\frac{p_{i-2}+p_{i-5}}{2}, \frac{p_{i-5}+1}{2}\right) = \frac{p_{i-5}+1}{2}, & i \mod 5 = 2 \end{cases}$$

故可以使用快速幂计算 p_i， 则 q_i 也可得出。

1010 小凯做梦

难度定位：easy

考虑转化题目中这个条件 $dis(i,j) = dis(j,k) = dis(i,k)$

由于 $dis(i,j)$ 只有 0 和 1 两种取值，先考虑所有为 0 的情况。

注意到 i,j,k 没有任何限制，即任意三个两两之间距离为0的节点都可以统计到答案之中。

故我们可以选择任意点为根遍历整棵树，找出与根节点距离为 0 的节点集合，那么这个集合中任意两个点之间距离为 0 ,假设集合大小为 cnt ,那么答案就是 cnt^3 。

距离为1的情况同理。

时间复杂度$O(T*n)$。