

浙江工业大学 2024/2025 学年第 1 学期 期末考试模拟试卷

【一】 简答题。请把正确答案的编号填入括号内。（共 10 分）

1. n 个命题变元一共可以构成多少个不等价的命题公式？
2. 设 (S, \leq) 是一个有限偏序集。如果 e 是 S 唯一的极小元，则 e 必然是 S 的最小元。这个判断是正确的么？
3. 设 A, B 为非空集合， $|A| = n$ ， $|B| = m$ ，存在多少个从集合 A 到集合 B 的函数？
4. 设 $\langle G, * \rangle$ 是 15 阶循环群。它有多少种不同的非平凡子群？
5. 已知 4 阶无向图 G 是连通图且是简单图，求 G 中最少有几条边，最多有几条边。

【第二部分】解答题（共 40 分，每题 8 分）

【二. 1】求 $\neg(P \vee Q) \rightarrow (\neg P \wedge Q)$ 的主合取和主析取范式及其对应的成真指派。（8 分）

【二. 2】集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的关系 $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle\}$ ，回答以下问题：（共 8 分，每小题 2 分）

- 1) R 是否具有自反、反自反、对称、反对称或传递性质？
- 2) 写出 $R \circ R^{-1}$ 的关系矩阵。
- 3) 设 R 导出的等价关系为 $X = \text{tsr}(R)$ ，画出 X 的关系图。
- 4) 写出商集 A/X 。

【二. 3】集合 $A = \{1, 3, 5, 9, 15, 18, 27, 36, 45, 54\}$ ， R 是 A 上的整除关系。求集合 $B = \{1, 5, 9\}$ 的极大元，极小元，最大元，最小元，并求集合 $C = \{3, 9, 18\}$ 的上界，下界，上确界，下确界。（共 10 分）

【二. 4】设实数集上的函数 f 与 g 的定义为 $f(x) = 2x + 1$ 与 $g(x) = x^2 - 2$ ，试问：

- 1) f, g 是否入射、满射函数？
- 2) 写出复合函数 $g \circ f$
- 3) f, g 中哪些有逆函数？如果有，试写出其逆函数。

【二. 5】设 $G = \{a, b, c, d, e, f\}$ ， G 上的运算 $*$ 定义如表所示

	*	e	a	b	c	d	f
(1) 写出由 a 生成的子群 $\langle H, * \rangle$;	e	e	a	b	c	d	f
	a	a	b	e	d	f	c
(2) 找出所有含有 2 个元素的子群;	b	b	e	a	f	c	d
	c	c	f	d	e	b	a
(3) 设 d 生成的子群为 $\langle S, * \rangle$ ，求 $ G $ 是 $ S $ 的多少倍？	d	d	c	f	a	e	b
为什么？	f	f	d	c	b	a	e

(4) 求 S 的所有右陪集。

三、推理证明题（30 分）

【三. 1】证明：“若你发给我电子邮件，则我将写程序。若你不发给我电子邮件，则我将早早地睡觉休息。若我早早地睡觉休息，则我醒来后感觉精力充沛。结论：若我不写程序，则我醒来后感觉精力充沛。”请用推理规则证明它的正确性。（8 分）

【三. 2】所有的牛都有角，有些动物是牛，所以有些动物有角。（8 分）

【三. 3】用谓词演算的方式证明：

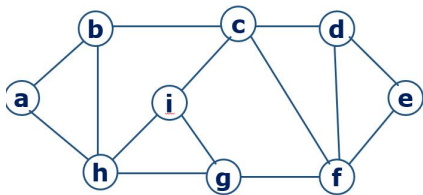
$$(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D) \quad (6 \text{ 分})$$

【三. 4】在整数集 Z 上定义： $a \cdot b = a + b - 2, \forall a, b \in Z$ ，请证明： $\langle Z, \cdot \rangle$ 是群。（8 分）

四、应用题（20 分，7+6+7）

【四. 1】现在在节点所代表的城市之间要建设一个道路交通网络，边上的权重是建设每个边能带来的收益，下图是一个远景目标。如果由于时间限制，只能首先保证网络中的部分主干网络首先连通，如果为了获得最大的收益，在保证网络连通的情况下，应该首期建设哪些节点让网络尽快连通，并能保证收益最大？请在右图中画出这个网络，并计算总的收益值。请在下图中描黑，并在右边进行计算。（共 7 分）

解：



起始节点	终止节点	权重	起始节点	终止节点	权重
a	b	5	d	e	9
a	h	8	d	f	14
b	c	8	e	f	10
b	h	11	f	g	2
c	d	7	g	h	1
c	f	4	g	i	6
c	i	3	h	i	7

【四. 2】5 位外交人员，已知 A 懂汉语、英语、西班牙语，B 懂俄语、法语、汉语，C 懂法语、西班牙语，D 懂法语、英语，E 懂英语、俄语。（共 6 分）

(1) 绘图表示外交人员间可进行交流的情况，注意：两人掌握同一门语言则对应顶点间存在无向边，并求该图的邻接矩阵 A。

(2) 判断能否实现 5 人的圆桌排座，使每个人都能顺利与身边的人进行交流，并简述理由。

【四. 3】在通信中要传输八个字符 ABCDEFGH。这些字符的出现频率为：

A: 32% B: 24% C: 16% D: 12% E: 8% F: 5% G: 2% H: 1%

请给出一个最优前缀码，使通讯中出现的二进制数字尽可能地少。（共 7 分）

具体要求如下：

- 1) 画出相应的最优二叉树。（3 分）
- 2) 写出每个字符对应的前缀码。（2 分）
- 3) 请计算如果按上述频率传输 10000 个字符时，比对应的二进制等长码要节省多少 Bit 的长度？（2 分）