

Лабораторная работа №5

Лукьянова Ирина Владимировна, НФИбд-02-19

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	9
5	Выводы	12
6	Список литературы	13

List of Figures

2.1	Рис.1	6
3.1	Рис.2	7
4.1	Система и коэффициенты	9
4.2	Модель хищник-жертва №1	10
4.3	Модель хищник-жертва №1	10
4.4	Система и коэффициенты №2	11
4.5	Модель хищник-жертва №2	11

List of Tables

1 Цель работы

Цель работы - познакомиться с моделью хищник-жертва, а также построить зависимости численности популяций хищников и жертв (фазовый портрет системы) в OpenModelica.

2 Задание

Вариант 40

1. Для модели «хищник-жертва»:(рис.2.1)

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.83x(t) + 0.043x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.84y(t) - 0.024x(t)y(t) \end{cases}$$

Figure 2.1: Рис.1

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 10, y_0 = 20$. Найдите стационарное состояние системы.¹

¹Кулябов, Д.С. Модель хищник-жертва.

3 Теоретическое введение

Модель Лотки-Вольтерры - простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва». Данная модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени.
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает.
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными.
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается.
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.¹

Рассмотрим модель:(рис.3.1)

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -cy(t) + dx(t)y(t)\end{aligned}$$

Figure 3.1: Рис.2

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, $-c$ есте-

¹Кулябов, Д.С. Модель хищник-жертва.

ственное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Также хочется сказать про стационарное состояние системы - положение равновесия, не зависящее от времени решение, оно будет в точке: $x_0 = c/d, y_0 = a/b$.

У нас есть начальные условия: $x_0 = 10, y_0 = 20$

Также дан интервал, где $t \in [0, 400]$, а шаг равен 0.1.

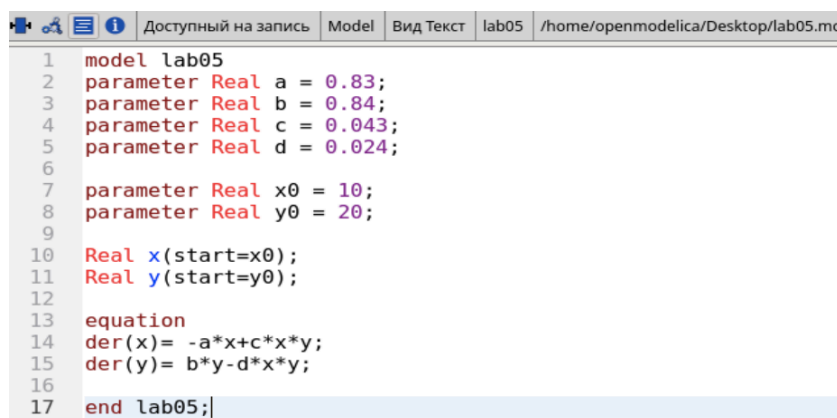
Благодаря этим данным, мы можем приступить к выполнению лабораторной работы.

4 Выполнение лабораторной работы

1. Построим график зависимости x от y и графики функций $x(t)$, $y(t)$.
2. Найдем стационарное состояние системы.
3. Посмотрим симуляции моделей и сравним их.

Построим графики:

1. Записываем начальные условия: $x_0 = 10$, $y_0 = 20$
2. Далее прописываем коэффициенты a , b , c , d , где
 - a - коэффициент естественной смертности хищников,
 - b - коэффициент естественного прироста жертв,
 - c - коэффициент увеличения числа хищников,
 - d - коэффициент смертности жертв
3. Записываем систему дифференциальных уравнений:(рис. 4.1)



```
1 model lab05
2   parameter Real a = 0.83;
3   parameter Real b = 0.84;
4   parameter Real c = 0.043;
5   parameter Real d = 0.024;
6
7   parameter Real x0 = 10;
8   parameter Real y0 = 20;
9
10  Real x(start=x0);
11  Real y(start=y0);
12
13  equation
14    der(x) = -a*x+c*x*y;
15    der(y) = b*y-d*x*y;
16
17 end lab05;
```

Figure 4.1: Система и коэффициенты

4. Далее строим график зависимости x от y , задавая время и число интервалов:(рис. 4.2)

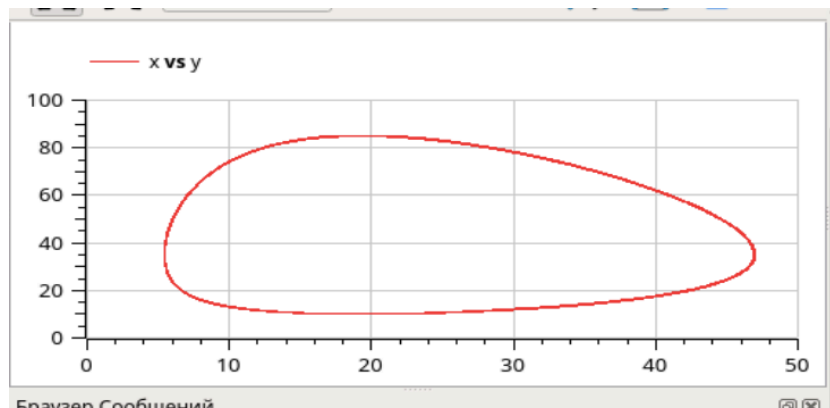


Figure 4.2: Модель хищник-жертва №1

5. Также строим графики функций $x(t)$, $y(t)$ (рис. 4.3)

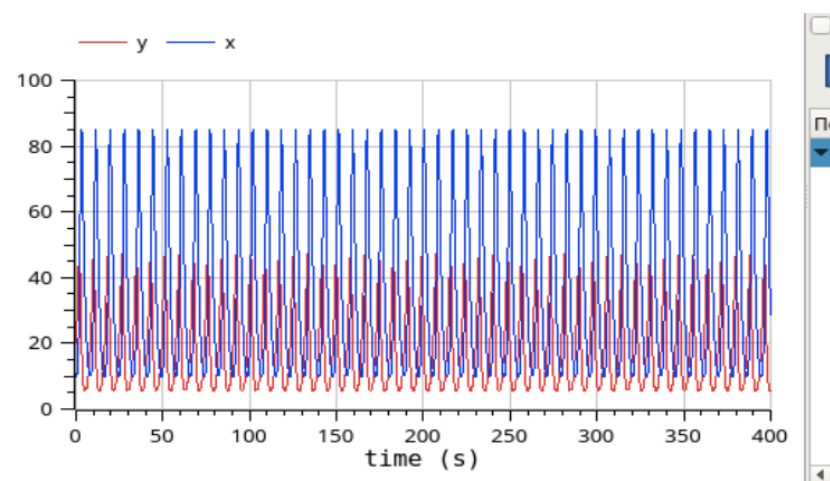


Figure 4.3: Модель хищник-жертва №1

Стационарное состояние системы

Единственное, что нам надо изменить в нашей программе - это начальные значения x_0, y_0 . В теоретическом введении мы ознакомились с формулами, по которым можно получить стационарное состояние.

Далее аналогично проделываем работу для второй системы:(рис. 4.4)

```

// parameter Real y0 = 20,
parameter Real x0 = b/d;
parameter Real y0 = a/c;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

equation
der(x) = -a*x+c*x*y;
der(y) = b*y-d*x*y;

end lab05;

```

Figure 4.4: Система и коэффициенты №2

Строим график решений:(рис. 4.5)

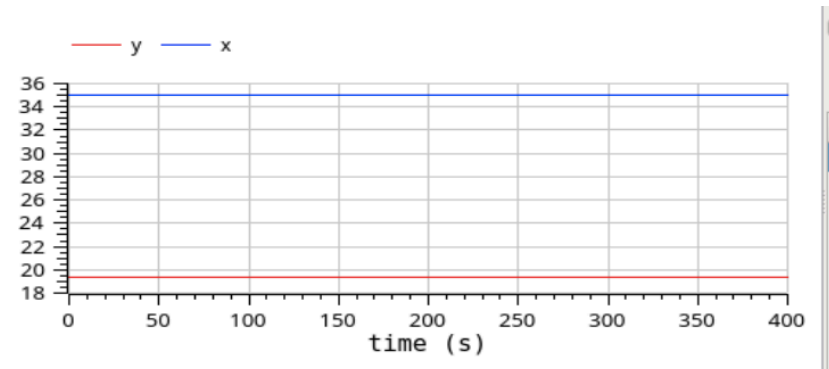


Figure 4.5: Модель хищник-жертва №2

5 Выводы

В ходе выполнения данной лабораторной работы я подробно ознакомилась с моделью хищник-жертва, а также построила зависимости численности популяций хищников и жертв (фазовый портрет системы) в OpenModelica.

6 Список литературы

1. Кулябов, Д.С. Модель хищник-жертва / Д.С.Кулябов. - Москва: - 5 с.
2. Руководство по оформлению Markdown.