

---

# Datenstrukturen, Algorithmen und Programmierung 2

---

Amin Coja-Oghlan

**June 10, 2022**

Lehrstuhl Informatik 2  
Fakultät für Informatik

## Die Registermaschine

### Aufbau

- Register  $(r_i)_{i \geq 0}$ ; jedes speichert eine ganze Zahl, initialisiert auf Null
- $r_0$  ist der “Akkumulator”
- ferner werden in Register  $r_0$  die Ein- und Ausgabe placiert
- einen Programmzähler  $z$
- Programm aus Zeilen, die jeweils einen Befehl enthalten

## Die Registermaschine

read $j$	schreibe den Wert von $r_j$ in $r_0$
read $*j$	wenn $h$ der Wert von $r_j$ ist, schreibe den Wert von $r_h$ in $r_0$
store $j$	schreibe den Wert von $r_0$ in $r_j$
store $*j$	wenn $h$ der Wert von $r_j$ ist, schreibe den Wert von $r_0$ in $r_h$
load $x$	schreibe die Zahl $x$ in $r_0$
add $x$	addiere $x$ zu der Zahl in $r_0$
half	wenn $y$ der Wert von $r_0$ ist, setze $r_0$ auf $\lfloor y/2 \rfloor$
jump $j$	setze den Programmzähler auf den Wert $j$
jpos $j$	wenn der Wert in $r_0$ positiv ist, führe jump $j$ aus
jneg $j$	wenn der Wert in $r_0$ negativ ist, führe jump $j$ aus
jzero $j$	wenn der Wert in $r_0$ gleich Null ist, führe jump $j$ aus
halt	beende das Programm

## Die Registermaschine

### Eingabecodierung

- die Eingabe wird als **Zahl** codiert
- mit einer geeigneten Codierung können beliebige Zeichenketten eingegeben werden
- diese können wiederum kombinatorische Strukturen beschreiben

## Die Registermaschine

### Laufzeit

- die **Laufzeit**  $T_{\mathcal{M}}(e)$  einer Registermaschine  $\mathcal{M}$  auf Eingabe  $e \in \mathbb{Z}$  ist die Zahl der ausgeführten Befehle
- also  $T_{\mathcal{M}}(e) \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$
- die **Eingabelänge** einer Zahl  $e \in \mathbb{Z}$  ist  $\lceil \log_2(2 + |e|) \rceil$
- *Anzahl Bits, um  $e$  hinzuschreiben*

## Die Registermaschine

### Effiziente Algorithmen

- $\mathcal{T}_{\mathcal{M}}(n)$  ist die maximale Laufzeit von  $\mathcal{M}$  auf einer Eingabe der Länge  $\leq n$ :

$$\mathcal{T}_{\mathcal{M}}(n) = \max \{T_{\mathcal{M}}(e) : \log_2(2 + |e|) \leq n\}$$

- der “Algorithmus”  $\mathcal{M}$  ist **effizient**, wenn es eine Zahl  $\ell > 0$  gibt, so daß

$$\mathcal{T}_{\mathcal{M}}(n) = O(n^{\ell})$$

## Die Registermaschine

### Die Klasse P

- $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  heißt **effizient berechenbar**, wenn es einen effizienten Algorithmus  $\mathcal{M}$  gibt, der für alle  $e \in \mathbb{Z}$  bei Eingabe  $e$  den Wert  $f(e)$  ausgibt
- P ist die Menge aller effizient berechenbaren Funktionen  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \{0, 1\}$

## Die Registermaschine

### Zusammenfassung

- die Registermaschine ist ein exaktes Modell von **Algorithmen**
- wir können damit Laufzeiten messen
- $P$  bezeichnet die Menge aller effizient lösbaren Entscheidungsprobleme