Caio Ferreira Bernardo - no.usp: 9276936
Matheus Aparecido do Carmo Alves - no.usp: 9791114

Projeto 1 - Aplicação do método Gauss-Seidel
Pontos de Equilíbrio Térmico em uma Placa

Professor Doutor Fabrício Simeoni de Sousa

SME0104 - Cálculo Numérico

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC

Universidade de São Paulo - USP

Bacharelado em Ciências de Computação

São Carlos
Março de 2018

Sumário

1 INTRODUÇÃO 3
2 ESTRATÉGIA UTILIZADA 3
3 DESEMPENHO DO MÉTODO NA APLICAÇÃO 4
4 CONCLUSÕES 5
A CÓDIGOS - CRITÉRIO DE SASSENFELD E GAUSS-SEIVE 6

1 Introdução

Este projeto possui como principal objetivo explorar a capacidade do grupo em desenvolver soluções utilizando o conhecimento em métodos do cálculo numérico, tomando como base algoritmos e definições apresentadas em sala de aula.

O problema proposto para resolução é relacionado à difusão de calor em corpos, mais especificamente voltado ao estudo dos Pontos de Equilíbrio Térmico em uma Placa, cuja ideia principal é avaliar a capacidade do método numérico de *Gauss-Seidel* para convergir a solução deste sistema (térmico). Basicamente, o problema se concentra em dividir uma placa sólida em uma malha de pontos e se estudar o comportamento desses pontos dado que as bordas da placa estão sujeita a temperaturas T.

Supostamente, é possível resolver este problema realizando uma abordagem discreta e linear do problema. A partir da construção e resolução do sistema linear de ordem n descrito, encontraremos valores para $x, x \in R^n$ tal que cada valor nesse vetor representará a temperatura de um ponto na malha.

Esta suposição é confirmada e apresentada neste relatório, garantindo bom desempenho computacional e convergência dos casos estudados (através da verificação do critério de *Sassenfeld*). Discussões e resultados são apresentados a seguir.

2 Estratégia Utilizada

A estratégia utilizada para modelar o problema foi aplicar a propriedade do valor médio na placa em que queremos analisar a distribuição de calor (ou seja, a temperatura de equilíbrio em cada ponto a ser analisado é a média da temperatura de sua vizinhança) considerando um sistema de 4 cardinais (cima, baixo, direita e esquerda em referência ao ponto interior atual).

Definida esta abordagem, discretizamos o problema de modo que a placa a ser analisada é representada por uma malha de n^2 pontos, onde n é a ordem da matriz quadrada de pontos.

A partir do mapeamento, um sistema linear é construído com estes pontos e então utiliza-se o método de *Gauss-Seidel* para convergir à solução.

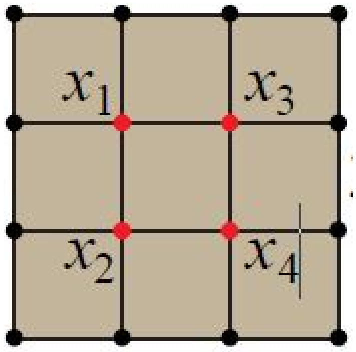

Figura 1 – Malha exemplificada da discretização da placa

3 Desempenho do método na aplicação

O desempenho da aplicação foi medido a partir da observação da velocidade de convergência do método com a variação dos parâmetros (números de pontos x tolerância).

Para facilitar a compreensão do comportamento da aplicação, foi organizado um gráfico com todos os resultados obtidos nas baterias de testes referente a variação do número de pontos internos no estudo (figura 2).

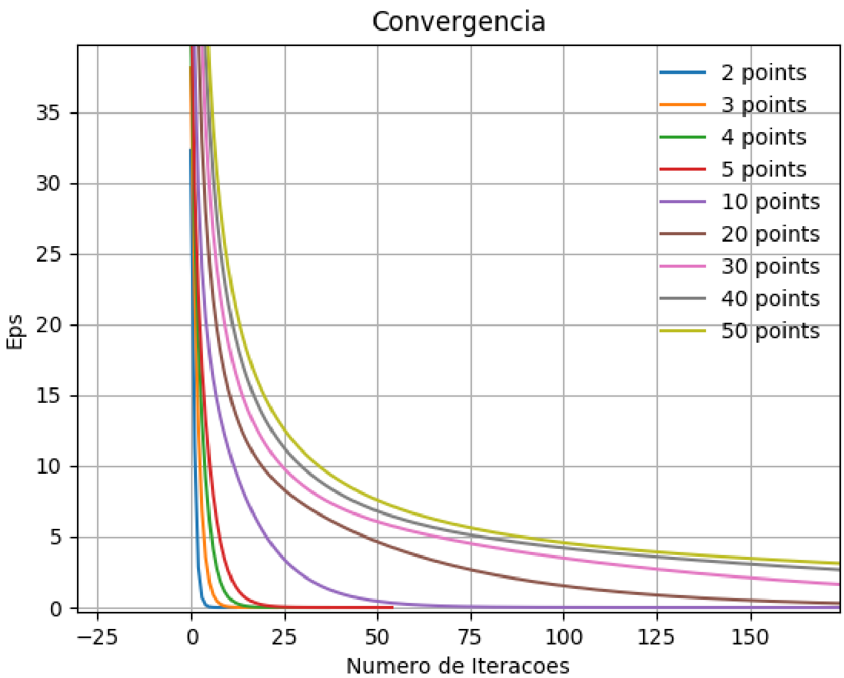

Figura 2 – Gráfico com os resultados obtidos nos testes referentes a variação do número de pontos internos na placa.

Observe que com o aumento do numero de pontos, o número de iterações para convergência do sistema aumenta significantemente, assim como o tempo de execução do algoritmo (tabela 1).

Tabela 1 – Apresentação dos tempos de execução relacionados ao número de pontos na aplicação correspondente.

Número de Pontos	Tempo de execução médio (s)
2	0.002
3	0.004
4	0.005
5	0.011
10	0.026
20	0.264
30	3.113
40	10.310
50	32.044

Todos os testes foram realizados com os parâmetros secundários fixados para que fosse possível realizar a comparação desejada.

4 Conclusões

Este primeiro projeto da disciplina de Cálculo Numérico foi muito importante para maturar e fixar o conhecimento da dupla sobre como pode ser feita a abordagem de situações reais através de métodos numéricos.

O entendimento e a modelagem da situação caracterizaram as principais dificuldades encontrada pelo grupo, principalmente pelo fato de se tentar encontrar uma otimização da aplicação do método proposto (*Gauss-Seidel*). Alguns desafios quanto a linguagem de programação escolhida (*Python*) também foram enfrentados.

Dito isto e frente aos resultados encontrados, pode-se concluir que a abordagem deste cenário utilizando *Gauss-Seidel* é bem eficiente para uma malha de pontos limitados e bem definidos sobre a placa.

O grupo entende a importância deste tópico para a computação contemporânea e acredita ter cumprido com exito a proposta e desafio dado pelo problema de modelagem numérica do equilíbrio térmico em uma placa.

A Códigos - Critério de Sassenfeld e Gauss-Seive

```python
def sassenfeld(A):
    #1. Initializing the evaluation vector
    B = np.zeros((len(A)))
    for i in range(0,len(A)):
        #a. calculating the Bi value
        sum = 0
        for j in range(0,i-1):
            sum = sum + A[i,j]*B[j]
        for j in range(i+1,len(A)-1):
            sum = sum + A[i,j]

        #b. verifying the sassenfeld's condition
        B[i] = sum/A[i,i]
        if( B[i] >= 1):
            return(False)

    #2. Returning
    return(True)
```

```python
def gaussseidel(A,b,x0,eps,itmax, n):
    #1. Defining the upper and lower triangle matrices
    L = np.tril(A)
    R = np.triu(A,1)

    #2. Building the constant C matriz and the g vector of Gauss-Seidel
        Method
    C = lin.solve(-L,R)
    g = lin.solve(L,b)

    #3. Applying the Gauss-Seidel Method
    it = 0
    result = []
    while(lin.norm(b-(np.dot(A, x0))) > eps and it < itmax):
        it = it+1
        x0 = C.dot(x0) + g
        result.append(np.transpose(x0))

    return result
```