

# Printout

١٢:٢٥ ق.ظ الثلاثاء, ٢١, ٢٠١٤



نوزدهمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و پنجمین کنفرانس مهندسی فوتونیک ایران

۳ تا ۵ بهمن ماه ۱۳۹۱ - دانشگاه سیستان و بلوچستان



## اندازه گیری ناصافی سطح با استفاده از تاثیر ناصافی بر نمایانی شدت نور در فاصله تالبوت

حسینی صابر، سید محمد علی؛ دشتدار، معصومه

گروه فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

چکیده- زمانی که باریکه موازی نور همدوس، از توری پراش عبور می کند، در فواصل ثابتی که فاصله تالبوت نام دارد تصویر توری در فضا تشکیل می شود که به آن پدیده خودتصویر یا تالبوت گفته می شود. نمایانی شدت در فواصل تالبوت به همدوسی نور وابسته است. اگر نور همدوس از سطح ناصاف عبور داده شود، همدوسی نور متناسب با ناصافی سطح کم می شود، در نتیجه نمایانی تصویر تالبوت کاهش می یابد. در این مقاله به طور نظری و تجربی نشان داده می شود که با اندازه گیری نمایانی شدت نور در فاصله تالبوت، می توان ناصافی سطح را تعیین کرد.

کلید واژه- خودتصویر، پراکندگی نور، ناصافی سطح

کد PACS - ۰۵۰۰۵۰، ۰۵۰۰۱۲۰، ۰۲۴۰، ۰۲۴۰

## Measurement of the Interface Roughness Using the Effect of Roughness on the Contrast of the Light Intensity at the Talbot Distance

Hosseini Saber, Seyed Mohammad Ali; Dashtdar, Masoomeh

Department of Physics, Shahid Beheshti University

**Abstract-** When a coherent light passes through a diffraction grating, the image of grating is formed in the Talbot distances. The contrast of light intensity at Talbot intervals restrictedly depends on the coherency of the light. If the coherent light is transmitted from a rough surface, the coherency of light decreases proportional to the surface roughness. Therefore, the contrast of the Talbot image decreases. In this paper it is shown theoretically and examined experimentally that the roughness of the surface can be determined by measuring the contrast of the light intensity at the Talbot distance.

**Keywords:** Self-imaging, light scattering, Surface roughness

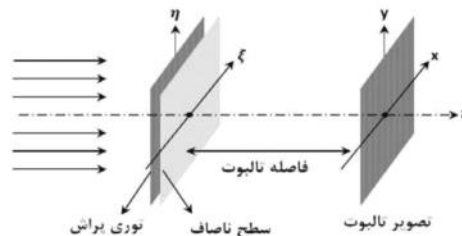
PACS No: 240, 0240, 120, 0120, 050, 0050

### ۱- مقدمه

اندازه گیری ناصافی و تعیین رفتار آماری پارامترهای سطح کاربردهای فراوانی، از جمله در تولید قطعات اپتیکی با کیفیت بالا، تولید لایه های نازک، ذخیره اطلاعات روی سطوح، و کنترل کیفیت سطوح دارد [۱]. پراکندگی نور به عنوان روشی برای اندازه گیری ناصافی سطوح به دلیل غیرمخرب بودن، کاربرد ارزان و آسان، امکان مطالعه ی سطوح وسیع و توانایی اندازه گیری در لحظه از اهمیت ویژه ای برخوردار است [۲-۵].

در این مقاله، رابطه نمایشی شدت نور در فاصله تالیوت برای حالتی که توری پراش روی سطح ناصاف قرار گرفته باشد، محاسبه شده است و نشان داده می شود که اگر فاصله خطوط توری قابل مقایسه با طول همبستگی سطح باشد، نمایشی تصویر تالیوت به ناصافی و طول همبستگی سطح وابسته است و در حالتی که فاصله ی خطوط توری بزرگ تر از طول همبستگی سطح باشد، نمایشی تنها به ناصافی سطح بستگی دارد. در رهیافت تجربی با استفاده از توری ای که فاصله خطوط بزرگ تر از طول همبستگی سطح دارد، ناصافی سطوح اندازه گیری می شود.

### ۲- رهیافت نظری



شکل ۱: چیدمان اپتیکی برای تشکیل تالیوت در حضور سطح ناصاف. در این جا سطح ناصاف و توری بر روی هم در نظر گرفته شده اند.

اگر باریکه نور موازی و تکفام به توری پراش که در صفحه ی  $(\xi, \eta)$  روی سطح ناصاف قرار گرفته است، بتابد (شکل ۱)، دامنه نور عبوری درست بعد از توری برابر است با:

$$\psi(\xi, \eta) = A_0 t(\xi, \eta) g(\xi, \eta) \quad (1)$$

که در آن  $A_0$  دامنه نور فرودی،  $t(\xi, \eta) = \exp(ik(n-1)h)$  ضریب دامنه نور عبوری از سطح ناصاف با ضریب شکست  $n$  برای فرود عمود [۶]،  $h = h(\xi, \eta)$  ارتفاع هر نقطه ی سطح از صفحه میانی، و

$$g(\xi, \eta) = \frac{1}{2} [1 + c \sum_{n=1}^{\infty} ((\frac{4}{n\pi} \sin(\frac{n\pi}{2})) \cos(\frac{n2\pi\xi}{d}))] \quad (2)$$

تابع گذردهی دامنه نور از توری رانکی با ضریب گذردهی دامنه  $c$  و دوره تناوب  $d$  است.

با فرض پراش فرنل برای انتشار نور، دامنه نور در صفحه  $(x, y)$  به فاصله  $z$  از صفحه  $(\xi, \eta)$  خواهد شد [۷]:

$$\psi(x, y) = \frac{1}{2} A_0 \iint t(\xi, \eta) \times [1 + c \sum_{n=1}^{\infty} ((\frac{4}{n\pi} \sin(\frac{n\pi}{2})) \cos(\frac{n2\pi\xi}{d}))] \times \exp[-\frac{ik}{2z}((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)] d\xi d\eta \quad (3)$$

شدت میانگین متناظر با آن برابر است با:

$$\langle I(x, y) \rangle = \langle \psi(x, y) * \psi(x, y) \rangle \quad (4)$$

و با جای گذاری رابطه (۳) در رابطه (۴) داریم:

$$I(x, y) = I_0 \iint \langle t(\xi, \eta) * t(\xi', \eta') \rangle \times [1 + c \sum_{n=1}^{\infty} ((\frac{4}{n\pi} \sin(\frac{n\pi}{2})) \cos(\frac{n2\pi\xi}{d}))] \times [1 + c \sum_{m=1}^{\infty} ((\frac{4}{m\pi} \sin(\frac{m\pi}{2})) \cos(\frac{m2\pi\xi'}{d}))] \times \exp[-\frac{ik}{2z}((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)] \times \exp[-\frac{ik}{2z}((x-\xi')^2 + (y-\eta')^2)] d\xi d\eta d\xi' d\eta' \quad (5)$$

که در آن همه ضرایب بیرون انتگرال را معادل  $I_0$  قرار داده ایم. از طرفی، برای تابع توزیع ارتفاع گاوسی،

$$p(h) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{h^2}{2\sigma^2}] \quad (6)$$

داریم [۸]:

$$\langle t(\xi, \eta) * t(\xi', \eta') \rangle = \langle \exp[ik((n-1)(h(\xi, \eta) - h(\xi', \eta')))] \rangle = \exp[-\frac{1}{2} k^2 (n-1)^2 2\sigma^2 (1 - C(\xi - \xi', \eta - \eta'))] \quad (7)$$

که در آن  $C(\xi - \xi', \eta - \eta')$  تابع همبستگی بین دو نقطه از سطح ناصاف است که فقط به تفاضل مختصات دو نقطه مربوط می شود. با معادل قرار دادن

یا تابع همبستگی نمایی،

$$C(Nd) = \exp\left(-\frac{Nd}{\lambda_0}\right) \quad (14)$$

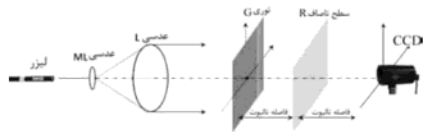
که در آن ها  $\lambda_0$  طول همبستگی دو نقطه در سطح ناصاف است، می توان ناصافی سطح و طول همبستگی سطح را تعیین کرد.

اگر دوره تناوب توری از طول همبستگی سطح خیلی بزرگتر باشد، با توجه به روابط (۱۲) و (۱۳)،  $C(Nd) = 0$  در نتیجه نمایی از رابطه زیر بدست می آید:

$$v = \frac{4c \exp[-k^2(n-1)^2\sigma^2]}{2 + c^2 + c^2 \exp[-k^2(n-1)^2\sigma^2]} \quad (15)$$

### ۳- رهیافت عملی

چیدمان آزمایش در شکل ۲ نشان داده شده است. از لیزر هلیوم-نئون با طول موج ۶۳۲.۸ نانومتر به عنوان چشمه همدوس استفاده شده است. نور لیزر پس از باز شدن توسط عدسی ML و موازی شدن توسط لنز L، به توری پراش G با دوره تناوب  $d = 0.2mm$  برخورد می کند. سپس از نمونه ناصاف که در اولین تالپوت از توری قرار گرفته است عبور می کند و پس از آن تصویر به وسیله یک CCD که در دومین تالپوت قرار گرفته است ثبت می شود.



شکل ۲: چیدمان آزمایش. توضیحات مربوط به چیدمان در متن مقاله آمده است.

نمونه ها، تیغه های شیشه ای هستند که یک طرف آنها به وسیله پودرهایی با شماره مش های ۱۵۰۰، ۳۰۰۰ و ۱۰۰۰ سایش داده شده است. (شماره مش های کوچکتر معادل پودرهایی درشت تر و در نتیجه ناصافی بیشتر نمونه ها است.)

در بخش نظری، توری و سطح ناصاف، بر روی هم و در

$\langle t(\xi, \eta) * t(\xi', \eta') \rangle$  با  $T(\xi - \xi', \eta - \eta')$  و تغییر متغیرهای

$\xi - \xi' = X$ ,  $\xi + \xi' = Y$ ,  $\eta - \eta' = X'$ ,  $\eta + \eta' = Y'$  در رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$I(x, y) = I_0 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \iiint T(X, X') \times \{1 + c^2 \frac{16}{mn\pi^2} [\sin(\frac{m\pi}{2}) \sin(\frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m\pi}{d}(X+Y)) \cos(\frac{m\pi}{d}(X-Y))] + c[\frac{4}{n\pi} \sin(\frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{n\pi}{d}(X+Y))] + c[\frac{4}{m\pi} \sin(\frac{m\pi}{2}) \cos(\frac{m\pi}{d}(X-Y))] \times \exp[ik/2z(XY + X'Y - 2X'X - 2X'Y)] dXdX' dYdY' \quad (8)$$

با توجه به این که سطح انتگرال گیری به اندازه کافی بزرگ است، می توان انتگرال (۸) را با استفاده از خواص دلتای دیراک محاسبه کرد:

$$I(x, y) = T(0, 0) + \frac{8c}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} [\frac{1}{m} \sin(\frac{m\pi}{2}) T(\frac{m\lambda z}{d}, 0) \cos(\frac{2m\pi x}{d}) \cos(\frac{m^2 \pi \lambda z}{d^2})] + \frac{8c^2}{\pi^2} \sum_{m,n=1}^{\infty} \{ \frac{1}{mn} \sin(\frac{n\pi}{2}) \sin(\frac{m\pi}{2}) \cos(\frac{\pi \lambda z(m^2 - n^2)}{d^2}) [T(\frac{\lambda z}{d}(m-n), 0) \cos(\frac{2\pi x}{d}(m-n)) + T(\frac{\lambda z}{d}(m+n), 0) \cos(\frac{2\pi x}{d}(m+n))] \} \quad (9)$$

در فواصل تالپوت [۸]، در رابطه (۹) می توان قرار داد:

$$\frac{\lambda z_{Tal}}{d} = Nd \quad (10)$$

که در آن  $N$  عددی صحیح و نشان دهنده مرتبه تالپوت، و  $d$  دوره تناوب توری است و با توجه به اینکه  $T(0, 0) = 1$  و با معادل قرار دادن  $T(X, 0)$  با  $T(X)$  نمایی شدت،  $v = (I_{max} - I_{min}) / (I_{max} + I_{min})$  در صفحه  $(X, Y)$  می شود:

$$v = \frac{4cT(Nd)}{2 + c^2 + c^2T(2Nd)} \quad (11)$$

با جای گذاری رابطه (۷) در رابطه (۱۱) خواهیم داشت:

$$v = \frac{4c \exp[-k^2(n-1)^2\sigma^2(1-C(Nd))]}{2 + c^2 + c^2 \exp[-k^2(n-1)^2\sigma^2(1-C(2Nd))]} \quad (12)$$

برای تابع همبستگی گاوسی،

$$C(Nd) = \exp\left(-\frac{(Nd)^2}{\lambda_0^2}\right) \quad (13)$$

نمونه ناصاف متناظر با شماره مش ۱۰۰۰ در مرجع [۹] مورد مطالعه قرار گرفته است. مقدار ناصافی بدست آمده در این مقاله به خوبی با نتایج قبلی مطابقت دارد.

#### ۴- نتیجه گیری

در این مطالعه به طور نظری، رابطه‌ی نمایشی شدت در فواصل تالپوت برای عبور نور از سطوح ناصاف، با ناصافی و تابع همبستگی سطح محاسبه شد. همچنین نشان داده شد که اگر فاصله خطوط توری از طول همبستگی سطح بزرگ تر باشد، نمایشی شدت تنها به ناصافی سطح وابسته است. در مطالعات تجربی اندازه ناصافی سطوح با این روش اندازه گیری شد. نتایج به دست آمده از این روش با نتایج قبلی به خوبی مطابقت دارد.

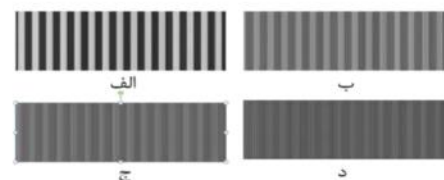
#### مراجع

- [1] D.J.Whitehouse, 'Review Article, Surface Metrology', *Meas. Sci. Technol.* **8**, 1997, 955-972
- [2] M.T.Tavassoly, M.Dashtdar, 'Height distribution on a rough plane and specularly diffracted light amplitude are Fourier transform pair', *Optics Communications*. **281**, 2008, 2397-2405
- [3] K.A. O'Donnell, 'Effect of finite stylus width in surface contact profilometry', *Appl. Opt.* **32**, 1993, 4922-4928
- [4] J.A.Ogilvy, *Theory of Wave Scattering from Random Rough Surfaces*, Adam H.Briston press, P. 9, 1991.
- [5] M.Dashtdar, M.T.Tavassoly, 'Roughness measurement using threshold angle of image formation', *Optical Engineering* **50**, 2011, 123601(1-5)
- [6] M.Dashtdar, M.T.Tavassoly, 'Determination of height distribution on a rough interface by measuring the coherently transmitted or reflected light intensity', *J. Opt. Soc. Am.* **Vol.25**, No.10, 2509-2517.
- [7] J.W.Goodman, 'Introduction to Fourier Optics', 1996, McGraw-Hill
- [8] Yiping Zhao, Gwo-Ching Wang, Toh Ming Lu, 'Characterization of Amorphous and Crystalline Rough Surface: Principles and Applications', 2001, U.S., Academic Press

[۹] معصومه دشتدار، پایان نامه دکتری فیزیک، "تعیین توزیع ارتفاع در سطوح ناصاف با اندازه گیری شدت و تعدیل طیف نور پراکنده همدوس، مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان، مهر ۱۳۸۷.

یک نقطه در نظر گرفته شدند، اما در عمل این امر امکان پذیر نیست. برای تحقق این امر سطح ناصاف در اولین تالپوت توری قرار می گیرد.

فاصله تالپوت (رابطه ۱۰) برای چیدمان این آزمایش، برابر با ۶۳ mm است. برای تنظیم CCD در فاصله تالپوت، ابتدا شیشه مرجع (سطح صاف) در اولین تالپوت (شکل ۲) قرار می گیرد، سپس CCD به صورت تقریبی در فاصله 63mm از سطح قرار گرفته و آن قدر جابجا می شود تا تصویر توری با بهترین نمایشی تشکیل شود. سپس به ترتیب نمونه مرجع



شکل ۳: میانگین شدت در راستای خطوط توری در فاصله تالپوت از الف) نمونه مرجع، و نمونه های ناصاف شده با پودرهای متناظر با شماره مش (ب) ۳۰۰۰، ج) ۱۵۰۰، د) ۱۰۰۰.

و نمونه های ناصاف شده به وسیله پودرهای متناظر با شماره مش ۳۰۰۰، ۱۵۰۰ و ۱۰۰۰، در اولین تالپوت قرار می گیرند. برای محاسبه نمایشی شدت، از شدت در راستای خطوط توری میانگین گرفته شده است. با داشتن نمایشی مرجع، ضریب گذردهی دامنه توری به دست می آید،  $\gamma = \frac{2c}{1+c^2}$  با معلوم بودن  $C$  در رابطه (۱۵) و اندازه گیری نمایشی برای سطوح ناصاف مختلف، ناصافی سطح تعیین می شود. در جدول ۱ مقادیر نمایشی بدست آمده، ضریب گذردهی توری مورد آزمایش و ناصافی محاسبه شده برای نمونه ها آمده است.

جدول ۱: داده های بدست آمده از آزمایش

مش	مش	مش	سطح مرجع	
۱۰۰۰	۱۵۰۰	۳۰۰۰		نمایشی
0.007	0.026	0.094	0.599	
0.28	0.28	0.28	0.28	C
0.42	0.35	0.26	0	$\sigma(\mu m)$