

1. 设  $f(x), g(x) \in F[x]$ ,  $(f(x), g(x)) = d(x)$ , 求证: 对于任意的正整数  $n$ ,

$$(f^n(x), f^{n-1}(x)g(x), \dots, g^n(x)) = d^n(x).$$

2. 设非零多项式  $f(x), g(x) \in F[x]$ . 证明:  $(f(x), g(x)) \neq 1$  的充分必要条件是存在  $p(x), q(x) \in F[x]$ , 使得

$$p(x)f(x) = q(x)g(x),$$

其中  $0 \leq \deg p(x) < \deg g(x), 0 \leq \deg q(x) < \deg f(x)$ .