

1. 设  $y_1(x), y_2(x)$  是二阶齐次线性方程  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$  的两个解, 令

$$W(x) = \det \begin{bmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{bmatrix} = y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x),$$

证明:

(1)  $W(x)$  满足方程  $W' = -p(x)W$ ;

(2)  $W(x) = W(x_0) \exp \left\{ - \int_{x_0}^x p(t) dt \right\}$ .

2. 求解下列微分方程的通解:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 2y = 2e^x \cos x \cos 2x.$$

## 3. 给定方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 6x = f(t)$$

其中  $f(t) \in C[0, +\infty)$ , 若  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0$ , 求证: 对方程的任意解  $x(t)$  都有  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0$ .