

1. 求微分方程

$$\begin{cases} y'' + y = x, & x \leq \frac{\pi}{2}, \\ y'' + 4y = 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

满足条件 $y|_{x=0} = 0$, $y'|_{x=0} = 0$, 且在 $x = \frac{\pi}{2}$ 处可导的解。

2. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 均为非零向量, 且两两不共线。但 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 \mathbf{c} 共线, $\mathbf{b} + \mathbf{c}$ 与 \mathbf{a} 共线。试证: $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$.

3. 求与平面 $\pi_1 : 2x + 3y - 5 = 0$ 及 $\pi_2 : y + z = 0$ 平行, 与直线 $L_1 : \frac{x-6}{3} = \frac{y}{2} = z-1$ 及 $L_2 : \frac{x}{3} = \frac{y-8}{2} = \frac{z+4}{-2}$ 均相交的直线 L .