

1. 求解下列微分方程:

$$(1) \ y'' + 2x (y')^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1/2;$$

$$(2) \ y'' - (y')^2 - 2y' - 1 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

2. 设可微函数  $y = f(x)$  对于任意  $x, h \in (-\infty, +\infty)$ , 恒满足关系式:

$$f(x+h) = \frac{f(x) + f(h)}{1 + f(x)f(h)}.$$

已知  $f'(0) = 1$ , 试求  $f(x)$ .

Hint: 可以求出  $f(0) = ?$