

1. 求解下列微分方程:

$$(1) \frac{dy}{dx} = \frac{2x^3 + 3xy^2 + x}{3x^2y + 2y^3 - y};$$

$$(2) y' = y^2 + 2(\sin x - 1)y + \sin^2 x - 2\sin x - \cos x + 1.$$

2. 已知微分方程 $y' + y = f(x)$, $f(x) \in C(-\infty, +\infty)$.

(1) 设 $f(x) = x$, 求方程的通解;

(2) 若 $f(x)$ 是以周期为 T 的函数, 证明: 方程存在唯一以 T 为周期的解。