

目录

1 概率统计 回归教材训练 1	
-----------------	--

	2
--	---

1 概率统计 回归教材训练 1

1. 四名同学各抛骰子 5 次，分别记录每次骰子出现的点数。根据四名同学的统计结果，可以判断出一定没有出现点数 6 的是
- A. 平均数为 3，中位数为 2
B. 中位数为 3，众数为 2
C. 平均数为 2，方差为 2.4
D. 中位数为 3，方差为 2.8

2. 已知总体划分为 3 层，通过分层随机抽样，各层抽取的样本、样本均值和样本方差分别为： $l, \bar{x}, s_1^2; m, \bar{y}, s_2^2; n, \bar{z}, s_3^2$ ，记总体的样本均值为 \bar{w} ，样本方差为 s^2 ，证明：

$$\bar{w} = \frac{l}{l+m+n}\bar{x} + \frac{m}{l+m+n}\bar{y} + \frac{n}{l+m+n}\bar{z},$$

$$s^2 = \frac{1}{l+m+n} \{l[s_1^2 + (\bar{x} - \bar{w})^2] + m[s_2^2 + (\bar{y} - \bar{w})^2] + n[s_3^2 + (\bar{z} - \bar{w})^2]\}.$$

3. 在对树人中学高一年级学生身高的调查中，采用样本量比例分配的分层随机抽样。如果不知道样本数值，只知道抽取了男生 25 人，均值和方差分别为 170 和 10，抽取了女生 25 人，均值和方差分别为 160 和 40。你能由这些数据计算出总样本的方差，并对高一年级全体学生的身高方差作出估计吗？
4. 从两名男生（记为 B_1 和 B_2 ）、两名女生（记为 G_1 和 G_2 ）中抽取两人。
- (1) 分别计算有放回简单随机抽样、不放回简单随机抽样和按性别等比例分层随机抽样下，抽到的两人都是男生的概率；
- (2) 比较这三种抽样方式在避免极端样本（例如全是男生的样本）上的优劣。
5. 从 1~20 这 20 个整数中随机选择一个数，设事件 A 表示选到的数能被 2 整除，事件 B 表示选到的数能被 3 整除。求下列事件的概率：
- (1) 这个数既能被 2 整除也能被 3 整除；
- (2) 这个数能被 2 整除或能被 3 整除；

- (3) 这个数既不能被 2 整除也不能被 3 整除。
6. 互为对立的两个事件是非常特殊的一种事件关系。请分别证明如果事件 A 与事件 B 相互独立，那么 A 与 \bar{B} ， \bar{A} 与 B ， \bar{A} 与 \bar{B} 是独立的。
7. 一个均匀的正八面体，八个面分别标以数字 1 到 8，任意拨捏一次这个正八面体，观察它与地面接触的面上的数字，得到样本空间为 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 。构造适当的事件 A, B, C ，使得 $P(A)P(B)P(C) = P(ABC)$ 成立，但不满足 A, B, C 三个事件是两两独立的。
8. “用事件 A 发生的频率 $f_n(A)$ 估计概率 $P(A)$ ，重复试验次数 n 越大，估计的就越精确”，判断这种说法是否正确，并举例说明。
9. 有两个盒子，其中 1 号盒子中有 95 个红球，5 个白球；2 号盒子中有 95 个红球，5 个白球。现从两个盒子中任意选择一个，再从中任意摸出一个球。如果摸到的是红球，你认为选择的是哪个盒子？做出你的推断，你的推断犯错误的概率是多少？
10. (1) 4 名同学分别报名参加学校的足球队、篮球队、乒乓球队，每人限报其中的一个运动队，不同报法的种数是 3^4 还是 4^3 ？
(2) 3 个班分别从 5 个景点中选择一处游览，不同选择的种数是 3^5 还是 5^3 ？
11. 在国庆长假期间，要从 7 人中选择若干人在 7 天假期值班（每天只需 1 人值班），不出现同一人连续值班 2 天，有多少种可能的安排方法？
12. 2160 有多少个不同的正因数？这些正因数的和是多少？

13. 用 0 ~ 9 这 10 个数字，可以组成多少个没有重复数字的三位数？

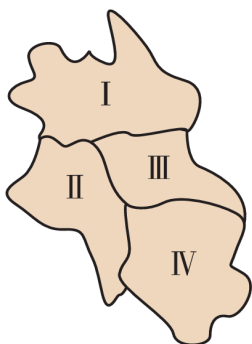
14. 求证：

$$(1) 1 + \sum_{k=1}^n k \cdot A_k^k = A_{k+1}^{k+1};$$

$$(2) \frac{(n+1)!}{k!} - \frac{n!}{(k-1)!} = \frac{(n-k+1) \cdot n!}{k!} \quad (k \leq n).$$

15. 证明等式 $C_n^k \cdot C_{n-k}^{m-k} = C_m^k \cdot C_n^m$ 并构造一个实际背景，说明这个等式的意义。

16. 如图，现要用 5 种不同的颜色对某市的 4 个区县地图进行着色，要要求有公共边的两个地区不能用同一种颜色，共有几种不同的着色方法？



17. (1) 平面内有两组平行线，一组有 m 条，另一组有 n 条，这两组平行线相交，可以构成多少个平行四边形？

(2) 空间有三组平行平面，第一组有 m 个，第二组有 n 个，第三组有 l 个，不同两组的平面都相交，且交线不都平行，可以构成多少个平行六面体？

18. 移动互联网给人们的沟通交流带来了方便。某种移动社交软件平台，既可以供用户彼此添加“好友”单独交流，又可以供多个用户建立一个“群”（“群里”的人彼此不一定是“好友”关系）共同交流。如果某人在平台上发了信息，其他的“好友”都可以看到，但“群”里的非“好友”不能看到。现在这个“群”里有一个 10 人的“群”，其中 1 人在平台上发了一条信息，“群”里有 3 人说看到，不能看到的有 7 人。那么这个“群”里与信息发送人是“好友”关系的情况可能有多少种？

19. 证明:

- (1) $(n+1)^n - 1$ 能被 n^2 整除;
- (2) $99^{10} - 1$ 能被 1000 整除;
- (3) 55^{55} 除以 8 所得的余数是 7。

20. 求证:

$$2^n - C_n^1 \times 2^{n-1} + C_n^2 \times 2^{n-2} + \cdots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} \times 2 + (-1)^n = 1.$$

21. (1) 求 $\left(9x + \frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{18}$ 的展开式的常数项;

(2) 已知 $(1 + \sqrt{x})^n$ 的展开式中第 9 项、第 10 项、第 11 项的二项式系数构成等差数列, 求 n ;

(3) 求 $(1+x+x^2)(1-x)^{10}$ 的展开式中 x^4 的系数;

(4) 求 $(x^2+x+y)^5$ 的展开式中 x^5y^2 的系数。

22. 在 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{n+2}$ 的展开式中, 含 x^2 项的系数是多少?