机密★考试结束前

（在本试卷上答题无效）

山河·大联考 2025届新高考限时训练试题（三）

数 学

选题：王良涛　排版、校对：山河文化试题研究中心

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．抛物线 $x^2=-2y$ 的准线方程为

A．$x=\frac{1}{2}$　　B．$x=1$　　C．$y=\frac{1}{2}$　　D．$y=1$

2．设△$A'B'C'$ 是用斜二测画法绘制出的△ABC 的直观图，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{2}$，$AB//y$ 轴. 若 $|AB|=1$，则 C'到 $A'B'$的距离为

A．2　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

3. 为了庆祝即将到来的2025年元宵节，安庆市文化局计划组织一场大型的以黄梅戏为主题的元宵灯会活动，采用分层随机抽样方法，分别在宜秀区，大观区和迎江区以20%，30%和 50% 的比例投放调查问卷。如果大家更喜欢《天仙配》主题灯组设计，填写0；如果更喜欢黄梅戏曲脸谱灯廊设计，填写1。最后得到宜秀区问卷均值为0.9，方差为0.5；大观区的均值为0.6，方差为0.5；迎江区的均值为0.2，方差为0.5。用样本估计总体，设安庆市全市的均值为 μ，方差为 σ^2，若 $\mu+3\sigma<0.3$，则采用《天仙配》主题灯组设计；若 $\mu-3\sigma>0.7$，则采用黄梅戏曲脸谱灯廊设计，否则重新调研。则下列说法正确的是

A. $\mu=0.5$

B. 安庆市应该选择《天仙配》主题灯组设计

C. 安庆市应该选择黄梅戏曲脸谱灯廊设计

D. 安庆市应该重新调研

4．设集合 $A:\{(x,y)\,|\,Ax+By+C=0,A,B,C\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\,|\,a^x-y=0,a\in\mathbf{R}\}$，设 $card(A)$ 表示集合 A 的元素个数，若 A 为无限集，则记 $card(A)=\infty$，则 $card(A\cap B)$ 不可能为

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. ∞

5. 方程$3\sin(2x+\frac{\pi}{3})=2\sin x$在区间$[0,2\pi]$上解的个数为

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

6. 已知复数z_1，z_2满足$\sqrt{3}(z_1-z_2)=i(z_1+z_2)$，若$|z_1|=1$，则$|z_1-2z_2|=$

A. $\sqrt{7}$　　B. 2　　C. 4　　D. $\sqrt{15}$

7. 在正六棱柱$ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$中，$AA_1=2AB=6$，$O$为棱$AA_1$的中点，则以$O$为球心，6为半径的球面与该六棱柱各面的交线总长为

A. $(3+\sqrt{3})\pi$　　B. $(6+\sqrt{3})\pi$　　C. $(3+2\sqrt{3})\pi$　　D. $(6+2\sqrt{3})\pi$

8. 已知$\sin 10^\circ\in(\frac{1}{n+1},\frac{1}{n})$，$n\in\mathbf{Z}$，则$n$的值为

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题所给的四个选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对得6分，部分选对得部分分，有选错的得0分。

9．在正三棱台$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=2A_1B_1=2AA_1=2\sqrt{3}$，则

A. 三棱台$ABC-A_1B_1C_1$的表面积为$\frac{21\sqrt{3}}{2}$

B. 直线AA_1与BC_1所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. 直线AA_1与平面BCC_1B_1所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 三棱锥B_1-ABC与三棱锥$B-A_1B_1C_1$公共部分几何体的体积为$\frac{\sqrt{6}}{9}$

10. 设a，b为正数，若函数$f(x)=\sin 2x-\frac{1}{2}$在区间$\left[\frac{b}{a},ab\right]$上有且仅有两个零点，则

A. $ab-\frac{b}{a}$存在最大值　　B. $ab-\frac{b}{a}$存在最小值

C. a^2b的最小值为$\frac{5\sqrt{5}\pi}{12}$　　D. $a+b$的最小值为$\sqrt{\frac{5\pi}{3}}$

11. 已知F_1，F_2是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，$O$为坐标原点，$l$是椭圆的一条切线，切点为$T$，$F_1$，$F_2$在直线$l$上的投影分别为$H_1$，$H_2$，则

A. $\angle F_1TH_1=\angle F_2TH_2$　　B. $|OH_1|=|OH_2|$

C. $|TH_1|\cdot|TH_2|<b^2$　　D. $|F_1H_1|\cdot|F_2H_2|<a^2$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{x^2+a}(x\neq 0,\ a\in\mathbf{R})$ 满足 $f(x)=f(\dfrac{1}{x})$，则 a 的值为________.

13. 2025 年 1 月底，*LG* 杯决赛柯洁因“死子”规则争议退赛，此举迅速在围棋界掀起了轩然大波。围棋是世界上最古老的棋类游戏之一，一副围棋的棋子分黑白两种颜色，现有 6 枚黑色棋子和 2 枚白色棋子随机排成一行，每枚棋子排在每个位置的可能性相等，则两端是同色棋子的概率为________.

14. 已知函数 $f(x)=|\ln x|$，曲线 $y=f(x)$ 在 A，B 两点（不重合）处的切线互相垂直，垂足为 H，两切线分别交 y 轴于 C，D 两点，设△CDH 的面积为 S，若 $S<\lambda$ 恒成立，则 λ 的最小值为 ________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13 分）

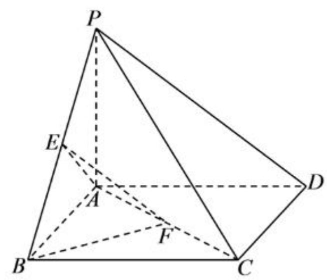
在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 $a=\sqrt{2}$, $B=15°$.

（1）若 $c=\sqrt{3}$，求 $b\cos(15°-A)$ 的值；

（2）若△ABC 为锐角三角形，求△ABC 面积的取值范围.

16.（15 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$PA\perp$底面 $ABCD$，$PA=AB=1$，E，F 分别是 PB，AC 的中点.



（1）求证：EF // 平面 PCD；

（2）求二面角 $C-EF-B$ 的正弦值.

17.（15 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{a}{3}x(x-3)^2-a-1(a>0)$ 有两个零点.

（1）求 a；

（2）求证：当 $1<x<3$ 时，$f(\ln(3-x))<f(x)$.

18.（17 分）

设等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为$S_n = q^n + p$，且$a_3 = 4$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求证：$S_n < \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$；

（3）设数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a_k$，求$\{b_n\}$的前 n 项和T_n.

19.（17 分）

线段 MN 的长为 3，端点 M，N 分别在 y 轴和 x 轴上运动，点 E 满足$\overrightarrow{ME} = 2\overrightarrow{EN}$，记点 E 的轨迹为曲线 C.

（1）求曲线 C 的方程；

（2）曲线 C 与 x 轴的左右两个交点分别为 A，B，P 为 C 上异于 A，B 的动点，过点$D(1,0)$分别作直线$l_1 // AP$，直线$l_2 // BP$，其中l_1与曲线 C 交于 G，H 两点，l_2交直线$x = -1$与点 R，点 I 满足$|DG|\overrightarrow{IH} = |DH|\overrightarrow{IG}$.

（i）求点 I 的轨迹方程；

（ii）$\triangle IDR$ 的面积是否存在最小值？若存在，求出最小值；若不存在，请说明理由.