机密★考试结束前

准考证号：________________________　　姓名：____________

（在本试卷上答题无效）

2025 届新高考限时训练试题（一）

数　学

选题：王良涛　排版、校对：山河文化试题研究中心

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知等轴双曲线 C 的焦点到其渐近线的距离为 1，则 C 的焦距为 $2c$　C

A．$\sqrt{2}$　$a=b=1$　　B．2　$c^2=2$　　C．$2\sqrt{2}$ ✓　　D．4

2．已知 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，$\alpha\cap\beta=n$，则

$\beta\cap\alpha=n$, $\boxed{m\subset\beta}$?　　$m\not\subset\alpha$

A．若 $m//\alpha$，则 $m//n$ X　　B．若 $m//n$，则 $m//\alpha$ X

C．若 $m\perp n$，则 $m\perp\beta$ X　$\begin{cases}\alpha\perp\beta\\ m\subset\alpha\end{cases}$?　　D．若 $m\perp\beta$，则 $m\perp n$ ✓　$n\subset\beta$　D

3．已知随机变量 X 服从正态分布 $N(1,\sigma^2)$，若 $P(X\le a)=0.3$，且 $P(a\le X\le a+2)=0.4$，则 $a=$

C　　0.3　a　0.4　$a+2$　0.3　　a与$a+2$关于1对称　$a+1=1$

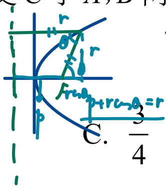
A．-1　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．0 ✓　　D．$\dfrac{1}{2}$

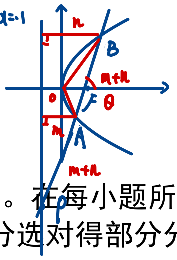
4．已知 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，若 $\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=2(\sin\alpha+\cos\alpha)$，则 $\sin 2\alpha=$　C

$=2\sqrt{2}\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})$　　$\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{4}$

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{3}{4}$ ✓　　D．$\dfrac{4}{5}$　　$\cos(2\alpha+\frac{\pi}{2})=2\cdot\frac{1}{8}-1=-\frac{3}{4}=-\sin2\alpha$

5．过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的直线 l 交 C 于 A,B 两点，交直线 $x=-1$ 于点 P，若 $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{AB}$，则△$OAF$ 与△OBF 的面积之比为





$\frac{m}{m+n}=\frac{n}{2(m+n)}\Rightarrow 2m=n\Rightarrow 2|AF|=|BF|$

$\Rightarrow 2\frac{p}{1+\cos\theta}=\frac{p}{1-\cos\theta}$

$2-2\cos\theta=1+\cos\theta\Rightarrow 3\cos\theta=1$

$\Rightarrow\cos\theta=\frac{1}{3}$

A．$\dfrac{3}{4}$　　B．$\dfrac{1}{2}$ ✓　B　　C．$\dfrac{3}{4}$　　D．1

二、选择题：本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分。在每小题所给的四个选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分。

6．已知平面向量 $\mathbf{a}=(2,\sin\theta)$，$\mathbf{b}=(1,\cos\theta)$，则　　ACD

$2\cos\theta=\sin\theta$

A．$\mathbf{a}$，$\mathbf{b}$ 不可能垂直 ✓　$2+\sin\theta\cos\theta=2+\frac{1}{2}\sin2\theta$　$=0$　　B．$\mathbf{a}$，$\mathbf{b}$ 不可能共线 X

C．$|\mathbf{a}+\mathbf{b}|$ 不可能为 5 ✓　　D．若 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$，则 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为 $2\mathbf{b}$ ✓

$\sqrt{3^2+(\sin\theta+\cos\theta)^2}=5$　4^2?　　$\vec a=(2,1)$　$\vec b=(1,0)$　　$\left(\frac{\vec a\cdot\vec b}{|\vec b|}\right)\frac{\vec b}{|\vec b|}=\frac{\vec a\cdot\vec b}{|\vec b|^2}\vec b=\frac{2}{1}\vec b$

7．药物临床试验是验证新药有效性和安全性必不可少的步骤,在某新药的临床实验中，志愿者摄入一定量药物后，在较短时间内，血液中药物浓度将达到峰值，当血液中药物浓度下降至峰值浓度的 20%时，需要立刻补充药物。已知血液中该药物的峰值浓度为 120mg/L。为探究该药物在人体中的代谢情况，研究人员统计了血液中药物浓度 y (mg/L)与代谢时间 x (h)的相关数据，如下表所示:

20mg/L

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$\bar{x}=4$
y	120	110	103	93	82	68	59	47	38	$\bar{y}=80$

根据表中数据可得到经验回归方程 $\hat{y}=-10.5x+\hat{a}$，则　　$-10.5\times5+122=-52.5+122$

A. $\hat{a}=122$　　√　　$80+10.5\times4=80+42$

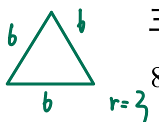
B. 变量 y 与 x 的相关系数 $r>0$　　×　　AC

C. 当 x=5 时，残差为−1.5　　$68-69.5$　√

D. 代谢约 10 小时后才需要补充药物　　×　　8　9

$-10.5x+122<20$　　$10.5x>102$　$x>\frac{1020}{105}\approx9.72$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分

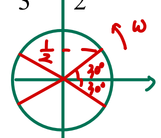


8．已知圆锥的母线长为 6，且其轴截面为等边三角形，则该圆锥的体积为 $\underline{9\sqrt{3}\pi}$.

$r=3$　　$\pi\cdot9\cdot\frac{1}{3}\cdot3\sqrt{3}=9\pi\cdot\sqrt{3}$

9．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的图像经过 $(\frac{2\pi}{3},\frac{1}{2}),(\frac{4\pi}{3},-\frac{1}{2})$ 两点，若 $f(x)$ 在区间 $(\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3})$ 上单调递减，则 $\omega=\underline{\frac{1}{2}}$；$\varphi=\underline{\frac{\pi}{2}}$.

$\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$　　$\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$



$\frac{60^\circ}{360^\circ}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{6}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{3}$　$\omega=\frac{1}{2}$

10．若数列 $\{a_n\}$ 满足数列 $\{|a_{n+1}-a_n|\}$ 是等差数列，则称 $\{a_n\}$ 为“绝对等差数列”，$\{|a_{n+1}-a_n|\}$ 的公差称为 $\{a_n\}$ 的“绝对公差”.若“绝对等差数列” $\{a_n\}$ 的“绝对公差”为 2，且 $a_3-a_1=4$，则 $a_2-a_1=\underline{1}$.

1. $a_2-a_1<0$，则 $a_3-a_2+a_2-a_1=a_3-a_1=2$ ×

2. $a_2-a_1>0$，则 $a_2-a_1=\frac{4-2}{2}=1$

$(a_3-a_2)-(a_2-a_1)=2\Leftarrow|a_3-a_2|-|a_2-a_1|=2\rightarrow|a_3-a_2|>|a_2-a_1|$

$(a_3-a_2)+(a_2-a_1)=4$ ⇝ a_3-a_2 与 a_2-a_1 之一>0且大于0者绝对值大.

$\Rightarrow a_3-a_2>0$

四、解答题：本题共 5 小题，共 48 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

11.（10 分）

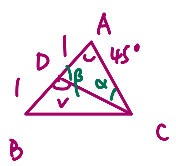
在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且 $a\cos C=(\sqrt{2}b-c)\cos A$.

（1）求 A；

（2）设 D 为边 AB 的中点，若 c=2，且 $\sin\angle CDB=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，求 a.

(1)　$a\cos C+c\cos A=\sqrt{2}b\cos A=b\Rightarrow\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow A=45^\circ$

(2)



$\sin\alpha=\sin(\beta+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{3}{\sqrt{10}}+\frac{1}{\sqrt{10}})$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{3}{\sqrt{10}}-\frac{1}{\sqrt{10}})$

$=\frac{2}{\sqrt{5}}$　　$=\frac{1}{\sqrt{5}}$

$CD=\frac{1}{\sin\alpha}\cdot\sin45^\circ=\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ 或 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{10}}{2}$　-1　$\frac{\sqrt{34}}{4}$

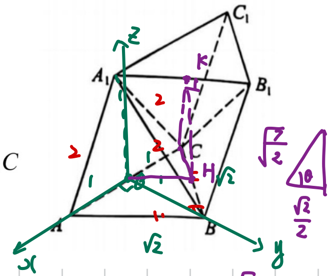
$a=\sqrt{1+CD^2-2CD\cdot\cos\angle CDB}=\sqrt{1+\frac{5}{8}+2\cdot\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}}$ 或 $\sqrt{1+\frac{5}{2}-2\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}}$

12.（13 分）

如图，在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$A_1B=A_1C=A_1A=2$，$BA\perp BC$，$BA=BC$.

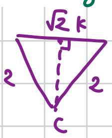
（1）证明：平面 $ABC\perp$ 平面 ACC_1A；

（2）若直线 A_1B 与平面 ABC 所成角为 60°，求平面 A_1B_1C 与平面 ABC 夹角的余弦值.



$\overrightarrow{A_1B_1}=\overrightarrow{AB}=(-1,1,0)$

$\sin\theta=\dfrac{\frac{1}{\sqrt2}}{\frac{\sqrt7}{\sqrt2}}=\dfrac{1}{\sqrt7}$



$CK=\sqrt{4-\frac12}=\sqrt{\frac72}$

(1) 作 $A_1O\perp$ 平面 ABC $\Rightarrow OA=OB=OC$ 则 O 为 $\triangle ABC$ 外心

$\Rightarrow$ O 为 AC 中点 $\Rightarrow$ $A_1O\subset$ 平面 AA_1C ✓

(2) $\angle A_1BO=60^\circ \Rightarrow A_1O=\sqrt3\,OB$　设 $AB=BC=\cancel{2}a=\sqrt2$

$\Rightarrow AC=\cancel{2}\sqrt2 a,\ A_1O=\sqrt{4-2a^2},\ OB=\sqrt2 a$

即 $\sqrt{4-2a^2}=\sqrt6 a \Rightarrow 2a^2+6a^2=4 \Rightarrow a^2=\frac12$　$a=\frac{\sqrt2}{2}$

$C(-1,0,0)$　$A_1(0,0,\sqrt3)$，$B_1(-1,1,\sqrt3)$

$\overrightarrow{CB_1}=(0,1,\sqrt3)$　$\overrightarrow{CA_1}=(1,0,\sqrt3)$

$y+\sqrt3z=0$　$x+\sqrt3z=0$　$z=-1$，$x=y=\sqrt3$

$\vec{n_1}=(\sqrt3,\sqrt3,-1)$

$\vec{n_2}=(0,0,1)$　$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt7}=\dfrac{\sqrt7}{7}$

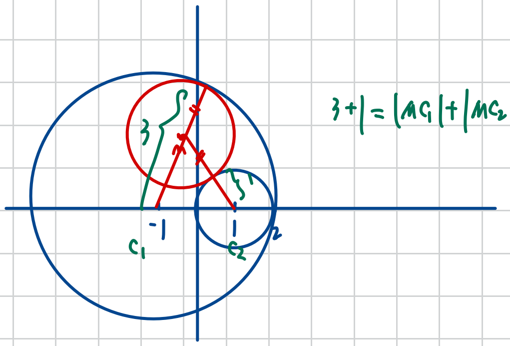
13．（13 分）

已知动圆 M 与圆 $C_1:(x+1)^2+y^2=9$ 内切，且与圆 $C_2:(x-1)^2+y^2=1$ 外切，记圆心 M 的轨迹为曲线 C.

（1）求 C 的方程；

（2）设点 P，Q 在 C 上，且以 P，Q 为直径的圆 E 经过坐标原点 O，求圆 E 面积的最小值.

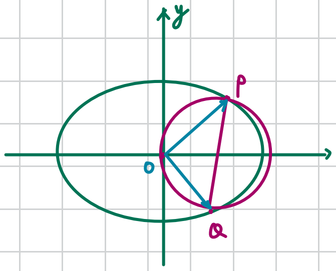
(1)



$3+1=|MC_1|+|MC_2|=2a \Rightarrow a=2 \quad c=1$

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

(2)



$\because S=\left(\frac{|PQ|}{2}\right)^2\pi=\frac{\pi}{4}|PQ|^2 \to \boxed{|PQ|_{min}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}}}$ $\quad \frac{12\pi}{7}$

1° PQ k ∃ $y=kx+m$ $\qquad$ 2° k 不存在

$\begin{cases} 3x^2+4y^2-12=0 \\ y=kx+m \end{cases}$ $\Rightarrow 3x^2+4(k^2x^2+2kmx+m^2)-12=0$

$\Rightarrow (3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$

$\Delta=64k^2m^2-16(m^2-3)(3+4k^2)$
$=16(-12k^2+3m^2-9)$
$=16\times3(m^2-3-4k^2)$
$=16\times3(3+4k^2-m^2)$

$x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)$
$=(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=0$

$\rightsquigarrow (1+k^2)(4m^2-12)+km(-8km)+m^2(3+4k^2)=0$

$\Rightarrow \cancel{4k^2m^2}+4m^2-12k^2-12-\cancel{8k^2m^2}+3m^2+\cancel{4k^2m^2}=0$

$\Rightarrow 7m^2=12k^2+12 \rightsquigarrow m^2=\frac{12k^2+12}{7}$

$|PQ|=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{4\sqrt{3}\cdot\sqrt{-m^2+3+4k^2}}{3+4k^2}$

$=4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{1+k^2}}{3+4k^2}\cdot\sqrt{-\frac{(12k^2+12-21-28k^2)}{7}}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{16k^2+9}}{3+4k^2}$

$\frac{\sqrt{16k^4+25k^2+9}}{\boxed{3+4k^2}=t}$ $\qquad k^2=\frac{t-3}{4}$

$16\cdot\frac{t^2-6t+9}{16}+25\cdot\frac{t-3}{4}+9$

$=\frac{t^2+\frac{1}{4}t-\frac{3}{4}}{t^2-6t+9+\frac{25}{4}t-\frac{75}{4}}$

$=\sqrt{-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{t^2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{t}+1}$

$=\sqrt{-\frac{3}{4}\left(m^2-\frac{1}{3}m+\frac{1}{36}\right)+1+\frac{1}{48}}$

$=\sqrt{-\frac{3}{4}\left(m-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{49}{48}}$

min ≥ 1

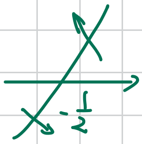
14. （12 分）

设函数 $f(x)=x(e^x-a)^2$.

（1）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

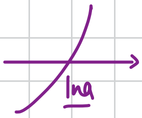
（2）若 $f(x)$ 是增函数，求 a 的取值范围.

(1) $f(x)=xe^{2x}$ $f'(x)=(2x+1)e^{2x}$



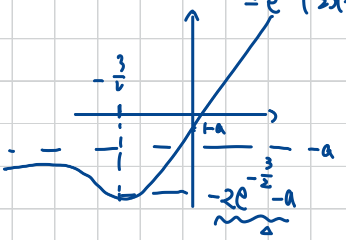
(2) $f'(x)=(e^x-a)^2+x\cdot e^x\cdot 2(e^x-a)$

$=(e^x-a)(e^x-a+2xe^x)\geqslant 0$ $\boxed{\text{共零点}}$



令 $g(x)=(2x+1)e^x-a$ $g'(x)=e^x(2x+1+2)$

$=e^x(2x+3)$ $-\frac{3}{2}$



• $a>0$ ⇝ $a=1$

• $a\leqslant 0$ ⇝ $-2e^{-\frac{3}{2}}-a\geqslant 0$ $\Rightarrow$ $a\leqslant -2e^{-\frac{3}{2}}$