

$$\Rightarrow e^{2x-6}=1 \Rightarrow x=3$$

$$f(x)=\ln(e^{2x-6}+1)-x$$

$$f(1)=\ln(e^{-4}+1)-1$$

$$f(5)=\ln(e^{6}+1)-5$$

$$f(1)=f(5) \Rightarrow \ln(e^{-4}+1)=\ln(e^{6}+1)-6 \Rightarrow \frac{e^{6}+1}{e^{-4}+1}=e^6 \Rightarrow e^{6(a-1)}+1=1+e^6 \Rightarrow a=2$$

每日练习 6 (Due: 2025/1/18 22:00)

1. 已知函数  $f(x) = \ln(e^{ax-6} + 1) - x$  的图像关于直线  $x = 3$  对称, 则  $f(x)$  的值域为 **B**

- A.  $[\ln 2 - 3, 0)$  B.  $[\ln 2 - 3, +\infty)$   $\checkmark$  C.  $[\ln 3 - 2, 0)$  D.  $[\ln 3 - 2, +\infty)$

$$f(1) = f(5) \Rightarrow \ln(e^{-4}+1) = \ln(e^{6(a-1)}+1) - 6 \Rightarrow \frac{e^{6(a-1)}+1}{e^{-4}+1} = e^6 \Rightarrow e^{6(a-1)}+1 = 1+e^6 \Rightarrow a=2$$

2. (多选) 在正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = 2AB$ ,  $E$  为  $CC_1$  的中点, 则

- A.  $A_1C_1 \parallel$  平面  $A_1BE$   $\times$  B.  $AC_1 \parallel$  平面  $BDE$   $\checkmark$  C.  $BE \perp$  平面  $A_1B_1E$   $\checkmark$  D.  $BE \perp$  平面  $B_1D_1E$   $\times$

$$C_2 = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

3. 已知  $x^8 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_8(x-1)^8$ , 则  $a_2$  的值为 28

$$(x-1+1)^8$$

4. 已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $\{a_n + a_{n+1}\}$  是公差为 6 的等差数列, 且  $\{a_n + a_{n+1} + a_{n+2}\}$  是公差为 9 的等差数列, 且  $a_1 = 1$ .

(1) 证明:  $\{a_n\}$  是等差数列;

(2) 设  $b$  是方程  $2x^3 + x - 2 = 0$  的根, 数列  $\{b^{a_n}\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 证明:  $S_n < \frac{2}{3}$ .

$$(1) \quad a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2) + 6(n-1)$$

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = (a_1 + a_2 + a_3) + 9(n-1)$$

$$\Rightarrow a_{n+2} = a_3 + 3(n-1) \quad (n \in \mathbb{N}^*) \quad \uparrow = 3n-2$$

$$\Rightarrow a_1 = 1, \quad a_2 + a_3 = a_1 + a_2 + 6 \Rightarrow a_3 = 7$$

$$a_4 = 10, \quad a_5 = 13$$

$$a_2 + a_3 + a_4 = a_1 + a_2 + a_3 + 9 \Rightarrow a_2 = 13 - 9 = 4$$

$$\text{从而 } a_3 - a_2 = a_2 - a_1 = 3 \quad \text{即 } a_{n+1} - a_n = 3, \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \text{ 成立.}$$

$$(2) \quad |b| < 1 \quad a_n = 3n-2 \quad \sum_{k=1}^n b^{3k-2} = \frac{b(1-b^{3n})}{1-b^3}$$

$$< \frac{b}{1-b^3} = \frac{2}{3}$$