机密★考试结束前

（在本试卷上答题无效）

山河·大联考 2025届新高考限时训练试题（二）

数 学

选题：王良涛　排版、校对：山河文化试题研究中心

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\mid 0<x\le 3\}$，$B=\{x\mid x^2\le 4\}$，则 $A\cap B=$ C

A．$\varnothing$　　B．$\{x\mid -2\le x\le 3\}$　　C．$\{x\mid 0<x\le 2\}$ √　　D．$\{x\mid -2\le x<0\}$

2．已知 $x\log_2 3=1$，则 $3^x+3^{-x}=$

A．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　$x=\log_3 2$　B．$\frac{5}{2}$ √　B　C．$\frac{10}{3}$　D．$\frac{17}{4}$

3．设严格单调递减数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_{n+1}=a_n+1$，则 a_1 的值可以为　D

A. 0　　B．-1　　C．1　　D. 2 √

4．设 $X\sim B(99,0.7)$，若对任意的 $k\in\{0,1,2...99\}$ 都有 $P(X=k)\le P(X=k_0)$，则 $k_0=$

A. 64 或 65　　B. 69 或 70 √　B　　C. 67　　D. 72

$\frac{p_k}{p_{k-1}}=\frac{C_{99}^{k}0.7^k0.3^{99-k}}{C_{99}^{k-1}0.7^{k-1}0.3^{99-k+1}}=\frac{(100-k)!(k-1)!\,0.7}{(99-k)!\,k!\,0.3}=\frac{(100-k)}{k}\cdot\frac{7}{3}=\left(\frac{100}{k}-1\right)\cdot\frac{7}{3}=1$

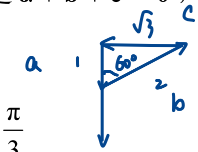
关键 ↓ $\frac{100}{k}=\frac{3}{7}+1=\frac{10}{7}$ ⇒ $k=70$

即 $k=70$ 时，$\frac{p_k}{p_{k-1}}=1$

$k>70$ 时，$p_k<p_{k-1}$

$k<70$ 时，$p_k>p_{k-1}$

5．已知向量 **a**，**b**，**c** 满足 $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=\mathbf{0}$，且 $|\mathbf{a}|=1$，$|\mathbf{b}|=2$，$|\mathbf{c}|=\sqrt{3}$，则 **a** 与 **b** 的夹角为



D

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{5\pi}{6}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$ √

6．已知 $\tan\alpha=2$，则 $\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=$　$\frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=\frac{3}{-1}$　B

A．$-\frac{1}{3}$　　B．-3 √　　C．3　　D．± 3

7．已知 P 为圆 $O:x^2+y^2=1$ 上的动点（不在坐标轴上），过 P 作 $PQ\perp x$ 轴，垂足为 Q，将△OPQ 绕 y 轴旋转一周，所得几何体的体积最大时，线段 OQ 的长度为　C

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

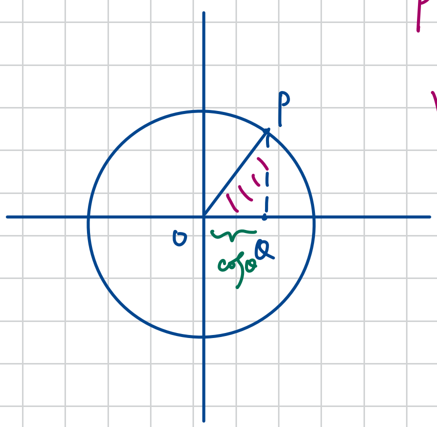
8．函数 $f(x)=|\sin 2x|+2\sin x$ 的值域为　B

A．$[-2,3]$　　B．$\left[-2,\frac{3\sqrt{3}}{2}\right]$　　C．$\left[-\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right]$　　D．$\left[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right]$

7. 已知 P 为圆 $O: x^2+y^2=1$ 上的动点（不在坐标轴上），过 P 作 $PQ \perp x$ 轴，垂足为 Q，将△OPQ 绕 y 轴旋转一周，所得几何体的体积最大时，线段 OQ 的长度为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ✓　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C



$P(\cos\theta, \sin\theta)$

$V = \sin\theta \cdot \pi\cos^2\theta \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}\pi\sin\theta(1-\sin^2\theta)$

令 $f(t) = t(1-t^2)$　$f'(t) = 1-t^2+t\cdot(-2t) = 1-3t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{3} < 1$

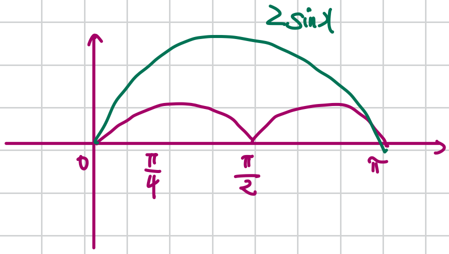
$\cos^2\theta = \frac{2}{3}$

8. 函数 $f(x)=|\sin 2x|+2\sin x$ 的值域为

A. $[-2,3]$　　B. $\left[-2,\frac{3\sqrt{3}}{2}\right]$ ✓　　C. $\left[-\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right]$　　D. $\left[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right]$

B

$T=\frac{\pi}{2}$　　$T=2\pi$

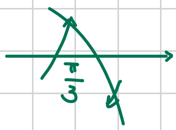


· $f(x) = \underbrace{2\sin x + \sin 2x}_{\triangle}$, $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$　　$f(\frac{\pi}{3}) = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$f'(x) = 2\cos x + 2\cos 2x = 2\cos x + 4\cos^2 x - 2$

$= 2[2\cos^2 x + \cos x - 1]$

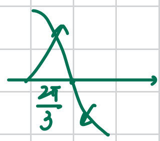
$= \underbrace{2}_{>0}(2\cos x - 1)\underbrace{(\cos x + 1)}_{>0}$



· $f(x) = \sin 2x - 2\sin x$, $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$

$f'(x) = 2\cos 2x - 2\cos x = 4\cos^2 x - 2 - 2\cos x = 2[2\cos^2 x - \cos x - 1]$

$= 2[2\cos x + 1][\cos x - 1]$



$f_{min} = \min\{f(0), f(\frac{\pi}{2})\} = -2.$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题所给的四个选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分。

9．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 是棱 C_1D_1 上的动点（不含端点），则　AB

A. DC // 平面 BPD_1　　　　B. $B_1C\perp BP$

C. 四面体 PAB_1C 的体积为定值　　　　D. 存在点 P，使得平面 $BB_1P\perp$ 平面 AA_1P

10. 已知 A_1，A_2 为样本空间 Ω 的非空子集，设随机变量

$$X_i:\Omega\to\{0,1\},\ X_i(\omega)=\begin{cases}1, & \omega\in A_i\\ 0, & \omega\notin A_i\end{cases},\ i=1,2$$

若 $P(A_1\mid A_2)=P(A_1\mid\overline{A_2})$，$P(A_i)=p_i(i=1,2)$，则　BCD

A. $P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$　　　　B. $P(\overline{A_2}\mid A_1)+P(A_2)=1$

C. $E[(X_1-p_1)^2]\le E[(X_2-p_2)^2]$　　　　D. $D(|X_1-X_2|)>D(X_1+X_2)$ 可能成立

11. 我们把既有对称中心又有对称轴的曲线称为“优美曲线”，“优美曲线”与其对称轴的交点称为“优美曲线”的顶点，已知“优美曲线” $C:x^2+25x^2y^2+y^2-9=0$，则

A. 曲线 C 关于直线 $y=x$ 对称　　AC

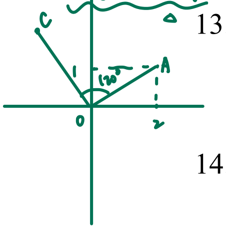
B. 曲线 C 有 4 个顶点

C. 曲线 C 与直线 $y=-x+3$ 有 4 个交点

D. 曲线 C 上的点到原点距离的最小值为 $\dfrac{2\sqrt{7}}{5}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

$(2+i)(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)$
$=(-1-\frac{\sqrt{3}}{2})+(-\frac{1}{2}+\sqrt{3})i$



12. 在 $(1-2x)^5$ 的展开式中，x^3 的系数为 <u>-80</u>．（用数字作答）

$C_5^3(-2)^3=-80x^3$

13. 设复平面的上半平面内有一菱形 $OABC$，且 $\angle AOC=\dfrac{2\pi}{3}$．若 A 对应的复数为 $2+i$，则 B 对应的复数为 <u>$(1-\frac{\sqrt{3}}{2})+(\frac{1}{2}+\sqrt{3})i$</u>

14. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l．过 F 的直线交 C 于 A，B 两点，过 A，B 分别作 l 的垂线，垂足分别为 M，N，若 $\overrightarrow{AF}=\sqrt{2}\overrightarrow{FB}$，则 $\dfrac{S_{\triangle MNF}}{S_{\triangle NBF}}=$ <u>$2\sqrt{2}$</u>．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 $a+b=2c\cos B$.

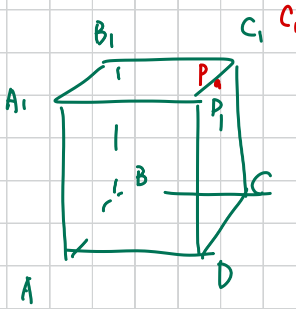
（1）求证：$C=2B$；

（2）若△ABC 为锐角三角形，求 $\dfrac{c}{b\sin B}$ 的取值范围.

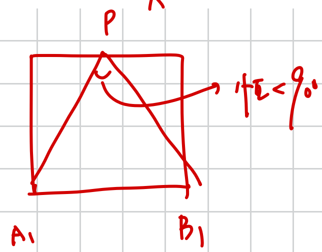
9．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 是棱 C_1D_1 上的动点（不含端点），则 平面BC_1D_1 AB

A. DC // 平面 BPD_1 ✓　　　　B. $B_1C \perp BP$ ✓

C. 四面体 PAB_1C 的体积为定值 ✗　　　　D. 存在点 P，使得平面 $BB_1P \perp$ 平面 AA_1P ✗



C_1D 不平行 B_1CA



恒 $<90°$

10．已知 A_1，A_2 为样本空间Ω的非空子集，设随机变量

$P(A_i)>0$

$$X_i:\Omega \to \{0,1\}，X_i(\omega)=\begin{cases}1, & \omega \in A_i \\ 0, & \omega \notin A_i\end{cases}，i=1,2$$

若 $P(A_1 \mid A_2)=P(A_1 \mid \overline{A_2})$，$P(A_i)=p_i(i=1,2)$，则　　BCD

A. $P(A_1 \cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$ ✗　　　　B. $P(\overline{A_2} \mid A_1)+P(A_2)=1$ ✓ → 即 $\overline{A_2}$ 与 A_1 独立

C. $E[(X_1-p_1)^2] \le E[(X_2-p_2)^2]$ ✓　　　　D. $D(|X_1-X_2|)>D(X_1+X_2)$ 可能成立 ✓

$$\frac{P(A_1A_2)}{P(A_2)}=\frac{P(A_1)-P(A_1A_2)}{1-P(A_2)} \Rightarrow P(A_1A_2)=P(A_1)P(A_2)$$

C. $E[(X_1-p_1)^2]=p_1(1-p_1)^2+(1-p_1)p_1^2$ ①

$E[(X_1-p_2)^2]=p_1(1-p_2)^2+(1-p_1)p_2^2$ ②

②−①，RHS $=p_1(2-p_1-p_2)(p_1-p_2)+(1-p_1)(p_2-p_1)(p_1+p_2)$

$=(p_1-p_2)\left[p_1(2-p_1-p_2)-(1-p_1)(p_1+p_2)\right]$

$2p_1-\cancel{(p_1+p_2)p_1}-(p_1+p_2)+\cancel{p_1(p_1+p_2)}$

$=(p_1-p_2)^2 \geq 0$

D.

$\lvert X_1-X_2\rvert$	0	1
	$(1-p_1)(1-p_2)+p_1p_2$	$(1-p_1)p_2+(1-p_2)p_1$
	0.68	0.32

$(0.5)^2 \times 1 = 0.25$

$E(\lvert X_1-X_2\rvert)$ $p_1+p_2-2p_1p_2=0.32$

$0.68^2 \times 0.32+0.68 \times 0.32^2=0.4352$

$D(\lvert X_1-X_2\rvert)=(p_1+p_2-2p_1p_2)^2\left[(1-p_1)(1-p_2)+p_1p_2\right]$

$+\left[1-p_1-p_2+2p_1p_2\right]^2\left[(1-p_1)p_2+(1-p_2)p_1\right]$

X_1+X_2	0	1	2
	$(1-p_1)(1-p_2)$	$(1-p_1)p_2+(1-p_2)p_1$	p_1p_2
	0.04	0.32	0.64

$E(X_1+X_2)=E(X_1)+E(X_2)=p_1+p_2=1.6$

$1.6^2 \times 0.04+0.4^2 \times 0.64+0.6^2 \times 0.32=0.32$

$D(X_1+X_2)=(1-p_1)(1-p_2)(p_1+p_2)^2+$

$(1-p_1)p_2+(1-p_2)p_1\left[1-(p_1+p_2)\right]^2$

$+p_1p_2\left[2-(p_1+p_2)\right]^2$

Let $p_1 = p_2 = 0.8$ $\quad p_1p_2 = \underline{0.64}$

11. 我们把既有对称中心又有对称轴的曲线称为“优美曲线”，“优美曲线”与其对称轴的交点称为“优美曲线”的顶点，已知“优美曲线” $C: x^2+25x^2y^2+y^2-9=0$，则

A. 曲线 C 关于直线 $y=x$ 对称 ✓ $(\pm3,0)\ (0,\pm3)$

B. 曲线 C 有 4 个顶点 ✗ $\boxed{x\cdot y,\ x=y,\ x+y=0}$

C. 曲线 C 与直线 $y=-x+3$ 有 4 个交点 ✓

D. 曲线 C 上的点到原点距离的最小值为 $\frac{2\sqrt{7}}{5}$ ✗

AC

$x^2+y^2 = 9-25x^2y^2$

$\Rightarrow 9-25\cdot\frac{(x^2+y^2)^2}{4}$

$25x^4+2x^2-9=0$

$\boxed{x^2\text{正根}}$ $\quad \Delta>0$

$t \geq 9-\frac{25}{4}t^2$

$25t^2+4t-36\geq 0$

$\Delta = 16+3600$

$= 8(2+450)$

$= 16(1+225)$

$= 16\times 2\times 113$

$t \geq \frac{-4+4\sqrt{226}}{50}$

$d \geq \frac{2}{5\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\sqrt{226}-1}$

$2x^2-6x+25x^2(x^2-6x+9)=0$

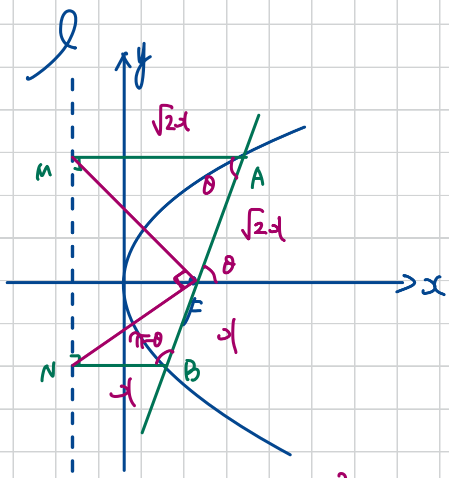
$\Rightarrow \boxed{x=0}$

$2x-6+25x(x-3)^2=0$

$\Rightarrow x=3$

$2+25x(x-3) = 25x^2-75x+2=0$

14. 已知抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l. 过 F 的直线交 C 于 A，B 两点，过 A，B 分别作 l 的垂线，垂足分别为 M，N，若 $\overrightarrow{AF}=\sqrt{2}\overrightarrow{FB}$，则 $\frac{S_{\triangle MNF}}{S_{\triangle NBF}}=$ $\underline{2\sqrt{2}}$.



$\frac{1}{1-\cos\theta} = \frac{\sqrt{2}}{1+\cos\theta}$

$\Rightarrow \sqrt{2}-\sqrt{2}\cos\theta = 1+\cos\theta$

$\Rightarrow (\sqrt{2}+1)\cos\theta = \sqrt{2}-1$

$\Rightarrow \cos\theta = (\sqrt{2}-1)^2$

$(\sqrt{2}+1)^2-3 = 2\sqrt{2}$

$S_{\triangle NBF} = \frac{1}{2}x^2\sin\theta \qquad S_{\triangle AMF} = \frac{1}{2}\cdot 2x^2\sin\theta$

$S_{梯} = (\sqrt{2}+1)x\cdot\frac{1}{2}\cdot(\sqrt{2}+1)x\cdot\sin\theta = \frac{1}{2}(\sqrt{2}+1)^2x^2\sin\theta$

$S_{\triangle NBF} : S_{\triangle AMF} : S_{梯} = 1:2:(\sqrt{2}+1)^2$

15.（13 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知. $a+b=2c\cos B$.

（1）求证：$C=2B$；

（2）若△ABC 为锐角三角形，求 $\dfrac{c}{b\sin B}$的取值范围.

(1) $c\cos B + b\cos C + b = 2c\cos B$

$\Rightarrow b\cos C + b = c\cos B$

$\Rightarrow \sin B = \sin(C-B) \Rightarrow C=2B \quad (C\neq\pi)$

(2) $\begin{cases} 0<B<\dfrac{\pi}{4} \\ 0<\pi-3B<\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \dfrac{\pi}{6}<B<\dfrac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{\pi}{6}<B<\dfrac{\pi}{4}$

$\dfrac{c}{b\sin B} = \dfrac{\sin 2B}{\sin^2 B} = 2\dfrac{1}{\tan B} \in (2, 2\sqrt{3})$

16.（15 分）

已知在正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=6$，$A_1B_1=4$.

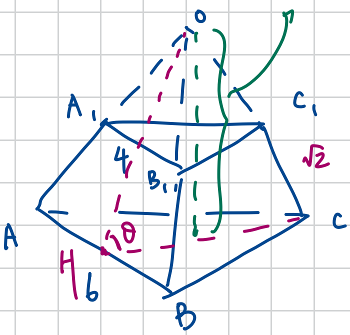
（1）若 $CC_1=\sqrt{2}$，求证：$CC_1\perp$平面 AA_1B_1B；

（2）若三棱台的高为$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，求平面 AA_1B_1B 与平面 BB_1C_1C 夹角的余弦值.

‖ 平行

侧面与底面（在正四面体中）

$h=2\sqrt{6}$



(1) $OH=3 \quad OC=3\sqrt{2} \quad HC=3\sqrt{3}$

$\Rightarrow OC\perp OH$

又 $AB\perp$平面$OHC \Rightarrow AB\perp OC$ $\Big\}$ $OC\perp$平面OAB

(2) $OH^2=(2\sqrt{6})^2+(\sqrt{3})^2 \Rightarrow OH=3\sqrt{3}$

$OB=OA=6 \Rightarrow$ 为正四面体. $\Rightarrow \cos\theta=\dfrac{1}{3}$

17.（15 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-a(x-\dfrac{1}{x})$，其中 $a>0$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，求证：

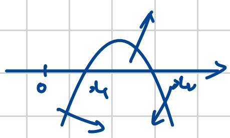
$$f(x_1)+f(x_2)+f(x_1+x_2)>\ln 2-\frac{3}{4}.$$

(1) $f'(x)=\dfrac{1}{x}-a-\dfrac{a}{x^2}=\dfrac{-ax^2+x-a}{x^2}$

$ax^2-x+a=0$ $\quad \Delta=1-4a^2>0 \Rightarrow 0<a<\frac{1}{2}$

1° $0<a<\frac{1}{2}$ $\quad f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}(ax^2-x+a)$ 在 $(0,+\infty)$ 有2根 x_1,x_2

且 $x_1+x_2=\dfrac{1}{a}$，$x_1x_2=1$



$x_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4a^2}}{2a}$

2° $a=\frac{1}{2}$ $\quad f'(x)=-\dfrac{1}{2x^2}(x-1)^2\leq 0$ $\quad f\downarrow$

3° $a>\frac{1}{2}$，$f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}\left[a(x^2+1)-x\right]<-\dfrac{1}{2x^2}(x-1)^2\leq 0$

对a为↓函数得到

(2) $0<a<\frac{1}{2}$，$x_1+x_2=\dfrac{1}{a}$，$x_1x_2=1$，$f(x)=\ln x-a(x-\frac{1}{x})$

$f(x_1)+f(\frac{1}{x_1})+f(\frac{1}{a})=\ln 1-\ln a-a\left[x_1-\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_1}-x_1+\frac{1}{a}-a\right]$

$=-\left[\ln a+1-a^2\right]=-g(a)<-g(\frac{1}{2})=\ln 2-\frac{3}{4}$

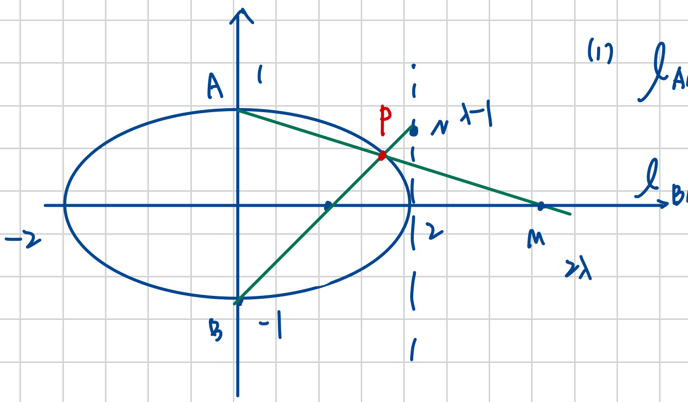
$g'(a)=\dfrac{1}{a}-2a=\dfrac{1-2a^2}{a}>0 \Rightarrow g(a)\uparrow$

18. （17 分）

已知 A，B 为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的上，下顶点，点 $M(2\lambda,0)$，$N(2,\lambda-1)$，其中 $\lambda\in\mathbf{R}$ 且 $\lambda\neq1$，直线 AM 与 BN 交于点 P.

（1）求证：点 P 在 C 上；

（2）若直线 MN 交 C 于 S，T 两点，且 $|MS|\cdot|MT|=\dfrac{15}{8}$，求 $|ST|$.



(1) $\begin{cases} l_{AM}: \dfrac{x}{2\lambda}+\dfrac{y}{1}=1 \\ l_{BN}: y=\dfrac{\lambda}{2}x-1 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x}{2\lambda}=1-y=2-\dfrac{\lambda}{2}x$

$\Rightarrow \left(\dfrac{1}{\lambda}+\lambda\right)x=4 \Rightarrow x=\dfrac{4}{\lambda+\frac{1}{\lambda}}=\dfrac{4\lambda}{\lambda^2+1}$

$y=\dfrac{\lambda}{2}\cdot\dfrac{4\lambda}{\lambda^2+1}-1=\dfrac{2\lambda^2}{\lambda^2+1}-1=\dfrac{\lambda^2-1}{\lambda^2+1}$

$\dfrac{4\lambda^2}{(\lambda^2+1)^2}+\dfrac{(\lambda^2-1)^2}{(\lambda^2+1)^2}=\dfrac{(\lambda^2+1)^2}{(\lambda^2+1)^2}=1$ ✓

(2) $k_{MN}=-\dfrac{1}{2}$ 设 l_{MN}: $x=-2y+t$, $t\neq2$

$\begin{cases} x^2+4y^2-4=0 \\ x=-2y+t \end{cases} \Rightarrow 4y^2-4ty+t^2+4y^2-4=0$

$\Rightarrow 8y^2-4ty+t^2-4=0$

$\Delta=16t^2-32(t^2-4)$

$=16\times8-16t^2$

$\sqrt{\Delta}=4\sqrt{8-t^2}$

$\left(\sqrt{1+2^2}|y_1|\right)\left(\sqrt{1+2^2}|y_2|\right)=(\sqrt{5})^2|y_1y_2|=(\sqrt{5})^2\dfrac{|t^2-4|}{8}=\dfrac{15}{8}$

$\Rightarrow |t^2-4|=3 \Rightarrow t^2=7$ 或 $t^2=1$

$|ST|=\sqrt{5}/2\cdot\sqrt{8-t^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ 或 $\dfrac{\sqrt{35}}{2}$

19.（17 分）

正整数的划分在置换群及其表示理论研究中有着重要应用.设 k，n 为正整数，正整数序列 $(\lambda_1,\lambda_2,\ldots\lambda_k)$ 满足 $\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_k=n$，且 $\lambda_1\ge\lambda_2\ge\ldots\ge\lambda_k\ge1$，$1\le k\le n$.则称 $(\lambda_1,\lambda_2,\ldots\lambda_k)$ 为 n 的一个 k 部划分.记 $p_k(n)$ 为 n 的所有 k 部划分的个数.

（1）求 $p_3(6)$，$p_2(5)$；

（2）求证：$p_k(n)=p_{k-1}(n-1)+p_k(n-k)\ (k\ge2)$；

（3）求证：$p_k(n)=\sum\limits_{i=1}^{k}p_i(n-k)$.

(1) $6=1+2+3=1+1+4=2+2+2$　　$p_3(6)=3$

$5=1+4=2+3$　　$p_2(5)=2$

(2) $p_k(n)=p_{k-1}(n-1)+p_k(n-k)$

$p_{k-1}(n-1)$ ↓ 划分中有1 去掉一个1

$p_k(n-k)$ ↓ 划分中无1 即全部位置-1 n-k的k部划分

(3) $p_k(n)=p_{k-1}(n-1)+p_k(n-k)=p_{k-2}(n-2)+p_{k-1}(n-1-k+1)+p_k(n-k)$

$=p_{k-2}(n-2)+p_{k-1}(n-k)+p_k(n-k)$

$=\cdots$

$=p_{k-(k-1)}(n-(k-1))+p_2(n-k)+\cdots+p_k(n-k)$

$=\underbrace{p_1(n-k+1)}_{\parallel}+\sum\limits_{i=2}^{k}p_i(n-k)$

$=\underbrace{p_1(n-k)}_{\parallel\ 1.}+\sum\limits_{i=2}^{k}p_i(n-k)$